00079854



Ariſtippus Philoſophus Socraticus, naufragio cum ejectus ad Rhodienſium litus animadvertiſſet Geometrica ſchemata deſcripta, exclamaviſſe ad comites ita dicitur, Bene ſperemus, Hominum enim veſtigia video.

Vitruv. Architect. lib. 6. Præf.

delin. M. Burghers ſculpt. Univ. Oxon.

Digitized with financial assistance from
Observer Research Foundation
on 17 May, 2019

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΤΑ ΣΩΖΟΜΕΝΑ

ΜΕΤΑ ΤΩΝ

ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ

ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS

QUÆ SUPERSUNT OMNIA

CUM 79854

EUTOCII ASCALONITÆ COMMENTARIIS.

EX RECENSIONE

JOSEPHI TORELLI, VERONENSIS,

CUM NOVA VERSIONE LATINA.

ACCEDUNT

LECTIONES VARIANTES EX CODD. MEDICEO ET PARISIENSIBUS.



Q. a - 27

OXONII,

E TYPOGRAPHEO CLARENDONIANO.

MDCCXCII.

0
516
Arc/Arc
79854

00079854

L E C T O R I.

QUID in Archimede recenſendo præſtiterit TORELLUS, qua ratione et modo opus ſuum inſtituerit, ipſius Præfatio luculenter demonſtrat. Eam quidem conſcribebat ille, dum labores ſuos ad finem perducendos, et Editionem ſuam cito in lucem prodituram propiori jam ſpe præcipiebat, quam tamen, morte interveniente, ne prelo quidem commiſit. Interceſſerat illi jam antehac (ex conſilio et hortatu præcipue Philippi Comitis STANHOPE, harum literarum Cultoris ſummi ac Patroni) cum Curatoribus Preli Clarendoniani apud Oxonienſes de hac ipſa re commercium; neque gravata eſt Academia Oxonienſis in patrocinium ſuum recipere quod Euclidi et Apollonio ſuo velut cognationis jure tertium Opus accederet. Rem ea potiſſimum de cauſa abruptam quod TORELLUS nolebat Editionis ſuæ curam e manibus ſuis dimittere poſt mortem ejus renovabat Alberto Albertini ejus Teſtamenti Curator. Cum enim vidit tanti operis edendi ſumptum intra privati hominis facultates non cadere, arbitrabatur ſe non aliter et publicæ utilitati et amici ſui famæ rectius conſulturum eſſe, quam ſi illud, prout ipſi olim TORELLO viſum fuerat, Academiæ Oxonienſis fidei commendaret. Omnem itaque Editionis apparatum quem TORELLUS ſumma cum cura conquiſiverat, et induſtria plane admirabili digeſſerat, ultro Academiæ dono dedit, illud tantum rogans, ut ea in lucem, quamprimum fieri poſſet, proferretur. Figuras etiam Mathematicas huic operi deſtinatas, ſumptibus Academiæ comparandas eſſe procuravit. Quæ itidem negotia omni ope ſua adjuvit V. Cl. JOHANNES STRANGE ex Anglia eo tempore ad Venetos Legatus, qui ut inchoati fuerat olim conſilii particeps, ita ne in irritum evaderet, ſedulo elaboravit. Denique, quod felix fauſtumque ſit, Viri Doctiſſimi eximium opus lubenter excepit Academia Oxonienſis, et ad ejus mentem, non tantum quoad ea quæ Schedæ ejus accuratiſſime deſcripta exhibuerunt, viz. operum Archimedis ſeriem, Textus recenſionem, Verſionem Latinam, et * Lectionum Varietatem, &c. ſed etiam quoad Typos et Editionis formam, omnia componi voluit. In manus itaque, Lector, tibi jam tradimus ipſiſſimam TORELLI Editionem, qualem ipſe, dum in vivis agebat, eam in publicum proferre deſtinaverat.

Acceſſit autem Appendicis loco Auctarium unum atque alterum;

1mo. "Commentarius in aliquas Archimedis Propoſitiones De iis quæ in humido vehuntur."

Illum qui prius extitit Commandini Commentarium TORELLUS certe in ſuæ Editionis cenſum non retulerat. Etenim Commandini hujuſce Tractatûs Editionem præ manibus habens, textum recenſuit et multis in locis emendavit, Commentarium ne uno quidem in loco. Schemata Mathematica quæ textui illuſtrando inſerviant, ligno incidenda procuravit, omiſſis iis quæ Commentarii in uſum requiruntur, numero ſex et viginti; ea inſuper non incidenda eſſe nota qua in hunc finem utebatur in Margine appoſita indicavit; denique ſi in hoc aut illo ſchemate literæ nonnullæ non textus ſed ſolius Commentarii gratia interjectæ fuerint, eas omnes calamo in tranſverſum ducto delevit.

* Vide TORELLI Præfationem, p. xvi.

a Ex

Ex hiſce indiciis ſatis comparet TORELLUM Commandini *Commentarium in ſuam Editionem non recepturum fuiſſe, nimia ut videtur ejus prolixitate commotum. Novum de ſuo nondum excogitaverat. Aliquo autem commentario opus eſſe ſatis liquet, cum pro cognitis ſumantur neceſſe eſt in iſto Archimedis tractatu Parabolæ affectiones nonnullæ, quæ neque per ſe conſtant, neque apud Archimedem aut Apollonium alibi demonſtrantur. In ſupplementum igitur operis* TORELLIANI, *hunc quem in Appendicem retulimus, de ſuo ſuffecit* Abramus Robertſon *A. M. ex Æde Chriſti, cui etiam ab Academia tota hujus Editionis adminiſtrandæ et preli corrigendi cura demandata eſt.*

Sequitur 2do. *Varietas Lectionum ex Codicibus Mediceo et quatuor Pariſienſibus.*

De Mediceo Vir Cl. A. M. Bandinius, *cujus opera in inſtituenda hac Collatione uſi ſumus, hæc habet.*

“ *Eſt Codex meo quidem judicio valde inſignis, ſcriptus nitidiſſime in membrana, in* 4to. *majori,* “ *ſæculo* xiii, *eoque potius ineunte, quam exeunte, ſine ullis accentibus, et cum ſpiritibus valde raris,* “ *iiſque vetuſto more formatis, ut in variantibus ipſis, ubi ipſi inciderunt, videre eſt; charactere* “ *interdum ita complexo, ut unico calami ductu, duæ, vel tres voces ſimul conjungantur, quod in* “ *præpoſitionibus, ut plurimum, uſu venit: ſcribit enim* επιθατερα *pro* επι θατερα; διατου *pro* “ δια του, *&c. Habet præterea nexus quoſdam, quales in aliis Codicibus non ita facile obvii ſiant,* “ *videlicet* ⁄. *pro* ἐστὶν, //. *pro* εἰσὶν, ·)· *pro* εἶναι, ω *pro* ἔστω, ω *pro* ἔστωσαν, ∂ *pro* ἔσται, ⁄ *pro* “ τουτέστιν, ἡ *pro* ἴσον, ἀλλ᾿ *pro* ἀλλ᾿ ὃν, ʒ *pro* πρὸς, *&c. Titulos librorum exhibet charactere pæne* “ *quadrato exaratos, et ſchemata accuratiſſime delineata. Denique, quod præcipuum eſt, ex optimo* “ *exemplari defluxiſſe crediderim.*”

Quod Codicum etiam Pariſienſium Variantibus Lectionibus Editionem noſtram locupletavimus, lubenter profitemur non minima ex parte deberi illuſtrium Virorum benevolentiæ Hon^mi^ Georgii Comitis Gower, *et illius qui exteris apud Regem Gallicum negotiis uno vel altero abhinc anno præfectus eſt, Ill^mi^* Comitis de Montmorin. *Nam ut noſter ille Magnæ Britanniæ Regis in Galliam Legatus, nihil antiquius habuit quam ut votis* Academiæ Oxonienſis, *quam et ipſe non ita pridem ornarat, omni ope ſua obſecundaret, ita et alterum, ubi de finibus doctrinæ proferendis agebatur, conſilii ſui adjutorem facillime nactus eſt; qui itaque ad Archimedem illuſtrandum eum Codicum uſum, qui vel commodus eſſet quam maxume, ut erat tunc temporis munus ejus atque auctoritas, humaniſſime ſuppeditari voluit.*

Hi Codices ii ſunt, qui in Bibliothecâ Regiâ numeris 2359, 2360, 2361, 2362 *deſignantur, qui etiam in ejuſdem Catalogo ita recenſentur.*

2359. *Codex chartaceus, olim Mediceus, quo continentur*

- 1mo. *Archimedis de Sphæra et Cylindro libri duo.*
- 2do. *Idem de Circuli Dimenſione.*
- 3^tio^. *Idem de Conoidibus et Sphæroidibus.*
- 4to. *Idem de Lineis Spiralibus.*
- 5to. *Ejuſdem de Planis Æquiponderantibus libri duo.*
- 6to. *Ejuſdem Pſammites, ſeu de numero arenæ.*
- 7mo. *Ejuſdem Quadratura Parabolæ.*
- 8vo. *Eutocius Aſcalonita in Archimedis libros duos de Sphæra.*
- 9no. *Idem in Circuli Dimenſionem.*
- 10mo. *Idem in libros duos de Planis Æquiponderantibus.*

Is Codex duorum librariorum manu diverſa, ſæculo decimo ſexto exaratus videtur. Quædam et a tertio librario ſcripta ſunt.

2630. *Codex*

2360. *Codex chartaceus, olim Mediceus, quo continentur Archimedis, et Eutocii tractatus ſupra memorati.*

Is Codex, e vetere quodam Alberti Pii, Carpenſis, *exemplari quod penes* Georgium Vallam *antea fuerat, deſcriptus fertur. Nec abs re fuerit huc afferre, quæ de eximio illo antiquitatis monumento memoriæ prodidit* Gulielmus Philander *ad Lib.* 9. *Vitruvii cap.* 3. "*Hæc ego,* "*inquit, ſcripſeram, cum beneficio* Rodolphi Pii, Carporum Cardinalis, *facta eſt mihi copia videndi* "*exſcribendique (curante id Mæcenate meo) Archimedis de Sphæra et Cylindro cum enarratione* "*Eutocii volumen, ornamento futurum auguſtiſſimæ illi et inſtructiſſimæ Bibliothecæ, quam tu, toto* "*orbe terrarum maximis ſumptibus conquiſitis omnium diſciplinarum et linguarum libris, Franciſce* "*Regum potentiſſime et Chriſtianiſſime, ad Fontem Bleeium ſive Fontembellum aut Callirrhoen* "*dicere mavis, inſtituiſti: Id volumen Georgii Vallæ fuerat, in quo præter linguæ Doricæ pro-* "*prietatem et omiſſionem ſpirituum atque accentuum, quæ in legendo nonnihil exhibuerunt difficul-* "*tatis, occurrunt ſubinde ſyllabarum et dictionum notæ, quæ ne a Græcis quidem ipſis ſatis agnoſ-* *cuntur.*" *E quibus verbis noſtrum hunc Codicem a* Philandro *exaratum non temere conjicias* *.

2361. *Codex chartaceus, Fonteblandenſis, quo præter Archimedis et Eutocii opera, de quibus ſupra, continetur Heronis liber de menſuris. In fine capita duo, unum de ponderibus, alterum de menſuris, quæ incertum eſt an et ipſa ad librum Heronis pertineant. Præfixus index Græcus, manu*

* *Hujuſce Codicis Epigraphe ſic ſe habet,*

Ταῦτα ἐξεγράφη ἀπὸ τοῦ ἀντιγράφου ἐκείνου παλαιοτάτου ὃ πρότερον κτῆμα ἦν τοῦ Γεωργίου τοῦ βάλλα ὕστερον τοῦ ἐπιφανεστάτου ἄρχοντος Ἀλβέρτου πίου τοῦ καρπαίου ἐγένετο· ὃ μὲν ἀντίγραφον ὡς εἰρήκαμεν παλαιότατον ἦν [illegible] [illegible] ἐν τοῖς [illegible] [illegible] χωρία μάλα [illegible] μηδαμῶς· περὶ δὲ τῆς καταγραφῆς πολλῶν ὄντων καὶ ἄλλων ἁμαρτημάτων ταῦτα ἐν [illegible] τὰ ὑπογεγραμμένα· γωνία δηλαδὴ ἀντὶ γωνίας

χ ἀντὶ τοῦ κ καὶ ἀνάπαλιν π ἀντὶ τοῦ ι καὶ ἀνάπαλιν ζ ἀντὶ τοῦ ξ καὶ ἀνάπαλιν
θ ἀντὶ τοῦ β καὶ ἀνάπαλιν α ἀντὶ τοῦ λ καὶ ἀνάπαλιν

ἐν δὲ ἐν τῷ αὐτῷ ἀντιγράφῳ καὶ τινὰ ἴδια χαρακτηρίσματα [illegible] χάριν τῆς ἐν τῇ γραφῇ [illegible]· τὰ δέ·

[illegible] της.
[illegible] [illegible] οἷον [illegible] [illegible].
[illegible] και· ἄλλως ϛ· και.
ϛ [illegible] οἷον [illegible] [illegible].
[illegible] ἴσαι· [illegible] ἴσος· [illegible] ἴσον καὶ τἆλλα ὡσαύτως· [illegible] ἴσας· [illegible] ἴσοι.
⌒ [illegible] οἷον [illegible] των.
[illegible] [illegible].
/ [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] καὶ [illegible] φέρεσθαι.
[illegible] εἶναι· ἢ ὥστε [illegible] εἶναι.
[illegible] [illegible].
[illegible] [illegible] καὶ [illegible] ὡς [illegible] [illegible] καὶ [illegible] [illegible].
[illegible] [illegible] ὡς [illegible] [illegible].
[illegible] [illegible] οἷον [illegible] [illegible].
< [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible].
ο [illegible] οἷον [illegible] αὐτος.
υ [illegible] οἷον [illegible] του.
πάντων δὲ πυκνότατα ἐν τάδε.
[illegible] περὶ [illegible] [illegible].
8 οὕτως.
γ† γάρ.
γ‡ γίνεται.
ἄρα.
[illegible] ἴσον καὶ [illegible] [illegible].
σ [illegible] σ· [illegible] καὶ σ. [illegible] [illegible] δὲ [illegible] [illegible] [illegible] εἰ μὴ ἐν [illegible] χάριν διαφορᾶς.

Ex horum ſignorum convenientia cum iis quas in Codice Mediceo obſervavit Bandinius, facilis eſt conjectura utrumque ab eodem exemplari defluxiſſe, cujus rei etiam fidem facit, quod Variæ Lectiones in utroque fere eædem ſunt.

Conſtantini

Conſtantini Palæocappæ; *præfixus item index Latinus, manu Auveri.* — *Ibidem folio verſo deſcripti verſus Claudiani, in Archimedis ſphæram, ibidem et manu quoque eadem, præfatio brevis* Georgii Armeniaci *.

Is Codex manu Chriſtophori Auveri, *ſumptibus vero* Georgii Armeniaci *anno Chriſti* 1544 *exaratus eſt.*

2362. *Codex chartaceus, Fonteblandenſis, quo continentur Archimedis et Eutocii opera, de quibus ſupra.*

Is Codex ſæculo decimo ſexto exaratus videtur.

* *Ita ſcilicet præfatur Librarius,*

Ne te offendat, ſtudioſe lector, hunc Authorem citra ullam ipſius commendationem aut præfationem aliquam videre: ita prima folii facies in veteri exemplari unde hoc deſcriptum eſt, vetuſtate conſumpta et extrita fuit, ut ne Archimedis quidem nomen agnoſci potuerit: nec tum aliud Romæ reſtabat quo reſtitui hoc πρόσωπον poſſet. Carebat in univerſum et ſpiritus et accentus omni nota; reliquis partibus integrum et abſolutum, niſi quod ἔργον de menſuris poſtremi folii ſecunda pagina itidem ut Archimedis penitus obliterata fuerit. Quo tamen commendatione ejuſmodi Authoris etiam Gallia lætaretur, malui potius quoquo modo ejus tibi copiam meo ſumptu fieri, quam Mathematices amatoribus in hac parte mea culpa videri negligentior.

Ad finem Codicis ſubjicitur Epigraphe quæ ſequitur,

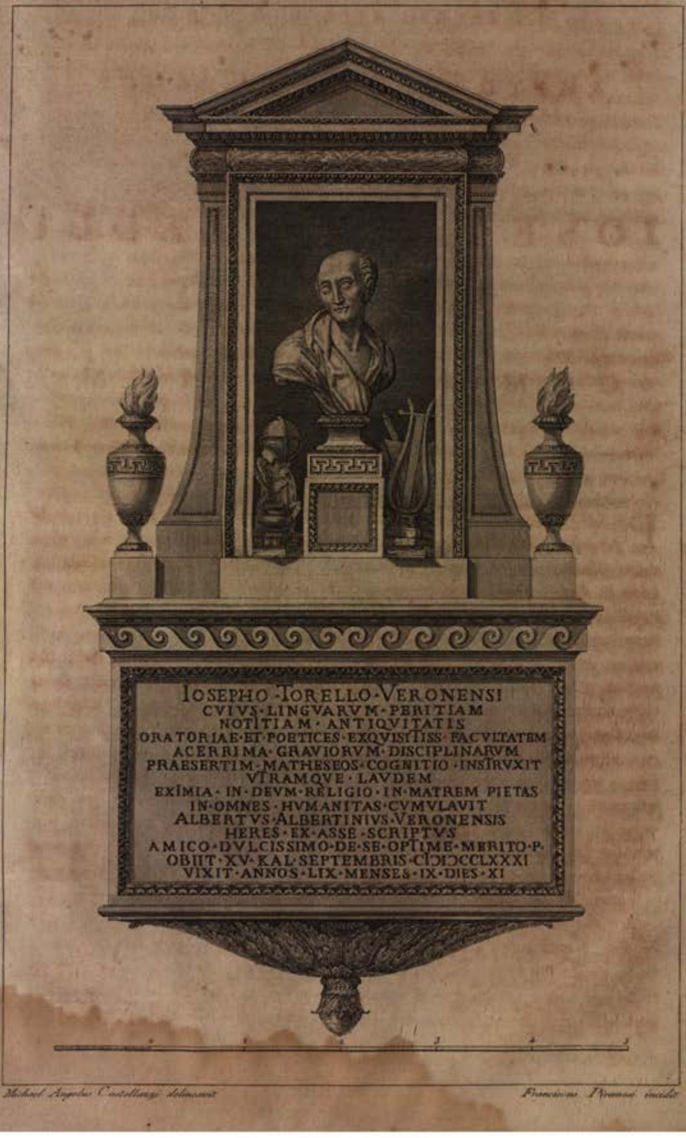
Τέλος ἐπέθηκα τούτῳ τῷ συντάγματι Χριστόφορος ὁ αὐέρος γερμανὸς τῇ πρώτῃ ἡμέρᾳ τοῦ χιλιοστοῦ πεντακοσιοστοῦ καὶ τεσσαρακοστοῦ τετάρτου, δαπανήματι τοῦ αἰδεσιμωτάτου τῶν ῥοδίζων ἐπισκόπου γεωργίου ἀρμανιακοῦ τότε πρὸς παῦλον τὸν τρίτον τῆς ἁγίας ἐκκλησίας τὸν ἀρχιερέα [illegible] ἐν τῇ ῥώμῃ παρὰ φραγκίσκου τοῦ κελτῶν βασιλέως ἐξαπεσταλμένου πρεσβευτοῦ :——

DABAMUS EX ÆDIBUS CLARENDONIANIS
JUNII 22, MDCCXCII.

ELENCHUS

ELENCHUS OPERUM.

	PAG.
Clementis Sibiliati de Vita ac Studiis Joſephi Torelli Veronenſis Commentarium.	i
Præfatio Joſephi Torelli.	xi
ARCHIMEDIS	
De Planorum Æquilibriis Liber Primus, cum Commentariis Eutocii Aſcalonitæ.	1
Quadratura Paraboles.	17
De Planorum Æquilibriis Liber Secundus, cum Commentariis Eutocii Aſcalonitæ.	35
De Sphæra et Cylindro Liber Primus, cum Commentariis Eutocii Aſcalonitæ.	63
De Sphæra et Cylindro Liber Secundus, cum Commentariis Eutocii Aſcalonitæ.	131
Circuli Dimenſio, cum Commentariis Eutocii Aſcalonitæ.	203
De Helicibus.	217
De Conoidibus et Sphæroidibus, cum Torelli Commentario in Prop. 12.	257
Arenarius.	319
De iis quæ in Humido vehuntur Liber Primus.	333
De iis quæ in Humido vehuntur Liber Secundus.	339
Lemmata.	355
Opera Mechanica, ut cujuſque mentio ab antiquis Scriptoribus facta eſt.	363
APPENDIX.	
Commentarius in aliquas Archimedis Propoſitiones de iis quæ in Humido vehuntur.	373
Lectiones Variantes Codicis Florentini.	379
Lectiones Variantes Codicum Pariſienſium.	421



Michael Angelus Castellazzi delineavit — *Franciscus Piranesi incidit*

CLEMENTIS SIBILIATI,

IN PATRIO PATAVINO LYCEO

RHETORIS AC PHILOLOGI,

DE VITA AC STUDIIS

JOSEPHI TORELLI

VERONENSIS

COMMENTARIUM.

PERVETUS querela eſt, et ab Homeri ætate ad noſtram uſque ſermunculis propagata, Mundi ſeneſcentis vitio et ineluctabili diſſolvendi ſui neceſſitati obviam euntis debilitari ſenſim omnia, Naturamque effœtam viribus minores imbecillioreſque fœtus in dies progignere tum corporum tum animorum. Eos, qui talia venditent, aut inconſiderati judicii accuſandos cenſeo, qui opinionem vix dignam auribus anicularum temere imbiberint, aut malevoli ingenii, qui priſcorum ſæculorum atque hominum prædicatione, ætatis, qua vivunt felicitati, et eorum, quibuſcum vivunt, gloriæ tacite obtrectent. Nam cum aſpectabilem hanc cœli terræque molem eadem, quæ condidit, divina virtus ac ſapientia per univerſas infuſa partes conſervet, ſingulares quidem res ſibi invicem ſuccedentes ortæ occidunt, et auctæ decreſcunt, at in ſua ſe per veſtigia circumagens rerum ordo retro ſublapſus referri nequit, nec fatiſcere Natura communis, quam divina illa fatigari neſcia virtus ſuſtinet, et immutabili prorſus æternitate tuetur. Sed multo minus languorem ac ſenium hominum ingeniis obrepere exiſtimemus, cum animi firmiſſimo atque immortali naturæ robore ſepti, temporum viciſſitudinibus obnoxii eſſe non poſſint, cum temporis ſint expertes. Conticeſcant igitur paſſim jactatæ voces defeciſſe hac noſtra ætate Philoſophos, Juriſconſultos, Mathematicos, Medicos, Oratores, quorum tam uberem ſegetem præteritæ ætates effuderint. Nam præter quam quod præpoſteræ mentis eſt breviſſimam ætatem hanc, quam fugientes veluti prætervehimur, cum omnibus retro actis ſæculis conferre, ſi quid noſtris temporibus detrimenti cepit literaria res, non inde cauſa arceſſenda, quod nobis Natura defuerit, ſed quod nos ipſi Naturæ deſimus, ejuſque dona aut fruſtremur nihil agendo, aut aliud agendo intervertamus. Quocirca præter alias cauſas, quas docti viri attulerunt, hoc etiam nomine magnam iis habendam gratiam arbitror, qui non

 unius

unius aut alterius tantum eminentiſſimi ingenii, ſed multorum virorum ſcientia, aut literis, aut ingenua arte aliqua præſtantium elogia ſcriptis tradiderunt, ac tradere porro pergunt. Quos inter Angelus Fabronius, Piſanæ Academiæ Moderator, vitas Italorum noſtra aut avorum noſtrorum memoria doctrina excellentium duodecim adhuc voluminibus cedro linendis perſecutus, retrúſas Italas opes ac veluti complicatas eduxit, evolvit, et in oculis totius Europæ defixit, nunquamque interituram nominis ſui famam cum eorum, de quibus ſcripſit, immortalitate communicavit. Hiſtoricorum quippe voce ac fide hominum virtus ac ſcientia anguſto circumſcripta loco, breviſſimæque hominum vitæ alligata protenditur latius, ac diutiſſime prorogatur, efficiturque ut defendat numerus, refutetque immerito illatam Naturæ injuriam, quaſi novis malignius conſultum voluerit quam antiquis. Quæ ſane cogitatio menti occurſans, acriores volenti ſtimulos admovet, ut quædam de JOSEPHI TORELLI vita, ſtudiis, moribus, ſcriptis proloquar, ut qui non diu vixit, nec unquam e patriis Laribus pedem extulit, fato functus in longinquas terras nominis ſui commendatione, dum bonæ loquentur literæ, excurrat.

VERONAM pernobilem Venetorum Urbem, et natura ſoli cœlique adſpirante præſtantium ingeniorum ſine intermiſſione fœcundam ſortitus eſt Patriam JOSEPHUS TORELLUS, qui honeſto prognatus genere anno 1721, tertio nonas Novembris, in vitam ingreſſus eſt. Patrem habuit Lucam Torellum, qui mercaturam faciebat, quam artem ignobilem nemo dixerit, niſi qui luxu ac deſidia nobilitatem metitur. Matrem nactus eſt Antoniam Albertiniam, Venetam mulierem egregie cordatam ac priſci moris, in quam mox vicaria patris quoque cura conceſſit, cum illum immatura mors familiæ ac filiolo ſuſtuliſſet. Ingeminato igitur officii munere, maternamque facilitatem paterna gravitate roborans, piis doctiſque viris, quos Somaſchos dicimus, alendum, primiſque literarum rudimentis imbuendum tradidit, dein Ballerinis Fratribus plenius erudiendum concredidit, qui præ ſumma, qua pollebant ſapientia, ſpectatis pueritiæ velut auſpiciis, ac tanquam ſervato cœlo ſpem reliqui temporis præcipientes morigeram Matrem cohortati ſunt, ut in Athenæum Patavinum quam primum mitteret, ac nihil non ſibi de ejus ingenio ac diligentia polliceretur. Florebat tunc quoque Gymnaſium hoc noſtrum magnorum Doctorum copia ac celebritate, quam nunc etiam male feriatorum voculæ adaugent, non ut illos, reor, nihil jam ſenſuros demereantur, ſed ut inducta comparatione præſentibus detrahant. Id ipſum, me puero, jactari conſueviſſe commemini, nempe illos qui ſuperiore ætate ſcholas rexiſſent ingenio ac ſcientia anteſtetiſſe iis ipſis, quos TORELLUS et ego tunc temporis audiebamus. Venit ille, atque ita toto quadriennii ſpatio perdius ac pernox in ſtudiis evigilavit, nulla ut ei temporis particula vacaret ab auditione, lectione, ſcriptione, commentatione; tantumque diligentiæ tribueret, ac ſi non maxima ingenio, quod illi magnum inerat, gratia habenda videretur. Una diſcendi cupiditas in locum aliarum cupiditatum omnium immigraverat, quibus reſtinctis aut conſopitis, nil mirum ſi integerrima quoque vitæ innocentia inter æquales præcelleret, feſtinataque maturitate non longe abeſſet ab Anteceſſorum gravitate atque prudentia. Hinc hi certatim illum non laudare ſolum, ſed etiam parentum inſtar omnibus officiis complecti, cum illo verſari familiariter, de arte, quam profitebantur, ſermones ſerere, acroaſes, quas publice eſſent habituri, domi prælegere; quod inter cæteros Cl. Morgagnium conſueviſſe compertum eſt, atque adeo libros in lucem edere ejuſdem nomini nuncupatos, quod præſtitit doctiſſimus idemque elegantiſſimus Hercules Dandinus Pandectarum Interpres, quo potiſſimum Duce in Juriſprudentiæ caſtris TORELLUS ſtipendia merebat. Non ita tamen ampliſſimæ huic Diſciplinæ ſe totum addixerat, quin verſatili, ut erat, ac multivolo ingenio ad alias quoque partitis vicibus applicaret ſeſe, et eo quidem fructu, ut de quacumque ſermo incidiſſet in ea una ſeparatim elaboraſſe judicaretur. Doctoris titulo et inſignibus auctus, Patriæ atque amantiſſimæ Parenti redditus, cum extremus atque unicus familiæ

ſuæ ſupereſſet, juris plane ſui iiſque fortunæ bonis inſtructus, quibus abuti ad vitæ mollitiem ac vitiorum illecebras potuiſſet, Ithacenſium exemplo non cera ſed ratione ſibi obturatis auribus Sirenios ſcopulos, ad quos fere ſeſe juventus omnis allidit, quam velociſſimo curſu prætemavigavit, ſeque totum in ſtudia bonarum Artium abdens et otium malorum peſſimum effugit, et animum multiplici doctrinarum ac virtutum ſupellectile locupletavit. Ac illud ſtatim deliberatum habens, ut uberes animo excepti ſatus ad pleniorem frugem feliciter adoleſcerent, redintegrare inſtituit et acrius urgere literarium curriculum, quod ſe plane abſolviſſe cenſent plerique adoleſcentuli, ubi eos laurea atque annulus honeſtaverint; quaſi vero hæc complementa ſint non invitamenta laboris et gloriæ. Cum autem nullam artem factitare decreviſſet, nullique addictus ſcholaſtico muneri cogitare atque agere rem aliam ex alia quotidie pro lubitu poſſet, non ab ingenio inſtitutoque ſuo receſſit, ſed curas cogitationeſque in multa ſubinde diſpertiit, fructuoſe et laudabiliter tamen, quoniam ea firmiſſima præjecerat fundamenta, eos ſubſtraverat ſcanſiles gradus, quibus non appoſitis, vel neglectis, inædificata deinceps ſtudiorum moles labatur et corruat neceſſe ſit. Quibus exemplis non utinam ſcateret ætas hæc noſtra, quæ ſeſe φιλοσοφωτάτην venditat, qua homines paſſim primorum elementorum rudes, quive nullum doctrinæ genus obtinent, aut ipſum tantum lacinia, in tutelam ſeſe ac fidem Encyclopedici alicujus Lexici recipientes in immenſo vadoſoque ſcientiarum atque artium veluti ſalo jactantur potius quam navigant. Quamvis autem Juriſperiti nomen exercitationemque defugeret, non tamen utriuſque juris ſtudio nuncium remiſit, imo nonnulla de Legibus ad Tullianam lucernam elucubrarat, neſcio quo fato dolendo certe intercepta. Hebrææ Linguæ, Græcæ, Latinæ, Italæ multum temporis ac vigiliarum impertiit, duabus illis prioribus ut eas probe intelligeret, duabus reliquis, ut ad uſum ſcriptionemque transferret. His adjecit Gallicam, Hiſpanam, Anglam, at hanc eo perfectius perdidicit quo lubentius. Ut enim Britannos homines maxime diligebat, ita Scriptores perdite amabat, et pervolutabat aſſidue; e quorum lectione præter vim proprietatemque ſermonis, mentis quoque ac pectoris excelſitatem roburque eliciebat gentem præ ſe ferens libertati natam et imperio. Imo pruriebat ei animus denuo reddendi hetruſcis carminibus Miltoni epicum poema, ut Rollianæ interpretationis labeculis ac σφάλμασι mederetur, idque jam inchoarat loca quædam ſelectiora carptim decerpens tum ad ſpecimen reliqui operis, tum fortaſſe ut quam ſimillimo munere remuneraretur Miltonum ipſum, qui ut Italæ nationis amiciſſimus, ita noſtratis linguæ apprime callens aliquot olim Dantis atque Areoſti eminentiora loca anglicis verbis numeriſque reddiderat. Ethicen, Metaphyſicen atque adeo diſceptatricem Theologiam cognitam habere voluit, non amore magis quam more ductus, cum in ea incidiſſet tempora, quibus concertationes de jejunio, de uſura, de magica arte, de probabilitate in moribus regundis Veronæ vigebant, ſeu potius dixerim, graſſabantur. Hiſtoriam priſcorum hominum ac populorum ſibi prope vectigalem fecerat, facem ubique præferentibus Chronologia, Geographia, et Arte Critices. Quam artem, qua ſuppoſititia a genuinis, interpolata ab integris, optima a ſequioribus internoſcuntur, ſecum circumtulit conſiliariam et adminiſtram, ad alias quoque diſciplinarum provincias obeundas, ut citius quis illi reliqua ingenii ornamenta denegaſſet, quam limatum acerrimumque judicium non conceſſiſſet. Muſicen non leviter attigit, non quidem ut caneret ipſe aut pſalleret, ſed ut totam canendi pſallendique rationem, quam plerique ſenſu tantum percipiunt, ipſe intellectu etiam ſequi et aſſequi poſſet. Probabat ille tamen in vocum nervorumque modis non tinnulos ſed graves, non ſubſultantes inerrantibus numeris, ſed in varietate eodem ſemper redeuntes, non aurium tenus vim terminantes ſuam, ſed illabentes in ima pectoris, cienteſque modo hos affectus, modo illos, pro ut res ipſa poſcat, aut poeſis præeundo imperet. Quod ſane genus, ut ita dicam, eloquens, flexanimum naturæ ac veritati conſonum

Pata-

Patavii proxime a Tartinio et Vallotio, Venetiis a Benedicto Marcello omnium vere Coryphæo laudabiliter uſurpatum nunc jam in deſuetudinem ac tantum non in faſtidium ſenſim abit, ut Platonis dicto adſtruatur fides, inflexis moribus muſicen immutari. In Pictura eruditis ejus oculis ſtudio atque uſu adjutis vel ipſimet artifices, Cignavolus in primis, plurimum tribuebant, rogatoque ſententiam de graphicæ ſervata fide, de colorum harmoge, de tabulæ pretio, de auctoris nomine, eam licet modeſte ac circumſpecte prolatam paſſim harum rerum amatores excipiebant ſine provocatione. Ipſe quoque domi, non quidem lautam ſupellectilem, quam opulentioribus relinquebat, ſed ſpecimen aliquod inſignium quarumdam tabularum collegerat, incipiens ab ea ætate, qua e Græcia velut extorris ars iſthæc Italo affini cœlo benignius ſuſcepta vivere vitam cœpit priore illa ſua fortaſſe potiorem. Harum unam percaram ſibi non magni moduli quidem at permagni artificii, quæ coloris ac luminis hilaritate ac flore quodam humanam ſortem egreſſæ pulchritudinis adjeciſſe aliquid etiam videtur earum, quas pictas exhibet, ſacrarum imaginum religioni, quæque a me viſa ſemel habitat adhuc in oculis, vivens dono dedit Chirographo ſuo ſe mortuo repoſcendam Jacobo Wrightio elegantiorum artium cultori, et Britannici Regis nomine apud Venetos Legato. Hic enim biennium una cum lectiſſima conjuge, liberalibus et ipſa ſtudiis patrio more innutrita, Veronæ commoratus, eam ſe perdidiſſe crediderat diem, quæ non viſo auditoque Torello ſibi præterfluxiſſet, eidemque hoſpitalem teſſeram in patriam redux dimidiam reliquerat, dimidiam ſecum abſtulerat. Architecturam vero eo coluit accuratius, quo utiliorem pernoverat tum rei privatæ tum publicæ. Cum enim ſuperiores artes duæ voluptati potiſſimum oculorum atque aurium lenocinentur, ſine iis conſiſtere humana ſocietas poteſt, hac ſublata non poteſt, niſi forte malimus ad Numidum mapalia, aut Troglodytarum ſpecus redire. Nec antiquariorum ſolertem peritiam neglexit, ſed numiſmatum, gemmarum, ſiglarum, toreumatum, anaglyphorum, aliorumque quibus Cimeliarchia decorantur, ac præcipue literatorum lapidum, ſatis ſe gnarum pro re nata perhibebat; ac vix ulla monumentis aut ſimulachris Veronæ ponebatur inſcriptio, quam non ille compoſuiſſet, aut ab aliis compoſitam non ſaltem penſitaſſet. Documentorum porro genus omne conditam condendamve patriam urbem, ad hæc uſque tempora bono in lumine collocantium, non quidem percurſum et quaſi memoria decantatum habebat, ex immortali præſertim Veronæ illuſtratæ opere, ſed ſuis inſuper qua vendibilibus conjecturis, qua firmioribus argumentis ita roborarat et cogitatione ſepſerat, ut de quacumque re aut fando audita, aut oculis repente oblata conſuleretur ea ex tempore promeret, quæ videri poſſet recentiſſime meditatus. Itaque nullus vir Regius, aut Tethrarcha peregre Veronam proficiſcebatur qui non ad ſe Torellum acciri juberet, eoque Myſtagogo uti cuperet ad viſenda et recognoſcenda ſingularia ornamenta ejus Urbis, in qua ubicumque incedimus in aliquam hiſtoriam veſtigium ponimus. Nec Torellus indonatus abibat, ſed ita tamen ut non ipſe eorum monilibus ditior, quam ipſi ejus alloquio diſcederent ornatiores.

Verumtamen ſi hoſpitia ſibi quæſivit in aliis, in Mathematicis et in humanioribus ſtudiis domicilium, quaſique tabernaculum vitæ poſuit. Quæ duæ cum inter ſe natura atque inſtituto minimum congruant, ſeu potius confligant, bicipiti, ut ita dicam, ingenio præditus ſit oportet qui præclare utrique alterna vice operam navare velit, ne ſi facultas altera tranſverſa incurrat in alteram utraque interturbetur. Animorum quippe vis, non ſecus ac corporum, aut adverſis alliſa motibus diffluit, aut obliquis alio detorta debilitatur. Torellus unus e pauciſſimis habendus, qui geometrarum adductam et ſuperciliosam gravitatem cum Muſarum Charitumque amœnitate conjungeret, eademque dextera modo circinum modo plectrum ſcite tractaret. Quos autem in Mathematica ſcientia (quam ſibi ea etiam de cauſa commendari dicebat, quod non, ut diſciplinæ fere omnes, magnam biblio-

thecam

thecam poſtulet, ſed paucis quibuſdam principiis innixa non magis in Urbe quam in agris commodiſſime coli poſſit) quos, inquam, in ea quantoſque mentis acumine ac laboris ſedulitate progreſſus fecerit, inconſultus ſim ſi multis coner oſtendere, cum Archimedeum hoc illius evigilatum opus ante oculos omnium interque manus verſetur. Quid enim ſponſore interpoſito opus ei ſit, qui repræſentata re fidem exſolvit ſuam? Quanquam ſponſionem jam fecit, deditque voluntatis ac judicii prærogativam antequam in lucem ederetur ea ipſa, quæ in lucem edit humaniſſima ac doctiſſima natio, de qua tot jam revolutis ſæculis iterum dici queat exactior Matheſis in Britannia reperta, atque inde in Galliam aliaſque gentes tranſlata eſſe non quidem exiſtimatur ſed plane cernitur. Manſuetiores porro literas nec cura leviore et longiore etiam intervallo, toto ſcilicet vitæ decurſu in deliciis habuit, ad quas non doctus ſed factus, non inſtitutus ſed imbutus videbatur. Inerat enim illi acerrimus ſenſus a natura, teſtis ac index exquiſitiſſimus pulchritudinis, quo tanquam conſiliario intus admonente, quid venuſtum, quid turpe, quid ſincerum, quid non, et ſagaciter odorabatur et tuto arripiebat. Inficiabatur enim ille uſu atque induſtria novum, quem Natura non indiderit, parari poſſe ſenſum veri ac pulchri, ſed tantum quem illa dederit, poſſe ſtudio atque exercitatione corroborari. Ut autem in Geometricis antiqua recentibus præoptavit, ſic in amœnioribus artibus veterem eloquentiæ formam ſibi unam propoſuit, in quam intuens in eaque defixus ad ejus imaginem mentem et calamum dirigeret, eamque injuria annorum atque hominum veluti tabulam vaneſcentem vetuſtate iiſdem, quibus fuerat, coloribus renovaret. Oderat quippe illorum (libertatemne dixerim an licentiam?) qui conſpiratione facta de ſpatio curriculoque majorum deflectentes, aliam ſibi quamdam inuſitatam viam munierunt, ad quos frequens juventus adhinnit in nova omnia maxime prona, quæque nacta quos admiretur eorum effici ſe quam ſimillimam geſtit. Eos item, qui ut in veſtitu cæteroque beatioris vitæ cultu, ſic in literis nil elegans putant niſi Sequana advectum, igni et aqua interdici oportere dictitabat, igni, ut arbitror, Apollineo et aqua Hippocrenæa. Ac ſi quandoque in Gallica præſertim poeſi perſtringenda modum exceſſit, ferendus hercle magis quam ii quibus ſuccenſebat, quique in extremum e regione poſitum ruunt exemplo pejore quam errato. In eo quidem laudabo nunquam quod, ne leviculos offenderet, graves interdum et ſucci plenos ejus gentis libros tranſmiſit, atque inde libanda eruditio ſi frugifera ipſi futura erat, defuit, ſin minus, abfuit. Sic ea etiam carmina et orationes vel digito attingere detrectabat, quas aut parum emendata dictio inficeret, aut nimium conquiſita effœminaret, vel ſi quando curioſitate aut officio compulſus legeret, ſtatim ſumebat in manus veterem aliquem oratorem aut poetam, ut optima lectione dilueret quidquid externæ labis forte inhæſiſſet. Quidni autem improbaret abnormem dicendi formam ac diſſimilem ſuæ, qui in apta ſibi ac perfecta paranda claſſicorum imitatione tantopere elaboraverat, cum ulius quiſque ſuam maxime probet quamvis ab archetypo auctorum principum deſciſcentem? Ac ſi inter meticuloſam imitationem et effrænem libertatem non viſus eſt admittere plures interjectos et utrinque reductos gradus, parcendum in hoc ſemel homini geometræ non diſcedenti ab arte ſua, quæ inter immenſum curvarum numerum unam tantum atque unicam rectam lineam agnoſcit. In latine ſcribendo, in quo ſe valde amabat, nihil ejus dictione purius, nitidius, caſtigatius ad unguem. Illum ego unum ex triariis latinæ legionis apud noſtros Italos non jocoſius quam verius appellitare conſueveram, qui, modo quidpiam ſcriberet, refelleret ipſa re captioſas Alembertii concluſiunculas negantis poſſe quenquam mortalium tam ſero natum non improprie, incallide, invenuſte Romulidum uti lingua. Qui doctiſſimus quidem homo, at homo tamen, videri poſſit tanquam alter Hermagoras a TULLIO notatus, non quid ars, ſed quid ipſe poſſet expoſuiſſe. Neque tamen noſter hic aut difficultatem diffitebatur,

aut laborem deſugiebat. Alienus quippe ab oſcitanti eorum ſecuritate, qui linguam hanc libris tantum ſuperſtitem adhibentes, memoriola unice confiſi quidquid ſtilum ſubierit cartis illinunt, limæque parcunt magis quam famæ ſuæ, lente ac prope moroſe excutiebat omnia, delebat, retractabat, ad eum tamen modum ut anxia iſthæc accuratio uni ſibi, non legentibus innoteſceret. Teſtis eſto hæc ipſa Archimedis interpretatio, in qua æſtimanda ea ne nos cogitatio prætervolet Romanos olim non, ſicuti Græcos, in mathematicis diſciplinis fuiſſe verſatos, notionibuſque pluribus deeſſe apud illos appellationes, ut oporteat transferre aut circumire, quod operoſioris induſtriæ eſt, quam quivis non auſus idem aſſequi poſſit conjectura. Sed næ ego ineptus, qui hæc recinam iis, apud quos hæc in lucem prodit editio, quique in hac re percipienda ſuo non alieno palato ſapiunt, ac tantum abeſt ut Latiali linguæ voce unquam aut ſcriptis oblatraverint, ut eam populis olim omnibus jura dantem, boni etiam ominis cauſa, tanquam Statores Joves ſartam tectam in ſuis Inſulis retinuerint, ac deinceps, quod bene vertat, ſint retenturi. Hetruſca autem lingua ſive quid ſolutum, ſive ligatum numeris pertexeret, ita ſtilum ſuum ad eorum, qui XIV aut XVI ſæculo floruere, exemplaria conformabat, ut non quidem eorum æmulus, ſed unus omnino ex ipſis judicaretur. Imo prætermiſſo nomine, ne annorum quidem auctoritas ejus ſcriptis fuiſſet defutura. Attamen in verſibus pangendis, ſi quid video, lenes ac teretes Franciſci Petrarchæ modos cum paulo hiantibus et ſcrupoſis Joannis Caſæ numeris temperabat. In proſa autem oratione ex Boccacio et Davanzato frontibus adverſis ſecum invicem collidentibus, tertium quoddam ſibi ſtili genus conflaverat ſcriptorem redolens utrumque ac neutrum. Non pauca varii argumenti, quorum Elenchum in calce dabimus, ſermone utroque publici juris fecit, quorum pleraque ſi vitilitigatorum leviſſima capita libellos potius quam libros vocitent, proindeque minoris faciendos ducant, velim pauliſper advertant non eum fuiſſe TORELLUM qui ſeſe ſtudiis mancipaſſet ut ex muneris functione alios opime erudiret, ſed ut ſe ipſum honeſto in otio jucunda veri ac pulchri contemplatione diſtrictum occupatumque teneret. Quanquam ſi quis attente illius etiam opellas legat ac penſitet, mehercule intelliget, quemadmodum longa non ſunt quibus nihil adimi, ita nec brevia, quibus nihil addi queat, contracta velut in arctum artis majeſtate, ac ubertate rerum; nec illum ingenii ſterilitate, ſed dedita opera maluiſſe litare Muſis thure aut farre cum potuiſſet hecatombe. Nihil profecto factu proclivius homini tam ingenioſo, tam navo, tam erudito ac ſeſquipedalia volumina concinnare mole quidem non virtute majora, in tanta præſertim hujus ſæculi proſtantium doctrinarum nundinatione.

Periclitari quoque ingenium voluit in transferendis Græcorum Latinorumque carminibus, cumque apud Quintilianum, puto, legiſſet græca diſcere cupienti ab Æſopo incipiendum, fabellas ejus omnes, quas vel ipſe Socrates fertur olim verſibus illigaſſe, latinas fecit. Qua in re ſi quis illum actum egiſſe dixerit, rogandus eſt ut TORELLIANAS prius cum alienis conferat, ac ſi appareat ab aliis elegantius fuiſſe converſas, tum vero hoc quidquid eſt ſive laboris, ſive induſtriæ, ſive exercitationis contemnat. Mox Theocritum Italo Cœlo, ſeu potius ſuo, utpote Syracuſanum reſtituit, ac illud ſimplex munditiis molle ac facetum paſtoritii ſermonis genus tam belle retulit, ut non minus ipſe cum Theocrito, quam hetruſca lingua cum græca de copia, proprietate, concinnitate decertet. Nec de latinis Poetis bene mereri neglexit, ac inter alia Epithalamium Catulli tribulis ſui de nuptiis Pelei ac Thetidos, nuncupatum a Cæſare Scaligero divinæ Æneidos veſtibulum; ac Plauti Comœdiam, cui titulus Pſeudolus, de qua tantopere auctor ipſe, TULLIO teſte, ſibi plaudebat, in Hetruſcos numeros ac modos ita convertit, ut eandem aleam ſubire volentibus proximum tantummodo a primo locum reliquerit. Attamen nuperrime Neapolitanus homo ſuam

fabu-

fabularum Plautinarum interpretationem evulgaturus, memoratis aliis qui in eodem ſtudio deſudarunt, hanc Torelli indictam præteriit; non auſim dicere ne contentione facta in dubium laudis diſcrimen adduceretur, ſed quod ad ejus manus non fuerit allapſa. Dolenda quippe vice in hoc bonarum artium librorumque e prælis indies prodeuntium commercio, minus propemodum a noſtro diviſos orbe Britannos experimur, quam Taurini populi Tuſcos, Tuſci Calabros. Italiæ ſiquidem tot regnatæ Principibus, quaſique in partes diſciſſæ deſit Urbs caput, in quam velut in commune centrum ductæ ab extremitate omni lineæ concurrant; optandumque foret ut quemadmodum olim in terra Græcia πολιτικοὶ, ita literarii nobis ſuppeterent Amphictyones, qui e ſingulis provinciis adlecti in aliquem ſtatum locum convenirent diſceptaturi de communibus ſtudiis, ſuaſque interim allaturi eruditas opes ac alienas reportaturi. Redditi item ab illo duo priores Æneidum Libri tam pari ac gemina (ita me Dii ament!) verborum conformatione, numerorum conſenſu, ac toto corporis inceſſu habituque cum exemplari concinunt, ut in eos optime quadret Virgilianum illud de Laride Thymbroque gemellis fratribus Æneid. l. 10. v. 390.

> - - - - - - - - - - - - - - ſimillima proles
> Indiſcreta ſuis gratuſque *legentibus* error.

Ut autem in literarum profeſſione, ſic in vivendi ratione tota priſcæ virtutis retinentiſſimus fuit, cumulavitque ſcientiam ſapientia, ut decebat eum, cujus animus aſſidue inter veterum ſcripta, nempe inter mores incorruptos et candidos verſabatur. Homo vere frugi, quique temperantia modeſtiaque ſua adverſus ſæculi luxum certaret, ornatumque vitæ in ſimplici cultu et condecentia poſitum vellet. Avitæ religioni citra ſuperſtitionem addictiſſimus, propoſiti cum judicio tenax, ſervantiſſimus æqui et videbatur et erat, quique etiam ſublatis legibus eamdem ſemper probitatis conſtantiam retinuiſſet. Pudiciſſima illi non oratio ſolum ſed vita, quam expertem thalami duxit, quo ſolutior expeditiorque Minervæ ſacris operaretur, quam non ſine cauſa innuptam Virginem, ut etiam Muſas, Mythologi commenti ſunt. Facillimi ad eum aditus, et ex ejus congreſſu nemo non alacrior et eruditior redibat, quorum alterum æquabilem morum ſuavitatem, alterum lubentem communicationem doctrinæ prodebat. In amicitiis colendis obſequens et firmus quam maxime. Non longe abiero a memet ipſo. Is enim vix dum ephebus inito mecum Patavii amicitiæ fœdere in eo tam firmiſſime ſtetit, nulla ut alia toto vitæ curſu inter me ac illum interceſſerit contentio præter unam, uter alterum vinceret benevolentia ac fide. Teſtor ſexcentas illas epiſtolas noſtrarum ſententiarum et cogitationum conſcias, quas ſervo ſervaboque dum vivam, quaſque oculis identidem uſurpans redivivam ejus imaginem, inerrantemque veluti ſpiritum haurire mihi videor, jacturamque tam cari capitis aliquantiſper lenire. In quibus præter animi ſenſa capit me etiam mirifice accurata ſermonis integritas urbanitaſque Attico ſapore perfuſa, atque adeo manus ipſa, quæ compoſitiſſimas nitidiſſimaſque literulas tam belle exarabat, ut nil propius abeſſet a typorum ſimilitudine. Ut autem gloriolam ex leviſſimis honoris inſignibus collectam contempſit, ita ſolidam ac veram appetiit tanquam peſtiſſimam mercedem virtutis; invidiæque omnis ac maledicentiæ non expers modo ſed inſcius illud aſſecutus eſt, ut in tanta ſemidoctorum colluvie invidiam viciſſim et obtrectationem effugeret, ſummiſque ac infimis juxta carus eſſet. Cariſſimus certe fuit Scipioni Maffeio, quocum communicare ſolebat cogitata et conſilia omnia, ac viciſſim ille ſua cum Torello multum licet natu minore, permutatione plane diſſimili atque illa Diomedis cum Glauco; cum hic utrinque non χρύσεα χαλκείων ſed aurum auro rependeretur. Veronenſes reliquos memoratu alioqui digniſſimos, a quibus nullum illi amoris atque exiſtimationis teſtimonium defuit, invitus prætereo, ne ſi omnes percenſeam, longa, ſin paucos excerpam, odioſa futura ſit oratio mea. Præſertim cum Maffeius multigena illa doctrina ſua

non

non tam ſingulos provocet, quam unus ferme exhibeat univerſos. Ex Venetis Patriciis duos tantum commemorabo, qui tamen et ipſi inſtar erunt plurimorum. Hieronymum Aſcanium Juſtinianum Equitem, qui jam tum a Prætura Veronæ præclare geſta JOSEPHUM TORELLUM affini tantum virtute animorum conciliatricula ſibi commendatum in clientelam ultro recepit, nec decedens ea unquam propenſioris animi officia intermiſit, quæ abſentem abſenti reddunt. Vir et ipſe hæreditario velut jure mitiorum graviorumque diſciplinarum cognitione utiliumque linguarum facultate anteferendus plurimis, poſthabendus nemini, ſed quo haud facile invenias quempiam compoſitum magis in doctrinæ ſuæ diſſimulatione. Benevolum quoque habuit et aliquandiu etiam Veronæ ſtudiorum ſocium in legendis præſertim philoſophorum Græcorum libris Angelum Quirinum, ad quod epulum uterque Conviva ſymbolam ſuam largiter conferebat. Quanta enim Senator hic doctrina, eloquentia, ac pulcherrimarum artium acerrimo ſenſu polleat cum multa teſtantur, tum in primis Alticheriana Villula, in qua extruenda ornandaque talis ſeſe ubique exſerit ſibi inſtans induſtria, eruditus ſapor, intelligenſque judicium, ut inde tota plane heri ſui mens animuſque pelluceat. Defatigarer equidem numerando ſi exteros quoque percenſere ſatagam genere aut ingenio aut utroque nobilitatos, quibus aliqua cum eo conjunctionis neceſſitudo interceſſit. Sed tacitus præterire nullo modo poſſum Philippum Stanhopium *τὸν μακαρίτην* proxime ſublatum ex oculis, non ex animo bonorum omnium atque ſapientum; Davidem Stormontium ſummatem Virum, quem nominare laudare eſt; Archiepiſcopum Cantuarienſem ingenio ac virtute dignitati quam ſuſtinet prorſus parem, qui unam atque eandem eſſe putantes literariam Rempublicam in omnia pertinentem loca, iiſque tantum quibus terrarum orbis finibus contentam, Italo homini atque operi adeo impenſe patrocinati ſunt, ut Conterraneo ſuo non potuiſſent impenſius. Quos ſane arbitror una cum reliquis Civibus dictum illud in ore habere Ducis Carthaginienſis apud Ennium, at ſalubriore ſententia.—Scientias qui provehat erit mihi Albione natus quiſquis erit. Sed memorita præ cæteris commemoratione fraudandus non eſt Joannes Strangius Nationis ſuæ Orator apud Venetos, Naturæ interpres apud omnes, cujus gratia et auctoritas nunquam TORELLO defuit, quem vivum perſpectiſſima benevolentiæ teſtificatione honeſtaverat. Nihil autem honorificentius quam probari ac diligi ab eo Viro, quem qui Plinium Britannicum appellet, is ſciat latine ſe non oratorie locutum. Quanquam et Itali, Patavini in primis, ſuum vindicant, qui Euganeis collibus diu ac ſedulo perluſtratis multa ac nova naturalis hiſtoriæ arcana deprehendit ac pateſecit, eamque primus rem acu tetigit, quam vix unus aut alter e noſtris divinando tantum olfecerat*. Ac ut olim M. TULLIUS, detecto Archimedis ſepulcro, gloriatus eſt Syracuſanos ejus cives illud fuiſſe ignoraturos niſi ab homine Arpinate didiciſſent, nunc jure ſibi plaudat Strangius Patavinos ignoraturos fuiſſe montium ſuorum *γένεσιν καὶ ἀρχαιότητα*, niſi Tameſi advectus homo intento digito commonſtraſſet. Tantis igitur fultus meritis et patrociniis quæ non TORELLUS ampliſſima munia tum ad quæſtum, tum ad dignitatem non quidem ad alienæ petitionis occaſionem intercipere, aut precibus efflagitare, ſed nutu ipſo non aſſequi potuiſſet? Sed meruiſſe contentus cupidioribus, aut egentioribus relinquebat, tum quia nihil illi dulcius beatiſſimo Patriæ ſolo, penatibus, zotheculis ſuis, tum quia ne Attalicis quidem conditionibus divelli ſe paſſus eſſet a grandævæ ac valetudinariæ Matris convictu adſpectuque, cui ſic viventi aſſedit, ſic morienti illacrimatus eſt, ut ejus in illam amor titulo res digna ſepulchri habita ſit. Sed quam ille parenti optimæ, Patria amantiſſimo Civi luctum mærorem que retribuit, cum ille vigenti adhuc ætate ac viribus

* Videſis Alberti Fortis Italicam Diſſertationem Intorno la vera ſituazione delle Iſole Elettridi degli Antichi. Tomo I. de' Saggi Scientifici e Letterari dell' Academia di Padova 1786: in qua nominatiſſimus ille naturalis Hiſtoricus, et quidem Patavinus, ea de Cl. Strangio rata facit, quæ hic ego obiter attigi.

bus brevi acutoque morbo correptus pie conſtanterque naturæ conceſſit. Cadaver funebri pompa elatum, delatumque ad Divæ Anaſtaſiæ. Monumentum illi extructum e marmore, cujus in faſtigio locata ſtatua, vivæ perſimilis, ex gypſea larva in ipſo demortui ore efficta, cum inſcriptione quam legere eſt in baſi ipſiuſmet monumenti, quod hic quoque lineari pictura ex vero fictum conſpicitur. Cæterum Albertus Albertinius inſtitutus hæres, cujus magna et copioſa mercatura non parum alitur Veronenſe Commercium, artemque ipſe ſuam nobilitate animi, cultuque ingenii condecorat, nihil omnino prætermiſit eorum, quæ viſa ſunt e re ad proferendam obſignandamque affinis ſui, at arctius amici, gloriam nunc jam in tuto poſitam, mutuata a nunquam deſituro Archimedis nomine conſociatione immortalitatis. Ac parum ſe feciſſe ratus ſi imaginem tantum corporis daret, animi quoque effigiem qualemcumque hanc a me non nolente obtinuit. Canonicorum Collegium, quorum ſelectiſſimæ Bibliothecæ libros ſuos omnes ſupremis tabulis legaverat, nunquam intermorituram accepti beneficii memoriam cum perenni conteſtataque largitoris laude extare voluit, tanquam alienis quoque ſcriptis poſterorum educatoris. Philarmonicorum perilluſtris Academia Sodalem ſuum optime meritum ſolemni ſtataque die publica oratione ornandum decrevit. Eam habuit atque edidit Eques Hieroſolymarius Hyppolitus Pindemontius Veronenſis Venetuſque Patritius, cujus ſpectata eloquentiæ ac doctrinæ laus ſola pietate erga extinctum ſuperata eſt, quem præceptoris atque adeo parentis ſe habuiſſe loco grato animi ſenſu commemoravit, plaudente Verona tota, ac Josephi Torelli nomen in album immortalium ſuorum civium referri jubente. Quo adjecto illorum non tam numerum, quam pondus augeri ſenſit.

OPERA EDITA.

Lucubratio Academica, ſive Somnium Jacobi Pindemontii &c. Patavii ex Typographia Seminarii. 1743.

Animadverſiones in Hebraicum Exodi librum et in Græcam LXX Interpretationem. Veronæ. 1744. Typis Seminarii.

De principe Gulæ incommodo, ejuſque remedio, Libri duo. Coloniæ Agrippinæ. 1744.

De probabili vitæ morumque regula. Coloniæ. 1774.

De rota ſub aquis circumacta Epiſtola. Veronæ. 1747.

Li due primi Canti dell' Iliade (di Scipione Maffei) e li due primi dell' Eneide di Giuſeppe Torelli tradotti in verſi Italiani. Verona per Dionigi Ramanzini. 1749.

Gli ſteſſi due canti dell' Eneide riſtampati ſoli lo ſteſſo anno per lo ſteſſo Ramanzini.

Scala dè Meriti a capo d' anno Trattato Geometrico. Verona 1751 per Agoſtino Carattoni.

De Nihilo Geometrico Libri 2. Veronæ. 1758. Typis Auguſtini Carattoni.

Lettera intorno a due paſſi del Purgatorio di Dante Alighiero. Ib. 1760.

Della Denominazione del corrente anno volgarmente detto CIƆIƆCCLX in Bologna per Lelio della Volpe.

Il Pſeudolo. Comedia di Accio Plauto in verſi Italiani, e ſi aggiunge la traduzione d'alcuni Idilli di Teocrito e di Moſco. Firenze. 1765.

Inno a Maria Vergine nella Feſtività della ſua Concezione. Verona. 1766.

Lettera a Miladi Vaing-Reit premeſſa al libro che ha per titolo XII lettere Ingleſi, con altra lettera all' Autore della ſuddetta. Verona. 1767.

Elegia di Tommaſo Gray, Poeta Ingleſe in un Cimetero Campeſtre in verſi italiani rimati. Verona. 1776.

Geometrica. Veronæ. 1769.

Demonſtratio antiqui Theorematis de motuum commixtione. Veronæ. 1774.

Lettera ſopra Dante contro il Signor di Voltaire. Verona per gli Eredi di Marco Moroni. 1781

Poemetto di Catullo ſu le Nozze di Peleo e Tetide, ed un Epitalamio dello ſteſſo. ivi. 1781.

OPERA INEDITA.

Æſopi Fabulæ ex græco in latinum verſæ et illuſtratæ.

Teocrito tradotto in verſi toſcani.

Elementi d' Euclide tradotti nell' idioma italiano.

Elementorum Proſpectivæ Libri duo, propediem in lucem exituri.

PRÆFATIO

JOSEPHI TORELLI.

QUICUNQUE Geometriæ ſtudium via et ratione inſtituit, illud fere ab antiquis Auctoribus exorditur, atque in eorum ſcriptis perlegendis prima ingenii rudimenta ponit. Qui enim Analyſin ſtatim amplectitur, quod plerumque fit, poſthabita Syntheſi aut neglecta, idem facit atque ille, qui labyrinthum ſine filo ingreditur, ac ſe variis viarum flexibus implicat nullum exitum habituris. Neutonum quidem accepimus queri de ſe ipſo aliquando ſolitum, quod perlecto nondum Euclide ea diligentia, quæ adhiberi in tanto Auctore debuerat, ad Carteſium alioſque propera quadam cura deſcendiſſet. Neque enim ignorare poterat, aut diſſimulare volebat vir, vel ex hoc ipſo ſummus, quia ingenuus, quid ſibi ad ſummam laudem deeſſet. Et ſane, ut magnus vir ille ſit, qui obſcura et involuta arcana arte detegit, major tamen eſſe videbitur, ſi quæ detexit, ea noverit certa ratione demonſtrare. Qui vero, quod unus aliquis affirmaverit, id ita eſſe ſine ulla probatione credit, præpoſtere agit; dum id homini tribuit, quod unice rationi tribuendum eſt. Non ſum neſcius, quæ antiqui pertractarunt, eadem a recentioribus pertractata eſſe, et quotidie pertractari; ſed, abſit dicto invidia, labore prorſus irrito. Si enim Euclides, ut de hoc uno loquar, aliqua in parte peccat, cur non redarguis? Sin autem in omnibus ſibi conſtat, cur eadem mihi aliis verbis proponis? At quædam ſcilicet recentiores detorquent, invertunt, immutant. Ita quidem exiſtimo: ſed tamen dum hoc faciunt, quid, quæſo, aliud agunt, quam ut ſarcinatores imitentur, qui fœminarum veſtes quotannis refingunt, ut eas ad ſæculi mores accommodent? De brevitate autem, quam tantopere jactant, quod dicunt, id nihil eſt; cum breve nihil dici debeat, quod ſine explicatione aliqua intelligi nequit, et minus perſpicue traditur. Quæ cum ita ſint, optime illi mihi de Geometria meriti eſſe videntur, qui in antiquis Auctoribus emendandis illuſtrandiſque operam poſuerunt. Cum autem Euclides, et Apollonius eo, quo debuerant, cultu, jampridem in lucem prodierint, reliquus erat Archimedes, ordine quidem tertius, dignitate vero, ſi ſuum cuique pretium ſtatuatur, facile princeps.

Natus fertur Syracuſis anno altero Olympiadis CXXIII; hoc eſt ab U. C. CCCCLXVI; utique ſi habenda fides eſt Joanni Tzetzæ, qui annum ætatis ſuæ LXXV ipſum exceſſiſſe tradit. Ortus autem eſt genere nobiliſſimo, utpote qui Hieronis Syracuſarum Regis, teſte Plutarcho, propinquus fuit. Nam quod eum Cicero Lib. V. Tuſcul. Quæſt. humilem homunculum vocat, id nihil officit; quoniam ibi cauſſæ ſervit, et ut Dionyſium deprimat, Archimedem, quem illi præfert, oratoria arte proſternit. Niſi forte illud veriſimilius videtur

Archi-

Archimedem Hieronis propinquum fuiſſe, quatenus is materno genere inferior erat, quippe ejus mater ſervili loco nata fuerat. Cum ingenio eſſet admodum acri, Geometriæ ſtudio ab ipſa pueritia ſeſe dedit. Mox adulta ætate profectus eſt in Ægyptum; quod tum facere Græci fere omnes ſolebant, ut Ægyptiorum Sapientiam, quæ maxima ferebatur, perciperent. Erat tum in iis regionibus Conon unicus cœli Syderumque ſpectator, quem ſibi Archimedes familiariſſimum fecit, tantoque in honore habuit, ut unum ſibi ſuorum operum indicem deligeret. Itaque et vivum omni officiorum genere excoluit, et mortuum, haud ſecus quam mater unicum filium, eluxit. Præclarum ibi ingenii ſui documentum dedit aggeribus extructis, cochleaque inventa, cujus ope exundantis Nili fluminis aquas exprimeret. Alias præterea regiones adiit, atque in iis aliquandiu commoratus eſt. Tandem reverſus a longa peregrinatione domum ſe recepit, atque ibi libros magna ex parte compoſuit, qui adhuc extant, quique otium et quietem hominis minime peregrinantis requirere videntur. Tanto autem animi ardore in meditando fuiſſe traditur, ut cibi interdum ac ſomni, aliorumque, quæ corpori curando neceſſaria ſunt, oblivifceretur! Quin etiam cum in balneum deſcenderet, figuras in foco deſcribere ſolebat, corpuſque, ſi quando ungeretur, notis digito interſtinguere. Atque hinc factum eſt, ut vana etiam de illo crederentur, Sirenen quamdam familiarem habuiſſe, quæ ipſum voce cantuque perpetuo deliniret. Interim accidit anno ab U. C. DXL, ut Marcellus Conſul Syracuſas obſideret; quo maxime tempore, qualis quantuſque Vir Archimedes eſſet, cognitum eſt. Nam patriam ſuam adverſus Romanos hoſtes menſes octo unica arte defendit, atque ita defendit, ut ii confecti labore ac tædio ab ejus oppugnatione abſiſterent; tantum in uno viro præſidii fuit. Sed cum ea tandem Dianæ feſto dolo capta eſſet, et a militibus diriperetur, ipſe formis intentus, quas in pulvere deſcripſerat, ab ignaro milite quis eſſet, interfectus eſt. Ægre id Marcellus tulit, ejuſque ſepulturæ curam habuit, et conquiſitos propinquos a militari licentia prohibuit. Sepultus eſt ad portas Agragianas, atque ejus monumento columella impoſita, quod ille propinquis et amicis mandaverat, in qua inerat ſphæræ figura et cylindri; adjectis ſenariis verſibus, quibus quæ ipſius ſphæræ ad cylindrum proportio eſſet, declarabatur. Quod monumentum M. Cicero, cum prætor in Sicilia eſſet, ignoratum a Syracuſanis, ut ipſe ait, exciſis vepribus et dumetis, quibus undique veſtiebatur, detexit. Porro cum plures in Græcia Philoſophi ingenii atque doctrinæ laude floruerint, nemo unquam tantam ſibi apud poſteros nominis celebritatem peperit. Cum enim plurimos antiquitas celebraverit, hunc potiſſimum divinis prope laudibus extulit; quas ſi quis perſequi velit, ut longam ac moleſtam, ita non neceſſariam rem ſuſcipiet. Nam ille, meo judicio, fruſtra laudatur, cujus opera extant, unde ſua cuique commendatio venit. Quamvis autem nonnulla Archimedis opera temporis injuria interciderint, tamen plurima eaque nobiliſſima ad nos pervenerunt.

Quæ cum ego animadverterem nondum ea cura edita eſſe, quæ tamen in libris levium quoque Scriptorum, pro ſæculi hujus felicitate, ponitur, operæ pretium me facturum exiſtimavi, ſi in iis operam meam qualemcunque diligentiamque collocarem. Itaque duo mihi propoſui, quæ potiſſima habenda ſunt: primum ut ea emendarem; deinde vero emendata latino ſermone fideliter, et, quantum argumenti ratio pateretur, eleganter etiam exprimerem. Quorum poſtremum me facile præſtare poſſe credebam, ſi primum illud ex voto ſucceſſiſſet. Hoc autem arduum maxime videbatur, quod antiquiſſimus quiſque Scriptor corruptiſſimus fere ſit; præſertim ſi de rebus minime obviis pertractaverit. Cum enim Amanuenſes in iis ipſis tam multa peccent, quæ perſpicua ſunt, quanto plura peccabunt in illis, quæ obſcura natura ſua caligine quadam obducuntur? Illud tamen occurrebat, cum quæcunque Archimedes ſcripſit, ea certa ratiocinatione demonſtraverit, me in iis, quæ forte depravata eſſent, emendandis haud dubiis conjecturis inniti poſſe. Qua cogitatione erectus

Archi-

Archimedis libros, quam poſſem, diligentiſſime recognoſcendos ſuſcepi, uſus editione Baſileenſi An. MDXLIV, quæ ab antiquo codice ſingulari fide deſcripta cum fuerit codicis ipſius loco habenda eſt. Nam qui eam adornavit Thomas Venatorius Vir doctus ac diligens nihil ſibi ne in iis quidem licere voluit, quæ manifeſto corrupta eſſent, et abſque ullo errandi periculo corrigi poſſent. Ac primum librorum ordo immutandus fuit, ut ille antecederet, qui tempore prior eſſet; deinde cæteri ſequerentur, ut ab Auctore quiſque ſuo conſcripti ſunt, et alter ab altero pendet. Itaque eos ita diſpoſui, ut primum locum teneant libri duo de Planorum Æquilibriis, libro de Quadratura Paraboles interjecto; deinde duo libri ſuccedant de Sphærâ et Cylindro, eoſque libellus de Circuli Dimenſione excipiat; mox ſubjiciatur liber de Helicibus, atque huic proximus ſit liber de Conoidibus et Sphæroidibus; denique agmen claudat liber, qui Arenarius inſcribitur. Libri autem duo de iis, quæ in humido vehuntur, itemque alius, qui Archimedis, ut aliqui credunt, Lemmata continet, ſeorſum poſiti ſunt, quod Græce ſcripti non extent, neque certo ſtatui poſſit qui potiſſimum locus iiſdem tribuendus ſit. Cæterum librum de Paraboles Quadratura ponendum eſſe ante libros duos de Sphæra et Cylindro colligitur ex epiſtola horum alteri præmiſſa, in qua Archimedes ad Doſitheum familiarem ſuum ita ſcribit: *πρότερον μὲν ἀπεστάλκαμέν σοι τὰ ὑφ' ἡμῶν ἐσκεμμένα γράψαντες αὐτῶν ἀποδείξεις· ὡς ὅτι πᾶν τμῆμα, τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον· νῦν δὲ τινῶν προσπεσόντων θεωρημάτων πεπραγματεύμεθα τὰς ἀποδείξεις· ἅ ἐστι τοιαῦτα. Πρῶτον μὲν ὅτι σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ.* Hic autem liber medius interponendus erat inter duos de Planorum Æquilibriis; quoniam ab eorum altero lucem accipit, alteri ipſe præbet. Quod ſi quis quærat cur libris de Sphæra et Cylindro libellus de Circuli Dimenſione appoſitus ſit, hic ſciat præcipua theoremata, quæ in iis demonſtrantur, uſui non eſſe, niſi Circuli Dimenſio habeatur. At vero quo ordine duo libri ponendi ſint, alter de Helicibus, alter de Conoidibus et Sphæroidibus, epiſtola docet primo illi præmiſſa, in qua poſtquam Archimedes theoremata recenſuit, quæ in poſtremo hoc continentur, ait: *τούτων δὲ αἱ ἀποδείξεις οὔπω τοι ἀποστέλλονται.* Quod autem ad librum attinet, qui Arenarius inſcribitur, ut eum recte prætuleris duobus libris, quos modo diximus, ita aliis, qui eos antecedunt, poſtponendus eſt.

Jam diſpoſitis eo ordine, quem ſupra memoravi, Archimedis libris, nihil prius mihi faciendum putavi, quam ut ſingulos attente perlegerem, et a librariorum mendis, ſi quæ eſſent, repurgarem. Et multa ſane occurrerunt, eaque non parvi momenti, quæ medicam manum requirerent. Nam voces aliæ corruptæ erant, aliæ confuſæ, aliæ ex duabus pluribuſve compoſitæ, aliæ contra in duas pluresve diviſæ, quæ neque ipſæ per ſe, neque ſimul conjunctæ quidquam ſignificabant. Quid quod integræ ſententiæ interdum deerant, eæque ejuſmodi, ut non paucis verbis, ſed aliquibus periodis conſtarent. Non tamen animum deſpondi, cum cogitarem nihil eſſe tam arduum, quod perfici ab homine non poſſit, ubi ſtudium ac diligentiam adhibeat. Atque illud primum quæſivi num quis forte in Archimedis libris emendandis operam poſuiſſet. Cumque inveniſſem fuiſſe aliquos, et quidem præcipuos Commandinum, Rivaltum, Barrowium, Walliſium, hos omnes conſului, et quid unuſquiſque præſtitiſſet diligenter conſideravi. Quamvis autem omnes optime de Archimede meriti ſint, tamen Walliſius tantum præſtat, ut huic uni multo plus, quam cæteris omnibus debeatur. Itaque cum adjutoribus in paucis quibuſdam ſim uſus Commandino, Rivalto, et Barrowio, unum Walliſium in Circuli Dimenſione, atque Arenario ſecutus ſum. Quod quamvis ſuo loco confeſſus ſim, ut virum ingenuum decet, tamen hic quoque profiteri placet, ne quis forte putet, pro ea, quæ ſæculum tenet, carpendi omnia libidine, me aliena pro meis venditare voluiſſe. Illud etiam percommode accidit, quod latina Archimedis verſio quam Joannes

Cremonenſis olim confecerat, Nicolai V. Pontificis juſſu cum deſcripta diligenter fuiſſet a Joanne Regiomontano, qui eam ab amicis acceperat, paulo poſt Baſileam tranſmiſſa, atque una cum Archimede edita eſt. Cum enim Cremonenſis codice uſus ſit aliquanto emendatiore, quam ſit Baſileenſis, nonnulla quæ in hoc depravata erant hujus Verſionis ope emendavi; plura etiam emendaturus, ſi quantum ille Græcam linguam, tantum Geometriam calluiſſet. At ubi hæc Verſio defecit, defecit autem in pluribus, ingenio et conjectura uſus ſum, quæ ut in cæteris lubrica eſt atque incerta, ita in iis ſtabili veſtigio ingreditur, quæ non hominis arbitrium, ſed veritas regit ac moderatur. Hac potiſſimum duce Archimedem totum in integrum reſtitui; ut nihil jam ſit in ejus ſcriptis, quod hominem Geometriæ peritum morari poſſit; ſi locum unum excipias, quem ſuſpicor mendoſum eſſe; ſed ideo non attigi, quod nihil de eo explorati habeam. Is eſt in epiſtola præmiſſa libro de Helicibus, in qua poſtquam theoremata ordine expoſuit, quæ ſcripta in quodam Cononis libro reperiebantur, tria quædam excipit, quæ ſejuncta ab aliis erant, eaque ut falſa traducit. Hæc autem theoremata hujuſmodi ſunt. Primum: "Si ſphæra plano ſecetur in inæquales partes, majus ſegmentum ad minus rationem habet ejus duplam, quam habet major ſuperficies ad minorem." Alterum: "Si ſphæra plano ſecetur in inæquales partes ad rectos angulos alicui diametro earum, quæ in ſphæra ſunt, majus ſegmentum ad minus eandem rationem habet, quam majus ſegmentum diametri ad minus." Tertium: "Si ſphæræ alicujus diameter ſecetur, ita ut quadratum, quod a majore ſegmento deſcribitur, triplum ſit quadrati, quod deſcribitur a minore ſegmento; planumque, quod per id punctum agitur ad rectos angulos ipſi diametro, ſphæram ſecet; talis ſpecie figura, quale eſt majus ſphæræ ſegmentum, maxima eſt omnium ſegmentorum, quæ æquali ſuperficie comprehenduntur." Credamuſne præcipuum illud theorema Cononem ignoraſſe, cujuſlibet ſphæræ ſuperficiem quadruplam eſſe circuli maximi omnium, qui in ipſa ſunt? Ex quo alterum ſponte fluit; cujuſlibet ſegmenti ſphæræ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ lineæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti. At contra Archimedes affirmare videtur non modo illud theorema Cononem inveniſſe, ſed alia etiam plurima, quibus longe Geometriæ fines amplificaverit. Hoc autem ſi non ignorabat, quomodo in librum ſuum referre potuit prima duo, quæ modo attulimus, theoremata, quæ ſimul componi nequeunt? Nam primum, quod ſtatuit majus ſegmentum ad minus rationem habere ejus duplam, quam habet major ſuperficies ad minorem, concludit hæc ſegmenta rationem habere ejus duplam, quam habet majus ſegmentum diametri ad minus. Atqui hoc manifeſte pugnat cum altero theoremate, quod ponit, majus ſegmentum ad minus eamdem, quam majus diametri ſegmentum ad minus, rationem habere. Quid quod Archimedes ipſe initio epiſtolæ, quam memoravimus, duo tantum theoremata falſa eſſe pronuntiat, et tamen paulo poſt tertium quoque recenſetur? Libet ipſa ejus verba hic afferre, ut ego illa, cum corruptiſſima eſſent, emendavi. Καὶ γὰρ συμβαίνει δύο τινὰ τῶν ἐν αὐτῷ εἰμὲν κεχωρισμένα, τέλος δὲ ποτιδεξόμενα· ὅπως οἱ φάμενοι μὲν πάντα εὑρίσκειν, ἀπόδειξιν δὲ αὐτῶν οὐδεμίαν ἐκφέροντες ἐλεγχθῶντι, εἰ πώθ᾽ ὁμολογηκότες εὑρίσκειν τὰ ἀδύνατα. Quid ergo dicendum eſt? Non aliud profecto, quam ſecundum theorema interpoſitum a quopiam temere eſſe, cum Archimedes primum, tertiumque tantummodo attulerit; atque ideo rejici debere. Sed quoniam hæc ſuſpicio nunc mihi primum oborta eſt, neque ea eſt adeo gravis, ut homines ad ambigendum proniores movere queat, rem integram relinquendam eſſe, nihilque omnino immutandum cenſui. Cæterum hoc uno loco excepto reliquos omnes conjiciendo emendavi, ut nullus jam ſit, qui negotium legenti faceſſere poſſit. Quod cum dico de iis loquor, quorum ſententia depravata erat. Nam ubi ea integra eſſet, loquendi modos, ſi qui forte minus proprii occurrerent, retinui: quos dum aliqui plus æquo fidentes in antiquis ſcriptori-

bus

bus emendare volunt, corrumpunt. Exemplum rei hujus in Thucydide habemus, qui cum ſcripſiſſet: ὧν ἐνθυμηθέντες, καὶ νεώτερός τις παρὰ πρεσβυτέρου αὐτὰ μαθὼν, ἀξιούτω τοῖς ὁμοίοις ἡμᾶς ἀμύνεσθαι· repertus eſt qui dictionis novitate, ἐναλλαγὴν Græci vocant, offenſus, pro ἀμύνεσθαι, legendum cenſeret ἀμείβεσθαι. Quod monet Vetus Scholiaſtes hiſce verbis: ἀμύνεσθαι, ἀντὶ τοῦ ἀμείβεσθαι. Μόνος δὲ Θουκυδίδης ἐνταῦθα κέχρηται τῇ ἐναλλαγῇ τῆς λέξεως, ὥς καί τινας ἐναλλάττειν τὴν γραφὴν, καὶ γράφειν ἀμείβεσθαι. Οὐκ ἔστι δέ. Quamvis autem quæcunque ego emendavi et correxi adeo certa ſint ut omnia fere præſtare audeam; ea tamen ita in contextum recepi, ut quæ loco moviſſem in extremam quamque paginam rejicerem. Atque id eo conſilio feci, ut præſens cuique ſit de induſtria noſtra judicium; et ſi qua forte minus arrideant, quid ipſe melius præſtare poſſit, ſtatim experiatur.

Illud quoque curandum mihi erat, qui Archimedem emendandum ſuſceperam, ut ipſum in Sicilia natum educatumque patrio ſermone loquentem exhiberem, Civemque patriæ ſuæ quodammodo reſtituerem. Itaque cum libri de Sphæra et Cylindro Attica dialecto conſcripti circumferantur, detrahenda iis erat peregrina veſtis, propriaque induenda; ut non modo res, ſed verba etiam ipſa, quibus explicantur, Archimedis eſſent. Quod enim Walliſius ſuſpicatus eſt, hos etiam libros conſcriptos ab Archimede fuiſſe ea dialecto, quæ propria Siciliæ erat, id ego certiſſimo argumento confirmavi; cum locum quemdam obſervaverim, qui Attice in illis expreſſus cum ſit, in Eutocii commentario Dorice exprimitur. Reperitur hic locus in definitionibus libro primo de Sphæra et Cylindro præmiſſis, atque eſt hujuſmodi: τομέα δὲ στερεὸν καλῶ, ἐπειδὰν σφαῖραν κῶνος τέμνῃ, κορυφὴν ἔχων πρὸς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, τὸ ἐμπεριεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐντὸς τοῦ κώνου. Qui in Eutocii Commentario ad ſecundam Propoſitionem libri ſecundi de Sphæra et Cylindro ita effertur: τομέα δὲ στερεὸν καλέω, ἐπειδ' ἂν σφαίραν κῶνος τέμνει τὰν κορυφὰν ἔχων ποτὶ τῷ κέντρῳ τᾶς σφαίρας, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας τὰς ἐντὸς τοῦ κώνου hoc autem pacto emendandus eſt: τομέα δὲ στερεὸν καλέω, ἐπειδ' ἂν σφαῖραν κῶνος τέμνῃ τὰν κορυφὰν ἔχων ποτὶ τῷ κέντρῳ τᾶς σφαίρας, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τᾶς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, καὶ τᾶς ἐπιφανείας τᾶς σφαίρας ἐντὸς τοῦ κώνου. Quod autem de duobus libris de Sphæra et Cylindro, idem de Circuli Dimenſione judicari debet. Quis porro Doricam dialectum in hiſce libris immutaverit, incertum eſt. Certe Eutocius Aſcalonita non immutavit, quod tamen docti aliqui Viri exiſtimarunt, qui tunc id facere debuerat, cum commentarios in eoſdem libros conſcripſit. Utcunque res habeat, cum illud certum ſit, hoſce libros conſcriptos ab Archimede fuiſſe eadem dialecto, qua reliqui conſcripti ſunt, conſtitueram Atticos loquendi modos abjicere, iiſque Doricos ſubſtituere, qui Archimedis ingenio, quod proprium cuique ſcribenti eſt, maxime conveniunt. Sed cum Amici, quibus ego plurimum tribuo, dehortarentur ne id facerem, quod moleſtiſſima res eſſet, neque adeo neceſſaria, ut ab ullo magnopere deſideraretur; omnem de ea cogitationem depoſui, partemque oneris mihi detrahi libenter paſſus ſum. Quoniam vero ii quoque libri, qui Dorice ſcripti ad nos pervenerunt, puri putique Dorici non ſunt, ſed plures Atticiſmos admixtos habent, ſatis habui hos diligenter repurgare, abjectiſque, quæ peregrina ſunt, proprio ornatu decoros producere. Hoc tamen ipſum haud ſatis fidenter feci, quod ſcriptor quilibet, ſive antiquus, ſive recentior, ut propriam dialectum in pluribus ſervet, quædam tamen interdum aliis indulget. Thucydides quidem inter cætera habet ἀφύτιος, et ἰθωμῆτα, pro ἀφυτιέως, et ἰθωμήτου; quorum alterum Ionice, alterum Dorice dictum eſt, ut recte obſervavit vetus Scholiaſtes. Quod ſi Attico homini licuit quædam Dorico more inflectere, quidni licuerit Siculo quædam contra inflectere more Attico? Præterea Græcæ linguæ dialecti adeo cognitæ perſpectæque nobis non ſunt, ut quid proprium cujuſque ſit, quid commune habeant, certo ſtatui poſſit. Quam multa enim habet Ionica dialectus, ut cæteras omittam, quæ Doricæ conveniunt! Le-

gimus

gimus ſane apud Herodotum τοὶ, pro οἱ; ὤλλοι, pro οἱ ἄλλοι; ὢν, pro οὖν; μέζονα, pro μείζονα; aliaque hujuſmodi, quæ Dores hoc prorſus pacto pronuntiant. Quid quod Dorica lingua non una eademque eſt, ſed pro variis regionibus, in quibus floruit, varia ſibique diſſimilis. "Aliter enim," ut Corinthus ait, "Cretenſes loquuntur, aliter Rhodii, aliter Argivi, aliter Lacedæmonii, aliter Syracuſii, et Siculi." Poſtremo hæc lingua ne in una quidem regione ſibi conſentit; quod etiam in iis linguis fieri videmus, quæ noſtris temporibus vigent. Itaque in Cretenſium quorumdam populorum decretis, quæ non ita pridem edidit Edmundus Chiſhullius, legimus τῶ, et τοῦ; ἀμὲ, et ἡμεῖς; ποτὶ, et πρὸς; ἦμεν, et εἶναι; διελέγεν, ſive διελέγην, et διελέγησαν. Quibus adde ἐόντας, et ὄντων; ζαμίας, et ἀζήμιοι; στᾶμεν, et πέμπεν; aliaque hujuſmodi, quæ brevitatis gratia prætermitto. Quæ cum ita ſint, quamvis multa in Archimedis libris occurrant, quæ Dorica non ſunt, et aliter alibi ſcribuntur; tamen nihil fere immutavi, ratus ſatius eſſe ſpuria aliqua retinere, quam germana rejicere. Nam illud præterea occurrebat, Siculos omnium Græciæ populorum peſſime locutos; atque ideo mirum non eſſe ſi parum ſibi conſtabant, neque eamdem ſemper in iiſdem vocabulis pronuntiationem retinebant. Eorum linguam Plautus duobus hiſce verſiculis oblique perſtringit.

> Atque adeo hoc argumentum Græciſſat; tamen
> Non Atticiſſat, verum Siciliciſſitat.

Hiſce perfectis, reliquum erat ut codex aliquis manu deſcriptus conquireretur, cum quo Baſileenſis conferri poſſet, ut ejus auctoritate, quæ conjiciendo emendaveram, confirmarem. Cum igitur certior factus eſſem membraneum codicem, quem maxime cuperem, Venetiis in D. Marci Bibliotheca aſſervari, curavi ut ſtatim examinaretur; quæque varia in eo eſſent, miſſis levioribus et inanibus, deſcriberentur. Qua in re operam mihi ſuam pollicitus eſt, cumulateque præſtitit Vir Græcis Latiniſque litteris apprime excultus Antonius Zanettius ejuſdem Bibliothecæ Cuſtos. Verum quod jamdiu animo inſederat, parum in codicibus præſidii eſſe, ſi ipſe proprio judicio uti neſcias, id verum eſſe experientia didici; cum quæ in codice Baſileenſi corrupta erant, ea fere omnia corruptiora in Veneto reperta ſint. Et ſane cum codices deſcribi ſoleant alius ab alio, nulluſque ſit tam antiquus, qui non a pluribus pendeat, neceſſe eſt omnes mendoſos eſſe; dum aliena incurioſe tranſcribimus, veteribuſque vitiis, quæ humanæ naturæ imbecillitas eſt, nova ſemper adjungimus. Non tamen pœnituit codicem illum conſuluiſſe. Nam quædam etiam in eo emendate perſcripta erant, quibus eorum nonnulla, quæ ipſe conjiciendo ſuppleveram, ſi omnino conſentirent, confirmavi; aut, ſi qua ex parte diſcreparent, perpolivi ac retexui. Quin etiam varias ex eo lectiones excerpſi, eaſque, ut optima quæque viſa eſt, extremo margini adſcripſi; rejectis illis, unde nullus eſt uſus, ſed inanis quædam diligentiæ oſtentatio.

Emendatis Archimedis libris, quod primum mihi propoſueram, reſtabat alterum facilius illud quidem, ſed longe moleſtius, ut ſingulos e Græco in latinum ſermonem converterem. Quod cum Joannes Cremonenſis jampridem fecerit, et poſt illum magna ex parte Federicus Commandinus, videbor fortaſſe aliquibus ſi non inutilem, certe non neceſſarium laborem ſuſcepiſſe. Quibus reſpondendum eſt, Cremonenſis verſionem contemnendam non eſſe, ſi temporum illorum ratio habeatur, quibus confecta fuit: at vero in hac tanta litterarum luce, quando nihil niſi perfectum abſolutumque hoc in genere ferri poteſt, nullius eſſe pretii. Nimirum ille Vir Græcis litteris mediocriter imbutus parum admodum peritus fuit latini ſermonis, et, quod caput eſt, Geometriæ; ut vix mediocris Archimedis interpres, nedum optimus, haberi poſſit. Quorum unum cum adeo certum ſit, ut probatione non egeat, placet alterum exemplo, quod primum mihi occurrit, confirmare. Petitionum, quas primo libro de Sphæra et Cylindro Archimedes

præ-

præmiſit, hæc una eſt: τῶν δὲ ἄλλων ἐπιφανειῶν, καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ᾖ, ἀνίσας εἶναι τὰς τοιαύτας· ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἑτέρα ἐπιφάνεια, καὶ τῆς ἐπιπέδε τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην. Quam ego petitionem ita verti: "aliarum vero ſuperficierum, quæ eoſdem terminos habent, ſi in plano terminos habeant, eas inæquales eſſe, quarum utraque ad eaſdem partes cava eſt, alteraque ab altera, et a plano, quod eoſdem ac ipſa terminos habet, vel tota comprehenditur, vel aliquâ quidem comprehenditur, cætera vero communia habet, eamque minorem eſſe, quæ comprehenditur." Quid Cremonenſis? "Aliarum vero ſuperficierum, et eoſdem terminos habentium, ſi in plano terminos habeant, eas eſſe inæquales. Ubi autem ambæ in eaſdem partes cavæ fuerint, et vel altera tota contineatur ab altera, aut alteram earum ab altera ſuperficie, et plano eoſdem cum illa terminos habente, aut ejus partem quidem comprendi conſtet, partem vero communem habere, et comprenſam eſſe comprendente minorem." Itane vero bone interpres? Quæ ſententia una eſt, hanc tu in duas dividis: atque id adeo inepte facis, ut altera falſa ſit, altera autem nulla. Quod ſi tam fœde lapſus eſt in re facili atque obvia; quod tamen et Rivalto contigit; quid ab illo expectandum eſt in difficilioribus, in quibus Viri etiam acuti interdum falluntur? Ad Commandinum quod attinet, Græcas quidem Latinaſque litteras optime calluit; ſed non omnes Archimedis libros convertit, ſive longi laboris tædio, ſive peculiari quodam litterarum fato, quo fit ut nihil fere perfectum abſolutumque ab uno homine habeatur. Neque enim numerantur inter libros a Commandino converſos libri duo de Sphæra et Cylindro, aliique item duo de Planorum Æquilibriis, quos tamen ille vidit, et in libro de Paraboles Quadratura pluries laudavit. Cum igitur hi libri neceſſario interpretandi mihi eſſent, cæteros quoque interpretari placuit, ut una in omnibus oratio ac ſtilus appareret. Neque enim inertiæ crimen effugiunt qui Græcum aliquem Auctorem edituri onus inter amicos partiuntur, et cum plura ſint ejus opera, ſuum cuique vertendum tradunt. Illud etiam accedit, quod quamvis plurima Commandinus egregie interpretatus ſit, aliqua tamen ſecus, atque debebat, accepit; præſertim in Arenario, quod codice uſus ſit valde mendoſo, in quo nonnulla adeo depravata erant, quemadmodum ipſe teſtatur, ut qualia eſſent divinandum ipſi fuerit; neque tamen aſſecutus ſit. Quæ omnia cum corrigenda eſſent, liberque ipſe quibuſdam in locis veluti retexendus, fieri non poterat quin aliqua in illum ſtili varietas induceretur, quæ maxime fugienda eſt. Nihil enim æque offendit paullo delicatiores aures, quam multiplex ſcribendi genus; ut ille tolerabilior videatur qui æquabili ſtilo utitur, licet minus eleganti, quam qui elegantiſſimo, ſed vario ſibique diſſimili. Porro Commandinus quamvis latini ſermonis naturam probe noverit, atque ideo omnia fere ad optimæ ætatis conſuetudinem exprimat, verba tamen habet, verborumque compoſitiones, quæ latinæ non ſunt. Quarum exempla non affero, quod invidioſa res ſit; cum præſertim ſciam in Geometra elegantiam, ſi afferat, probari; ſi non afferat, non valde requiri.

Hactenus de Græcis Archimedis libris; nunc pauca quædam de duobus illis dicenda ſunt, qui περὶ ὀχουμένων inſcripti temporis injuria interciderunt. Hos latine quondam redditos in vetuſto quodam codice reperit Nicolaus Tartalea, deſcriptoſque diligenter aliquatenus emendavit; non tamen eodem tempore, ſed ſpatio aliquo, ut videtur, interpoſito. Primus enim utrumque Venetiis in vulgus emiſit Trojanus Curtius An. MDLXV, nempe viceſimo ſecundo poſtquam Tartalea eorum alterum ibidem edidit. Neque vero dubium eſſe poteſt quin libri iſti Archimedi aſcribi debeant, cum eos Strabo non modo memoret, ſed propoſitionem etiam afferat, quæ in eorum primo poſita ſecundo loco eſt. Verba ejus hæc ſunt, quibus Eratoſthenem irridet, quod Archimedis ſententiam de humidi

natura atque forma non probaverit: ὁ δὲ ἔτως ὁδὸς ἐστι, ὥστε ϗ μὴ μαθηματικὸς ἂν ἐάσαι τὴν Ἀρχιμήδους βεβαιοῦν δόξαν, ὅτι φησὶν ἐκεῖνος ἐν τοῖς περὶ τῶν ὀχουμένων, παντὸς ὑγροῦ καθεστηκότος ϗ μένοντος τὴν ἐπιφάνειαν σφαιρικὴν εἶναι. Huc etiam afferri ſolet Pappi auctoritas; ſed ea incertior eſt, quam ut cum Strabonis auctoritate conferri poſſit. Quamvis enim ipſe quoque Archimedis ὀχούμενα memoret, tamen incertum eſt quid eo nomine intelligat; num opus, quod hoc titulo habemus, an quædam hydraulica, quæ melius etiam cum Heronis ſpiritalibus conjungi videntur. Verba Pappi hæc ſunt: καλοῦσι δὲ μηχανικοὺς οἱ παλαιοὶ ϗ τοὺς θαυματουργούς, ὧν οἱ μὲν διὰ πνευμάτων φιλοτεχνοῦσιν, ὡς Ἥρων πνευματικοῖς· οἱ δὲ διὰ νευρίων, ϗ σπάρτων ἐμψύχων κινήσεις δοκοῦσι μιμεῖσθαι, ὡς Ἥρων αὐτομάτοις, καὶ ζυγίοις· ἄλλοι δὲ διὰ τῶν ἐφ' ὕδατος ὀχουμένων, ὡς Ἀρχιμήδης ὀχουμένοις. Cæterum cum Commandinus in libros, quos memoravimus, eodem fere tempore incidiſſet, quo illos Tartalea invenit, egregiam in iis operam inſumpſit. Nam orationem, quæ barbara plerumque erat, expolivit, menda correxit, loca mutila redintegravit, duaſque, quæ deerant, Propoſitiones proprio Marte explevit: ut qui hoſce libros cum prioribus illis conferat a Tartalea emendatis facile intelligat quantum vir viro præſtet. Itaque cum cæteris addendi eſſent, unum Commandinum ſecutus ſum; niſi quod eorum titulum aliquantulum immutavi, et quos ille de iis, quæ in aqua vehuntur, ego de iis, quæ vehuntur in humido, inſcripſi: propterea quod Græcum verbum ὀχεῖσθαι latiſſime patet, vehique generaliter ſignificat. Porro licet Commandinus talia ac tanta in iis præſtiterit, qualia quantaque ea ſunt, quæ memoravimus, aliquem tamen induſtriæ noſtræ locum reliquit. Nimirum Propoſitio altera libri ſecundi hujuſmodi eſt, ut eam edidit Trojanus Curtius. "Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit majorem quam hemiolium ejus, quæ uſque ad axem, omnem proportionem habens ad humidum in gravitate, demiſſa in humido, ita ut baſis ipſius non tangat humidum, poſita inclinata non manet inclinata, ſed recta reſtituetur." Quæ hoc pacto a Commandino elegantius exprimitur. "Conoidis rectanguli recta portio, quando axem habuerit minorem quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in gravitate, demiſſa in humidum, ita ut ipſius baſis humidum non contingat, et poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed recta reſtituetur." Vides Propoſitionem utramque convenire, niſi quod conditio de axis magnitudine immutata eſt, quæ in illa quidem jubetur data quadam recta major eſſe, in hac autem minor. Et recte quidem Commandinus animadvertit verbum majorem mendoſum eſſe; ſed illud retinere debuit, non in minorem mutare; addita tantum negativa particula non, quæ facile, in Græco præſertim exemplari, excidere potuit. Quæ emendatio, licet exigua videatur, tamen tanti eſt, ut Propoſitio illa, niſi hæc recipitur, vera quidem ſit, ſed parte ſui mutila atque trunca. Quod enim Archimedes de recto conoide pronuntiat, id verum eſt, ſive ejus axis minor ſit recta, quam diximus, ſive eidem ſit æqualis; quorum utrumque τὸ, "non major," comprehendit. Quod cum adeo perſpicuum ſit, ut cuivis vel legenti appareat, non modo Commandinus, ſed ne Barrowius quidem animadvertit: ne quis veterum ſcripta reparare cupiens animum deſpondeat, omniaque ſibi prærepta a prioribus exiſtimet.

Sunt qui exiſtiment Archimedem librum ſcripſiſſe præter illos, quos memoravimus, qui Lemmata vocaretur, quod conjectæ in illum eſſent quædam Propoſitiones, quæ ipſæ per ſe ſtarent, viamque difficilioribus ſternerent. Hic autem liber ad noſtram uſque ætatem pervenit, quemadmodum ipſi volunt, non Græco ſed Arabico ſermone conſcriptus, ſtudio atque opera Thebitii Ben-Koræ Geometræ apud Arabas in primis clari, qui tamen liberioris interpretis munere functus eſt. Sed egregie meo quidem judicio, falluntur, dum ſibi perſuadent, aut perſuadere aliis volunt librum aliquem Archimedis hoc titulo unquam fuiſſe. Cujus inſtitutum hoc eſt, ut omnia ſuo loco demonſtret, et ſi quid interdum, ne orationis filus abrumpatur, omittit, in fine ſtatim ſubjiciat. Hinc ſolemnis ejus clauſula, quaſique con-

contrita: *τοῦτ' ἐπὶ τέλει δειχθήσεται.* Quod autem Eutocius vetuſtum quemdam librum memorat, in quo duo quædam Archimedis theoremata continebantur, id levius eſt, quam ut refelli debeat. Neque enim totum librum, ſed partem ipſius aliquam Archimedi tribuit; idque non affirmate, ſed dubitatione aliqua injecta. Ait enim: *τῶν μέντοι ζητουμένων ἔχειν τὴν ὑπόμνησιν, ἐν μέρει δὲ τὴν Ἀρχιμήδει φίλην Δωρίδα γλῶσσαν ἀπέσωζεν, καὶ τοῖς συνήθεσι τῷ ἀρχαίῳ τῶν πραγμάτων ὀνόμασιν ἐγέγραπτο· τῆς μὲν παραβολῆς ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ὀνομαζομένης, τῆς δ' ὑπερβολῆς ἀμβλυγωνίου κώνου τομῆς· ὡς ἐξ αὐτῶν διανοηθῆναι, μὴ ἄρα καὶ αὐτὸς εἴη τὰ ἐν τῷ τέλει ἐπηγγελμένα ὑπεσχόμενος γράφεσθαι.* Præterea vetus ille liber, cujuſcunque tandem fuerit, diverſus longe erat ab illo, quem nobis Arabum diligentia ſervavit. Neque enim continet duas illas Propoſitiones, de quibus Eutocius loquitur, pluresque contra habet, quæ in mathematicis Pappi collectionibus leguntur. Quin Propoſitio omnium prima Pappi ipſius eſt, qua Apollonii doctrinam de contactibus illuſtrare nititur. Quocirca crediderim varias in eum librum Propoſitiones congeſtas eſſe, quæ maxime illuſtres circumferebantur, quæque periculum erat ne interciderent, niſi in unum colligerentur. Cum autem Archimedis nomen paucis quibuſdam adſcriptum eſſet, illud ad omnes tranſlatum eſt; atque ita clarior unius fama, quod fere fit, multorum memoriam obliteravit. Cæterum quædam in eo libro Propoſitiones occurrunt, quæ Archimedis ingenium præ ſe ferre videntur; cujuſmodi ſunt quæ ad Arbeli dimenſionem pertinent: idque me potiſſimum impulit, ut cæteris Archimedis libris hunc quoque adjungerem. Cujus Arabicum exemplar libenter edidiſſem, quod Florentiæ in Bibliotheca Palatina aſſervatur, quo major mihi apud eruditos gratia quæſita eſſet, ſi obtinere potuiſſem ut illud Veronam transferrem. Neque enim vitæ meæ ratio permiſit ut ego me illuc conferrem, disjectis vinculis, quibus aliquot jam annos intra domeſticum limen cohibeor. Sed cum duæ latinæ libri hujus Verſiones eodem fere temporis articulo confectæ ſint, altera a Joanne Gravio, altera ab Abrahamo Ecchellenſi, poſtremam hanc prætuli, in quam operam contulit Joannes Alphonſus Borrellus, quæ doctis Viris valde probatur. Una res offendit, quod is non contentus Propoſitiones expreſſiſſe, quæ ſolæ in pretio habendæ, ut Græcorum hominum, erant, ſcholia etiam adjecit Arabi cujuſdam Auctoris cognomento Almochtaſſi, Viri ſocordis, ejuſque Artis, quam profitebatur, minus periti. Quæ ego partim non neceſſaria, partim etiam inepta, ne cum ſolidis inania conjungerem, prætermiſi. Duas autem Propoſitiones, quas ille affert ex Abuſahal Alkuhi, ideo rejeci, quod propoſitum mihi eſſet nihil edere, quod non e Græcis fontibus ductum ſit. Et quoniam Propoſitio quædam eſt, quæ generalibus verbis concepta peculiariter demonſtratur, quod quidem tribuendum videtur Arabo interpreti, qui Græci Auctoris mentem non aſſecutus argumentationem, quæ forte interciderat, minus recte ex ingenio ſupplevit; hanc ego de integro demonſtravi, ingreſſus viam, quæ mihi ut facilior, ita elegantior viſa eſt.

Et in his quidem quæſita aliqua mihi eſt ſive ingenii, ſive induſtriæ laus. Quod nunc ſubjiciam, hominem oſtendit magis diligentem quam ingenioſum, qui nullum Auctoris ſui monumentum obſcurum eſſe patitur. Nimirum cum intellexiſſem plura Opera Mechanica confecta ab Archimede fuiſſe, omnia diligenter conquiſivi, atque in unum collegi, ne iis quidem omiſſis, quæ nomine tenus nota ſunt. Nam mirum illud navigium, quod Hiero Rex Syracuſarum conſtruxit, Archiæ cuidam Corinthio, non Archimedi tribuendum eſt: quippe ille Architectus, hic præſes inſpectorque ejus operis fuit. Hæc autem opera ita referre placuit, ut a Græcis, Latiniſque Scriptoribus memorata ſunt; ſelecto inter multos antiquiſſimo quoque, niſi ſi recentior aliquis accuratior plenior que in deſcribendo fuiſſe viſus eſt. Quod dum feci, non tam aliorum auctoritati, quam fidei meæ conſulere volui: ne cum quædam narrarem, quæ fidem prorſus excedunt, ea ipſe præſtare viderer. Quis enim non inter aniles fabulas referat, quod aliqui tradunt, Archimedem hoſtium naves,

injectis

injectis earum proris ferreis manibus, ſuſtuliſſe, aut portum ſubeuntes comburentibus ſpeculis incendiſſe? Quod tamen poſtremum, cum neque Polybii, neque veteris ullius Scriptoris auctoritate firmetur, facile refutaveris. Et ſane quod ſpeculum fabricari potuit ea magnitudine, ut exceptos ſolis radios in tantam longitudinem jaceret? Qui ſi eo pertingere potuiſſent, quo intendebantur, nullum tamen inde navi periculum fuiſſet, quod ſua ipſa agitatione vitaret. Hoc tamen ipſum ſeu falſo creditum, ſeu in majus auctum, e celebritate viri originem duxit. Et magna illum ac mirifica præſtitiſſe dicas, cui incredibilia affingebantur. Neque vero prætermittendum aliquid erat quod Archimedis nomine celebraretur. Itaque ea quoque ſubjicere oculis volui, quæ aut incerta in aliquibus Bibliothecis latent, aut minime dubia nobis longa ætas corrupit. Hæc autem deſcripta e Græca Joannis Fabricii Bibliotheca poſtremo loco poſita ſunt.

Jamque videbar ſuſcepto labori finem impoſuiſſe, cum occurrit animo fore pleroſque, qui Eutocii commentarios deſiderent Aſiatici hominis, et explanandi arte inſignis. Hic oriundus Aſcalone nobili Paleſtinæ urbe ante annos floruit mille circiter et ducentos; utpote qui præceptore uſus eſt Iſidoro Mileſio Architecto in primis claro, qui Juſtiniano imperitante una cum Anthemio Tralliano ſuperbum illud D. Sophiæ templum extruxit. Inter commentarios quos in Archimedem conſcripſit duo illi maxime celebrantur, quibus divinum opus de Sphæra et Cylindro illuſtravit. Quorum alter longe quidem uberrimus plurimi faciendus eſt, in quo varii modi traduntur, quibus veteres Geometræ celebre illud problema de cubo duplicando expedire conati ſunt. Deſcribuntur autem in illo plures machinæ perquam ingenioſæ, quarum, quæ ingenioſiſſima eſt Eratoſthenis, parum ab illa differt, quam in tertio Geometriæ libro Carteſius proponit. Quod quidem ſilentio libens prætериiſſem, niſi ejus fama hoc in genere laboraret; objectumque ei eſſet, quod gloriam ſibi ex aliorum inventis interdum quæſierit. Sed illud in primis jucundum eſt plura Geometrarum ſcripta cognoſcere, quorum pleraque interciderunt, nempe Philonis, Dioclis, Spori, Menechmi, Eudemi, Architæ, Eratoſthenis, Nicomedis, Heronis, quorum poſtremus librum de fornicatis parietibus, teliſque fabricandis compoſuit. Quod dum reputo ſatis mirari non poſſum Græcorum diligentiam, qui de rebus omnibus quantumvis exiguis ſcribebant, modo ad neceſſarios vitæ uſus utiles eſſent. Præterea quædam in hoc commentario verba occurrunt, ut levia quoque attingam, quibus Græcam linguam locupletaveris, cujuſmodi ſunt σωληνίζομαι, χοινικίδες, et κίρκινος; quod poſtremum non Græcum ſed latinum hucuſque habitum eſt. Qui autem Commentarius proxime ſequitur in Circuli Dimenſionem vel ideo in pretio habendus eſt, quod ex eo colligitur quam difficilis atque implexa Græcorum Logiſtica fuerit. Cujus Artis præcepta complexus eſt Pappus duobus primis collectionum ſuarum libris hauſta fortaſſe a Magno, cujus λογιστικὰ Eutocius memorat. Nam Græci ad numeros exprimendos alphabeti litteras adhibebant, non habita, ut hodie fit, ratione loci, in quo collocantur; quæ cum variæ eſſent atque multiplices haud mediocrem vel exercitatiſſimo computatori moleſtiam afferebant. Neque vero contemnendi ſunt commentarii quibus libros de Planorum Æquilibriis Eutocius expoſuit: quamquam in iis, ut verum fatear, levia quædam nimia cura perſequitur, gravioribus quod interpretum vitium eſt, ſilentio tranſmiſſis. Nam propoſitio ſexta libri primi prætermiſſa ab eodem eſt, quæ tamen omnium potiſſima, utpote quæ principium demonſtrat, cui mechanica ars tota innititur, vitio aliquo laborare videtur. Quo factum eſt, ut docti aliqui viri ſuſpicati ſint Opus iſtud Archimedis non eſſe; licet nulla ſatis firma ratione permoti. Nam cæteræ propoſitiones ſolidiſſimæ ſunt; et hanc ipſam concutias facilius, quam evertas. Ipſe etiam ſtilus Archimedis eſt, qui ſemet ipſum horum

horum librorum auctorem prodit, dum in eorum altero Propoſitione V. librum de paraboles quadratura citat his verbis: δέδεικται γὰρ ἐν ἄλλοις, τὰ τμάματα ἐπίτριτα ἦμεν τῶν τριγώνων. Num ita loqui ſolet qui aliena memorat? Verum hoc obiter. Illud dolendum eſt, quod neque iſti commentarii, neque cæteri, quos memoravimus, uno in Circuli Dimenſionem excepto, digni habiti ſint, in quibus aliquis ingenii vires exerceret. Nam præterquam quod hominum diligentia æmulatione intenditur, minus in iis laborandum eſt, quæ ipſe primus non attingas; quando aliena facilius correxeris, quam ipſe tua propoſueris. Itaque major prope cura adhibenda mihi fuit in Eutocio, quam in Archimede ipſo recognoſcendo; quamvis ille, ut recentior, ita incorruptior aliquanto ad nos pervenit. Atque hæc cauſſa fuit, cur Archimedem in Eutocii domo conquirerem, ubi melius quandoque, quam in propria habitabat. Quod ſi qua ſententia cum eadem utrobique ſit verbis aliquibus diſcrepat, id ex editionum varietate repeti debet. Quando enim Eutocius ſuos commentarios confecit editione uſus eſt longe optima, quam præceptor ejus Iſidorus Mileſius recognoverat, ut ipſe monet his verbis, quæ in fine cujuſque commentarii ſubjecit: Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα, ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ. Cæterum illud non tam in Archimede quam in Eutocio expertus ſum, quam arduum ac difficile ſit Græcorum monumenta latinis litteris tradere. Nam Romani eloquentiæ ſtudio unice dediti, quod in Republica maxime viget, Geometriam, cæteraſque fere diſciplinas comtemnebant, quaſi eæ homini ingenuo minus convenirent. Hinc fit, ut ſi quid de rebus hujuſmodi ſcribendum ſit, nullum fere auctorem habeas, quem imitere. Quo major mihi gratia habenda eſt eximio hujus ætatis ſcriptori Jacobo Facciolato Patavino, quem ego unum per litteras conſului, quoties aliquid incidit, quod ſine ſumma Latinæ linguæ peritia expediri non poſſet. Nec ille pro ſua erga me benevolentia, licet graviſſimis occupationibus diſtrictus, quærenti mihi unquam defuit. Nam ut eſt humaniſſimus, colendiſque amicitiis in primis natus nihil antiquius ducit, quam quos maxime caros habet opera atque conſilio juvare.

Utinam vero Eutocius omnia Archimedis opera expoſuiſſet eadem cura atque diligentia, qua pauca quædam expoſuit, quæ memoravimus: quod illi facere per otium licuit, cum admodum adoleſcens libros de Sphæra et Cylindro interpretatus ſit, ut ex ejus epiſtola apparet ad Ammonium Sophiſtam. Sed unus fortaſſe aliquis exorietur, qui incœptum ab eodem opus abſolvet, aut, quod optabilius eſt, de integro inſtituet, præcipuus ingenio atque doctrina, iiſque omnibus adjumentis inſtructus, ſine quibus res tanta perfici nequit. Nam majus quiddam eſt, quam quod vulgo creditur, commentarios in Archimedem pro rei dignitate conſcribere; idque cum omni tempore, tum præſertim ætate hac, quando ea, quæ maxima olim habebantur, ut levia deſpicimus. Quotus enim quiſque hodie petat, modo non in ipſo Geometriæ limine hæſerit, ut ſi qua Propoſitio paulo obſcurior in Archimede occurrit, ea ſibi explicetur, demonſtratiſque, quæ ille conſulto omiſit, in ſua quaſi principia reſolvatur? Hoc, quod quis in Euclide, Apollonio, Theodoſio, aliiſque cum laude præſtiterit, ſupervacuum in Archimede eſt, qui non tyronibus, ſed viris exercitatis legendus proponitur. Illud potius quærendum eſſet, quænam fuerit methodus illa prorſus admirabilis, qua tantus Geometra uſus eſt ad ea detegenda, quæ hodie calculi integralis ope eruuntur. Neque enim valde diverſa fuiſſe videtur ab illa, quam primus invenit Bonaventura Cavalerius, ſuoque illo volumine tradidit, quod "Geometriam indiviſibilibus continuorum promotam" nuncupavit. Sane Archimedes ſi quando demonſtrare vult, quæ figuræ ad figuram proportio ſit, ſive ea plana fuerit, ſive ſolida, utramque in plures particulas aut parallelogrammas, aut cylindraceas dividit, eaſque invicem componit cum ſingulas, tum omnes ſimul ſumptas, ut quod verum eſt inde eliciat. Quod ubi factum ab illo vidiſſes, quantulum

lum erat particulas illas animo uſque adeo minuere, dum collectæ in unum totas figuras exæquare viderentur! Atqui hoc præcipuum fundamentum eſt, cui Cavalerius methodum ſuam ſuperſtruxit. Quid vero ſi Archimedes docuit, qua ratione eæ particulæ, quotcunque tandem fuerint, in unam ſummam colligantur? Nimirum huc faciunt Propoſitiones X, et XI libri de Helicibus; et II ac III libri de Conoidibus et Sphæroidibus. Illud porro animadvertendum eſſet, quantum Archimedes et Cavalerius inter ſe conveniunt, tantumdem a ſe invicem diſſentire. Cum enim uterque figuram, de qua quæritur, in plures particulas dividat, ex quibus figura alia componitur, Archimedes quidem de una ex altera ita conjicit, ut ſingulas ſeorſum conſideret; Cavalerius autem idem de utraque ſtatuit, quod ſibi perſuadeat eas tandem aliquando in unum coaleſcere. Itaque cum idem uterque eadem via quærat, longe diverſis principiis utitur. Neque enim Archimedes ſtatuit, aut ſtatuere unquam potuit, componi lineam ex punctis, ſuperficiem ex lineis, ſolidum ex ſuperficiebus; quod utique abſurdum erat cogitaſſe. Atque hoc manifeſtum eſt ex V propoſitione libri de Conoidibus et Sphæroidibus, in qua cum hoc ſibi demonſtrandum propoſuiſſet, ellipſin ad circulum majori ejus diametro inſcriptum eamdem rationem habere, quam minor ejus diameter ad majorem, argumentationem inſtituit, quæ eo demum exit, ut colligatur eamdem illam rationem intercedere inter duas lineas, quæ a quovis puncto communis diametri ad ellipſis et circuli ambitum, ad rectos angulos, ducuntur. Quidni ergo Archimedes ita concluſerit? Atqui linearum, quas diximus, priores quidem ellipſin componunt, poſteriores vero circulum; et ut omnes præcedentes ad omnes ſequentes; ita ſe habet una præcedens ad unam ſequentem. Igitur ellipſis ad circulum eamdem rationem habet, quam minor ejus diameter ad majorem. Hoc argumento recentior aliquis Geometra utatur, non Archimedes, aut alius quiſpiam ex antiquis, qui valde metuunt ne ab Euclide ferulis vapulent. Quippe recta linea ab eo definitur ſine latitudine longitudo: ex quo ſequitur infinitas numero lineas, cum alia ſuper aliam cadat, unam tantum lineam efficere. Quod ſi rectam lineam ipſe definieris longitudinem cum inſecabili quadam latitudine, præterquam quod quid hoc ſit concipi non poteſt, in aliam haud minorem difficultatem incides. Nam ſi inæquales hujuſmodi rectæ componantur, ſerratam quamdam figuram conſtituent, non continuo et æquabili orbe comprehenſam.

Atque hinc occaſio arripienda eſſet, quæ ſeſe ſponte offert, excutiendi celebris illius ſive principii, ſive petitionis, cui uni calculus differentialis, atque integralis innititur, duas quaſvis magnitudines æquales eſſe, quæ quantitate differunt adeo exigua, ut minor alia proponi nequeat. Quod quidem manifeſte pugnat cum notione illa, quam animis inſitam de æqualitate habemus. Ea enim æqualia eſſe concipimus, quarum differentia nulla eſt. Jam vero ſi quantitas infiniteſima, ita vocant, exigua illa quidem eſt, ſed tamen aliqua, qui, quæſo, fieri poteſt, ut duæ magnitudines, quas inter hujuſmodi quantitas intercedit, æquales omnino ſint? Nam de monte quod dicitur, quem ideo depreſſiorem non cenſeas, quod granum arenæ ejus vertice deceſſerit, id nihil ad rem facit. Quippe in Geometria quod exquiſitiſſimum eſt quæritur; ita ut ſi ejus montis altitudo Geometrica ratione dimetienda ſit, ne illud quidem arenæ granum negligi debeat. Porro eo etiam diligentius quærendum de infiniteſimis quantitatibus eſſet, quod quidam contendunt eaſdem receptas fuiſſe ab antiquis Geometris, quod falſiſſimum eſt. Cum enim Euclides docet, datis inæqualibus duabus magnitudinibus, fieri poſſe, ut a majore magnitudine pars quædam alia atque alia abſcindatur, ita ut, quæ pars ejus relinquitur, minore propoſita magnitudine minor ſit, quid aliud oſtendit, quam nullam eſſe majoris illius magnitudinis partem, ultra quam progredi abſcindendo nequeas? Ita ille maxime infenſus eorum placitis invehitur, quo præſertim nituntur. At mihi recentiores Geometræ ideo decepti eſſe videntur, quod principia quædam atque elementa quæſierint in magnitudine mathematica haud ſecus quam in

physica

phyſica quæri ſoleant. Quaſi vero eadem ſit magnitudinis utriuſque natura, et non potius longe diverſa, cum altera coacervatione fiat, altera motu; ita ut quæ illius elementa ſint, animo ſaltem concipias; quæ vero hujus, ne fingere quidem poſſis. Nimirum cum unum idemque ſolidum ſuperficiei motu gignatur, ſive celerior is ſit, ſive tardior, quæ tandem illius ſolidi elementa erunt? An pro diverſitate motus ea quoque diverſa cenſenda ſunt? Ita fiet, ut plura ac prorſus infinita unius magnitudinis elementa ſint; quod utique eſt abſurdum. Atque hinc vetus illa quæſtio de diviſione continui, quæ magna animorum contentione diu multumque in ſcholis agitata eſt, minimo negotio expeditur. Nam continuum, quod vocant, aut Phyſicum eſt, aut Mathematicum. Si Phyſicum eſt, illud ita divides, ut conſiſtere tandem cogaris: ſin autem Mathematicum, progredieris dividendo quouſque voles; neque ulla erit pars adeo exigua, quæ animo dividi in partes alias atque alias non poſſit. Scilicet illud disjunctione partium disjici nequit, quod non earum compoſitione compingitur; et ibi elementa fruſtra quæruntur, ubi nulla ſunt. Quod cum dico duo hæc continua mente et cogitatione ſejungo; ne quis forte objiciat mathematicum in phyſico concipi, quatenus ſcilicet id eſt quantum, et propterea idem de utroque pronuntiari debere. Neque vero quidquam agunt, qui infiniteſimas quantitates rejicientes, momenta quædam earum loco Geometriæ inferunt; eaque ita vocant, quod concipiantur momento temporis finitæ magnitudinis fluxu oriri. Si enim momenta hæc vires ſuas fluendo explicant, non aliud ſunt quam ipſæ, quas rejiciunt, infiniteſimæ quantitates: ſin autem nituntur, neque tamen ultra tendunt, novum vocabulum fruſtra inducitur, dum id, quod nihil eſt, momentum appellatur. Quid ergo eſt? Inquiet aliquis. Num recentiorum calculum deſpicis, cujus uſus in Geometria tam longe lateque patet? Imo vero valde ſuſpicio, atque inter maxima ſuperioris ætatis inventa refero, quo nihil majus non modo ab homine expectari, ſed ne voto quidem præſumi potuerit. Hoc unum contendo, falſo illum fundamento inniti: ut ſuſpicari liceat non jam conſtituto principio calculum inventum, ſed invento calculo tum demum conſtitutum principium fuiſſe. Et ad calculum differentialem quod attinet, illud mihi certum exploratumque eſt in definiendis contingentibus, et maximis minimiſve, quas illi infiniteſimas quantitates vocant, has eſſe merum nihilum. Merum autem nihilum dico, quod nihilum relatione in Geometria, meo quidem judicio, nullum ſit. Quod vero attinet ad calculum integralem, cujus ope curvæ lineæ in rectas tranſmutantur, et ſuperficies ac ſolida ad quadratum, et cubum rediguntur, quantitates illæ, quæ characteriſticæ vocantur, aliquid quidem ſunt, ſed furtim calculo ſupputantur. Quid ergo mirum ſi calculi iſti recte procedunt; quando nihil impendii ſit, ſive quod nihil eſt abjicias, ſive quod eſt aliquid ultro retineas. Ex quo illud etiam apparet merum calculi integralis commentum eſſe, duas quaſdam rectas concipere infinite proximas, quæ figuræ elementum conſtituant; quod eodem res cadat quocunque tandem intervallo diſtent. Atque hæc adeo perſpecta mihi ſunt in curvis omnibus tam algebraicis, quam mechanicis, ut ea, ubi opus fuerit, demonſtrare poſſim.

Nunc autem pauca quædam non tam explicare, quam proponere libet, quæ occurrerunt animo cum Archimedem attente perlegerem, quærerem que num, quæ ſibi recentiores Geometræ ſubſidia analyticæ artis quæſierunt, ipſe, ut aliqui volunt, admiſerit. Ego enim contra ſentio, quod videam ea quoque illum rejicere, quæ minus dura videntur; puta figuram quamlibet curvam ſumi poſſe pro polygono eidem inſcripto, quod infinita numero latera habeat. Quod cum tamquam verum ponatur communi recentiorum Geometrarum conſenſu, tantum abeſt ut Archimedes illud probet, ut ideo concludat ſpatia quædam parabolæ ſegmento inſcripta, quotcunque tandem fuerint, ſegmento ipſo minora eſſe, quod ea polygono cuidam æqualia ſint. Et ſane concipi nequit polygonum

in

in curvam figuram abire, quin duæ res prorſus diverſæ in tertiam quamdam coaleſcant. Alia ſiquidem ſpecies nobis animo obverſatur cum circulum, et alia cum polygonum dicimus, quæ non tam re, quam ratione ſecernuntur. Porro id polygonum, quod in circulum tranſmutatur, cujus tandem naturæ eſſe debet? Num ternarius illud numerus metietur, an quaternarius; denique alius quiſpiam numerus primus, vel compoſitus? Neque enim demonſtras cur potius circulus fiat id polygonum, cujus latera a ternario, quam cujus a quaternario, aut alio quovis multiplicantur. Præterea abſurdum eſt concipere, quod infinitum eſt, id factum aliquando eſſe. Neque enim id eſt infinitum, cujus aliquis eſt finis. Cæterum non negaverim polygona, quæ curvis figuris inſcribi ſolent, magno ſæpe adjumento eſſe ad ea detegenda, quæ figuris ipſis conveniunt, quæque alio modo erui ſine magno labore non poſſent. Nam Archimedes ipſe paraboles quadraturam invenit, polygono quodam ejuſdem ſegmento inſcripto, cujus ea erat natura, ut minus continuo eſſet quam ſeſquitertium trianguli eamdem ac ſegmentum baſim atque altitudinem habentis quantitate quadam, quæ magis magiſque minueretur, quo plura polygonum latera haberet, propiuſque ad ſegmentum ipſum accederet. Hoc autem polygonum parabolæ analogum recte vocaveris. Cujus generis polygona cum infinita ſint, pro diverſa curvarum natura, quærendum de iis diligenter eſſet; unde maximi in Geometriam fructus redundarent. Plurimum enim ſcire refert, quotieſcunque polygonum figuræ alicui inſcribis, utrum analogum eidem ſit; ne in graviſſimos errores incidas, eaque te inveniſſe credas quæ fieri nullo modo poſſunt. Cujus rei exemplum hic afferre libet ex figura quadam petitum polygoni ſpeciem referente circuli quadranti inſcripta, cujus ope aliquis fortaſſe ſibi perſuaſerit ſe circuli quadraturam detexiſſe. Hoc autem tribus propoſitionibus explicabitur, quarum prima hæc ſit.



1. Si fuerint rectæ quotcunque æqualiter ſeſe invicem excedentes, quarum exceſſus ſit æqualis minimæ; et aliæ item rectæ multitudine quidem unâ illis minores, magnitudine vero æquales unaquæque maximæ; omnes rectæ, quarum unaquæque maximæ eſt æqualis, duplæ erunt omnium rectarum ſeſe invicem excedentium, dempta earum maxima.

Hujus autem demonſtratio ex appoſita figura manifeſta eſt. Ex qua ſequitur, ſi minores rectæ, quas diximus, cum poſterioribus conjungantur, tunc triplas illarum fore.

2. Si recta linea circulum in quolibet puncto contigerit, et ab eodem recta ducatur ad diametrum normalis, duæ rectæ, quarum prima inter normalem, et contingentem, altera inter normalem, et diametri extremum, quod ad partes contingentis eſt interjicitur, proportionales erunt duabus rectis, quarum prima interjicitur inter normalem, et extremum diametri, quod eſt ad partes contingenti contrarias, altera inter normalem, et centrum; ita ut, quæ ſunt ad diametri extrema, ſecum invicem non conferantur.



Sit circulus A E B, cujus diameter A B, et centrum C. Contingat autem circulum A E B in puncto E recta E F; ducaturque a puncto E recta E D ad diametrum A B normalis. Dico, ut F D ad A D, ita ſe habere B D ad D C.

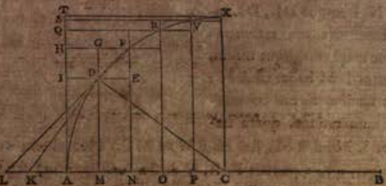
Ducantur enim rectæ A E, C E, B E. Quoniam igitur angulus A E B rectus eſt, ut E D ad A D, ita ſe habet B D ad E D. Se

habet

habet autem, ut F D ad E D, ita etiam E D ad D C; quoniam angulus F E C ipſe quoque eſt rectus. Se habet igitur, æqua proportione, ut F D ad A D, ita B D ad D C. Quod oportebat demonſtrare.

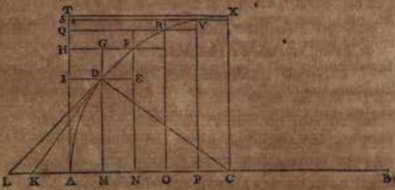
3. Si circuli quadranti quadratum circumſcribatur; ſectaque alterutra ejus baſe in æquales quotcunque partes rectis ad baſim ipſam normalibus, quæ quadrantis circumferentiam in partes totidem ſecent, ducantur ad ea puncta, in quibus eadem ſecatur, rectæ aliæ baſi parallelæ; producanturque rectæ, quas primo, quaſque ſecundo loco diximus, ad binas contiguas, ita ut figuræ oriantur ex parallelogrammis compoſitæ, quarum altera quadranti inſcribatur, altera circumſcribatur: inſcripta ad circumſcriptam majorem quam triplam rationem habebit.

Sit circuli quadrans A D F R V X, eique circumſcribatur quadratum A T X C. Secetur autem A C in æquales quotcunque partes A M, M N, N O, O P, P C rectis ad ipſam A C normalibus M D, N F, O R, P V; ducanturque ad puncta D, F, R, V rectæ I D, H F, Q R, S V ipſi A C parallelæ, et producantur M D, I D ad H F, N F, aliæque item eodem modo; ita ut oriantur figuræ, altera quidem M D F R V X, altera vero I D F R V X. Dico figuram M D F R V X ad figuram I D F R V X majorem rationem habere quam triplam.



Jungantur enim puncta D, F recta D F, quæ producta cum diametro in puncto L concurrat. Ducatur autem a puncto D recta D K quadrantem contingens; et jungatur D C; ponaturque C B ipſi A C æqualis. Et quoniam parallelogramma D N, H D æquiangula ſunt, rationem inter ſe invicem habebunt, quæ ex laterum rationibus componitur. Itaque ut parallelogrammum D N ad parallelogrammum H D ita ſe habet cum D E ad D G, ſive E F, tum D M ad D I, ſive A M. Ut autem D E ad E F, ita ſe habet L M ad M D. Ut igitur parallelogrammum D N ad parallelogrammum H D, ita ſe habet cum L M ad M D, tum D M ad A M; hoc eſt parallelogrammum L M D ad parallelogrammum A M D; hoc eſt L M ad A M. Quæ enim parallelogramma ſub eadem altitudine ſunt, ea ſeſe invicem habent ut baſes. Habet autem L M ad A M majorem rationem, quam K M ad A M; hoc eſt B M ad M C. Quippe demonſtratum eſt quatuor haſce rectas proportionales invicem eſſe. Habet igitur parallelogrammum D N ad parallelogrammum H D majorem rationem, quam B M ad M C. Eodem modo demonſtrabitur, parallelogrammum F O ad parallelogrammum Q F majorem rationem habere, quam B N ad N C; et parallelogrammum R P ad parallelogrammum S R majorem, quam B O ad O C; et parallelogrammum V C ad parallelogrammum T V majorem, quam B P ad P C. Igitur omnia parallelogramma D N, F O, R P, V C ad omnia parallelogramma H D, Q F, S R, T V majorem rationem habent, quam omnes B M, B N, B O, B P ad omnes M C, N C, O C, P C. At vero B M æqualis eſt duabus B C, C M; et B N duabus B C, C N; et B O duabus B C, C O; et B P duabus B C, C P. Itaque quædam ſunt rectæ æqualiter ſeſe invicem excedentes B C, C M, C N, C O, C P, quarum exceſſus minimæ C P æqualis eſt; et aliæ item rectæ multitudine quidem una illis minores, magnitudine vero æquales unaquæque maximæ B C, quæ cum prioribus

illis conjunguntur. Omnes igitur B M, B N, B O, B P triplæ erunt omnium C M, C N, C O, C P. Demonſtratum autem eſt omnia parallelogramma D N, F O, R P, V C ad omnia parallelogramma H D, Q F, S R, T V majorem rationem habere, quam omnes B M, B N, B O, B P ad omnes M C, N C, O C, P C. Igitur omnia parallelogramma D N, F O, R P, V C, hoc eſt figura inſcripta, ad omnia parallelogramma H D, Q F, S R, T V, hoc eſt figuram circumſcriptam, majorem habent rationem, quam tria ad unum; hoc eſt majorem quam triplam. Quod oportebat demonſtrare.



Jam qui appoſitam figuram inſpicit ſtatim intelligit, quo plures in partes ſecatur A C eo propiores D M, F N, itemque D K, D L invicem evadere, rationemque magis magiſque minui, quam L M habet ad A M; ut tandem ferme conveniat cum ratione, quam habet K M ad A M; hoc eſt B M ad M C. Hoc autem cum in aliis quoque rectis contingat, quæ a punctis F, R, V ductæ intelliguntur, ſequitur rationem figuræ quadranti inſcriptæ ad circumſcriptam continuo ad triplam accedere; ut ea demum inter quadrantem ipſum, et quadrati ſegmentum intercedere videatur. Quod ſi ita res haberet ſequeretur quadratum quod circulo circumſcribitur circuli eſſe ſeſquitertium; atque ideo ejus circumferentiam diametri eſſe triplam; quod omnino fieri non poteſt. Demonſtravit enim Archimedes, cujuſlibet circuli circumferentiam diametri eſſe triplam, et adhuc parte quadam excedere, quæ minor quidem eſt ſeptima diametri parte, major vero decem ſeptuageſimis primis. At vero perperam de circulo conjicitur ex figura eidem inſcripta, quæ nihil cum circulo ipſo commune habet.

Contra autem eſt in polygono, quod Archimedes parabolæ inſcribit, quod licet parabola numquam fiat (eſt enim abſurdum) cum illa tamen arcta quadam ſocietate conjungitur. Atque id polygonum exprimitur ſerie quadam magnitudinum, quæ proportione quadrupla, eademque continua, ſeſe invicem excipiunt. Cujus ſeriei colligendæ ratio ea nobis ab Archimede traditur, quæ vera germanaque eſt, et totius rei naturam explicat. Cum enim nos doceat omnes has magnitudines in unum collectas ſeſquitertias eſſe maximæ, ſi tertia minimæ pars iiſdem adjiciatur, neque tamen earum numerum definit, facile intelligitur partem hanc tertiam non aliud eſſe, quam parabolæ ſegmenta, quæ una cum polygono parabolam totam componunt. Itaque ſi qua ſeries colligenda ſit, opus non eſt, ut ea concipiatur infinitis numero terminis conſtare, quod tamen recentiores præcipiunt; ita ut poſtremus prope ad nihilum redigatur, ideoque negligi poſſit. Nam ipſe quoque in ſummam redigendus eſt, et quantitas adhuc quædam addenda, quæ reliqua eſt magnitudinis pars, unde ſeries oritur, et dividenda uſque et uſque eſſet. Redit autem integrum, ſi quæ pars ablata fuerit, eidem rurſus accedat. Quid quod etiam Recentiores eam ipſam quantitatem ſpecie abjiciunt, revera ſupputant. Nimirum ea in formula colligendis ſeriebus inſtituta negative ponitur: et quæ quantitas ſigno negativo notatur, ſi notetur poſitivo, evaneſcit.

Porro ex his omnibus colligitur eaſdem fere methodos Veteres adhibuiſſe, quibus nunc utimur, niſi quod eas ſolidioribus fundamentis ſuperſtruxere. Scilicet ſeveriora ejus ætatis ingenia nihil tamquam principium admittebant, quod non ſtatim ipſo naturæ lumine verum eſſe appareret. Nunc autem quædam proponuntur, quæ adeo obſcura ſunt atque incerta, ut

qui

qui liberaliſſime agere velit, pronuntiare debeat, quod in antiquis indiciis fieri ſolebat, non liquere. Quotus enim quiſque infiniti naturam perſpexit, cujus nulla notio ſatis clara atque diſtincta impreſſa in animis noſtris quaſique conſignata a natura fuit? Neque vero ipſi per nos acquirere potuimus, cum totus hic mundus aſpectabilis, et quidquid in eo manu tangimus, oculis videmus, ſenſu aliquo modo percipimus, ſuis finibus coerceatur. Quod dum reputo minus miror viros etiam acutiſſimos, quoties de infinito locuti ſunt, hallucinatos eſſe, multaque prodidiſſe, quæ partim inania ſunt, partim etiam abſurda. Quid enim abſurdius excogitari potuit, quam circuli circumferentiam, ſi infinitus ille fiat, in rectam lineam tranſmutari? Nonne infinitus circulus æque ſecum ipſe pugnat, atque cum infinito finitum? Et recta fieri qui poteſt linea, cujus ea natura eſt, ut in orbem redeat? Quæ cum ita ſint affirmare non dubitaverim infinitum propria ſignificatione acceptum a Geometria omnino rejiciendum eſſe, cujus præcipuum officium eſt magnitudines metiri; ex quo etiam Geometria dicitur. Infinitæ autem magnitudinis menſura nulla eſſe poteſt. Quæ enim ſuperficies, aut ſolida infinita a Geometris dicuntur, ea proprie infinita non ſunt; niſi quatenus infinita etiam eſt pedalis longitudo, quæ in partes dividi poteſt nullo finito numero comprehendendas. Quod ſi qua magnitudo concipienda ſit ultra quodvis intervallum extendi, eam rectius Geometra indefinitam, quam infinitam vocaverit. Nam qui aiunt infinitum, de quo in Geometria ſermo eſt, infinitum abſolute non eſſe, ſed relatione tantum, nihil aliud agunt, quam ut infiniti nomine abutantur, et quod infinitum non eſt, id infinitum eſſe dicant. Cujus definitio hæc una afferri poteſt: infinitum id eſt, quod nullos habet fines. Quocirca ſi quis conſiderare voluerit quid infinitum ſit, notiones ejus omnes ex allata definitione eruet, diligenterque cavebit ne cum ulla re finita illas communicet; unde maximi errores ſequerentur. Hoc autem quomodo fieri debeat præclare nobis Plato demonſtravit in Parmenide, ubi poſtquam unum cum Zenone id eſſe definiit, quod non plura; quid unum ſit hac ſignificatione acceptum, et quid inde ſequatur, inquirit. Atque id tanto ingenii acumine exequitur, quanto nemo unquam mortalium de re ſubtiliſſima diſputavit: ut quantus is in aliis libris cæteros Philoſophos, tantum in hoc ſe ipſum ſuperaſſe videatur. Cæterum cum infinitum magnitudine concipi nequeat, ne infinitum quidem parvitate concipies. Scilicet alterum majus eſt, quam ut animo recipi poſſit; alterum minus, quam ut retineri. Quamquam primum illud a Geometris aliquo modo exprimitur unitatis nota per nihilum diviſa; neque uſu caret ſi tempore et loco adhibeatur.

Hæc aliaque hujuſmodi, quid enim ſingula percurram? explicanda illi eſſent, qui novos in Archimedem commentarios conſcribendos ſuſciperet. Nulla enim utilior aut jucundior comparatio eſſe poteſt, quam quæ inter Veteres, et Recentiores inſtituitur; præſertim cum minime invidioſa res ſit, quos longa ætas æmulationi exemerit, etiam ſupra verum extollere. Sed ne illa quidem ſilentio prætereunda, quæ cum ante annos bis mille Archimedes propoſuerit, ſuperiore demum ætate ut nova tradita ſunt. Et de magnitudinibus quidem colligendis quid ille præceperit ſupra dictum eſt, ſi eæ proportione Geometrica, eaque continua deinceps ponantur. Illud quoque nos docuit, quomodo magnitudines colligi debeant, quæ pro ratione numerorum deinceps imparium ſeſe invicem conſequuntur. At hoc facere quicunque noverit plures ſuperficies, ac ſolida minimo negotio quadrabit. Et ut a Geometricis ad Phyſica tranſeamus, celebris illa poſitio de corporum gravitate Archimedi debetur, qua finguntur duo, aut plura gravia ad terræ ſuperficiem agi ſecundum lineas rectæ illi parallelas, quæ a communi eorundem gravitatis centro ad terræ centrum ducitur. Cum enim vera poſitio hæc eſſet, qua Archimedes ipſe quandoque utitur, gravia ad terram deprimi ſecundum lineas, quæ in ipſius

terræ

terræ centro coeant, altera illa conficta eſt, quo facilius præcipua quædam de gravitate theoremata eruerentur. Et ſane ſi quis primum illud ponat, deinde quærat quam lineam grave deſcribat, quod in plagam aliquam projiciatur, difficillimam rem ſuſceperit. Neque vero alterum jure rejeciſſe videbitur, quando duæ lineæ, quæ non niſi dimenſo longiſſimo intervallo invicem concurrunt, parallelarum naturam aliquo modo ſequuntur. Ad hæc ſi quis machinas tractorias conſideraverit, quæ noſtris temporibus propoſitæ ſunt, facile intelliget omnes fere ab Archimedis Helice, aut Triſpaſto ductas fuiſſe. Quin etiam lanx illa a Galilæo excogitata, cujus ope detegitur, ubi illam in aqua demerſeris, num qua maſſa è pluribus metallis conflata fuerit, et quota cujuſque pars in ea ſit, uni Archimedi tribuenda eſt. Profecto lancem neſcio quam in hunc uſum ab Archimede comparatam Priſcianus deſcribit, aut quicunque Auctor fuerit libelli de ponderibus, et menſuris. Nam Vitruvius rem exequitur craſſa Minerva; ut potius vulgi opinionem, quam veritatem ſecutus eſſe videatur. Verum de his hactenus.

Id quoque oneris alius quiſpiam Archimedis explanatori injunxerit, ut ejus nomen adverſus quoſdam tueatur, qui illud ſi non obſcurare, certe perſtringere conati ſunt. Neque enim defuerunt qui quædam ejus ſcripta, firmiſſimis licet demonſtrationibus ſubnixa, oppugnarent. Sed mihi ea cura inanis videtur, quæ in iis propugnandis impenditur, quæ ſemel vera eſſe certiſſimis argumentis cognoveris. Quem enim eorum moveant, qui Archimedis Circuli Dimenſionem probe aſſecuti ſint, quæ adverſus illam Joſephus Scaliger impetu magis, quam ratione fudit? Et hæc ipſa ab Hadriano Romano, aliiſque uſque ad faſtidium refutata ſunt. Quoniam vero duo omnino cum ſint demonſtrandi modi, quorum alter directus, alter non directus vocatur, Archimedes poſtremo hoc plerumque utitur; idque ei a pleriſque vitio datum eſt; pauca quædam de illo dicenda eſſent. Et illi quidem, qui priorem modum ſecundo ita præferunt, ut illum certum ac germanum, hunc fallacem ſpuriumque eſſe dicant, non ſatis mihi utriuſque naturam perſpexiſſe videntur. Uterque enim æque plana ac ſimplici via ingreditur, quando alter verum ex vero, alter falſum ex falſo colligit. Ea autem veri, falſique natura eſt, ut neutrum ſibi contraria gignat. Enimvero duo illi modi hoc præſertim inter ſe differunt, quod alter per vera progreditur, quæ ſingula vera eſſe, cognito primo, intelliguntur; alter per falſa, quæ falſa eſſe tum demum apparet, cum de poſtremo conſtiterit. Id quoque modus directus commodi habet, quod in primo vero acquieſcit, unde cætera fluunt; dum falſa omnia non directus percurrit, quæ uni alicui vero contraria ſunt. Hæc tamen duo omnino eſſe poſſunt in Geometria, in qua magnitudines invicem comparantur. Quæ enim proportio inter duas quaſdam magnitudines intercedit, ea ſi non ſit propoſitæ alicui proportioni æqualis, aut major ipſa erit, aut minor. Quorum unum verum cum ſit, neceſſe eſt duo reliqua eſſe falſa. Quocirca prior ille modus clarior quidem altero, et expeditior; non autem certior, aptiorve ad demonſtrandum judicari debet. Præterea animadvertendum eſt, verum quodcunque dicitur, niſi ſimplex illud ſit, ex pluribus veris componi, quæ ſingula cum veris aliis ejuſdem generis cognatione quadam conjunguntur, et ſeſe invicem alterum ex altero manifeſtant. Ex quo fit duas omnino eſſe veri inveſtigandi vias, quarum altera verum ipſum ex propriis ſibi veris aperit, altera de uno vero ex aliis veris ſimilibus conjicit. Quare ſi demonſtrandum aliquid fuerit, quod quis priore via invenerit, modo directo; ſin autem quod poſteriore, non directo commode utetur. Quippe aliud eſt principium a principio recto ordine ducere; aliud de uno principio ex principio alio, quod cum ipſo conveniat, conjecturam facere. Ut autem exemplo aliquo manifeſta res fiat, quando Archimedes de circuli area quæſivit, quota ea eſſet detexit non tam ex natura ipſius circuli, quam ex natura polygonorum, quæ eidem inſcripſit, circumſcripſitque. Itaque cum demonſtrare voluit, quemlibet

libet

libet circulum æqualem eſſe triangulo rectangulo, cujus unum latus eorum, quæ circa rectum angulum ſunt, circumferentiæ, alterum radio æquale fuerit, argumentatione utitur, unde abſurda concluſio ſequitur. Quæ quidem argumentatio præterquam quod neceſſaria eſt, vel ideo in pretio haberi debet, quod miros quoſdam ſuppeditat concludendi modos. Quis enim unquam ſibi perſuaſiſſet de duobus ſpatiis colligi poſſe, alterum altero majus futurum, ſi eo minus fuerit; aut contra futurum minus, ſi eodem fuerit majus? Ego tamen huc rem deduxi, cum duo quædam rectangula figuræ cuidam inſcriberem, eaque æqualia invicem eſſe contrariis duabus poſitionibus demonſtrarem. Quod non jactantia refero, ſed quia concluſiones hujuſmodi vel apud antiquos Geometras rariſſimæ ſunt; quas inter ea Euclidis maxime celebratur, qua de duobus quibuſdam numeris colligit, alterum alterum ideo metiri, quod non metiatur.

Et hæc quidem obſcura natura ſua obſcuriora etiam fiunt, quod preſſius dicantur: quæ tamen alius fortaſſe fuſius explicabit, qui eam curam ſuſcipiet, quam ego libens abjeci, aut in tempus aliud diſtuli. Cum enim duo potiſſimum in Græco Auctore præſtanda ſint; primum ut emendetur, latineque reddatur; deinde vero illuſtretur; quod prius ordine, id etiam tempore eſſe debebat. Quoniam vero experientia didici quanta vel in facilioribus rebus Typothetarum negligentia ſit, veritus ne in difficillima gravius peccarent, præſidium ab amicis quæſivi, adjuncto mihi inter cæteros adjutore Joanne Franciſco Seguierio Nemauſenſi, Viro in primis docto atque induſtrio. Huic uni potiſſimum referendum eſt, quod ne illa quidem neglecta ſunt, quæ exigua quidem videntur, ſed plurimum, ut ipſe ait, typographicam artem commendant, chartarum nitor, typorum elegantia, denique optima cujuſque rei diſpoſitio atque forma. Mira ſiquidem eſt Viri ejus ſolertia; dum maximas res minimaſque eadem ferme cura exequitur. Geometricas figuras, et encarpa, quibus librorum capita fineſque ornantur, ligno elegantiſſime incidit egregius artifex Antonius Bellemius Anconitanus. Cæterum editio hæc, qualis demum cunque ſit, paucis admodum in pretio erit. Quantæ enim operæ eſt Græca monumenta a librariorum mendis repurgare, latinoque ſermone fideliter exprimere! Scilicet editor veteris cujuſque ſcriptoris hodie deſpicitur, quantamcunque diligentiam in eo emendando adhibuerit, niſi illum commentariis ſubinde illuſtret, et dimidia ſaltem ſui parte auctum, aliena propriis coacervando, in lucem emittat. Itaque ille mihi judex optandus eſt, qui quod hoc ſit, Archimedem pro dignitate edere, ſuo pondere æſtimet, Geometriæ peritus, Græciſque litteris animo, non ore tenus exercitus. Hic ſi mihi contingat, laudatorem equidem malim, ſed et benevolum accuſatorem admonitoremque æquo animo feram. Cæteros non moror, qui ſpecie boni, non bono ipſo capiuntur, pluriſque ea faciunt, quæ videntur, quam quæ ſunt. Quorum ego judicium nec æquum expecto, nec iniquum magnopere reformido.

ARCHIMEDIS

DE PLANORUM

ÆQUILIBRIIS LIBRI DUO;

LIBRO DE QUADRATURA PARABOLES INTERJECTO.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΩΝ,

Η ΚΕΝΤΡΑ ΒΑΡΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ,

ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ,

ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS

(UT PLERIQUE CREDUNT)

DE PLANORUM ÆQUILIBRIIS

SIVE

EORUMDEM GRAVITATUM CENTRIS,

LIBER PRIMUS,

CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΑΙΤΟΥΜΕΘΑ τὰ ἴσα βάρεα ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων [a] ἰσοῤῥοπεῖν· τὰ δὲ ἴσα βάρεα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων μὴ [b] ἰσοῤῥοπεῖν, ἀλλὰ [c] ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος μάκεος. Αἴκα βαρέων ἰσοῤῥοπεόντων ἀπό τινων μακέων ποτὶ τὸ ἕτερον τῶν βαρέων ποτιτεθῇ τι, μὴ ἰσοῤῥοπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος ἐκεῖνο, ᾧ [d] προσετέθη. Ὁμοίως δὲ καὶ αἴκα ἀπὸ τοῦ ἑτέρου τῶν βαρέων [e] ἀφαιρεθῇ τι, μὴ ἰσοῤῥοπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος ἀφ' οὗ οὐκ ἀφῃρέθη. Τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων σχημάτων ἐπιπέδων ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα, καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων [f] ἐφαρμόζειν ἐπ' ἄλλαλα. Τῶν δὲ ἀνίσων, ὁμοίων δὲ, τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως [g] εἶμεν κείμενα. Ὁμοίως δὲ λέγομεν σαμεῖα κεῖσθαι ποτὶ τὰ ὅμοια σχήματα, ἀφ' ὧν ἐπὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀγόμεναι εὐθεῖαι [h] ποιοῦντι γωνίας ἴσας ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευράς. Αἴκα μεγέθεα ἀπό τινων μακέων ἰσοῤῥοπέοντι, καὶ τὰ ἴσα αὐτοῖς ἀπὸ τῶν αὐτῶν μακέων ἰσοῤῥοπησοῦντι. Παντὸς σχήματος, οὗ ἁ περίμετρος ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλα ᾖ, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐντὸς εἶμεν [i] δεῖ τοῦ σχήματος.

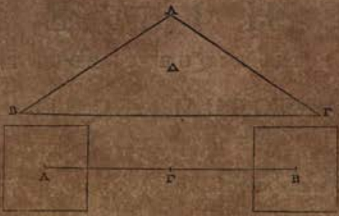
PETIMUS æqualia gravia ab æqualibus longitudinibus ſuſpenſa librari: æqualia vero gravia ſuſpenſa ab inæqualibus longitudinibus non librari, ſed verſus illud propendere, quod a majore longitudine ſuſpenditur. Si gravibus a quibuſdam longitudinibus ſuſpenſis, ac libratis, eorum alteri aliquid adjiciatur, ea non amplius librari; ſed verſus illud propendere, cui aliquid adjectum eſt. Quin etiam pariter, ſi a gravium altero aliquid auferatur, ea non amplius librari, ſed verſus illud propendere, a quo nihil ablatum eſt. Æqualium, et ſimilium figurarum planarum, quæ ſibi invicem conveniunt, centra quoque gravitatum ſibi invicem convenire. Inæqualium vero, et ſimilium figurarum centra gravitatum ſimiliter poſita eſſe. Puncta autem in ſimilibus figuris ſimiliter poni dicimus, in quibus quoque ad æquales angulos rectæ ducuntur, æquales cum reſpondentibus lateribus angulos efficiunt. Si magnitudines a quibuſdam longitudinibus ſuſpenſæ librentur, eas quoque, quæ ipſis æquales ſunt, ab iiſdem longitudinibus ſuſpenſas librari. Cujuſlibet figuræ, cujus ambitus ad eaſdem partes cavus ſit, centrum gravitatis intra figuram ipſam eſſe oportere.

[a] ἰσοῤῥοπεῖν. [b] ἰσοῤῥοπεῖν. [c] ῥέπειν. [d] Sic MS. [e] ἀφαιρεθῇ τι. [f] ἐφαρμόζειν. [g] In MS. hiatus eſt, et εἶμεν vel ἔσται deeſt in pluribus locis. [h] ποιοῦντι. [i] In MS. δεῖ deeſt.

EUTOCII COMMENTARII.

MOMENTUM, quod dicitur, nobiliſſime Petre, commune quoddam genus gravitatis atque levitatis eſſe docet cum Ariſtoteles, tum, qui Ariſtotelem ſequitur, Ptolemæus. Timæus autem apud Platonem ait, momentum omne a gravitate proficiſci; quippe levitatem privationem eſſe exiſtimat. Quorum quidem ſententiæ colligi poſſunt ab iis, qui Matheſeos ſtudio delectantur, ex Ptolemæi libro de Momentis, ex Phyſicis Ariſtotelis, ex Platonis Timæo, atque ex iis, qui in hæc commentarios ſcripſerunt. Archimedes autem hoc in libro, centrum momenti unius plani illud eſſe exiſtimat, a quo ſuſpenſum finitori parallelum manet: centrum vero momenti, ſive gravitatis, duorum, pluriumve planorum eſſe illud, a quo ſtatera ſuſpenſa manet finitori parallela. Nimirum ſit triangulum ABΓ, atque in ejus medio punctum aliquod Δ, a quo ſuſpenſum finitori parallelum maneat. Conſtat utique partes trianguli ABΓ invicem libratum iri, ita ut earum nulla magis quam alia verſus finitorem propendeat. Pariter appenſis ad ſtateram AB magnitudinibus A et B, ſi ea a puncto Γ ſuſpenſa partes habeat A, B, quoque invicem librentur, manebit utique finitori parallela. Atque erit centrum ſuſpenſionis magnitudinum A, B punctum Γ.

ΤΗΝ ῥοπὴν, ὦ κράτιστε Πέτρε, κοινὸν εἶναι γένος βαρύτητος καὶ κουφότητος, Ἀριστοτέλης τε λέγει, καὶ Πτολεμαῖος τούτῳ ἀκολουθῶν. Ὁ δέ γε παρὰ Πλάτωνι Τίμαιος πᾶσαν ῥοπὴν ἀπὸ βαρύτητος λέγει γίνεσθαι· τὴν γὰρ κουφότητα στέρησιν νομίζει. Ὧν ἔξεστι τὰς δόξας τοῖς φιλομαθέσιν ἀναλέγεσθαι, ἔκ τε τοῦ περὶ ῥοπῶν βιβλίου τῷ Πτολεμαίῳ συγγεγραμμένου, καὶ ἐκ τῆς Ἀριστοτέλους φυσικῆς πραγματείας, καὶ ἐκ τοῦ Πλάτωνος Τιμαίου, καὶ τῶν ταῦτα ὑπομνηματισάντων. Ὁ δὲ Ἀρχιμήδης ἐν τούτῳ τῷ βιβλίῳ κέντρον ῥοπῆς ἑνὸς ἐπιπέδου σχήματος νομίζει, ἀφ᾽ οὗ ἀρτώμενον παράλληλον μένει τῷ ὁρίζοντι· δύο δὲ ἢ πλειόνων ἐπιπέδων κέντρον ῥοπῆς, ἤτοι βάρους, ἀφ᾽ οὗ ἀρτώμενος ὁ ζυγὸς παράλληλός ἐστι τῷ ὁρίζοντι. Οἷον ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ ἐν τῷ μέσῳ αὐτοῦ σημεῖόν τι τὸ Δ, ἀφ᾽ οὗ αἰωρούμενον παράλληλον μένει τῷ ὁρίζοντι. Δῆλον οὖν ὅτι ἰσοῤῥοπεῖ τὰ ΑΒΓ μέρη ἑαυτοῖς, καὶ οὐδὲν ἕτερον τοῦ ἑτέρου μᾶλλον ῥέψει ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα. Ὁμοίως δὲ καὶ ζυγὸς ἔστω τὸ ΑΒ, καὶ κρεμαμένων ἐξ αὐτοῦ τῶν Α, Β μεγεθῶν, ἐὰν ἀρτώμενος ὁ ζυγὸς ἀπὸ τοῦ Γ ἰσοῤῥοποῦντα ἔχῃ τὰ Α, Β μέρη, παράλληλος μένει τῷ ὁρίζοντι· καὶ ἔσται κέντρον τῆς ἀρτήσεως τῶν Α, Β [j] μεγεθῶν τὸ Γ.



Optime autem videtur Geminus illud de Archimede dixiſſe, communes ſententias ipſum petitiones vocare. Æqualia enim gravia ab æqualibus longitudinibus ſuſpenſa librari, communis ſententia eſt; et cætera. Quæ quidem omnia iis manifeſta ſunt, qui animum paulisper adverterint. Æqualium autem et ſimilium, inquit, figurarum planarum, quæ ſibi invicem conveniunt, et centra gravitatum ſibi invicem conveniunt. Omnes ſiquidem partes omnibus invicem conveniunt partibus. Inæqualium vero et ſimilium figurarum centra gravitatum ſimiliter poſita erunt. Intelligantur enim, ut in ſubjecta figura, triangula ABΓ, ΔEZ inæqualia et ſimilia: et centrum gravitatis trianguli quidem ABΓ ſit punctum H; trianguli vero ΔEZ, punctum Θ: junganturque AH, HB, HΓ, ΔΘ, ΘE, ΘZ. Dico rectas, quæ a punctis H, Θ junguntur, angulos in æquas invicem partes ſecare. Fiat enim ut EZ ad BΓ, ita EΘ ad ΘK; et ZΘ ad ΘΛ; et ΔΘ ad ΘM: junganturque MK, KΛ, ΛM. Erit ſane triangulum KΛM ſimile triangulo ΔEZ. Quoniam enim ut EΘ ad ΘK, ita ſe habet ΘZ ad ΘΛ; parallela utique eſt EZ ipſi KΛ. Pariter parallela eſt cum MK ipſi ΔE, tum ΛM ipſi ΔZ. Propterea triangulum ΔEZ ſimile eſt triangulo KΛM: ideoque ut ΔE ad MK, ita ſe habet EZ ad KΛ, et ΔZ ad MΛ. Ponitur autem propter triangulorum ABΓ, ΔEZ ſimilitudinem, ut ΔE ad AB, ita ſe habere EZ ad BΓ, et ΔZ ad AΓ. Æquales ſunt igitur rectæ ABΓ rectis MKΛ: ideoque ſingulæ cum ſingulis conveniunt. Itaque triangulum ABΓ æquale idemque ſimile eſt triangulo KMΛ: et, quod conſequitur, centrum alterius ABΓ cum alterius MKΛ centro conveniet. Porro cum ſibi invicem conveniant puncta H, et Θ, itemque rectæ ABΓ, et MKΛ; convenient utique ſibi invicem rectæ cum AH, BH, ΓH, tum MΘ, KΘ, ΛΘ; æqualeſque angulos ad puncta

Καλῶς δὲ δοκεῖ ὁ Γεμῖνος εἰπεῖν περὶ τοῦ Ἀρχιμήδους, ὅτι τὰ ἀξιώματα αἰτήματα λέγει. Τὰ γὰρ ἴσα βάρεα ἀπὸ ἴσων μακέων ἰσοῤῥοπεῖν, ἀξίωμά ἐστι· καὶ τὰ ἑξῆς. Καὶ ἔστι πάντα σαφῆ τοῖς μετρίως αὐτοῖς [k] ἐπεσκεμμένοις. Τῶν δὲ ἴσων καὶ ὁμοίων, φησὶν, ἐπιπέδων σχημάτων ἐφαρμοζομένων ἐπ᾽ ἄλληλα, καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐφαρμόζει ἐπ᾽ ἄλληλα. Πάντα γὰρ τὰ μέρη αὐτῶν πᾶσιν ἐφαρμόζει. Τῶν δὲ ἀνίσων, ὁμοίων δὲ, τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως ἔσται κείμενα. Νοείσθω γὰρ, ὡς ἐπὶ τῆς ὑποκειμένης καταγραφῆς, τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τρίγωνα ἄνισα καὶ ὅμοια· κέντρον δὲ βάρους τοῦ μὲν ΑΒΓ, τὸ Η· τοῦ δὲ ΔΕΖ, τὸ Θ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν [l] αἱ ΑΗ, ΗΒ, ΗΓ, ΔΘ, ΘΕ, ΘΖ. Λέγω ὅτι εἰς ἴσα διαιροῦσι τὰς γωνίας αἱ ἀπὸ τῶν Η, Θ σημείων ἐπιζευχθεῖσαι. Γενέσθω γὰρ ὡς ἡ ΕΖ πρὸς ΒΓ, [m] οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς ΘΚ, καὶ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΛ, καὶ ἡ ΔΘ πρὸς ΘΜ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΜΚ, ΚΛ, ΛΜ. Ἔσται δὴ ὅμοιον τὸ ΚΛΜ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν [n] ὡς ἡ ΕΘ πρὸς ΘΚ, ἡ ΘΖ πρὸς ΘΛ, παράλληλός ἐστιν ἡ ΕΖ τῇ ΚΛ. Ὁμοίως δὴ καὶ ἡ ΜΚ τῇ ΔΕ, καὶ ἡ ΛΜ τῇ ΔΖ. Ὅμοιον ἄρα τὸ ΔΕΖ τρίγωνον τῷ ΚΛΜ τριγώνῳ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΕ πρὸς ΜΚ, ἡ ΕΖ πρὸς ΚΛ, καὶ ἡ ΔΖ πρὸς ΜΛ. Ὑπόκειται δὲ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ τριγώνων, ὡς ἡ ΔΕ πρὸς ΑΒ, ἡ ΕΖ πρὸς ΒΓ, καὶ ἡ ΔΖ πρὸς ΑΓ. Ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ ΑΒΓ ταῖς ΜΚΛ· ὥστε ἐφαρμόζει ἑκάστη ἐπὶ ἑκάστην. Ἴσον ἄρα καὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΚΜΛ τριγώνῳ. Ὥστε καὶ ἐφαρμόσει τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ ἐπὶ τὸ τοῦ ΜΚΛ. Τοῦ δὲ Η ἐπὶ τὸ Θ ἐφαρμόζοντος, καὶ τῶν ΑΒΓ ἐπὶ τὰ ΜΚΛ· ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ ΑΗ, ΒΗ, ΓΗ, ἐπὶ τὰς ΜΘ, ΚΘ, ΛΘ, καὶ ἴσας ποιήσουσι γωνίας πρὸς τοῖς





[j] μεγεθῶν. [k] ἐπεσκεμμένοις. [l] αἱ ΑΗ, ΗΓ, ΒΓ, ΔΓ, ΘΕ, ΘΖ. [m] οὕτως ἡ ΕΘ, &c. Hæc et ſequentia uſque ad ἔστιν ex MS. [n] ὡς ἡ ΗΘ πρὸς ΘΚ.

M, K, Λ ταῖς ἐν τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ· ὥστε καὶ ἐν τῷ ΔΕΖ. Αἱ αὐταὶ γάρ εἰσιν εὐθεῖαι αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπί τε τὰ M, K, Λ, καὶ ἐπὶ τὰ Δ, Ε, Ζ ἐπιζευγνύμεναι.

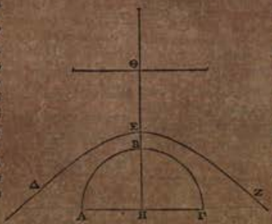
Παντὸς σχήματος, οὗ κα ἁ περίμετρος ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλα ᾖ, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐντὸς εἶμεν δεῖ τοῦ σχήματος. Τίνας καλεῖ τὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλας γραμμάς, εἴρηται ἡμῖν σαφῶς [o] ἐν τοῖς προγεγραμμένοις τοῦ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου. Ἐπειδὴ δὲ τὸ σχῆμα τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλην ἔχον [p] τὴν περίμετρον, πάντα τὰ μέρη τοῦ ἐπιπέδου ἐντὸς ἔχει, καὶ τὰς γωνίας· δῆλον ὅτι καὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐντὸς ἔχει τοῦ σχήματος. Ἐπὶ γὰρ τινῶν σχημάτων τὸ κέντρον τοῦ σχήματος ἐκτός ἐστι, καὶ ἐπί τινων ἐπὶ τῆς περιμέτρου. Ἐπὶ μὲν γὰρ [q] τοῦ ΑΒΓ ἡμικυκλίου κέντρον τοῦ σχήματός ἐστι τὸ Η· ἐπὶ δὲ τῆς ΔΕΖ ὑπερβολῆς, τὸ κέντρον τοῦ σχήματος ἐκτός ἐστι, καθ' ὃ αἱ διάμετροι συμπίπτουσιν ἀλλήλαις, ὡς ἔχει τὸ Θ. Εἴρηται γὰρ ταῦτα ἐν τῷ δευτέρῳ βιβλίῳ τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν. Ὅμως δὲ καὶ ἐπὶ τοῦ ΑΒΓ σχήματος, καὶ ἐπὶ τοῦ ΔΕΖ τὸ κέντρον [r] τοῦ βάρεος, ἀφ' οὗ δῆλον ὅτι ἀρτώμενον τὸ σχῆμα παράλληλόν ἐστι τῷ ὁρίζοντι, ἐντός ἐστι τῆς περιμέτρου. Εἰ γὰρ ἦν ἐπὶ τῆς περιμέτρου, ἢ ἐκτός, ῥέψει ἐπὶ θάτερα· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται.

Τούτων δὲ ὑποκειμένων,

M, K, Λ efficient iis, qui in triangulo ΑΒΓ, atque ideo etiam iis, qui in triangulo ΔΕΖ ſunt. Eædem ſiquidem ſunt rectæ, quæ a puncto Θ ad puncta cum M, K, Λ, tum Δ, E, Z junguntur.

Cujuſlibet figuræ, cujus ambitus ad eaſdem partes cavus ſit, centrum gravitatis intra figuram ipſam eſſe oportet. Quas cavas ad eaſdem partes lineas vocet, perſpicue dictum a nobis eſt in iis, quæ libro de ſphæra et cylindro præmiſimus. Quoniam autem figura, cujus ambitus ad eaſdem partes cavus eſt, omnes partes plani ipſoſque angulos intus habet; conſtat centrum quoque gravitatis eandem intus habere. Et ſane in figuris quibuſdam figuræ ipſius centrum extra ipſam eſt; in quibuſdam vero, in ipſo ambitu. Nam in ſemicirculo quidem ΑΒΓ centrum figuræ eſt punctum H; in hyperbola vero ΔΕΖ, punctum Θ, quod extra ipſam eſt, ubi nimirum diametri invicem concurrunt. Hæc ſiquidem dicta ſunt in ſecundo libro Conicorum Apollonii Elementorum. At figuræ cum ΑΒΓ, tum ΔΕΖ centrum gravitatis, nempe id punctum, a quo figura ſuſpenſa finitori parallela manet; intra ambitum eſt. Si enim in ambitu aut extra ambitum eſſet, verſus alterutram partem figura propenderet; quod non ponitur.

His autem poſitis,



ΠΡΟΤΑΣΙΣ α΄.

Τὰ ἀπὸ ἴσων μακέων ἰσορροποῦντα βάρεα, ἴσα ἐστί.

Εἴπερ γὰρ ἄνισα [s] ἐσσεῖται, ἀφαιρεθείσας ἀπὸ τοῦ μείζονος τᾶς ὑπεροχᾶς, τὰ λοιπὰ οὐκ ἰσορροπησοῦντι· ἐπειδὴ ἰσορροπεόντων ἀπὸ τοῦ ἑτέρου ἀφῄρηταί τι. Ὥστε τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων βάρεα ἰσορροποῦντα, ἴσα ἐστί.

PROP. I. Theor.

Quæ gravia ab æqualibus longitudinibus ſuſpenſa librantur, æqualia ſunt.

Si enim inæqualia fuerint, ablato ab eorum majore exceſſu, quæ reliqua ſunt non librabuntur; quoniam ab altero gravium, quæ librantur, ablatum aliquid eſt. Quare gravia, quæ ab æqualibus longitudinibus ſuſpenſa librantur, æqualia ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β΄.

Τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἄνισα βάρεα, οὐκ ἰσορροποῦντι, ἀλλὰ ῥέψει ἐπὶ τὸ μεῖζον.

Ἀφαιρεθείσας γὰρ τᾶς ὑπεροχᾶς ἰσορροπησοῦντι· ἐπειδὴ τὰ ἴσα ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἰσορροπέοντι. Προστεθέντος οὖν τοῦ ἀφαιρεθέντος ῥέψει ἐπὶ τὸ μεῖζον· ἐπεὶ ἰσορροπεόντων τῷ ἑτέρῳ [t] προστεθῇ τι.

PROP. II. Theor.

Inæqualia gravia ab æqualibus longitudinibus ſuſpenſa, non librantur, ſed verſus eorum majus propendent.

Ablato enim exceſſu, librabuntur; quoniam æqualia gravia ab æqualibus longitudinibus ſuſpenſa librantur. Itaque adjecto, quod ablatum fuerat, verſus majus propendent; id enim gravium, quæ librantur, alteri adjectum eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ΄.

Τὰ ἄνισα βάρεα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων ἰσορροπησοῦντι, καὶ [u] τὸ μεῖζον ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

Ἔστω ἄνισα βάρεα τὰ Α, Β, καὶ [w] ἔστω μεῖζον τὸ Α· καὶ ἰσορροπέοντα ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ μακέων. Δεικτέον ὅτι ἐλάττων ἐστὶν ἁ ΑΓ τᾶς ΓΒ.

[x] Μὴ γὰρ ἔστω ἐλάττων. Ἀφαιρεθείσης δὴ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὑπερέχει τὸ Α τοῦ Β· ἐπειδὴ ἰσορροπεόντων ἀπὸ τοῦ ἑτέ-

PROP. III. Theor.

Inæqualia gravia ab inæqualibus longitudinibus ſuſpenſa librantur, et quidem majus ſuſpenſum a minore longitudine.

Sint inæqualia gravia A, B, quorum majus A; eaque a longitudinibus ΑΓ, ΓΒ ſuſpenſa librentur. Oportet demonſtrare, minorem eſſe ΑΓ quam ΓΒ.

Neque enim ſit minor: ablatoque exceſſu, quo A excedit B; quoniam ab altero gravium, quæ librantur, ablatum aliquid



[o] ἐν τοῖς προοιμίοις. [p] τὰν περιμέτρον. [q] τὸ ΑΒΓ. [r] τοῦ βάρεος. [s] ἐσσοῦνται. [t] ποτιθῇ. [u] τὸ μεῖζον ἀπὸ, ex MS. [w] ἔστω μεῖζον τὸ Α, ex MS. [x] μὴ γὰρ ἔστω, ex MS.

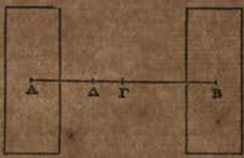
eſt; propendent verſus B. Non autem propendent. Sive enim æqualis eſt ΓA ipſi ΓB, librabuntur. Æqualia enim gravia ab æqualibus longitudinibus ſuſpenſa librantur. Sive ΓA major eſt quam ΓB, propendent verſus A. Æqualia enim gravia ab inæqualibus longitudinibus ſuſpenſa non librantur; ſed verſus illud propendent, quod a majore longitudine ſuſpenditur. Quocirca minor eſt ΓA quam ΓB. Illud autem manifeſtum eſt, quæ gravia ab inæqualibus longitudinibus ſuſpenſa librantur, inæqualia eſſe; et quidem majus, quod a minore longitudine ſuſpenditur.

ου ἀφῄρηται, ῥέψει ἐπὶ τὸ Β. [y] Οὐ ῥέψει δέ. Εἴτε γὰρ ἴσα ἐστὶν ἁ ΓΑ τᾷ ΓΒ, [z] ἰσοῤῥοπησοῦντι. Τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἰσοῤῥοπέοντι. Εἴτε μείζων ἁ ΓΑ τᾶς ΓΒ, ῥέπει ἐπὶ τὸ Α. Τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων οὐκ ἰσοῤῥοπέοντι, ἀλλὰ ῥέπει ἐπὶ τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος μάκεος. Διὰ δὴ ταῦτα, ἐλάσσων ἐστὶν ἁ ΓΑ τᾶς ΓΒ. Φανερὸν δὲ, ὅτι καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων ἰσοῤῥοπέοντα, ἄνισά ἐντι, καὶ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

PROP. IV. Theor.

Si æquales duæ magnitudines idem centrum gravitatis non habuerint; magnitudinis, quæ ex utriſque magnitudinibus componitur, centrum gravitatis erit punctum rectæ ejus medium, quæ harum magnitudinum centra gravitatis conjungit.

Sit magnitudinis quidem A centrum gravitatis punctum A; magnitudinis vero B punctum B: junctaque recta AB in duas æquas partes in puncto Γ ſecetur. Dico magnitudinis, quæ ex utriſque magnitudinibus componitur, centrum gravitatis eſſe punctum Γ.



Si enim non eſt punctum Γ, ſit magnitudinis, quæ ex utriſque magnitudinibus A, B componitur, centrum gravitatis punctum Δ; ſi quidem fieri poteſt. Quod enim in ipſa AB ſit, antea demonſtratum eſt. Quoniam igitur punctum Δ centrum gravitatis eſt magnitudinis, quæ ex magnitudinibus A, B componitur, apprehenſo puncto Δ, librabuntur. Igitur magnitudines A, B a longitudinibus AΔ, ΔB ſuſpenſæ librantur. Quod fieri non poteſt. Æqualia enim gravia ab inæqualibus longitudinibus ſuſpenſa non librantur. Conſtat igitur punctum Γ centrum gravitatis eſſe magnitudinis, quæ ex magnitudinibus A, B componitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δʹ.

Αἴκα δύο ἴσα μεγέθεα μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος [a] ἔχοντι, τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος [b] κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ μέσον τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τῶν [c] μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος.

Ἔστω τοῦ μὲν Α κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Α, τοῦ δὲ Β τὸ Β. Καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἁ ΑΒ τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ Γ. Λέγω ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Γ.

Εἰ γὰρ μὴ, ἔστω τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν Α, Β μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Δ, εἰ δυνατόν. Ὅτι γὰρ ἐστὶν ἐπὶ τᾶς ΑΒ, προδέδεικται. Ἐπεὶ οὖν τὸ Δ σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ἐκ τῶν Α, Β συγκειμένου μεγέθεος, κατεχομένου τοῦ Δ ἰσοῤῥοπήσει. Τὰ ἄρα Α, Β μεγέθεα [d] ἰσοῤῥοπέοντι ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ μακέων· ὅπερ ἀδύνατον. Τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων οὐκ ἰσοῤῥοπέοντι. Δῆλον οὖν [e] ὅτι τὸ Γ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ἐκ τῶν Α, Β συγκειμένου μεγέθεος.

EUTOCIUS.

Centrum gravitatis punctum Δ; ſi quidem fieri poteſt. Quod enim in ipſa AB ſit, demonſtratum eſt. Dictum eſt enim paulo ſupra, duarum magnitudinum centrum gravitatis eſſe id punctum, a quo ſuſpenſa ſtatera partes habeat, quæ invicem librentur, ita ut finitori parallela maneat. Quare duarum magnitudinum A, B centrum gravitatis eſt in ipſa AB.

[f] Κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Δ, εἰ δυνατόν. Ὅτι γὰρ ἐστὶν ἐπὶ τᾶς ΑΒ, δέδεικται. Εἴρηται γὰρ ἀνωτέρω, ὅτι δύο μεγεθῶν κέντρον ἐστὶν, ἀφ' οὗ κρεμάμενος ὁ ζυγὸς ἰσοῤῥοποῦντα ἔχει τὰ μέρη, παράλληλος μένων τῷ ὁρίζοντι. Ὥστε οὖν ἐπὶ τῆς ΑΒ ἐστὶ τὸ κέντρον τῶν Α, Β μεγεθῶν.

PROP. V. Theor.

Si trium magnitudinum centra gravitatis in directo fuerint poſita; et magnitudines æqualem gravitatem habuerint; quæque inter centra rectæ interjiciuntur æquales fuerint; magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur,

ΠΡΟΤΑΣΙΣ εʹ.

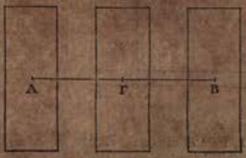
Αἴκα τριῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἐπ' εὐθείας ἐόντι κείμενα, καὶ τὰ μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχωντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι ἐόντι· τοῦ ἐκ πάντων μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέν-

[y] ὅτι ῥέψει. [z] ἰσοῤῥοπησοῦντι τὰ γάρ. [a] ἔτι. [b] deeſt. [c] μεγεθῶν, et ſic etiam poſthac. [d] ἰσοῤῥοπησοῦντι. [e] ὅτι τὸ Γ, ex MS. [f] ἔστω κέντρον τοῦ βάρεος, &c.

τρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ [g] σαμεῖον, ὃ καὶ [h] τοῦ μέσου αὐτῶν κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.

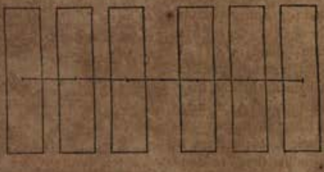
Ἔστω τρία μεγέθεα τὰ Α, Β, Γ· κέντρα δὲ αὐτῶν τοῦ βάρεος, τὰ Α, Β, Γ, σαμεῖα ἐπ' εὐθείας κείμενα. Ἔστω δὲ τά τε Α, Β, Γ ἴσα. Καὶ αἱ Α Γ, Γ Β ἴσαι [i] εὐθεῖαι. Λέγω ὅτι τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Γ σαμεῖον.

Ἐπεὶ γὰρ τὰ Α, Β μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχει, κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ Γ σαμεῖον. Ἐπειδὴ ἴσαι ἐντὶ αἱ Α Γ, Γ Β. Ἔστι δὲ καὶ τοῦ Γ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Γ σαμεῖον. Δῆλον ὅτι καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.



Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ὁπόσων καὶ τῷ πλήθει περισσῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἐπ' εὐθείας ἐόντι κείμενα, αἴκα τὰ τε ἴσον ἀπέχοντα ἀπὸ τοῦ μέσου μεγέθεος ἴσον βάρος ἔχοντι, καὶ αἱ εὐθεῖαι, αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων αὐτῶν, ἴσαι ἐόντι, τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον [k] ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσου αὐτῶν κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.

Αἴκα καὶ ἄρτια ἐόντι τῷ πλήθει τὰ μεγέθεα, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ἐόντι κείμενα, καὶ τὰ μέσα αὐτῶν * ἴσον βάρος ἔχοντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι ἐόντι, τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον [l] ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ μέσον τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρεος τῶν μεγεθέων, ὡς ὑπογέγραπται.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ'.

Τὰ σύμμετρα μεγέθεα ἰσορροπέοντι ἀπὸ μακέων ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς βάρεσιν.

Ἔστω σύμμετρα μεγέθεα τὰ Α, Β, ὧν κέντρα τὰ Α, Β· καὶ μᾶκος ἔστω τι τὸ Ε Δ· [m] καὶ ὡς τὸ Α ποτὶ τὸ Β, οὕτως τὸ Δ Γ μᾶκος ποτὶ τὸ Γ Ε μᾶκος. Δεικτέον ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν Α, Β συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Γ.

centrum gravitatis erit id punctum, quod et earumdem mediæ centrum gravitatis eſt.

Sint tres magnitudines Α, Β, Γ; centra vero gravitatis earumdem puncta Α, Β, Γ in directo poſita. Ac ſint tum magnitudines Α, Β, Γ, tum rectæ Α Γ, Γ Β ſibi invicem æquales. Dico magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis eſſe punctum Γ.

Quoniam enim magnitudines Α, Β æqualem gravitatem habent, centrum gravitatis earumdem erit punctum Γ. Rectæ enim Α Γ, Γ Β æquales ſunt. Eſt autem etiam magnitudinis Γ centrum gravitatis punctum Γ. Conſtat igitur magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis eſſe id punctum, quod et earumdem mediæ centrum gravitatis eſt.

Hinc autem manifeſtum eſt, ſi quotcunque magnitudinum multitudine imparium centra gravitatis in directo fuerint poſita; ſi quidem quæ a media magnitudine æquo intervallo diſtant æqualem gravitatem habuerint, quæque inter centra rectæ interjiciuntur æquales fuerint; magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis fore id punctum, quod et earum mediæ centrum gravitatis eſt.

Sin autem multitudine pares fuerint magnitudines: et centra gravitatis earum in directo fuerint poſita; earumque mediæ, et quæ utrinque a mediis æquo intervallo diſtant æqualem gravitatem habuerint; quæque inter centra rectæ interjiciuntur, æquales fuerint; magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis fore punctum rectæ ejus medium, quæ magnitudinum centra gravitatis conjungit; prorſus ut in figura, quæ infra deſcripta eſt.

PROP. VI. Theor.

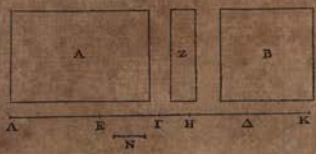
Commenſurabiles magnitudines ſuſpenſæ a longitudinibus eamdem cum ipſis rationem reciprocantibus librantur.

Sint commenſurabiles magnitudines Α, Β, quarum centra Α, Β: ſit autem longitudo aliqua Ε Δ: et ut magnitudo Α ad magnitudinem Β, ita ſe habeat longitudo Δ Γ ad longitudinem Γ Ε. Oportet demonſtrare, magnitudinis, quæ ex utriſque magnitudinibus Α, Β componitur, centrum gravitatis eſſe punctum Γ.

[g] σαμεῖον, ex MS. [h] τοῦ μέσου τὸ αὐτὸ κέντρον. [i] εὐθεῖαι deeſt. [k] ἐσσεῖται τοῦ βάρεος &c. Hæc et ſequentia uſque ad literam [l] deſunt. [m] καὶ ἔστω ὡς τό.

* Forte deſit καὶ ἐφ' ἑκάτερα τῶν μέσων.

Quoniam enim ut A ad B, ita ſe habet ΔΓ ad ΓE; A vero ipſi B commenſurabilis eſt; ideo etiam ΓΔ ipſi ΓE, hoc eſt recta rectæ, eſt commenſurabilis. Quare rectarum EΓ, ΓΔ communis aliqua menſura eſt. Itaque ea ſit N: ponaturque rectæ quidem EΓ æqualis utraque ΔH, ΔK; rectæ vero ΔΓ æqualis EΛ. Et quoniam æqualis eſt ΔH ipſi ΓE, æqualis eſt etiam ΔΓ ipſi EH. Quare etiam ΛE eidem EH æqualis eſt. Dupla eſt igitur ΛH ipſius ΔΓ; et HK ipſius ΓE. Quare N utramque ΛH, HK, metitur; quoniam metitur etiam dimidiam utramque. Et quoniam ut A ad B, ita ſe habet ΔΓ ad ΓE; et ut ΔΓ ad ΓE, ita ΛH ad HK: utraque enim utriuſque dupla eſt: ideo etiam ut A ad B, ita ſe habet ΛH ad HK. Quam multiplex autem eſt ΛH ipſius N, tam multiplex ſit A magnitudinis Z. Ut igitur ΛH ad N, ita ſe habet A ad Z. Ut autem KH ad ΛH, ita ſe habet B ad A. Igitur, ex æqua proportione, ut KH ad N, ita ſe habet B ad Z. Quare æque multiplex eſt KH ipſius N, et B ipſius Z. Demonſtrata autem eſt etiam A ejuſdem Z eſſe multiplex. Quare Z communis utriuſque A, B menſura eſt. Itaque ſi ΛH ſecetur in ſegmenta ipſi N æqualia; itemque A in ſegmenta æqualia ipſi Z; quæ ſegmenta magnitudine ipſi N æqualia in ΛH ſunt, æqualia erunt multitudine ſegmentis, quæ ſunt in A æqualia magnitudine ipſi Z. Quare ſi ad unumquodque ſegmentum, quod in ΛH eſt, magnitudo ipſi Z æqualis apponatur, quæ centrum gravitatis in medio ſegmento habeat; magnitudines omnes æquales erunt ipſi A; et magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis erit punctum E. Omnes enim pares multitudine ſunt; eo quod ΛE ipſi HE æqualis eſt. Pariter autem demonſtrabitur, et ſi ad unumquodque ſegmentum, quod in KH eſt, magnitudo ipſi Z æqualis apponatur, quæ centrum gravitatis in medio ſegmento habeat; magnitudines omnes æquales fore ipſi B; et magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis fore punctum Δ. At hercle A quidem ad punctum E; B vero ad punctum Δ appoſitum eſt. Itaque quædam ſunt magnitudines ſibi invicem æquales in directo poſitæ, quarum centra gravitatis æquo a ſe invicem intervallo diſtant, eædemque multitudine pares. Conſtat igitur magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis eſſe punctum rectæ ejus medium, in qua mediarum magnitudinum centra ſunt. Quoniam vero æquales ſunt ΛE ipſi ΓΔ, et EΓ ipſi ΔK; tota etiam ΛΓ toti ΓK æqualis eſt. Quare magnitudinis, quæ



Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς τὸ A ποτὶ τὸ B, οὕτω τὸ ΔΓ ποτὶ τὸ ΓE· τὸ δὲ A τῷ B σύμμετρον· καὶ τὸ ΓΔ ἄρα τῷ ΓE σύμμετρον, τουτέστιν εὐθεῖα τῇ εὐθείᾳ· ὥστε τῶν EΓ, ΓΔ ἐστὶ κοινὸν μέτρον. Ἔστω δὴ τὸ N· καὶ κείσθω τῇ μὲν EΓ ἴσα ἑκατέρα τῶν ΔH, ΔK· τῇ δὲ ΔΓ ἴσα ἁ EΛ. Καὶ ἐπεὶ ἴσα ἁ ΔH τᾷ ΓE, ἴσα καὶ ἁ ΔΓ τᾷ EH. Ὥστε καὶ ἁ ΛE ἴσα τᾷ EH. Διπλασία ἄρα ἁ μὲν ΛH τᾶς ΔΓ, ἁ δὲ HK τᾶς ΓE. Ὥστε τὸ N καὶ ἑκατέραν τᾶν ΛH, HK μετρεῖ· ἐπειδήπερ καὶ τὰ ἡμίσεα αὐτᾶν. Καὶ ἐπεί ἐστι ὡς τὸ A ποτὶ τὸ B, οὕτως ἁ ΔΓ ποτὶ ΓE· ὡς δὲ ἁ ΔΓ ποτὶ ΓE, οὕτως ἁ ΛH ποτὶ HK. Διπλασία γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας. Καὶ ὡς ἄρα τὸ A ποτὶ τὸ B, οὕτως ἁ ΛH ποτὶ HK. Ὁσαπλασίων ἥ ἐστιν ἁ ΛH τᾶς N, τοσαυταπλασίων [a]ἔστω τὸ A τοῦ Z. Ἔστιν ἄρα ὡς ἁ ΛH ποτὶ N, οὕτως τὸ A ποτὶ Z. Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἁ KH ποτὶ ΛH, οὕτως τὸ B ποτὶ A. Δι' ἴσου ἄρα ἐστίν, ὡς ἁ KH ποτὶ N, οὕτως τὸ B ποτὶ Z. Ἰσάκις ἄρα πολλαπλασίων ἐστὶν ἁ KH τᾶς N, καὶ τὸ B τοῦ Z. Ἐδείχθη δὲ τοῦ Z καὶ τὸ A [b]πολλαπλάσιον ὄν. Ὥστε τὸ Z τῶν A, B κοινόν ἐστι μέτρον. Διαιρεθείσας οὖν τᾶς μὲν ΛH [c]εἰς τὰς τᾷ N ἴσας, τοῦ δὲ A εἰς τὰ τῷ Z ἴσα, τὰ ἐν τᾷ ΛH τμάματα ἰσομεγέθη τᾷ N, ἴσα ἐστὶ τῷ πλήθει τοῖς ἐν τῷ A τμάμασιν ἴσοις οὖσι τῷ Z. Ὥστε ἂν ἐφ' ἕκαστον τῶν τμαμάτων τῶν ἐν τᾷ ΛH ἐπιτεθῇ μέγεθος ἴσον τῷ Z, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχον ἐπὶ μέσου τοῦ τμάματος, τὰ τε πάντα μεγέθεα ἴσα ἐστὶ τῷ A· καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ E. Ἄρτιά τε γάρ ἐστι τὰ πάντα τῷ πλήθει, διὰ τὸ ἴσαν εἶμεν τὰν ΛE τᾷ HE. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι κἂν αἴκα ἐφ' ἕκαστον τῶν ἐν τᾷ KH τμαμάτων ἐπιτεθῇ μέγεθος ἴσον τῷ Z, κέντρον τοῦ βάρεος ἔχον ἐπὶ τοῦ μέσου τοῦ τμάματος, τά τε πάντα μεγέθεα ἴσα ἐσσεῖται τῷ B, καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου [d]κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται τὸ Δ. [e]Ἀλλ' ἦν τὸ μὲν A ἐπικείμενον κατὰ τὸ E, τὸ δὲ B κατὰ τὸ Δ. Ἔσται δὴ μεγέθεα ἴσα ἀλλάλοις ἐπ' εὐθείας κείμενα, ὧν τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἴσα ἀπ' ἀλλάλων [f]διέστακε συγκείμενα, ἄρτια τῷ πλήθει. Δῆλον οὖν ὅτι τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἁ διχοτομία τᾶς εὐθείας τᾶς ἐχούσας τὰ κέντρα τῶν μέσων μεγεθέων. Ἐπεὶ δὲ ἴσαι ἐντὶ ἁ μὲν ΛE τᾷ ΓΔ, ἁ δὲ EΓ τᾷ ΔK, καὶ ὅλα ἄρα ἁ ΛΓ ἴσα τᾷ ΓK. Ὥστε τοῦ ἐκ πάντων μεγέθεος κέν-

[a] ἔστω καὶ τό. [b] πολλαπλάσιον ex MS. [c] εἰς τὰς N. [d] μέτρον. [e] Ἀλλ' deeſt. [f] διέστασι ex MS.

τρον τοῦ βάρεος τὸ Γ σαμεῖον. Τοῦ μὲν ἄρα Α κειμένου κατὰ τὸ Ε, τοῦ δὲ Β κατὰ τὸ Δ, ἰσοῤῥοπησοῦντι κατὰ τὸ Γ.

ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis eſt punctum Γ. Igitur appoſitis Α quidem ad punctum Ε, Β vero ad punctum Δ, in puncto Γ librabuntur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ.

Καὶ τοίνυν αἴκα ἀσύμμετρα ἔωντι τὰ μεγέθεα, ὁμοίως* ἰσοῤῥοπησοῦντι ἀπὸ μακέων †ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς μεγέθεσιν.

*Ἔστω ἀσύμμετρα μεγέθεα τὰ ΑΒ, Γ· μάκεα δὲ τὰ ΔΕ, ΕΖ. Ἐχέτω δὲ τὸ ΑΒ ποτὶ τὸ Γ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν καὶ τὸ ΕΔ ποτὶ τὸ ΕΖ μᾶκος. Λέγω ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒ, Γ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Ε.



Εἰ γὰρ μὴ ἰσοῤῥοπήσει τὸ ΑΒ τεθὲν ἐπὶ τῷ Ζ, τῷ Γ τεθέντι ἐπὶ τὸ Δ, ἤτοι μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Γ, ὥστε ἰσοῤῥοπεῖν τῷ Γ, ἢ οὔ. *Ἔστω μεῖζον. Καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ΑΒ ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Γ, ὥστε ἰσοῤῥοπεῖν· ὥστε τὸ λοιπὸν τὸ Α σύμμετρον εἶμεν τῷ Γ. Ἐπεὶ οὖν σύμμετρά ἐστι τὰ Α, Γ μεγέθεα, καὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ Α * ποτὶ τὸ Γ, ἢ ἁ ΔΕ ποτὶ ΕΖ, οὐκ ἰσοῤῥοπησοῦντι τὰ Α, Γ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ μακέων, τεθέντος τοῦ μὲν Α ἐπὶ τὸ Ζ, τοῦ δὲ Γ ἐπὶ τὸ Δ. Διὰ ταῦτα δὲ οὐδ' εἰ τὸ Γ μεῖζόν ἐστιν, ἢ ὥστε ἰσοῤῥοπεῖν τῷ ΑΒ.

PROP. VII. Theor.

Quinetiam ſi magnitudines non commenſurabiles fuerint, pariter ſuſpenſæ a longitudinibus eamdem cum ipſis rationem reciprocantibus librabuntur.

Sint magnitudines non commenſurabiles ΑΒ, Γ: et longitudines (a quibus ſuſpenduntur) ΔΕ, ΕΖ. Habeat autem magnitudo ΑΒ ad magnitudinem Γ eamdem rationem, quam longitudo ΕΔ ad longitudinem ΕΖ. Dico magnitudinis, quæ ex utriſque magnitudinibus ΑΒ, Γ componitur, centrum gravitatis eſſe punctum Ε.

Si enim ΑΒ, et Γ non librantur, altera quidem appoſita ad punctum Ζ, altera vero ad punctum Δ; aut major eſt ΑΒ ipſa Γ, quam ut librari poſſit, aut non eſt. Sit major ΑΒ: et auferatur ab eadem minus exceſſu, quo major eſt ipſa ΑΓ, quam ut librari poſſit; ita ut, quæ relinquitur, Α ipſi Γ commenſurabilis ſit. Quoniam igitur commenſurabiles ſunt magnitudines Α, Γ, minoremque rationem habet Α ad Γ, quam ΔΕ ad ΕΖ; hæ ſuſpenſæ a longitudinibus ΔΕ, ΕΖ non librabuntur, altera quidem appoſita ad punctum Ζ, altera vero ad punctum Δ. Eadem autem ratione non librabuntur, etiam ſi Γ ipſa ΑΒ major fuerit, quam ut librari poſſit.

EUTOCIUS.

*Ἤτοι μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Γ, ὥστε ἰσοῤῥοπεῖν, ἢ οὔ. Τούτου τοῦ ῥητοῦ δεῖ ἀκούειν, οὐχ ὡς μείζονος ὑπάρχοντος πάντως τοῦ ΑΒ μεγέθους τοῦ Γ, ἀλλὰ μείζονος ὑποκειμένου, ἢ κατὰ τὴν ἰσοῤῥοπίαν. Δυνατὸν γάρ ἐστι, καὶ ἔλαττον μέγεθος τοῦ μείζονος μείζονα ἔχειν τὴν ῥοπὴν, διὰ τὸ μῆκος τοῦ ζυγοῦ, μεῖζον ἐν τούτῳ καὶ ἄνισον ποιοῦν τὸν λόγον. Ὥστε καὶ ἀφῃρῆσθαι ἀπὸ τοῦ ΑΒ ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Γ, ὥστε ἰσοῤῥοπεῖν· ὥστε λοιπὸν τὸ Α σύμμετρον εἶμεν τῷ Γ. Δεῖ, φησὶν, ἀφελεῖν ἀπὸ τοῦ ΑΒ μέγεθός τι τὸ Β, ὃ ποιεῖ λοιπὸν τὸ Α τῷ Γ σύμμετρον, καὶ μεῖζον τὸ Α τοῦ Γ ἢ κατὰ τὴν ἰσοῤῥοπίαν. Τοῦτο δὲ δυνατὸν ποιεῖν, διὰ τῶν ἐν τῇ ἀρχῇ τοῦ δεκάτου τῶν στοιχειώσεων Εὐκλείδου εἰρημένων, καὶ ἐν τῷ τρίτῳ τῶν Θεοδοσίου σφαιρικῶν.

Aut major eſt ΑΒ ipſa Γ, quam ut librari poſſit, aut non eſt. Verba hæc ita intelligenda ſunt, ut magnitudo ΑΒ non omnino quidem major quam Γ eſſe dicatur; ſed ſolum major, quam ut librari poſſit. Fieri enim poteſt, ut minor magnitudo majore momento cieatur quam major; idque propter ſtateræ longitudinem, quæ major quod ſit, inæqualem proportionem efficiat. Et auferatur ab eadem ΑΒ minus exceſſu, quo major eſt ipſa Γ, quam ut librari poſſit; ita ut, quæ relinquitur, Α ipſi Γ commenſurabilis ſit. Oportet, inquit, auferre ab ΑΒ magnitudinem aliquam Β ejuſmodi, ut, quæ relinquitur, Α ipſi Γ commenſurabilis ſit, et adhuc major ipſa Γ, quam ut librari poſſit. Hoc autem fieri poteſt per ea, quæ in principio decimi libri Elementorum Euclidis, et in tertio ſphæricorum Theodoſii tradita ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η.

Αἴκα ἀπό τινος * μεγέθεος τι μέγεθος ἀφαιρεθῇ, μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον ἔχον τῷ ὅλῳ, τοῦ λοιποῦ μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἐκβληθείσας τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τῶν βαρέων, τοῦ τε ὅλου μεγέθεος, καὶ τοῦ ἀφῃρημένου ἐπὶ τὰ αὐτὰ, ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ ὅλου μεγέθεος· καὶ

PROP. VIII. Theor.

Si ab aliqua magnitudine magnitudo aliqua auferatur, quæ idem ac tota centrum non habeat; magnitudinis, quæ relinquitur, centrum gravitatis eſt: ſi recta producatur, quæ centra gravitatum tum totæ magnitudinis, tum ejus, quæ auſertur, conjungit, ad eaſdem partes, ad quas totæ magnitudinis centrum eſt; atque

† ἀντιπεπονθότων. qui in Ed. Baſ. invenitur. * ὥστε ἐστιν. † ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΑΒ. * ποτὶ τὰ ΓΗ. ἁ ΔΕ. * τὸ θέμεν. * μεγέθεος ἀφαιρεθῇ τὸ μέγεθος.

* In MS. deeſt, ante Ἤτοι &c. Εἰς τὸ ε, titulus, * τοῦ. * ὅτι deeſt. * ᾧ deeſt.

* Rivaltus legit, ἀφαιρεθῇ τι μέγεθος.

abſcindatur a recta producta, quæ ea, quæ diximus, centra conjungit, pars aliqua, ita ut ad rectam, quæ inter centra interjicitur, eamdem rationem habeat, quam gravitas magnitudinis, quæ aufertur, ad gravitatem magnitudinis, quæ relinquitur: centrum, inquam, gravitatis eſt rectæ ejus, quæ abſciſſa fuerit, terminus.

Sit magnitudinis alicujus A B centrum gravitatis punctum Γ: et auferatur ab A B magnitudo A Δ, cujus centrum gravitatis ſit punctum E. Juncta autem E Γ, eademque producta, abſcindatur Γ Z, quæ ad Γ E eamdem rationem habeat, quam magnitudo A Δ ad magnitudinem Δ H. Oportet demonſtrare, magnitudinis Δ H centrum gravitatis eſſe punctum Z.



Neque enim ſit punctum Z, ſed, ſi fieri poteſt, punctum aliud Θ. Quoniam igitur magnitudinis quidem A Δ centrum gravitatis eſt punctum E; magnitudinis vero Δ H punctum Θ; jam magnitudinis, quæ ex utriſque magnitudinibus A Δ, Δ H componitur, centrum gravitatis erit in E Θ ita ſecta, ut ejus ſegmenta eamdem cum magnitudinibus ipſis rationem reciprocent. Quare punctum Γ in ſectione ei, quam diximus, reſpondente non erit. Non eſt igitur punctum Γ centrum gravitatis magnitudinis, quæ ex utriſque magnitudinibus A Δ, Δ H componitur, hoc eſt ipſius A B. Eſt autem; quoniam eſſe ponebatur. Non eſt igitur punctum Θ centrum gravitatis magnitudinis Δ H.

PROP. IX. Theor.

Cujuſlibet parallelogrammi centrum gravitatis eſt in recta, quæ oppoſita parallelogrammi latera in duas æquas partes ſecta conjungit.

Sit parallelogrammum A B Γ Δ, cujus latera A B, Γ Δ in duas æquas partes ſecta conjungat E Z. Dico parallelogrammi A B Γ Δ centrum gravitatis eſſe in E Z.

Neque enim ita res habeat; ſed ſit, ſi fieri poteſt, punctum Θ: ducaturque Θ I ipſi A B parallela. Quod ſi E B in duas æquas partes continuo ſecetur, relinquetur aliquando ſegmentum minus quam Θ I. Itaque ſecetur utraque A E, E B in ſegmenta ipſi E K æqualia: ducanturque a punctis, quæ in ſectionibus ſunt, rectæ ipſi E Z parallelæ. Dividetur utique totum parallelogrammum in parallelogramma uni K Z æqualia, et ſimilia. Igitur parallelogrammis ipſi K Z æqualibus, et ſimilibus ſibi invicem convenientibus, centra quoque gravitatis eorumdem ſibi invicem convenient. Atque erunt magnitudines quædam parallelogramma æquales



ἀπολαφθείσας τινὸς ἀπὸ τᾶς ἐκβληθείσας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ εἰρημένα κέντρα, ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον ποτὶ τὰν μεταξὺ τῶν κέντρων, ὃν ἔχει τὸ βάρος [e] τοῦ ἀφῃρημένου μεγέθεος ποτὶ τὸ τοῦ λοιποῦ βάρος, τὸ πέρας τᾶς ἀπολαφθείσας.

Ἔστω μεγέθεός τινος τοῦ ΑΒ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Γ. Καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ΑΒ τὸ ΑΔ, οὗ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔστω τὸ Ε. Ἐπιζευχθείσας δὲ τᾶς ΕΓ, καὶ ἐκβληθείσας, ἀπολελάφθω ἁ ΓΖ ποτὶ τὰν ΓΕ λόγον ἔχουσα τὸν αὐτὸν, ὃν ἔχει [f] τὸ ΑΔ μέγεθος ποτὶ τὸ ΔΗ. Δεικτέον ὅτι τοῦ ΔΗ μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Ζ σαμεῖον.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατὸν ἔστω τὸ Θ σαμεῖον. Ἐπεὶ οὖν τοῦ μὲν ΑΔ μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Ε, τοῦ δὲ ΔΗ τὸ Θ σαμεῖον· τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΔ, ΔΗ μεγεθέων, κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς ΕΘ τμαθείσας, ὥστε [g] τμάματα αὐτᾶς [h] ἀντιπεπονθέ μὲν κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον τοῖς μεγέθεσιν. Ὥστε [i] οὐκ ἔσται τὸ Γ σαμεῖον κατὰ τὰν ἀνάλογον τομὰν τᾶς εἰρημένας. Οὐκ ἄρα ἐστὶ τὸ Γ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ἐκ τῶν ΑΔ, ΔΗ συγκειμένου μεγέθεος, τουτέστι τοῦ ΑΒ. Ἔστι δέ. Ὑπέκειτο γάρ. Οὐκ ἔστι ἄρα τὸ Θ κέντρον βάρεος τοῦ ΔΗ μεγέθεος.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς διχοτομίας τᾶν κατ' ἐναντίον τοῦ παραλληλογράμμου πλευρᾶν.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ. Ἐπὶ δὲ τὰν διχοτομίαν τᾶν ΑΒ, ΓΔ ἁ ΕΖ. Φαμὶ δὴ ὅτι τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς ΕΖ.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατὸν ἔστω τὸ Θ. Καὶ ἄχθω παρὰ τὰν ΑΒ ἁ ΘΙ. Τᾶς δὲ δὴ ΕΒ διχοτομουμένας αἰεὶ, ἐσσεῖταί ποκα καταλειπόμενα ἐλάσσων τᾶς ΙΘ. Καὶ διῃρήσθω ἑκατέρα τᾶν ΑΕ, ΕΒ εἰς τὰς τᾷ ΕΚ ἴσας· καὶ ἀπὸ τῶν κατὰ τὰς διαιρέσεις σαμείων ἄχθωσαν παρὰ τὰν ΕΖ. Διαιρεθήσεται δὴ τὸ ὅλον παραλληλόγραμμον εἰς [k] παραλληλογράμματα τὰ ἴσα καὶ ὅμοια τῷ ΚΖ. Τῶν οὖν παραλληλογράμμων τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων τῷ ΚΖ ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' ἄλλαλα πεσοῦνται. Ἐσσοῦνται δὴ μεγέθεα τινα

[e] τῶν ἀφῃρημένων μεγεθέων. [f] τὸ ΑΒ. [g] τὰ τμάματα. [h] ἀντιπέπονθε μὲν, ex MS. [i] οὐκ ἄρα [k] παραλληλογράμματα.

παραλληλόγραμμα, ἴσα τῷ ΚΖ, ἄρτια τῷ πλήθει. Καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' εὐθείας κέιμενα· καὶ τὰ μέσα ἴσα· καὶ πάντα τὰ ἐφ' ἑκάτερα τῶν μέσων αὐτά τε ἴσα ἐντὶ, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι. Τοῦ ἐκ πάντων αὐτῶν ἄρα συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον ἔσσεῖται τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ [1] βάρεος τῶν μέσων χωρίων. Οὐκ ἐστὶ δέ. Τὸ γὰρ Θ ἐκτός ἐστι τῶν μέσων παραλληλογράμμων. Φανερὸν οὖν, ὅτι ἐπὶ τᾶς ΕΖ εὐθείας τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου.

ipſi KZ, et multitudine pares, quarum centra gravitatis in directo poſita ſunt. Adhuc vero æquales ſunt cum ipſarum mediæ; tum cœteræ omnes, quæ utrinque a mediis æquo intervallo diſtant; denique rectæ, quæ inter centra interjiciuntur. Igitur magnitudinis, quæ ex omnibus hiſce magnitudinibus componitur, centrum gravitatis eſt in recta, quæ mediarum centra gravitatis conjungit. Non eſt autem; quoniam punctum Θ extra media parallelogramma cadit. Manifeſtum eſt igitur parallelogrammi ΑΒΓΔ centrum gravitatis eſſe in recta EZ.

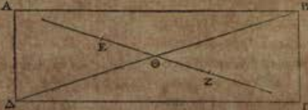
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ί.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ αἱ διάμετροι συμπίπτοντι.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ ἁ ΕΖ [m] δίχα τέμνουσα τὰς ΑΒ, ΓΔ· ἁ δὲ ΚΛ τὰς ΑΓ, ΒΔ. Ἔστι δὴ τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΕΖ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Διὰ ταῦτα δὲ καὶ ἐπὶ τᾶς ΚΛ. Τὸ Θ ἄρα σαμεῖον κέντρον τοῦ βάρεος. Κατὰ δὲ τὸ Θ αἱ διάμετροι τοῦ παραλληλογράμμου πίπτοντι. Ὥστε δέδεικται τὸ προτεθέν.



Ἔστι δὲ καὶ ἄλλως τὸ αὐτὸ δεῖξαι. Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ. Διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἁ ΔΒ. [n] Τὰ οὖν ΑΔΒ, ΒΔΓ τρίγωνα ἴσα ἐντὶ, καὶ ὅμοια ἀλλάλοις· ὥστε ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα τῶν τριγώνων, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' ἄλλαλα πεσοῦνται. Ἔστω δὴ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον. [o] Καὶ τετμάσθω δίχα ἁ ΔΒ κατὰ τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἁ ΕΘ καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἀπολελάφθω ἁ ΖΘ ἴσα τῷ ΘΕ. Ἐφαρμοζομένου δὴ τοῦ [p] ΑΒΔ τριγώνου ἐπὶ τὸ [q] ΒΔΓ τρίγωνον, καὶ τεθεμένας [r] τᾶς ΑΒ πλευρᾶς ἐπὶ τὰν ΔΓ, τᾶς δὲ ΑΔ ἐπὶ τὰν ΒΓ· ἐφαρμόσει καὶ ἁ ΘΕ εὐθεῖα ἐπὶ τὰν ΖΘ· καὶ τὸ Ε σαμεῖον ἐπὶ τὸ Ζ πεσεῖται. Ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. Ἐπεὶ οὖν τοῦ μὲν ΑΒΔ [s] τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον, τοῦ δὲ ΔΒΓ τὸ Ζ· δῆλον ὡς τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος, κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ μέσον τᾶς ΕΖ εὐθείας· ὅπερ ἐστὶ τὸ Θ σαμεῖον.



PROP. X. Theor.

Cujuſlibet parallelogrammi centrum gravitatis eſt id punctum, in quo diametri concurrunt.

Sit parallelogrammum ΑΒΓΔ; et in eo EZ, quæ latera AB, ΓΔ; itemque KΛ, quæ latera AΓ, BΔ in duas æquas partes ſecet. Itaque parallelogrammi ΑΒΓΔ centrum gravitatis eſt in EZ. Hoc enim demonſtratum eſt. Eadem autem ratione eſt etiam in KΛ. Punctum igitur Θ centrum gravitatis eſt. Diametri autem parallelogrammi in punctum Θ concurrunt. Quare demonſtratum eſt, quod proponebatur.

Licet autem hoc idem aliter demonſtrare. Sit parallelogrammum ΑΒΓΔ, cujus diameter ΔB. Triangula igitur ABΔ, BΔΓ æqualia, et ſimilia ſibi invicem ſunt. Quare hiſce triangulis ſibi invicem convenientibus, centra quoque gravitatis eorumdem ſibi invicem convenient. Sit trianguli ABΔ centrum gravitatis punctum E. Secetur autem in duas æquas partes ΔB in puncto Θ; junctaque EΘ, eademque producta, ſumatur ZΘ ipſi ΘE æqualis. Itaque conveniente triangulo ABΔ cum triangulo BΔΓ; et lateribus AB cum ΔΓ, et AΔ cum BΓ, conveniet recta ΘE cum recta ZΘ, punctumque E cum puncto Z. Convenit autem etiam cum centro gravitatis trianguli BΔΓ. Quoniam igitur centrum gravitatis trianguli quidem ABΔ eſt punctum E, trianguli vero ΔBΓ punctum Z; conſtat magnitudinis, quæ ex utriſque triangulis componitur, centrum gravitatis eſſe punctum medium rectæ EZ; quod quidem eſt punctum Θ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιά.

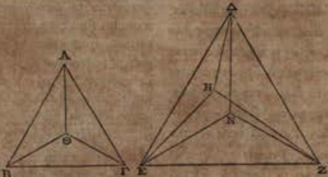
Ἐὰν δύο τρίγωνα ὅμοια ἀλλάλοις ᾖ, καί ἐν αὐτοῖς σαμεῖα ὁμοίως κείμενα ποτὶ τὰ τρίγωνα,

PROP. XI. Theor.

Si duo triangula ſimilia ſibi invicem fuerint, et in his puncta ſimiliter poſita: horum autem

[1] βάρεος ex MS. [m] δίχα ex MS. [n] ἴσα ἁ ΔΒ τριγώνα ἴσα ἐστί, in MS. ἴσα ἁ ΔΒ τὰ ἄρα ΑΒ ΔΒ ΔΓ τρίγωνα ἴσα ἐστί. [o] καὶ ἐπεζεύχθω. [p] ΑΒΓΔ. [q] ΑΔΓ. [r] τᾶς μὲν Α. [s] τριγώνου ex MS.

punctorum alterum trianguli, in quo eſt, centrum gravitatis ſit; alterum quoque punctum centrum eſt gravitatis ejus, in quo eſt, trianguli. Puncta autem in ſimilibus figuris ſimiliter poni dicimus, in quibus quæ ad æquales angulos rectæ ducuntur, æquales cum reſpondentibus lateribus angulos efficiunt.



Sint duo triangula ABΓ, ΔEZ: et ut AΓ ad ΔZ, ita ſe habeat cum AB ad ΔE, tum BΓ ad EZ. Sint autem in iis, quæ diximus, triangulis puncta Θ, N ſimiliter poſita, quorum alterum Θ centrum gravitatis ſit trianguli ABΓ. Dico punctum quoque N centrum gravitatis eſſe trianguli ΔEZ.

Neque enim punctum N; ſed, ſi fieri poteſt, punctum aliud H centrum gravitatis ſit trianguli ΔEZ: junganturque rectæ ΘA, ΘB, ΘΓ, ΔN, EN, ZN, ΔH, EH, ZH. Quoniam igitur ſimile eſt triangulum ABΓ triangulo ΔEZ, eorumque centra gravitatum ſunt puncta Θ, H: ſimilium vero figurarum centra gravitatum ſimiliter poſita ſunt, ita ut æquales cum reſpondentibus lateribus ſingulos ſingulis angulos efficiant; ideo æqualis eſt angulus HΔE angulo ΘAB. Æqualis eſt autem angulus ΘAB angulo EΔN; eo quod puncta Θ, N ſimiliter poſita ſunt. Æqualis eſt igitur etiam angulus EΔH angulo EΔN, major minori. Quod fieri non poteſt. Non igitur non eſt punctum N centrum gravitatis trianguli ΔEZ. Eſt igitur punctum N centrum gravitatis, quod diximus.

καὶ τὸ ἐν σαμεῖον τῶ, ἐν ᾧ ἐςι, τριγώνω κέντρον ἦ τοῦ βάρεος· καὶ τὸ λοιπὸν σαμεῖον κέντρον ἐςὶ τῶ βάρεος τοῦ, ἐν ᾧ ἐςι, τριγώνω. Ὁμοίως δὲ λέγομεν σαμεῖα κέισθαι ποτὶ τὰ ὅμοια σχήματα, ἀφ' ὧν αἱ ἐπὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἴσας ποιοῦντι γωνίας ποτὶ ταῖς ὁμολόγοις πλευραῖς.

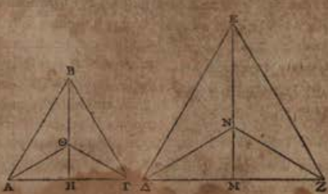
Ἔςω δύο τρίγωνα τὰ ABΓ, ΔEZ. Καὶ ἔςω ὡς ἁ AΓ ποτὶ ΔZ, οὕτως ἁ AB ποτὶ ΔE, καὶ ἁ BΓ ποτὶ EZ. Καὶ ἐν τοῖς εἰρημένοις τριγώνοις σαμεῖα ὁμοίως κείμενα ἔςω τὰ Θ, N ποτὶ τὰ ABΓ, ΔEZ τρίγωνα. Καὶ ἔςω τὸ Θ κέντρον τοῦ βάρεος τῶ ABΓ τριγώνω. Λέγω ὅτι καὶ τὸ N κέντρον βάρεός ἐςι τοῦ ΔEZ τριγώνω.

Μὴ γάρ, ἀλλ', εἰ δυνατόν, ἔςω τὸ H κέντρον βάρεος τοῦ ΔEZ τριγώνω. Καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘA, ΘB, ΘΓ, ΔN, EN, ZN, ΔH, EH, ZH. Ἐπεὶ οὖν ὅμοιόν ἐςι τὸ ABΓ τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ, καὶ κέντρα τῶν βαρέων ἐςὶ τὰ Θ, H σαμεῖα· τῶν δὲ ὁμοίων σχημάτων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως ἐντὶ κείμενα, ὥςε ἴσας ποιησοῦντι γωνίας ποτὶ ταῖς ὁμολόγοις πλευραῖς, [t]ἑκάςαν ἑκάςᾳ. Ἴσα ἄρα ἁ ὑπὸ HΔE γωνία τᾷ ὑπὸ ΘAB. Ἀλλὰ ἁ ὑπὸ ΘAB γωνία ἴσα [u]ἐντὶ τᾷ ὑπὸ EΔN, διὰ τὸ ὁμοίως κεῖσθαι τὰ Θ, N σαμεῖα· καὶ ἁ ὑπὸ EΔH γωνία ἄρα [w]ἴσα ἐςὶ τᾷ ὑπὸ EΔN, ἁ μείζων τᾷ ἐλάσσονι, ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα οὐκ ἐςι κέντρον τῶ βάρεος τοῦ ΔEZ τριγώνω τὸ N σαμεῖον. Ἔςιν ἄρα [x]τὸ N σαμεῖον, ὅπερ ἔδει.

PROP. XII. Theor.

Si duo triangula ſimilia ſibi invicem fuerint; alterius autem trianguli centrum gravitatis ſit in recta, quæ ab aliquo angulo ad mediam baſim ducitur, alterius quoque trianguli centrum gravitatis erit in recta, quæ ſimiliter ducitur.

Sint duo triangula ABΓ, ΔEZ: et ut AΓ ad ΔZ, ita ſe habeat cum AB ad ΔE, tum BΓ ad ZE. Secta autem AΓ in duas æquas partes in puncto H, jungatur BH: ſitque centrum gravitatis trianguli ABΓ in BH punctum Θ. Dico trianguli quoque EΔZ centrum gravitatis eſſe in recta, quæ ſimiliter ducitur.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβ'.

Αἴκα δύο τρίγωνα ὅμοια ἔωντι, τοῦ δὲ ἑνὸς τριγώνω κέντρον ᾖ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας, ἃ ἐςὶ ἀπό τινος γωνίας ἐπὶ μέσαν [y]βάσιν ἀγομένα· καὶ τοῦ λοιποῦ τριγώνω τὸ κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ὁμοίως ἀγομένας γραμμᾶς.

Ἔςω δύο τρίγωνα, τὰ ABΓ, ΔEZ. Καὶ ἔςω ὡς ἁ AΓ ποτὶ ΔZ, οὕτως ἁ AB ποτὶ ΔE, καὶ ἁ BΓ ποτὶ ZE. Καὶ τμαθείσας τᾶς AΓ δίχα κατὰ τὸ H, ἐπεζεύχθω ἁ BH· καὶ ἔςω τὸ κέντρον τῶ βάρεος τῶ ABΓ τριγώνω ἐπὶ τᾶς BH, τὸ Θ. Λέγω ὅτι καὶ τῶ EΔZ τριγώνω κέντρον τοῦ βάρεός ἐςιν ἐπὶ τᾶς ὁμοίως ἀγομένας εὐθείας.

[t] ἕκαςον ἑκάςῳ. [u] ἐςί. [w] ἴσα deeſt. [x] In MS. hiatus eſt, ab ἄρα, uſque ad initium Propoſitionis ιβ'. [y] τὰν βάσιν.

Τετμάσθω ἁ ΔΖ δίχα κατὰ τὸ Μ, [a] καὶ ἐπιζεύχθω ἁ ΕΜ· καὶ γεγονέτω ὡς ἁ ΒΗ ποτὶ ΒΘ, οὕτως ἁ ΜΕ ποτὶ ΕΝ. Καὶ ἐπεζεύχθωσαν [c] αἱ ΑΘ, ΘΓ, ΔΝ, ΝΖ. Ἐπεὶ ἐστι τᾶς μὲν ΓΑ, ἡμίσεια ἁ ΑΗ· τᾶς δὲ ΔΖ, ἡμίσεια ἁ ΔΜ· ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς ἁ ΒΑ ποτὶ ΕΔ, οὕτως [d] ἁ ΑΗ ποτὶ ΔΜ. Καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογον ἐντί. Ἴσα τε ἄρα ἐστὶν ἁ ὑπὸ ΑΗΒ τᾷ ὑπὸ ΔΜΕ. Καὶ ἐστιν ὡς ἁ ΑΗ ποτὶ ΔΜ, οὕτως ἁ ΒΗ ποτὶ ΕΜ. Ἐστὶ δὲ ϰ̀ ὡς ἁ ΒΗ ποτὶ ΒΘ, οὕτως ἁ ΜΕ ποτὶ ΕΝ. Καὶ δι᾽ ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἁ ΑΒ ποτὶ ΔΕ, οὕτως ἁ ΒΘ ποτὶ ΕΝ. Καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογον ἐντί. Εἰ δὲ τοῦτο, ἴσα ἐστὶ ἁ ὑπὸ ΒΑΘ γωνία τᾷ ὑπὸ ΕΔΝ. Ὥστε ϰ̀ λοιπὰ ὑπὸ ΘΑΓ γωνία ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ ΝΔΖ γωνίᾳ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὲ ἁ μὲν ὑπὸ ΒΓΘ γωνία ἴσα ἐστὶ [f] τᾷ ὑπὸ ΕΖΝ. Ἁ ἢ ὑπὸ ΘΓΗ, τᾷ ὑπὸ ΝΖΜ ἴσα. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἁ ὑπὸ ΑΒΘ τᾷ ὑπὸ ΔΕΜ ἴσα. Ὥστε καὶ λοιπὰ ἁ ὑπὸ ΘΒΓ γωνία ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ ΝΕΖ. * Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ πάντα ὁμοίως κεῖνται τὰ Θ, Ν σαμεῖα [g] ποτὶ ὁμολόγως πλευρὰς, [e] καὶ ἴσας γωνίας ποιεῖ. Ἐπεὶ οὖν ὁμοίως κεῖνται τὰ Θ, Ν σαμεῖα, καὶ ἐστι τὸ Θ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, καὶ τὸ Ν ἄρα κέντρον βάρεος τοῦ ΔΕΖ.

Secetur ΔΖ in duas æquas partes in puncto Μ: et jungatur ΕΜ. Deinde fiat, ut ΒΗ ad ΒΘ, ita ΜΕ ad ΕΝ: et junguntur ΑΘ, ΘΓ, ΔΝ, ΝΖ. Et quoniam ipſius quidem ΓΑ dimidia eſt ΑΗ, ipſius vero ΔΖ dimidia ΔΜ; ideo ut ΒΑ ad ΕΔ, ita ſe habet ΑΗ ad ΔΜ: quæque latera circa æquales angulos ſunt, ea proportionalia ſunt. Æqualis eſt igitur angulus ΑΗΒ angulo ΔΜΕ: et ut ΑΗ ad ΔΜ, ita ſe habet ΒΗ ad ΕΜ. Ut autem ΒΗ ad ΒΘ, ita ſe habet ΜΕ ad ΕΝ. Igitur etiam, ex æqua proportione, ut ΑΒ ad ΔΕ, ita ſe habet ΒΘ ad ΕΝ: quæque latera circa æquales angulos ſunt, ea proportionalia ſunt. Quod cum ita ſit æqualis eſt angulus ΒΑΘ angulo ΕΔΝ. Quare reliquus etiam angulus ΘΑΓ æqualis eſt angulo ΝΔΖ. Eadem ratione æqualis eſt angulus quidem ΒΓΘ angulo ΕΖΝ, angulus vero ΘΓΗ angulo ΝΖΜ. Demonſtratus autem eſt etiam angulus ΑΒΘ æqualis eſſe angulo ΔΕΜ. Quare reliquus etiam angulus ΘΒΓ æqualis eſt angulo ΝΕΖ. Omnino autem hac ratione puncta Θ, Ν ad reſpondentia latera ſimiliter poſita ſunt, æqualeſque angulos efficiunt. Quoniam igitur puncta Θ, Ν ſimiliter poſita ſunt, punctumque Θ centrum eſt gravitatis trianguli ΑΒΓ, ideo punctum quoque Ν centrum gravitatis eſt trianguli ΔΕΖ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγ′.

PROP. XIII. Theor.

Παντὸς τριγώνου τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστιν ἐκ τᾶς γωνίας ἐπὶ μέσαν ἀγομένα τὰν βάσιν.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· καὶ ἐν αὐτῷ ἁ ΑΔ ἐπὶ μέσαν τὰν ΒΓ βάσιν. Δεικτέον ὅτι ἐπὶ τᾶς ΑΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ.

Μὴ γὰρ, ἀλλ᾽ εἰ δυνατὸν, ἔστω τὸ Θ· καὶ δι᾽ αὐτοῦ παρὰ τὰν ΒΓ ἄχθω ἁ ΘΙ. Ἀεὶ δὴ δίχα τεμνομένας τᾶς ΔΓ ἔσται ποκὰ ἁ καταλειπομένα ἐλάσσων [i] τᾶς ΘΙ. Καὶ διῃρήσθω ἑκατέρα τᾶν ΒΔ, ΔΓ εἰς τὰς ἴσας. Καὶ διὰ τῶν τομῶν παρὰ τὰν ΑΔ ἄχθωσαν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΖ, ΗΚ, ΛΜ. Ἐσσοῦνται δὴ αὗται παρὰ τὰν ΒΓ. Τοῦ δὴ παραλληλογράμμου τοῦ μὲν ΜΝ, τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος, ἐπὶ τᾶς ΥΣ· τοῦ δὲ ΚΞ, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΤΥ· [e] τοῦ δὲ ΖΟ, ἐπὶ τᾶς ΤΔ. Τοῦ ἄρα ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΣΔ εὐθείας. Ἔστω δὴ τὸ Ρ· καὶ ἐπεζεύχθω ἁ ΡΘ, καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἄχθω παρὰ τὰν ΑΔ ἁ ΓΦ. Τὸ δὴ ΑΔΓ τρίγωνον ποτὶ πάντα τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ ἀναγεγραμμένα ὅμοια τῷ ΑΔΓ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΓΑ ποτὶ ΑΜ· διὰ τὸ ἴσας [h] εἶμεν τὰς ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ. Ἐπεὶ δὲ καὶ τὸ ΑΔΒ

Cujuſlibet trianguli centrum gravitatis eſt in recta, quæ ab ejus angulo ad mediam baſim ducitur.

Sit triangulum ΑΒΓ, et in eo ΑΔ ad mediam baſim ΒΓ ducta. Oportet demonſtrare, in ΑΔ centrum gravitatis eſſe trianguli ΑΒΓ.

Neque enim ita res habeat; ſed ſit, ſi fieri poteſt, punctum Θ: ducaturque per id punctum ΘΙ ipſi ΒΓ parallela. Quod ſi ΔΓ in duas æquas partes continuo ſecetur, relinquetur aliquando ſegmentum minus quam ΘΙ. Itaque ſecetur utraque ΒΔ, ΔΓ in æqualia ſegmenta: et ducantur per ſectiones rectæ ipſi ΑΔ parallelæ: junganturque ΕΖ, ΗΚ, ΛΜ; quæ quidem ipſi ΒΓ parallelæ erunt. Ac parallelogrammi quidem ΜΝ centrum gravitatis eſt in ΥΣ; parallelogrammi vero ΚΞ, in ΤΥ; denique parallelogrammi ΖΟ, in ΤΔ. Igitur magnitudinis, quæ ex omnibus componitur, centrum gravitatis eſt in recta ΣΔ. Hoc autem ſit punctum Ρ: et jungantur ΡΘ, eademque producta, ducatur ΓΦ ipſi ΑΔ parallela. Itaque triangulum ΑΔΓ ad omnia triangula, quæ ipſi ΑΔΓ ſimilia ab ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ deſcribuntur, eam habet rationem, quam ΓΑ ad ΑΜ; eo quod ipſæ ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ æquales ſibi invicem ſunt. Quoniam vero etiam triangulum ΑΔΒ

a ϰ̀ πεποιήσθω ἁ ΒΗ πρὸς ΒΘ. c αἱ ΚΘ, ΘΓ, ΔΗ, ΗΖ. d ἁ ΑΝ. f τᾷ ὑπὸ ΕΖΗ. g ποτὶ τὰς ὁμολόγους.
b ϰ̀ deeſt. i τᾶς ΘΙΕ. e [illegible] ΖΘ. h εἶναι τὰς ΑΜ, ΜΖ, ΖΓ, ΚΖ.

* Malim, διὰ ταῦτα.

ad omnia triangula, quæ eidem ſimilia ab A Λ, Λ H, H E, E B deſcribuntur, eam habet rationem, quam B A ad A Λ; ideo triangulum A B Γ ad omnia, quæ diximus, triangula eam rationem habet, quam Γ A ad A M. Habet autem Γ A ad A M majorem rationem, quam Φ P ad P Θ. Ratio enim ipſius Γ A ad A M eadem eſt, quæ totius Φ P ad P H; eo quod triangula ſimilia ſunt. Habet igitur etiam triangulum A B Γ ad ea, quæ diximus, triangula majorem rationem, quam Φ P ad P Θ. Quare, etiam dividendo, parallelogramma M N, K Ξ, Z O ad reliqua triangula majorem rationem habent, quam Φ Θ ad Θ P. Quæ igitur ratio eſt parallelogrammorum ad triangula, eadem fiat rectæ X Θ ad Θ P. Et quoniam magnitudo aliqua eſt A B Γ, cujus centrum gravitatis punctum Θ; aufertur autem ab eadem magnitudo, quæ ex parallelogrammis M N, K Ξ, Z O componitur; ac magnitudinis, quæ aufertur, centrum gravitatis eſt punctum P; ideo magnitudinis, quæ relinquitur, quæque ex reliquis triangulis componitur, centrum gravitatis eſt in recta P Θ producta, abſciſſaque, quæ ad Θ P eam rationem habeat, quam magnitudo, quæ aufertur, ad magnitudinem quæ relinquitur. Punctum igitur X centrum gravitatis eſt magnitudinis, quæ ex reliquis triangulis componitur. Quod fieri non poteſt. Ducta enim in plano per punctum X recta ipſi A Δ parallela, triangula omnia ad eandem partem ſunt; hoc eſt ad alterutram. Conſtat igitur, quod proponebatur.



τρίγωνον ποτὶ πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν Α Λ, Λ Η, Η Ε, Ε Β ἀναγεγραμμένα ὅμοια τρίγωνα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ Β Α ποτὶ Α Λ· τὸ ἄρα Α Β Γ τρίγωνον ποτὶ πάντα τὰ εἰρημένα τρίγωνα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ Γ Α ποτὶ Α Μ. Ἀλλὰ ἁ Γ Α ποτὶ Α Μ, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἁ Φ Ρ ποτὶ Ρ Θ. [i]Ὁ γὰρ τᾶς Γ Α ποτὶ Α Μ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὅλας τᾶς Φ Ρ ποτὶ Ρ Π· διὰ τὸ ὅμοια εἶμεν τὰ τρίγωνα. Καὶ τὸ Α Β Γ ἄρα τρίγωνον ποτὶ τὰ εἰρημένα μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἁ Φ Ρ ποτὶ Ρ Θ. Ὥστε καὶ διελόντι τὰ Μ Ν, Κ Ξ, Ζ Ο παραλληλόγραμμα ποτὶ τὰ καταλειπόμενα τρίγωνα, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἁ Φ Θ ποτὶ Θ Ρ. Γεγονέτω ὧν ἐν τῷ τῶν παραλληλογράμμων ποτὶ τὰ τρίγωνα λόγῳ ἁ Χ Θ ποτὶ Θ Ρ. Ἐπεὶ ὧν ἐστὶ [k]τι μέγεθος τὸ Α Β Γ, [l]οὗ τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ· καὶ ἀφῄρηται ἀπ᾽ αὐτοῦ μέγεθος τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν Μ Ν, Κ Ξ, Ζ Ο, [m]παραλληλογράμμων, καὶ ἔστι τοῦ ἀφῃρημένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ρ σαμεῖον· τοῦ ἄρα λοιποῦ μεγέθεος τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν περιλειπομένων τριγώνων κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς [n]Ρ Θ εὐθείας ἐκβληθείσας, καὶ ἀπολαφθείσας, ποτὶ τὰν Θ Ρ τοῦτον ἐχούσας τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ἀφαιρεθὲν μέγεθος ποτὶ τὸ λοιπόν. Τὸ ἄρα Χ σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ συγκειμένου μεγέθεος ἐκ τῶν περιλειπομένων· ὅπερ ἀδύνατον. Τᾶς γὰρ διὰ τοῦ Χ εὐθείας παρὰ τὰν Λ Δ ἀγομένας ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐπὶ τ᾽ αὐτὰ πάντα ἐστὶ, τουτέστιν ἐπὶ θάτερον μέρος. Δῆλον ὧν τὸ προτεθέν.

EUTOCIUS.

Junganturque E Z, H K, Λ M; quæ quidem ipſi B Γ parallelæ erunt. Quoniam enim æqualis eſt cum B O ipſi Ψ Γ, tum Δ B ipſi Δ Γ; ut Δ B ad O B, ita ſe habebit Δ Γ ad Ψ Γ: et dividendo, ut Δ O ad O B, ita Δ Ψ ad Ψ Γ. Ut autem Δ O ad O B, ita ſe habet A E ad E B: parallela enim eſt E O ipſi A Δ: et ut Δ Ψ ad Ψ Γ, ita A Z ad Z Γ. Ut igitur A E ad E B, ita etiam ſe habet A Z ad Z Γ. Parallela igitur eſt E Z ipſi B Γ. Idem de aliis quoque demonſtrabitur. Itaque triangulum A Δ Γ ad omnia triangula, quæ ipſi A Δ Γ ſimilia ab Λ M, M K, K Z, Z Γ deſcribuntur, eam habet rationem, quam Γ A ad A M; eo quod eæ rectæ æquales ſibi invicem ſunt. Quoniam enim triangula A Δ Γ, A Σ M ſimilia ſunt, rationem invicem habent ejus duplam, quam A Γ habet ad A M. Et quoniam nunc ponitur, A Γ quadruplam eſſe ipſius A M; triangulum A Δ Γ rationem habet ad triangulum quidem

Καὶ ἐπεζεύχθωσαν [o]αἱ Ε Ζ, Η Κ, Λ Μ. Ἔσονται δὲ αὗται [p]παρὰ τὰν Β Γ. Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ Β Ο τῇ Ψ Γ, καὶ ἡ Δ Β τῇ Δ Γ· ἔσται ὡς ἡ Δ Β πρὸς Ο Β, ἡ Δ Γ πρὸς Ψ Γ· καὶ διελόντι, ὡς ἡ Δ Ο πρὸς Ο Β, ἡ Δ Ψ πρὸς Ψ Γ. Ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ Δ Ο πρὸς Ο Β, [q]ἡ Α Ε πρὸς Ε Β· ἡ γὰρ Ε Ο παρὰ τὴν Α Δ ἐστίν· ὡς δὲ ἡ Δ Ψ πρὸς Ψ Γ, ἡ Α Ζ πρὸς Ζ Γ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Α Ε πρὸς Ε Β, ἡ Α Ζ πρὸς Ζ Γ. Παράλληλος ἐστιν ἄρα ἡ Ε Ζ τῇ Β Γ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσονται καὶ αἱ λοιπαί. Τὸ δὲ Α Δ Γ τρίγωνον [r]ποτὶ πάντα τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ τῶν Λ Μ, Μ Κ, Κ Ζ, Ζ Γ ἀναγεγραμμένα, ὅμοια τῷ Α Δ Γ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ Γ Α ποτὶ Α Μ, διὰ τὸ ἴσας εἶμεν τὰς εὐθείας. Ἐπεὶ γὰρ ὅμοιά ἐστι τὰ Α Δ Γ, Α Σ Μ τρίγωνα, πρὸς ἄλληλα διπλασίονα λόγον ἔχει, ὅνπερ ἡ Α Γ πρὸς Α Μ. Ἐστὶ δὲ νῦν ὑπόκειται ἡ Α Γ τῆς Α Μ τετραπλασίων, τὸ Α Δ Γ τρί-

[i] ὁ γὰρ τᾶς Γ Α ποτὶ Α Μ μείζονα λόγον ἤπερ ἁ Φ Ρ ποτὶ τὰ τρίγωνα καὶ τὸ Α Β Γ ἄρα τρίγωνον ποτὶ τὰ εἰρημένα μείζονα λόγον, ἤπερ Α Φ Ρ ποτὶ Ρ Θ. Ὥστε καὶ διελόντι. MS. pro πρὸς ſemper habet dorice ποτὶ. [k] τι Ex MS. [l] οὗτος τὸ κέντρον. [m] παραλληλογράμμων. [n] Ε Θ. [o] αἱ Ε Ζ Η, Κ Λ. [p] παρὰ τὰν Β Γ. [q] ἡ Α Θ. [r] πρὸς πάντα.

γωνον πρὸς τὸ ΑΣΜ λόγον ἔχει, ὃν ις΄ [s] πρὸς ἕν· πρὸς δὲ πάντα τὰ τρίγωνα, τὰ ἀπὸ ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ λόγον ἔχει ὃν ις΄ πρὸς τέσσαρα. Ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν, ὡς τὸ ΑΔΓ τρίγωνον πρὸς τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ ὅμοια τῷ ΑΔΓ, οὕτως αὐτὰ τρίγωνα πρὸς τὸ ΑΣΜ· τουτέστιν ἁ ΓΑ πρὸς ΑΜ. Ὅμοια γὰρ ἐστὶ καὶ ἐπὶ ἴσων βάσεων· καὶ διὰ τοῦτο ἴσα, καὶ ἐστὶ πρὸς ἄλληλα ὡς αἱ [t] βάσεις. Ἀλλὰ ἁ ΓΑ ποτὶ ΑΜ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἁ ΦΡ ποτὶ ΡΘ. Ὁ γὰρ τᾶς ΑΓ πρὸς ΑΜ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τᾶς ΦΡ ποτὶ ΡΠ. Εἰ γὰρ νοήσαιμεν ἐκβεβλημένας τὰς ΡΦ, ΓΔ, καὶ συμπιπτούσας· διὰ τὰς παραλλήλους, ἔσται ὡς ἁ ΦΡ [u] πρὸς ΡΠ, ἁ ΓΔ πρὸς ΔΩ. Ἀλλ' ὡς ἁ ΓΔ πρὸς ΔΩ, ἁ ΓΑ πρὸς ΑΜ. Καὶ ὡς ἄρα ἁ ΓΑ πρὸς ΑΜ, ἁ ΦΡ πρὸς ΡΠ. Ἡ δὲ ΦΡ πρὸς ΡΠ μείζονα ἔχει λόγον, ἤπερ ἁ ΦΡ πρὸς ΡΘ. Καὶ ἁ ΓΑ [w] ἄρα πρὸς ΑΜ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἁ ΦΡ πρὸς ΡΘ. Ὅπερ ἀδύνατον. Τᾶς γὰρ διὰ τοῦ Χ εὐθείας παρὰ τὰν ΔΑ ἀγομένας ἐν τῷ ἐπιπέδῳ, ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐσσεῖται πάντα τὰ κέντρα· τουτέστιν ἐπὶ θάτερον μέρος. Καὶ ῥέψει δῆλον ὅτι ἐπ' ἐκεῖνο πάντα τὰ μεγέθεα, καὶ οὐκ ἰσοῤῥοπήσει· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. Ὑπόκειται γὰρ κέντρον [x] τῶν μὲν παραλληλογράμμων τὸ Ρ, τῶν δὲ τριγώνων τὸ Χ.

ΑΛΛΩΣ ΤΟ ΑΥΤΟ.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· καὶ ἄχθω ἁ ΑΔ ἐπὶ μέσαν τὰν ΒΓ. Λέγω ὅτι ἐπὶ τᾶς ΑΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου.

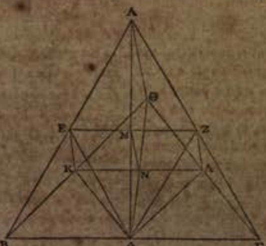
Μὴ γὰρ, ἀλλ', εἰ δυνατὸν, ἔστω τὸ Θ· καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἵ τε ΑΘ, ΘΒ, ΘΓ. καὶ αἱ ΕΔ, ΖΕ ἐπὶ μέσας τὰς ΒΑ, ΑΓ· καὶ παρὰ τὰν ΑΘ ἄχθωσαν αἱ ΕΚ, ΖΛ· καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ΚΛ, ΛΔ, ΔΚ, ΔΘ, ΜΝ. Ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΖΓ τριγώνῳ, διὰ τὸ παράλληλον εἶμεν τὰν ΒΑ τᾷ ΖΔ· καὶ ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον· καὶ τοῦ ΖΔΓ ἄρα τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Λ σαμεῖον. Ὁμοίως γὰρ ἐντὶ κείμενα τὰ [y] Θ, Λ σαμεῖα ἐν ἑκατέρῳ τῶν τριγώνων ἐπειδήπερ ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευρὰς ἴσας ποιοῦντι γωνίας. Φανερὸν γὰρ τοῦτο. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τοῦ ΕΒΔ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Κ σαμεῖον. Ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΕΒΔ, ΖΔΓ τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ μέσας τᾶς ΚΛ εὐθείας· ἐπειδήπερ ἴσα ἐντὶ τὰ ΕΒΔ, ΖΔΓ τρίγωνα· καὶ ἐστι τᾶς ΚΛ μέσον τὸ Ν. Ἐπεί ἐστιν ὡς ἁ ΒΕ ποτὶ ΕΑ, οὕτως ἁ ΒΚ [z] ποτὶ ΘΚ· ὡς δὲ ἁ ΓΖ ποτὶ ΖΑ, οὕτως ἁ ΓΛ ποτὶ ΛΘ. Εἰ δὲ τοῦτο, ἐστὶν ἁ ΒΓ τᾷ ΚΛ παράλληλος. Καὶ ἐπεζεύχθω ἁ ΔΘ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἁ ΒΔ ποτὶ ΔΓ, οὕτως ἁ ΚΝ ποτὶ τὰν ΝΛ. Ὥστε

ΑΣΜ eamdem, quam xvi. ad i: ad omnia vero triangula, quæ ab ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ deſcribuntur, eamdem quam xvi ad iv. Itaque ut triangulum ΑΔΓ ad triangula, quæ ipſi ΑΔΓ ſimilia ab ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ deſcribuntur, ita ſe habent eadem hæc triangula ad triangulum ΑΣΜ; hoc eſt ΓΑ ad ΑΜ. Similia enim cum ſint, ſuper iiſdem baſibus conſtituuntur: propterea æqualia ſunt, et ſe invicem habent ut baſes. Habet autem ΓΑ ad ΑΜ majorem rationem, quam ΦΡ ad ΡΘ. Ratio enim ipſius ΓΑ ad ΑΜ eadem eſt quæ ipſius ΦΡ ad ΡΠ. Si enim intelligantur ΡΦ, ΓΔ productæ eſſe, ſibique invicem concurrere; ſe habebit utique, propter parallelas, ut ΦΡ ad ΡΠ, ita ΓΔ ad ΔΩ. Ut autem ΓΔ ad ΔΩ, ita ſe habet ΓΑ ad ΑΜ. Igitur ut ΓΑ ad ΑΜ, ita etiam ſe habet ΦΡ ad ΡΠ. Habet autem ΦΡ ad ΡΠ majorem rationem, quam ΦΡ ad ΡΘ. Habet igitur etiam ΓΑ ad ΑΜ majorem rationem, quam ΦΡ ad ΡΘ. Quod fieri non poteſt. Ducta enim in plano per punctum Χ recta ipſi ΑΔ parallela, centra omnia ad eandem partem erunt; hoc eſt ad alterutram. Propendent utique omnes magnitudines verſus eam partem, neque invicem librabuntur: quod non ponitur. Ponitur enim parallelogrammorum centrum eſſe punctum Ρ, trianguli vero, punctum Χ.

ALITER HOC IDEM.

Sit triangulum ΑΒΓ; ducaturque ΑΔ ad mediam ΒΓ. Dico in ΑΔ centrum gravitatis eſſe trianguli ΑΒΓ.

Neque enim ita res habeat, ſed ſit, ſi fieri poteſt, punctum Θ: et jungantur ΑΘ, ΘΒ, ΘΓ, itemque ΕΔ, ΖΕ ad medias ΒΑ, ΑΓ. Porro ducantur ΕΚ, ΖΛ ipſi ΑΘ parallelæ: junganturque ΚΛ, ΛΔ, ΔΚ, ΔΘ, ΜΝ. Et quoniam ſimile eſt triangulum ΑΒΓ triangulo ΔΖΓ,



(eo quod ΒΑ ipſi ΖΔ eſt parallela;) ac trianguli ΑΒΓ centrum eſt gravitatis punctum Θ; ideo etiam trianguli ΖΔΓ centrum gravitatis eſt punctum Λ. Puncta enim Θ, Λ in utroque triangulo ſimiliter poſita ſunt; quod quidem manifeſtum eſt. Eadem autem ratione trianguli ΕΒΔ centrum gravitatis eſt punctum Κ. Quare magnitudinis, quæ ex utriſque triangulis ΕΒΔ, ΖΔΓ componitur, centrum gravitatis eſt in recta media ΚΛ; quoniam triangula ΕΒΔ, ΖΔΓ æqualia ſunt: punctum autem ipſius ΚΛ medium eſt Ν. Ut enim ΒΕ ad ΕΑ, ita ſe habet ΒΚ ad ΘΚ: ut vero ΓΖ ad ΖΑ, ita ΓΛ ad ΛΘ. Quod cum ita ſit, ΒΓ ipſi ΚΛ parallela eſt. Juncta autem fuit ΔΘ. Ut igitur ΒΔ ad ΔΓ, ita ſe habet ΚΝ ad ΝΛ. Quare magnitudinis,

[s] πρὸς ΕΝ. [t] βάσεις πρὸς ἄλλα. [u] πρὸς ΡΗ. [w] ἄρα deeſt. [x] τῶ μὲν παραλληλογράμμων. [y] ΛΛ. [z] ποτὶ ΘΚ ex MS.

quæ ex utriſque triangulis, quæ diximus, componitur, centrum gravitatis eſt punctum N. Eſt autem parallelogrammi ΑΕΔΖ centrum gravitatis punctum M. Quare magnitudinis, quæ ex omnibus componitur, centrum gravitatis eſt in recta MN. Eſt autem trianguli ΑΒΓ centrum gravitatis punctum Θ. Igitur MN producta tranſit per punctum Θ: quod fieri non poteſt. Non igitur non eſt centrum gravitatis trianguli ΑΒΓ in recta ΑΔ. In eadem igitur eſt.

τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν εἰρημένων τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ N. Ἔστι δὲ καὶ τοῦ ΑΕΔΖ παραλληλογράμμου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ M σαμεῖον. Ὥστε τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς MN εὐθείας. Ἔστι δὲ καὶ τοῦ ΑΒΓ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον. Ἁ MN ἄρα ἐκβαλλομένα πορεύσεται διὰ τοῦ Θ σαμείου· ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου οὐκ ἔστιν ἐπὶ τᾶς ΑΔ εὐθείας. Ἔστιν ἄρα ἐπ' αὐτᾶς.

EUTOCIUS.

Puncta enim Θ, K, Λ ſimiliter in triangulis poſita ſunt. Cum enim ΑΘ, EK, ZΛ parallelæ ſint, angulos ſimiliter ſecant. Præterea anguli ΘΓΖ, ΘΒΕ iidem in omnibus triangulis ſunt; et reliqui etiam ΚΒΔ, ΔΓΛ.

Ὁμοίως γὰρ ἐστὶ κείμενα τὰ Θ, K, Λ ἐν τοῖς τριγώνοις. Αἵ τε γὰρ ΑΘ, EK, ZΛ παράλληλοι οὖσαι ὁμοίως διαιροῦσι τὰς γωνίας. Καὶ αἱ ΘΓΖ, ΘΒΕ αἱ αὐταί εἰσι, ἐν πᾶσι τοῖς τριγώνοις· καὶ λοιπαὶ αἱ ΚΒΔ, ΔΓΛ.

PROP. XIV. Theor.

Cujuſlibet trianguli centrum gravitatis eſt id punctum, in quo quæ ab angulis trianguli ad media latera rectæ ducuntur, invicem concurrunt.



Sit triangulum ΑΒΓ: ducaturque ΑΔ quidem ad mediam ΒΓ; ΒΕ vero ad mediam ΑΓ. Eſt utique trianguli ΑΒΓ centrum gravitatis in utraque ΑΔ, ΒΕ. Hoc enim demonſtratum eſt. Quare punctum Θ (trianguli ejuſdem) centrum gravitatis eſt.

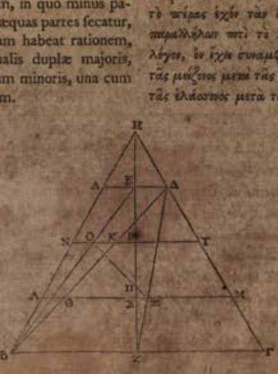
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδ'.

Παντὸς τριγώνου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ συμπίπτοντι τοῦ τριγώνου αἱ ἐκ τᾶν γωνιᾶν ἐπὶ μέσας τὰς πλευρὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· καὶ ἄχθω ἁ μὲν ΑΔ ἐπὶ μέσαν τὰν ΒΓ· ἁ δὲ ΒΕ ἐπὶ μέσαν τὰν ΑΓ. Ἔστι δὴ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος ἐφ' ἑκατέρας τᾶν ΑΔ, ΒΕ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ὥστε τὸ Θ σαμεῖον κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι.

PROP. XV. Theor.

Cujuſlibet trapezii habentis duo latera ſibi invicem parallela centrum gravitatis eſt in recta, quæ parallela latera in duas æquas partes ſecta conjungit; ita diviſa, ut quæ altera ejus pars terminum habet id punctum, in quo minus parallelorum laterum in duas æquas partes ſecatur, hæc ad partem alteram eam habeat rationem, quam utraque hæc; æqualis duplæ majoris, una cum minore, ad duplam minoris, una cum majore parallelorum laterum.



Sit trapezium ΑΒΓΔ habens latera ΑΔ, ΒΓ parallela: conjungatque ΕΖ ipſa ΑΔ, ΒΓ ſecta in duas æquas partes. Ac trapezii quidem centrum gravitatis eſſe in ΕΖ, manifeſtum eſt. Si enim rectas ΓΔΗ, ΖΕΗ, ΒΑΗ produxeris, conſtat eas in eodem puncto concurrere. Itaque trianguli ΗΒΓ centrum gravitatis eſt in ΗΖ. Eſt autem pariter trian-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε'.

Παντὸς τραπεζίου τὰς δύο πλευρὰς ἔχοντος παραλλήλους ἀλλάλαις, τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς διχοτομίας τᾶν παραλλήλων διαιρεθείσας, ὥστε τὸ τμᾶμα αὐτᾶς τὸ πέρας ἔχον τὰν διχοτομίαν τᾶς ἐλάσσονος τᾶν παραλλήλων ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἁ ἴσα τᾷ διπλασίᾳ τᾶς μείζονος μετὰ τᾶς ἐλάσσονος, ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς ἐλάσσονος μετὰ τᾶς μείζονος τᾶν παραλλήλων.

Ἔστω τραπέζιον τὸ ΑΒΓΔ παραλλήλους ἔχον τὰς ΑΔ, ΒΓ· ἁ δὲ ΕΖ ἐπιζευγνύτω τὰς διχοτομίας τᾶν ΑΔ, ΒΓ. Ὅτι μὲν ἐπὶ τᾶς ΕΖ ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ τραπεζίου, φανερόν. Ἐὰν γὰρ [a] ἐκβάλῃς τὰς ΓΔΗ, ΖΕΗ, ΒΑΗ, δῆλον ὅτι ἐπὶ τὸ αὐτὸ σαμεῖον ἔρχονται. Ἔσται [b] τὸ τοῦ ΗΒΓ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΗΖ. Καὶ

[a] ἐκβάλῃς τὰς ΓΔ, ΗΖ, ΕΚ, ΒΗ.

[b] τὸ τοῦ ΗΒ.

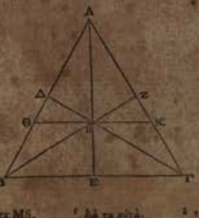
ὁμοίως [c] τῶ ΑΗΔ τριγώνω κέντρον τῶ βάρεος ἐπὶ τᾶς [d] ΕΗ. Καὶ λοιπῶ ἄρα τῶ ΑΒΓΔ τραπεζίω κέντρον τῶ βάρεος ἐσται ἐπὶ τᾶς ΕΖ. Ἐπιζευχθεῖσα δὲ ἁ ΒΔ διῃρήσθω εἰς τρία ἴσα κατὰ τὰ Κ, Θ σαμεῖα· καὶ δι' αὐτῶν παρὰ τὰν ΒΓ ἄχθωσαν αἱ ΛΘΜ, ΝΚΤ· καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ΔΖ, ΒΕ, ΟΞ. Ἔσται δὴ τοῦ μὲν ΔΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΘΜ· ἐπειδήπερ τρίτον μέρος ἁ ΘΒ τᾶς ΒΔ, καὶ διὰ τοῦ Θ σαμείου παράλληλος τᾷ βάσει [e] ἄκται ἁ ΜΘ. Ἔστι δὲ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΔΒΓ τριγώνου, καὶ ἐπὶ τᾶς ΔΖ. Ὥστε τὸ Ξ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ εἰρημένου τριγώνου. [f] Διὰ ταῦτα δὲ καὶ τὸ Ο σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΔ τριγώνου. Τοῦ ἄρα ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒΔ, ΒΔΓ, τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος, ὅπερ ἐστὶ [g] τραπέζιον, κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΟΞ εὐθείας. Ἔστι δὲ τῶ εἰρημένω [h] τραπεζίω κέντρον τοῦ βάρεος καὶ ἐπὶ τᾶς ΕΖ. Ὥστε τοῦ ΑΒΓΔ τραπεζίου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Π σαμεῖον. Ἔχει δὴ ὃν τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ποτὶ τὸ ΑΒΔ λόγον, ὃν ἁ ΟΠ ποτὶ ΠΞ. Ἀλλ' ὡς τὸ ΒΔΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον, οὕτως ἐστὶ ἁ ΒΓ ποτὶ ΑΔ· ὡς δὲ ἁ ΟΠ ποτὶ ΠΞ, οὕτως ἁ ΠΡ ποτὶ ΠΣ. Καὶ ὡς ἄρα ἁ ΒΓ ποτὶ ΑΔ, οὕτως ἁ ΡΠ ποτὶ ΠΣ. Ὥστε καὶ ὡς δύο αἱ ΒΓ μετὰ τᾶς ΑΔ, ποτὶ δύο τὰς ΑΔ, μετὰ τᾶς ΒΓ, οὕτως δύο αἱ ΡΠ μετὰ τᾶς ΠΣ, ποτὶ δύο τὰς ΠΣ, μετὰ τᾶς ΠΡ. Ἀλλὰ δύο μὲν αἱ ΡΠ, μετὰ τᾶς ΠΣ, συναμφότερός ἐστιν ἁ ΣΡΠ, [i] τουτέστιν ἁ ΠΕ. Δύο δὲ αἱ ΠΣ μετὰ τᾶς ΠΡ, συναμφότερός ἐστιν ἁ ΡΠΣ, τουτέστιν ἁ ΠΖ. Δέδεικται ἄρα τὰ προτεθέντα.

guli ΑΗΔ centrum gravitatis in ΕΗ. Igitur reliqui etiam trapezii ΑΒΓΔ centrum gravitatis erit in ΕΖ. Jungatur ΒΔ, eademque ſecta in tres æquas partes in punctis Κ, Θ; ducantur per hæc puncta ipſi ΒΓ parallelæ ΛΘΜ, ΝΚΤ; junganturque ΔΖ, ΒΕ, ΟΞ. Itaque trianguli ΔΒΓ centrum gravitatis erit in ΘΜ; quoniam ΘΒ tertia pars eſt ipſius ΒΔ, ductaque fuit per punctum Θ baſi parallela ΜΘ. Eſt autem trianguli ΔΒΓ centrum gravitatis etiam in ΔΖ. Quare punctum Ξ centrum gravitatis eſt ejus, quod diximus, trianguli. Eſt autem eadem ratione punctum Ο centrum gravitatis trianguli ΑΒΔ. Quare magnitudinis, quæ ex utriſque triangulis ΑΒΔ, ΒΔΓ componitur, quæ quidem trapezium eſt, centrum gravitatis eſt in recta ΟΞ. Eſt autem trapezii, quod diximus, centrum gravitatis etiam in ΕΖ. Quare trapezii ΑΒΓΔ centrum gravitatis eſt punctum Π. Itaque triangulum ΒΓΔ ad triangulum ΑΒΔ eam rationem habuerit, quam ΟΠ ad ΠΞ. Sed ut triangulum quidem ΒΔΓ ad triangulum ΑΒΔ, ita ſe habet ΒΓ ad ΑΔ: ut vero ΟΠ ad ΠΞ, ita ΠΡ ad ΠΣ. Igitur etiam ut ΒΓ ad ΑΔ, ita ſe habet ΡΠ ad ΠΣ. Quare etiam ut duæ ΒΓ, una cum ΑΔ, ad duas ΑΔ, una cum ΒΓ, ita ſe habent duæ ΡΠ, una cum ΠΣ, ad duas ΠΣ, una cum ΠΡ. Sed duæ quidem ΡΠ, una cum ΠΣ, utraque eſt ΣΡΠ, hoc eſt ΠΕ. Duæ vero ΠΣ, una cum ΠΡ, utraque eſt ΡΠΣ, hoc eſt ΠΖ. Demonſtrata ſunt igitur, quæ proponebantur.

EUTOCIUS.

Ἐὰν γὰρ ἐκβάλῃς τὰς ΓΔΗ, ΖΕΗ, ΒΛΗ, δῆλον ὅτι ἐπὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον ἔρχονται. Ἐκβληθεισῶν γὰρ τῶν ΒΛΗ, ΖΕΗ, καὶ συμπεσουσῶν ἀλλήλαις κατὰ τὸ Η· καὶ ἡ ΓΔ ἐκβαλλομένη ἐν τῷ αὐτῷ πεσεῖται. Ἔστι γὰρ ὡς ἡ ΒΗ πρὸς ΗΛ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΕ, καὶ ἡ ΒΖ πρὸς ΛΕ, καὶ ἡ ΖΓ πρὸς ΕΔ· καὶ λοιπὴ ἡ ΓΗ πρὸς ΗΔ. Ἔσται δὴ τοῦ μὲν ΒΔΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς ΘΜ· ἐπειδήπερ τρίτον μέρος ἡ ΒΘ τῆς ΒΔ.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἀπὸ τῶν γωνιῶν ἐπὶ τὰς διχοτομίας τῶν πλευρῶν αἱ ΑΕ, ΒΖ, ΓΔ. Κέντρον ἄρα ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ ΑΒΓ τριγώνου τὸ Η. Καὶ φανερὸν ὅτι πάντα τὰ τρίγωνα ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις, καὶ ὅτι αἱ ἐπὶ τὰς διχοτομίας τῶν πλευρῶν ἐπιζευγνύμεναι διὰ τοῦ Η ἔρχονται· ἵνα μὴ τοῦ αὐτοῦ πολλὰ κέντρα ᾖ. Ἐπεὶ γὰρ ἴσαι αἱ ΑΔ, ΒΔ, ΒΕ, ΕΓ, ΓΖ, ΖΑ ἴσα ἔσται καὶ τὰ τρίγωνα, ὧν κορυφὴ τὸ Η σημεῖον, βάσεις δὲ αἱ εἰρημέναι



Si enim rectas ΓΔΗ, ΖΕΗ, ΒΛΗ produxeris, conſtat eas in eodem puncto concurrere. Productis enim ΒΛΗ, ΖΕΗ, iiſdemque in puncto Η invicem concurrentibus, ipſa quoque ΓΔ ſi producatur, in eodem puncto concurret. Se habet utique ut ΒΗ ad ΗΛ, ita ΖΗ ad ΗΕ, et ΒΖ ad ΛΕ, et ΖΓ ad ΕΔ; et, quod conſequitur, ΓΗ ad ΗΔ. Itaque trianguli ΔΒΓ centrum gravitatis erit in ΘΜ; quoniam ΘΒ tertia pars eſt ipſius ΒΔ.

Sit triangulum ΑΒΓ: et jungantur ab ejus angulis ad puncta, quæ latera in duas æquas partes ſecant, ΑΕ, ΒΖ, ΓΔ. Centrum igitur gravitatis trianguli ΑΒΓ eſt punctum Η. Porro manifeſtum eſt, omnia triangula æqualia invicem eſſe, rectaſque, quæ ad puncta junguntur, latera in duas æquas partes ſecantia per punctum Η tranſire; ne plura ejuſdem trianguli centra gravitatis ſint. Quoniam vero rectæ ΑΔ, ΒΔ, ΒΕ, ΕΓ, ΓΖ, ΖΑ æquales invicem ſunt, æqualia erunt et triangula, quorum vertex eſt punctum Η, et baſes, quas

[c] τῶ ΑΝΔ. [d] ΕΝ. [e] ἔσται ex MS. [f] διὰ τὰ αὐτά. [g] τραπεζίου ex MS. [h] τραπεζίω ex MS.
[i] τουτέστιν deeſt.

diximus, rectæ. Quare triangulum AHB duplum eſt trianguli HBE; ideoque etiam AH dupla ipſius HE. Itaque ſi per punctum H ducatur ΘK ipſi BΓ parallela, dupla ipſius Θ B eſt AΘ. Hinc generaliter ſi unum trianguli latus ita ſecetur, ut quæ ejus pars ad verticem eſt dupla ejus ſit, quæ eſt ad baſim, et per id, quod ſumptum fuerit, punctum recta ducatur baſi parallela; erit utique in hac recta centrum gravitatis ipſius trianguli.

εὐθεῖαι. Ὥστε διπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΗΒ τρίγωνον τοῦ ΗΒΕ τριγώνου· ὥστε καὶ ἡ ΑΗ τῆς ΗΕ. Ἐὰν δὲ διὰ τοῦ Η παρὰ τὴν ΒΓ ἀγάγωμεν τὴν ΘΚ, διπλασία ἐστὶν ἡ ΑΘ τῆς ΘΒ. Ὥστε καθόλου ἐὰν μία πλευρὰ τριγώνου τμηθῇ, ὥστε τὸ πρὸς τῇ κορυφῇ μέρος διπλάσιον εἶναι τοῦ πρὸς τῇ βάσει, καὶ διὰ τοῦ ληφθέντος σημείου παράλληλος ἀχθῇ τῇ βάσει· ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ τριγώνου.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΒΟΛΗΣ.

ARCHIMEDIS

QUADRATURA PARABOLES.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΕΥΠΡΑΤΤΕΙΝ.

ΑΚΟΥΣΑΣ Κόνωνα μὲν τετελευτηκέναι, ὃς ἦν ἔτι λοιπὸς ἡμῖν ἐν φίλοις, τὶν δὲ Κόνωνος γνώριμον γεγενῆσθαι, καὶ γεωμετρίας οἰκεῖον* ἦμεν, τοῦ μὲν τετελευτηκότος εἵνεκεν ἐλυπήθημεν, ὡς καὶ φίλου τοῦ ἀνδρὸς γενομένου, καὶ ἐν τοῖς μαθήμασι θαυμαστοῦ τινός. Ἐπεχειρήσαμεν δὲ ἀποστεῖλαί τοι γράψαντες, ὡς Κόνωνι γράφειν εἰωθότες ἦμες, γεωμετρικῶν θεωρημάτων, ὃ πρότερον μὲν οὐκ ἦν τεθεωρημένον, νῦν δὲ ὑφ' ἡμῶν τεθεώρηται· πρότερον μὲν διὰ μηχανικῶν εὑρεθὲν, ἔπειτα δὲ καὶ διὰ τῶν γεωμετρικῶν ἐπιδειχθέν. Τῶν μὲν πρότερον περὶ γεωμετρίαν πραγματευθέντων ἐπεχείρησάν τινες γράφειν, ὡς δυνατὸν ἐὸν κύκλῳ τῷ δοθέντι, καὶ κύκλου τμάματι τῷ δοθέντι χωρίον εὑρεῖν εὐθύγραμμον ἴσον. Καὶ μετὰ ταῦτα τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ὅλου τοῦ κώνου τομᾶς καὶ εὐθείας τετραγωνίζειν ἐπειρῶντο, λαμβάνοντες οὐκ εὐπαραχώρητα λήμματα· διόπερ αὐτοῖς ὑπὸ τῶν πλείστων οὐχ εὑρισκόμενα ταῦτα κατεγνώσθη. Τὸ δὲ ὑπ' εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τμᾶμα περιεχόμενον οὐδένα τῶν πρότερον ἐγχειρήσαντα τετραγωνίζειν ἐπιστάμεθα· ὃ δὴ νῦν ὑφ' ἡμῶν εὕρηται. Δείκνυται γὰρ ὅτι πᾶν τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν, καὶ

ARCHIMEDES DOSITHEO SAL.

CUM audiſſem Cononem deceſſiſſe, qui amicorum unus adhuc mihi ſupererat, teque eo familiariter uſum, peritumque eſſe Geometriæ, dolui ſane morte viri amici, et in mathematicis diſciplinis plane admirabilis. Ad te autem mittere conſtitui, ut ad illum antea mittere conſueveram, unum ex Geometricis theorematibus, quod nemo adhuc cum attigerit, nunc ego demum contemplatus ſum: mechanicis illud quidem primum rationibus inventum, deinde vero etiam geometricis demonſtratum. Eorum ſane, qui ante nos geometriam excoluerunt, quidam tradere aggreſſi ſunt, qui fieri poſſit, ut dato ſive circulo, ſive circuli ſegmento æquale rectilineum ſpatium inveniatur. Deinde vero ſpatium quadrare conati ſunt, quod ſub totius coni ſectione, rectaque linea continetur, ſumentes ſibi lemmata non facile concedenda: quapropter illi a plurimis, ut qui hæc minime aſſecuti eſſent, reprehenſi ſunt. Nemo autem adhuc repertus, quod ego ſciam, qui ſegmentum quadrare conatus ſit, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, quod nunc quidem confectum a nobis eſt. Etenim demonſtratur, quodlibet ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ſeſquitertium eſſe trianguli, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque

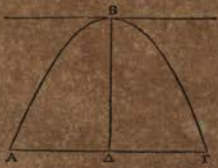
* εἶμεν.

altitudinem; ſumpto ad id demonſtrandum hoc lemmate: inæqualium ſpatiorum id quo majus excedit minus, ſibimetipſi aliquoties additum fieri poſſe, ut propoſitum quodlibet, definitumque ſpatium excedat. Uſi autem ſunt eodem hoc lemmate etiam geometræ, qui ante nos floruerunt. Quippe demonſtraturi circulos duplam ſuarum diametrorum inter ſe invicem rationem habere; ſphæras autem triplam: amplius vero, quamlibet pyramidem partem eſſe tertiam priſmatis, quod eamdem ac pyramis baſim habeat, eamdemque altitudinem; itemque quemlibet conum partem eſſe tertiam cylindri, qui eamdem ac conus baſim habeat, et altitudinem eamdem; hæc, inquam, omnia demonſtraturi propoſito lemmati innixi ſunt. Contigit autem, ut unicuique horum, quæ diximus, theorematum non minor quam iis, quæ ſine hoc lemmate demonſtrata ſunt, fides adhibita ſit; pari fide nuper iis, quæ a nobis edita ſunt, conciliata. Itaque cum ejus theorematis demonſtrationes conſcripſerim, eas ad te mitto: ac primum quidem, quomodo mechanicis illud rationibus inventum ſit; deinde vero quomodo etiam geometricis demonſtratum. Præmittuntur autem et Conica Elementa, quæ ad illud demonſtrandum ſunt neceſſaria. Vale.

ὕψος ἴσον τῷ τμάματι· λαμβανομένου τοῦδε τοῦ λήμματος ἐς τὰν ἀπόδειξιν αὐτοῦ, τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, δυνατὸν εἶμεν αὐτὰν συντιθεμέναν παντὸς [b] ὑπερέχειν τοῦ προτεθέντος πεπερασμένου χωρίου. Κέχρηνται δὲ καὶ οἱ πρότερον γεωμέτραι τῷδε τῷ λήμματι. Τούς τε γὰρ κύκλους διπλασίονα λόγον ἔχειν [c] ποτὶ ἀλλάλους τᾶν διαμέτρων ἀποδεδείχασιν αὐτῷ τῷ λήμματι χρώμενοι· καὶ τὰς σφαίρας ὅτι τριπλασίονα λόγον ἔχοντι ποτὶ [d] ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων· ἔτι δὲ καὶ πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ πρίσματος τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος τᾷ πυραμίδι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ δὴ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος τῷ κώνῳ, καὶ ὕψος ἴσον· ὁμοίως τῷ προκειμένῳ λήμματι λαμβάνοντες ἔγγραφον. Συμβαίνει δὲ τῶν προειρημένων θεωρημάτων ἕκαστον μηδενὸς ἧσσον [e] τῶν ἄνευ τούτου λήμματος ἀποδεδειγμένων πεπιστευκέναι· ἀρκεῖ δὲ ἐς τὰν ὁμοίαν πίστιν τούτων ἀναγομένων τῶν [f] ὑφ' ἁμῶν ἐκδιδομένων. Ἀναγράψαντες οὖν αὐτοῦ τὰς ἀποδείξιας, ἀποστέλλομεν πρῶτον μὲν, ὡς διὰ τῶν μηχανικῶν ἐθεωρήθη· μετὰ ταῦτα δὲ καὶ ὡς διὰ τῶν γεωμετρουμένων ἀποδείκνυται. Προγράφεται δὲ καὶ Στοιχεῖα Κωνικὰ χρείαν ἔχοντα ἐς τὰν ἀπόδειξιν. Ἔρρωσο.

PROP. I. Theor.

Si rectanguli coni ſectio ſit ΑΒΓ, et ſit recta quidem ΒΔ diametro parallela, vel ipſa diameter, recta vero ΑΔΓ parallela rectæ illi, quæ coni ſectionem in puncto Β contingit: erunt rectæ ΑΔ, ΔΓ ſibi invicem æquales. Quod ſi ΑΔ ipſi ΔΓ æqualis ſit, parallela erit ΑΓ rectæ illi, quæ coni ſectionem in puncto Β contingit.



ΠΡΟΤ. α'.

Αἴκα ἡ ὀρθογωνίου κώνου [g] τομὰ ἁ ΑΒΓ, ἡ δὲ ἁ μὲν ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος, ἁ δὲ [h] ΑΔΓ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσαν τᾶς τοῦ κώνου [i] τομᾶς κατὰ τὸ Β· ἐσσοῦνται αἱ ΑΔ, ΔΓ ἴσαι. Κ᾽ ἂν ἴσα ἦ ἁ ΑΔ τᾷ ΔΓ, παράλληλοι ἐσσοῦνται αὕτι ΑΓ, καὶ ἁ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.

PROP. II. Theor.

Si rectanguli coni ſectio ſit ΑΒΓ, et ſit recta quidem ΒΔ diametro parallela, vel ipſa diameter, recta vero ΑΔΓ parallela rectæ illi, quæ coni ſectionem in puncto Β contingit, contingatque recta ΓΕ coni ſectionem in puncto Γ: erunt rectæ ΔΒ, ΒΕ ſibi invicem æquales.



ΠΡΟΤ. β'.

Αἴκα ἡ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ ΑΒΓ, ἡ δὲ ἁ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον, ἢ αὐτὰ διάμετρος, ἁ δὲ ΑΔΓ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσαν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, καὶ ἁ ΓΕ τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἐπιψαύουσα κατὰ τὸ Γ· ἐσσοῦνται αἱ ΔΒ, ΒΕ ἴσαι.

[b] ὑπερέχειν. [c] ποτὶ ἀλλάλως ex MS. [d] ἀλλάλας ex MS. [e] τῶν ἄνευ ex MS. [f] ὑπ' ἁμῶν.
[g] τομὰ ἐφ' ᾇς ἁ ΑΒΓ, ἃ δὲ ΒΔ. [h] ΑΓ. [i] τομᾶς, ἴσα ἄρα ἁ ΑΔ τᾷ ΔΓ· καὶ ἴσα ἁ ΑΔ, παράλληλοι ἐσσοῦνται αὕτι ΑΓ καὶ ἁ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γʹ.

Αἴκα ᾖ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ ΑΒΓ, ἁ δὲ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ ἁ διάμετρος, καὶ ἀχθῶντι τινὲς αἱ ΑΔ,[k] ΕΖ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσαν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς· ἐσσεῖται ὡς ἁ ΒΔ [l] μάκει ποτὶ τὰν ΒΖ, [m] οὕτως δυνάμει ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΕΖ.



Ἀποδέδεικται δὴ ταῦτα ἐν τοῖς Κωνικοῖς Στοιχείοις.

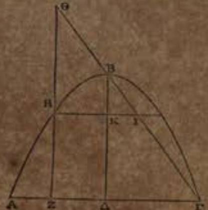
PROP. III. Theor.

Si rectanguli coni ſectio ſit ΑΒΓ, et ſit recta ΒΔ diametro parallela, vel ipſa diameter, ducanturque rectæ quædam ΑΔ, ΕΖ rectæ illi parallelæ, quæ coni ſectionem in puncto Β contingit: ut ΒΔ ad ΒΖ longitudine, ita ſe habebit ΑΔ ad ΕΖ poteſtate.

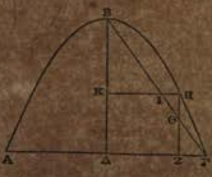
Hæc autem in Conicis Elementis demonſtrata ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δʹ.

Ἔστω τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ ΑΒΓ. Ἁ δὲ ΒΔ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΓ παρὰ τὰν διάμετρον ἄχθω, ἢ αὐτὰ διάμετρος ἔστω, καὶ ἁ ΒΓ εὐθεῖα ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω. Εἰ δὴ καταχθείη τις ἄλλα ἁ ΖΘ παρὰ τὰν ΒΔ, τέμνουσα ἑκατέραν τὰν ΑΓ καὶ ΓΒ· εὐθεῖα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἁ ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΗ, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΔΖ.



Ἄχθω γὰρ [n] διὰ τοῦ Η παρὰ τὰν ΑΓ ἁ ΚΗ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΚ μάκει, οὕτως ἁ ΔΓ ποτὶ τὰν ΚΗ δυνάμει. Ἀποδέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐσσεῖται ἄρα ὡς ἁ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΙ μάκει, οὕτως ἁ ΔΓ ποτὶ τὰν ΔΖ δυνάμει· ἴσαι γάρ ἐντι αἱ ΔΖ, ΚΗ· καὶ διὰ τοῦτο, ὡς ἁ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΙ μάκει, [o] οὕτως ἁ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΘ δυνάμει. Ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν αἱ ΒΓ, ΒΘ, ΒΙ εὐθεῖαι. Ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΘ, ὃν ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΙ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἁ ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΖ, οὕτως ἁ ΘΖ ποτὶ τὰν ΘΗ. [p] Τᾷ δὲ ΔΓ ἴσα ἐστὶν ἁ ΔΑ. Δῆλον δή, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΔΖ, ὃν ἁ ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΗ.



PROP. IV. Theor.

Sit ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ΑΒΓ. Ducatur autem a media ΑΓ recta ΒΔ diametro parallela, vel ipſa diameter; junctaque recta ΒΓ producatur. Quod ſi recta quædam alia ducatur ΖΘ ipſi ΒΔ parallela, quæ rectam utramque ΑΓ et ΓΒ ſecet: eamdem habebit rationem ΖΘ ad ΘΗ, quam ΔΑ ad ΔΖ.

Ducatur enim per punctum Η, ΚΗ ipſi ΑΓ parallela. Ut igitur ΒΔ ad ΒΚ longitudine, ita ſe habet ΔΓ ad ΚΗ poteſtate. Hoc enim demonſtratum eſt. Ut igitur ΒΓ ad ΒΙ longitudine, ita ΔΓ ad ΔΖ poteſtate: æquales ſunt enim ΔΖ, ΚΗ: ideoque, ut longitudine ΒΓ ad ΒΙ, ita poteſtate ΒΓ ad ΒΘ. Proportionales igitur ſunt rectæ ΒΓ, ΒΘ, ΒΙ. Quare eamdem habet rationem ΒΓ ad ΒΘ, quam ΓΘ ad ΘΙ. Ut igitur ΓΔ ad ΔΖ, ita ſe habet ΘΖ ad ΘΗ. Æqualis eſt autem ΔΑ ipſi ΔΓ. Conſtat igitur eamdem habere rationem ΔΑ ad ΔΖ, quam ΖΘ ad ΘΗ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ εʹ.

Ἔστω τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ ΑΒΓ· καὶ ἄχθω ἀπὸ τοῦ Α παρὰ τὰν διάμετρον ἁ ΖΑ, ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ, ἁ ΓΖ. Εἰ δή τις ἀχθείη ἐν τῷ ΖΑΓ τριγώνῳ παρὰ τὰν ΑΖ, τὸν αὐτὸν λόγον ἁ ἀχθεῖσα τετμήσεται

PROP. V. Theor.

Sit ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ΑΒΓ: et ducatur a puncto Α diametro parallela recta ΖΑ, et a puncto Γ recta ΓΖ, quæ coni ſectionem in puncto Γ contingat. Quod ſi recta quædam ducatur in triangulo ΖΑΓ ipſi ΑΖ parallela, quæ ducta eſt recta a rectanguli coni ſectione, recta

[k] ΕΖ ἐπιψαυούσας τᾶς τῶ. [l] μάκει deeſt. [m] οὕτως deeſt. [n] διὰ τοῦ Ι. [o] οὕτως ἁ ΒΓ, ΒΘ, ΒΙ γραμμαὶ ἅς τε. [p] In hoc loco in MS. pauca deſunt.

vero ΑΓ ab ea, quæ ducta eſt, ſecundum eamdem rationem ſecabitur: quod autem ſegmentum ipſius ΑΓ ad punctum Α eſt, id ſegmento ductæ rectæ, quod item eſt ad punctum Α, proportione reſpondebit.

Ducatur enim recta quædam ΔΕ ipſi ΑΖ parallela; et primo ſecet ipſam ΑΓ in duas æquas partes. Quoniam igitur rectanguli coni ſectio eſt ΑΒΓ, ductaque eſt ΒΔ diametro parallela, æqualeſque ΑΔ, ΔΓ ſibi invicem ſunt; parallela erit ΑΓ rectæ illi, quæ rectanguli coni ſectionem in puncto Β contingit. Rurſus quoniam ΔΕ parallela eſt diametro, ductaque eſt a puncto Γ ΓΕ, quæ rectanguli coni ſectionem in puncto Γ contingit, ipſa autem ΔΓ rectæ illi parallela eſt quæ ſectionem eamdem contingit in puncto Β; æqualis eſt ΕΒ ipſi ΒΔ. Quare eamdem habet rationem ΑΔ ad ΔΓ, quam ΔΒ ad ΒΕ. Si quidem igitur quæ ducta eſt recta ipſam ΑΓ in duas æquas partes ſecuerit, demonſtratum eſt quod proponebatur. Sin minus, ducatur recta quædam alia ΚΛ ipſi ΑΖ parallela. Oportet demonſtrare, eamdem habere rationem ΑΚ ad ΚΓ, quam ΚΘ ad ΘΛ. Quoniam enim æqualis eſt ΒΕ ipſi ΒΔ, æqualis eſt etiam ΙΛ ipſi ΚΙ. Eamdem igitur rationem habet ΚΛ ad ΚΙ, quam ΑΓ ad ΔΑ. Habet autem etiam ΚΙ ad ΘΚ eamdem rationem, quam ΔΑ ad ΑΚ. Hoc enim in ſuperiore propoſitione demonſtratum eſt. Habet igitur eamdem rationem ΚΘ ad ΚΛ, quam ΑΚ ad ΑΓ. Quare eamdem rationem habet ΚΘ ad ΘΛ, quam ΑΚ ad ΚΓ. Demonſtratum igitur eſt, quod proponebatur.

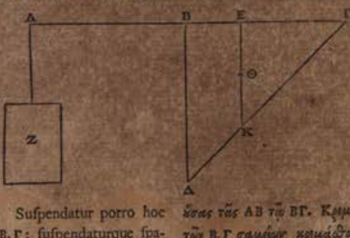


ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ ἁ ΑΓ ὑπὸ τᾶς ἀχθείσας· ὁμόλογον δὲ ἐσσεῖται τὸ τμᾶμα τᾶς ΑΓ ποτὶ τὸ Α, τῷ τμάματι τᾶς ἀχθείσας τῷ ποτὶ τῷ Α.

Ἄχθω γάρ τις ἁ ΔΕ [a] παρὰ τὰν ΑΖ· καὶ τεμνέτω πρῶτον ἁ ΔΕ τὰν ΑΓ δίχα. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ ΑΒΓ, καὶ ἀγμένα ἁ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον, αἱ δὲ ΑΔ, ΔΓ ἴσαι· ἐσσεῖται τᾷ ΑΓ παράλληλος ἁ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς. Πάλιν ἐπεὶ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστιν ἁ ΔΕ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἁ ΓΕ ἄκται ἐπιψαύουσα τᾶς τῶ ὀρθογωνίω κώνω τομᾶς κατὰ τὸ Γ, ἁ δὲ ΔΓ παράλληλος τᾷ κατὰ τὸ Β ἐπιψαυούσᾳ· ἴσα ἐστὶν ἁ ΕΒ τᾷ ΒΔ. Ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΔΓ, ὃν ἁ ΔΒ ποτὶ τὰν ΒΕ. Εἰ μὲν οὖν δίχα τέμνει ἁ ἀχθεῖσα τὰν ΑΓ, δέδεικται. Εἰ δὲ μή, ἄχθω τις ἄλλα ἁ ΚΛ παρὰ τὰν ΑΖ. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΑΚ ποτὶ τὰν ΚΓ, ὃν ἁ ΚΘ ποτὶ τὰν ΘΛ. Ἐπεὶ γὰρ ἴσα ἐστὶν ἁ ΒΕ τᾷ ΒΔ, ἴσα ἐστὶ καὶ ἁ ΙΛ τᾷ ΚΙ. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΚΛ ποτὶ τὰν ΚΙ, ὃν ἁ ΑΓ ποτὶ τὰν ΔΑ. Ἔχει δὲ καὶ ἁ ΚΙ ποτὶ τὰν ΘΚ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΑΚ. Δέδεικται γὰρ ἐν τῷ προτέρῳ. Ὡς ἄρα ἁ ΚΘ ποτὶ τὰν ΚΛ, οὕτως ἁ ΑΚ ποτὶ τὰν ΑΓ. Ὥστε τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ἁ ΚΘ ποτὶ τὰν ΘΛ, ὃν ἁ ΑΚ ποτὶ τὰν ΚΓ. Δέδεικται οὖν τὸ προτεθέν.

PROP. VI. Theor.

Intelligatur autem hoc, quod contemplandum proponitur, ſubjici oculis in plano ad finitorem recto: deinde ea, quæ ſunt ad eaſdem partes, ac punctum Δ, deorſum eſſe; et quæ ad contrarias, ſurſum. Triangulum autem ΒΔΓ ſit rectangulum, habens angulum, quod ad punctum Β eſt, rectum, et latus ΒΓ dimidiæ ſtateræ æquale; utique ſi ΑΒ æqualis fuerit ipſi ΒΓ. Suſpendatur porro hoc triangulum a punctis Β, Γ: ſuſpendaturque ſpa-



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ'.

Νοείσθω δὲ τό, ὅτι ἐστὶ τὸ ἐν τᾷ θεωρίᾳ προκείμενον, ὁρώμενον ἐπὶ ὀρθοῦ ποτὶ τὸν ὁρίζοντα καὶ τᾶς ΑΒ γραμμᾶς· ἔπειτα τὰ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Δ κάτω νοείσθω· τὰ δ᾽ ἐπὶ θάτερα, ἄνω. Τὸ δὴ ΒΔΓ τρίγωνον ἔστω ὀρθογώνιον, ὀρθὰν ἔχον τὰν ποτὶ τὸ Β γωνίαν, καὶ τὰν ΒΓ πλευρὰν ἴσαν τᾷ ἡμισείᾳ τῶ ζυγῶ· δῆλον ὅτι ἴσας οὔσας τᾶς ΑΒ τᾷ ΒΓ. Κρεμάσθω δὲ τὸ τρίγωνον ἐκ τῶν Β, Γ σαμείων· κρεμάσθω δὲ καὶ ἄλλο χωρίον τὸ

[a] ποτὶ τὰν ΑΖ.

Ζ ἐκ τοῦ ἑτέρου μέρεος τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Α· καὶ ἰσοῤῥοπείτω τὸ Ζ χωρίον κατὰ τὸ Α κρεμάμενον τῷ ΒΔΓ τριγώνῳ, οὕτως * ἐόντι ὡς νῦν κεῖται. Φαμὶ δὴ τὸ Ζ χωρίον τοῦ ΒΔΓ τριγώνου μέρος τρίτον εἶμεν.

Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται ἰσοῤῥοπεῖν ' ὁ ζυγὸς, ἐσσεῖται ἁ ΑΓ γραμμὰ παρὰ τὸν ὁρίζοντα· αἱ δὲ ποτ' ὀρθὰς ἀγόμεναι τᾷ ΑΓ ἐν τῷ ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ὁρίζοντα, ' καθέτοι ἐσσοῦνται ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα. Τετμάσθω δὴ ἁ ΒΓ γραμμὰ κατὰ τὸ Ε οὕτως, ὥστε ' διπλασίονα εἶμεν τὰν ΓΕ τᾶς ΕΒ· καὶ ἄχθω παρὰ τὰν ΔΒ ἁ ΚΕ· καὶ τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ Θ. Τοῦ δὴ ΒΔΓ τριγώνου κέντρον βάρεος ἐστὶ τὸ Θ σαμεῖον. Δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς μηχανικοῖς. Αἴκα οὖν τοῦ ΒΔΓ τριγώνου, ἁ μὲν κατὰ τὰ Β, Γ κρέμασις λυθείη, κατὰ δὲ τὸ Ε κρεμάσθῃ †, μένει τὸ τρίγωνον, ὡς νῦν ἔχει. Ἕκαστον γὰρ τῶν κρεμαμένων ἐξ οὗ σαμείου κατασταθὲν, μένει ὥστε κατὰ κάθετον εἶμεν τότε σαμεῖον τοῦ κρεμαστοῦ, καὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ κρεμαμένου. Δέδεικται γὰρ καὶ τοῦτο. Ἐπεὶ οὖν τὰν αὐτὰν ἔχει κατάστασιν τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ποτὶ τὸν ζυγὸν, ἰσοῤῥοπησεῖ ὁμοίως τὸ Ζ χωρίον. Ἐπεὶ δὲ ἰσοῤῥοπέοντι τὸ μὲν Ζ κρεμάμενον κατὰ τὸ Α, τὸ δὲ ΒΔΓ κατὰ τὸ Ε, δῆλον ὡς ἀντιπέπονθε τοῖς μάκεσι· καὶ ἐστὶν ὡς ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, οὕτως τὸ ΒΔΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Ζ χωρίον. Τριπλασία δὲ ἁ ΑΒ τᾶς ΒΕ. Καὶ τὸ ΒΔΓ ἄρα τρίγωνον τριπλάσιόν ἐστι τοῦ Ζ χωρίου.

Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ αἴκα τριπλάσιον ᾖ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τοῦ Ζ χωρίου, ὁμοίως ἰσοῤῥοπησεῖ.

tium aliud Z ex altera ſtateræ parte a puncto A; ita ut ſpatium Z ſuſpenſum a puncto A libretur ad triangulum ΒΔΓ ita ſe habens, ut nunc ponitur. Dico ſpatium Z partem eſſe tertiam trianguli ΒΔΓ.

Quoniam enim poſita eſt ſtatera librari, erit recta linea ΑΓ finitori parallela: quæ autem rectæ normales ducuntur ad ΑΓ in plano ad finitorem recto, hæ ad finitorem ipſum normales erunt. Itaque ſecetur recta linea ΒΓ in puncto E, ita ut ΓΕ dupla ſit ipſius ΕΒ: ducaturque ΚΕ ipſi ΒΔ parallela; eademque ſecetur in duas æquas partes in puncto Θ. Erit utique punctum Θ centrum gravitatis trianguli ΒΔΓ. Hoc enim in mechanicis demonſtratum eſt. Itaque ſi triangulum, quod quidem a punctis Β, Γ ſuſpenditur, ſolutum ab his a puncto E ſuſpendatur, manebit, ut nunc habet. Eorum enim, quæ ſuſpenduntur, a quo puncto ſuſpenduntur, ita ab eo unumquodque manet, ut centrum gravitatis ejus, quod ſuſpenditur; et punctum id, a quo ſuſpenditur, in normali recta linea ſit. Hoc enim quoque demonſtratum eſt. Et Quoniam igitur triangulum ΒΓΔ eodem modo ad ſtateram conſtituitur, ſpatium Z pariter librabitur. Et quoniam ſpatium Z, et triangulum ΒΔΓ librantur, alterum quidem ſuſpenſum a puncto A, alterum vero a puncto E; conſtat eadem, et longitudines reciprocari: atque ut ΑΒ ad ΒΕ, ita ſe habere triangulum ΒΔΓ ad ſpatium Z. Tripla eſt autem ΑΒ ipſius ΒΕ. Triplum eſt igitur etiam triangulum ΒΔΓ ſpatii Z.

Manifeſtum præterea eſt, ſi triplum ſit triangulum ΒΔΓ ſpatii Z, eadem pariter librari.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ.

Ἔστω πάλιν ζυγὸς ἁ ΑΓ γραμμά, μέσον δὲ αὐτᾶς ἔστω τὸ Β· καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ Β τὸ ΓΔΗ τρίγωνον. Τὸ δὴ ΓΔΗ ἔστω τρίγωνον ἀμβλυγώνιον, βάσιν ἔχον τὰν ΔΗ, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἐοῦσαν τᾷ ἡμισείᾳ τοῦ ζυγοῦ. Καὶ κρεμάσθω τὸ ΔΓΗ τρίγωνον ἐκ τῶν Β, Γ σαμείων· τὸ δὲ Ζ χωρίον κρεμάμενον κατὰ τὸ Α ἰσοῤῥοπεῖς ἔστω τῷ ΓΔΗ τριγώνῳ, οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται τὸ Ζ χωρίον τρίτον μέρος τοῦ ΓΔΗ τριγώνου.

Κρεμάσθω γάρ τι καὶ ἄλλο χωρίον ἐκ τοῦ Α, τρίτον μέρος ἐὸν τοῦ ΒΓΗ τριγώνου. Ἰσοῤῥοπησεῖ δὲ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τῷ ΖΛ. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΒΓΗ τρί-

PROP. VII. Theor.

Sit rurſus recta linea ΑΓ ſtatera, cujus medium punctum B: et ſuſpendatur a puncto B triangulum ΓΔΗ. Triangulum autem ΓΔΗ ſit obtuſiangulum, baſim habens rectam ΔΗ, et altitudinem rectam dimidiæ ſtateræ æqualem.



Suſpendatur porro triangulum ΔΓΗ a punctis Β, Γ: ſpatiumque Z a puncto A ſuſpenſum libretur ad triangulum ΓΔΗ, ita ſe habens, ut nunc ponitur. Pariter demonſtrabitur ſpatium Z partem eſſe tertiam trianguli ΓΔΗ.

Suſpendatur enim ſpatium quoddam aliud a puncto A, quod quidem tertia pars ſit trianguli ΒΓΗ. Librabitur utique triangulum ΒΔΓ ad ſpatium ΖΛ. Quoniam igitur librantur triangulum

' ὁ ζυγὸς ΕΚ ΚΑ. ' καθέτοι. ' διπλάσια ἀεὶ μὲν τάς.

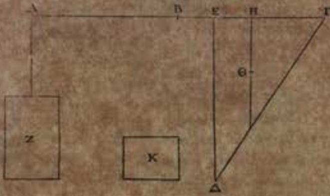
* Forte ἔχοντι. † Sive κρεμασθῇ.

quidem ΒΓΗ ad ſpatium Λ; triangulum vero ΒΓΔ ad ſpatium ΖΛ; et tertia pars eſt ſpatium ΖΛ trianguli ΒΓΔ; conſtat triangulum ΓΔΗ ſpatii Ζ triplum eſſe.

γωνον ἰσοῤῥοπεῖ τῷ Λ· τὸ δὲ ΒΓΔ τῷ ΖΔ· καὶ τρίτον ἐστὶ τοῦ ΒΓΔ τὸ * ΖΛ· Φανερὸν ὅτι καὶ τὸ ΓΔΗ τρίγωνον τριπλάσιον τοῦ Ζ.

PROP. VIII. Theor.

Sit ſtatera ΑΓ, cujus medium punctum Β. Suſpendatur autem a puncto Β triangulum rectangulum ΓΔΕ, habens angulum, qui ad punctum Ε eſt, rectum; ſuſpendatur, inquam, a ſtateræ punctis Γ, Ε: ſuſpendaturque a puncto Α ſpatium Ζ, ita ut libretur ad triangulum ΓΔΕ ita ſe habens, ut nunc ponitur. Quam autem rationem habet ΑΒ ad ΒΕ, hanc habeat triangulum ΓΔΕ ad ſpatium Κ. Dico ſpatium Ζ triangulo quidem ΓΔΕ minus eſſe, ſpatio vero Κ majus.



Sumatur enim centrum gravitatis trianguli ΔΕΓ, quod quidem ſit punctum Θ: ducaturque ΘΗ ipſi ΔΕ parallela. Quoniam igitur libratur triangulum ΓΔΕ ad ſpatium Ζ, eamdem habet rationem triangulum ΓΔΕ ad ſpatium Ζ, quam ΑΒ ad ΒΗ. Quare minus eſt ſpatium Ζ triangulo ΓΔΕ. Et quoniam triangulum ΓΔΕ ad ſpatium quidem Ζ eam habet rationem, quam ΒΑ ad ΒΗ; ad ſpatium vero Κ habet eam, quam ΒΑ ad ΒΕ; conſtat triangulum ΓΔΕ majorem rationem habere ad ſpatium Κ, quam ad ſpatium Ζ. Quare majus eſt ſpatium Ζ ſpatio Κ.

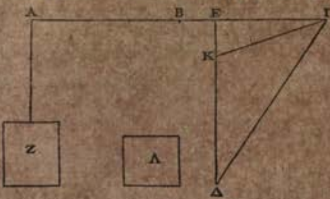
ΠΡΟΤΑΣΙΣ η΄.

Ἔστω ζυγὸς ὁ ΑΓ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Β. Καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ Β τὸ ΓΔΕ τρίγωνον ὀρθογώνιον, ὀρθὰν ἔχον τὰν ποτὶ τὸ Ε γωνίαν· καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Γ, Ε· τὸ δὲ Ζ χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ Α· καὶ ἰσοῤῥοπείτω τῷ ΓΔΕ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΓΔΕ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ χωρίον. Φαμὶ δὴ τὸ Ζ χωρίον τοῦ μὲν ΓΔΕ τριγώνου ἔλασσον εἶμεν, τοῦ δὲ Κ μεῖζον.

Λελάφθω γὰρ τοῦ ΔΕΓ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος, καὶ ἔστω τὸ Θ· καὶ ἁ ΘΗ ἄχθω παρὰ τὰν ΔΕ. Ἐπεὶ οὖν ἰσοῤῥοπεῖ τὸ ΓΔΕ τρίγωνον τῷ Ζ χωρίῳ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τὸ ΓΔΕ χωρίον ποτὶ τὸ Ζ, ὃν ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΗ. Ὥστε ἔλασσόν ἐστι τὸ Ζ τοῦ ΓΔΕ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ΓΔΕ τρίγωνον ποτὶ μὲν τὸ Ζ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΗ· ποτὶ δὲ τὸ Κ, ὃν ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΕ· δῆλον ὡς μείζονα λόγον ἔχει τὸ ΓΔΕ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ, ἢ ποτὶ τὸ Ζ. Ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ Ζ τοῦ Κ.

PROP. IX. Theor.

Sit rurſus ſtatera ΑΓ, cujus medium punctum Β. Triangulum autem ΓΔΚ ſit obtuſangulum baſim habens ΔΚ, et altitudinem ΕΓ. Suſpendatur autem hoc triangulum a ſtateræ punctis Γ, Ε. Suſpendaturque a puncto Α ſpatium Ζ, ita ut libretur ad triangulum ΔΓΚ ita ſe habens, ut nunc ponitur. Quam autem rationem habet ΑΒ ad ΒΕ, hanc habeat triangulum ΓΔΚ ad ſpatium Λ. Dico ſpatium Ζ ſpatio quidem Λ majus eſſe, triangulo vero ΔΓΚ minus.



Demonſtrabitur pariter ac ſuperior propoſitio.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ΄.

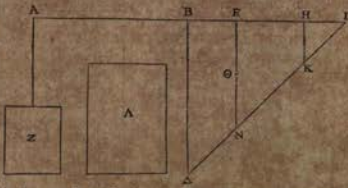
Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΓ ζυγίον, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Β. Τὸ δὲ ΓΔΚ τρίγωνον ἀμβλυγώνιον βάσιν μὲν ἔχον τὰν ΔΚ, ὕψος δὲ τὰν ΕΓ. Καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Γ, Ε. Τὸ δὲ Ζ χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ Α, καὶ ἰσοῤῥοπείτω τῷ ΔΓΚ τριγώνῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΓΔΚ τρίγωνον ποτὶ τὸ Λ. Φαμὶ δὴ τὸ Ζ τοῦ μὲν Λ μεῖζον εἶμεν, τοῦ δὲ ΔΓΛ ἔλασσον.

Δειχθήσεται ὁμοίως τῷ πρότερον.

* τὸ ΖΛ

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ί.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΒΓ ζυγίον, καὶ μέσον αὐτῦ τὸ Β· τὸ δὲ ΒΔΗΚ τραπέζιον, τὰς μὲν ποτὶ τοῖς Β, Η σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰν δὲ ΚΔ πλευρὰν ἐπὶ τὸ Γ νεύουσαν. Καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΒΔΚΗ τραπέζιον ποτὶ τὸ Λ χωρίον. Κεκρεμάσθω δὲ τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον ἐκ τῦ ζυγῦ κατὰ τῶν Β, Η σαμείων· κεκρεμάσθω δὲ καὶ τὸ Ζ χωρίον κατὰ τὸ Α, καὶ ἰσορροπεέτω τῷ ΒΔΚΗ τραπεζίῳ, οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν ὑπόκειται. Φαμὶ τὸ Ζ χωρίον ἔλασσον εἶμεν τῦ Λ.



Τετμάσθω γὰρ ἁ ΑΓ κατὰ τὸ Ε οὕτως, ὥστε ὃν ἔχει λόγον ἁ διπλασία τᾶς ΔΒ, καὶ ἁ ΚΗ ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς ΚΗ, καὶ τᾶς ΒΔ, τοῦτον * ἔχειν τὰν ΕΗ ποτὶ τὰν ΒΕ· καὶ διὰ τῦ Ε παρὰ τὰν ΒΔ ἀχθεῖσα ἁ ΕΝ τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ Θ. Τῦ δὴ ΒΔΗΚ τραπεζίου κέντρον ἐστὶ τῦ βάρεος τὸ Θ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς μηχανικοῖς. Ἢν οὖν τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον κατὰ μὲν τὸ Ε κρεμασθῇ, ἀπὸ δὲ τῶν Β, Η σαμείων λυθέῃ, μενεῖ τὰν αὐτὰν ἔχον κατάστασιν, δι᾽ αὐτὰ τοῖς πρότερον, καὶ ἰσορροπήσει τῷ Ζ χωρίῳ. Ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον κατὰ τὸ Ε κρεμάμενον, τῷ Ζ χωρίῳ κατὰ τὸ Α κρεμαμένῳ, ἐσσεῖται ὡς ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΕ, τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον ποτὶ τὸ Ζ χωρίον. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον ποτὶ τὸ Ζ, * ἤπερ ποτὶ τὸ Λ· ἐπεὶ καὶ ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ποτὶ τὰν ΒΗ. Ὥστε ἔλασσον ἔσται τὸ Ζ τῦ Λ.

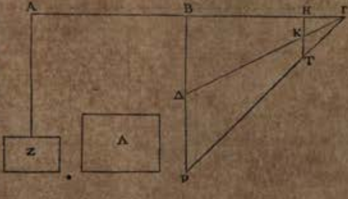
PROP. X. Theor.

Sit rurſus ſtatera ΑΒΓ, cujus medium punctum Β: et trapezium ΒΔΗΚ habens angulos, qûi ad puncta Β, Η ſunt, rectos, et latus ΚΔ vergens ad punctum Γ. Quam autem rationem habet ΒΑ ad ΒΗ, hanc habeat trapezium ΒΔΚΗ ad ſpatium Λ. Suſpendatur porro trapezium ΒΔΗΚ a ſtateræ punctis Β, Η: ſuſpendaturque etiam ſpatium Ζ a puncto Α, ita ut libretur ad trapezium ΒΔΚΗ ita ſe habens, ut nunc ponitur. Dico ſpatium Ζ minus eſſe ſpatio Λ.

Secetur enim ΑΓ in puncto Ε, ita ut rationem habet dupla ipſius ΔΒ, una cum ΚΗ, ad duplam ipſius ΚΗ, una cum ΒΔ, hanc habeat ΕΗ ad ΒΕ: ductaque per punctum Ε ΕΝ ipſi ΒΔ parallela ſecetur in puncto Θ in duas æquas partes. Trapezii igitur ΒΔΗΚ centrum gravitatis eſt punctum Θ. Hoc enim in mechanicis demonſtratum eſt. Itaque ſi trapezium ΒΔΗΚ ſuſpendatur a puncto Ε, ſolvaturque a punctis Β, Η; eadem ratione, qua ſupra, ſimiliter conſtitutum manebit, et librabitur ad ſpatium Ζ. Quoniam igitur libratur trapezium ΒΔΗΚ a puncto Ε ſuſpenſum ad ſpatium Ζ ſuſpenſum a puncto Α; ut ΒΑ ad ΒΕ, ita ſe habebit trapezium ΒΔΗΚ ad ſpatium Ζ. Majorem igitur rationem habet trapezium ΒΔΗΚ ad ſpatium Ζ, quam ad ſpatium Λ; quoniam etiam ΑΒ ad ΒΕ majorem habet rationem, quam ad ΒΗ. Quare ſpatium Ζ minus erit ſpatio Λ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιά.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΓ ζυγίον, καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ Β· τὸ δὲ ΚΔΤΡ τραπέζιον ἔστω τὰς μὲν ΚΔ, ΤΡ πλευρὰς ἔχον ἐπὶ τὸ Γ νευούσας, τὰς δὲ ΔΡ, ΚΤ καθέτους ἐπὶ τὰν ΒΓ· καὶ ἁ ΔΡ ἐπὶ τὸ Β πιπτέτω. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΔΚΤΡ τραπέζιον ποτὶ τὸ Λ. Τὸ δὲ ΔΚΤΡ τραπέζιον κεκρεμάσθω ἐκ τῦ ζυγῦ κατὰ τὰ Β, Η, καὶ τὸ Ζ κατὰ τὸ Α, καὶ ἰσορροπεέτω τὸ Ζ τῷ ΔΚΡΤ τραπεζίῳ, οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν



PROP. XI. Theor.

Sit rurſus ſtatera ΑΓ, cujus medium punctum Β: et trapezium ΚΔΤΡ habens latera quidem ΚΔ, ΤΡ vergentia ad punctum Γ, latera vero ΔΡ, ΚΤ normalia ad ΒΓ: atque incidat ΔΡ in punctum Β. Quam autem rationem habet ΑΒ ad ΒΗ, hanc habeat trapezium ΔΚΤΡ ad ſpatium Λ. Suſpendatur porro trapezium ΔΚΤΡ a ſtateræ punctis Β, Η; et ſpatium Ζ a puncto Α, ita ut ſpatium Ζ libretur ad trapezium ΔΚΤΡ ita ſe habens, ut nunc

* τοῦτο ἐν ἄλλῳ.

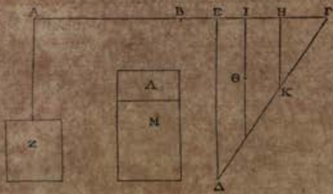
* ἔσαι ποτὶ τὰν ΒΗ.

ponitur. Demonſtrabitur pariter ac ſupra, ſpatium Z minus eſſe ſpatio Λ.

κεῖται. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσεται ἔλασσον τὸ Z χωρίον τοῦ Λ.

PROP. XII. Theor.

Sit rurſus ſtatera AΓ, cujus medium punctum B: et trapezium ΔEKH habens angulos, qui ad puncta E, H ſunt, rectos; et latera KΔ, EH vergentia ad punctum Γ. Quam autem rationem habet AB ad BH, hanc habeat trapezium ΔKEH ad ſpatium M: quamque habet AB ad BE, hanc habeat trapezium ΔKEH ad ſpatium Λ. Suſpendatur porro trapezium ΔKEH a ſtateræ punctis E, H: ſuſpendaturque ſpatium Z a puncto A, ita ut libretur ad trapezium ita ſe habens, ut nunc ponitur. Dico ſpatium Z ſpatio quidem Λ majus eſſe, ſpatio vero M minus.



Sumatur enim centrum gravitatis trapezii ΔKEH; quod quidem ſit Θ. Sumetur autem pariter ac ſupra: ducaturque ΘI ipſi ΔE parallela. Itaque ſi trapezium ΔKEH ſuſpendatur a ſtateræ puncto I, ſolvaturque a punctis E, H; eadem ratione, qua ſupra, ſimiliter conſtitutum manebit, et librabitur ad ſpatium Z. Quoniam igitur libratur trapezium ΔKEH a puncto I ſuſpenſum ad ſpatium Z ſuſpenſum a puncto A; eamdem habebit rationem trapezium ad ſpatium Z, quam AB ad BI. Conſtat igitur trapezium ΔKEH ad ſpatium quidem Λ majorem habere rationem, quam ad ſpatium Z: ad ſpatium vero M minorem, quam ad ſpatium Z. Quare ſpatium Z ſpatio quidem Λ majus eſt, ſpatio vero M minus.

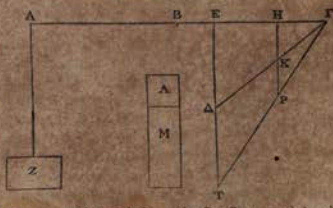
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβʹ.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν AΓ ζυγίον, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ B· τὸ δὲ ΔEKH τραπέζιον ἔστω τὰς μὲν ποτὶ τοῖς E, H σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰς δὲ KΔ, EH γραμμὰς ποτὶ τὸ Γ νευούσας. Καὶ ὃν μὲν λόγον ἔχει ἁ AB ποτὶ τὰν BH, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΔKEH τραπέζιον ποτὶ τὸ M· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ AB ποτὶ τὰν BE, τοῦτον τὸν λόγον ἐχέτω τὸ ΔKEH τραπέζιον, ποτὶ τὸ Λ. Κεκρεμάσθω δὴ τὸ ΔKEH τραπέζιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ E, H· τὸ δὴ Z χωρίον κεκρεμάσθω κατὰ τὸ A, καὶ ἰσορροπέετω τῷ τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν ὑπόκειται. Φαμὶ δὴ τὸ Z [r] τοῦ Λ μεῖζον εἶμεν, τοῦ δὲ M ἔλασσον.

Ἔλαβον γὰρ τοῦ ΔKEH τραπεζίου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος· ἔστω δὴ τὸ Θ. Λαφθήσεται δὴ ὁμοίως τῷ πρότερον· καὶ ἄγω τὰν ΘI παρὰ τὰν ΔE. Ἂν οὖν τὸ τραπέζιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κρεμασθήσεται κατὰ τὸ I, ἀπὸ δὴ τῶν E, H λυθῇ, μενεῖ τὰν αὐτὰν ἔχον κατάστασιν, καὶ ἰσορροπήσει τῷ Z, διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον. Ἐπεὶ δὴ ἰσορροπεῖ τὸ τραπέζιον κρεμάμενον κατὰ τὸ I, τῷ Z κρεμαμένῳ κατὰ τὸ A, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον τὸ τραπέζιον ποτὶ τὸ Z, ὃν ἁ AB ποτὶ τὰν BI. Δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ΔKEH [s] ποτὶ μὲν τὸ Λ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ποτὶ τὸ Z· ποτὶ δὴ τὸ M ἐλάσσονα ἢ ποτὶ τὸ Z. Ὥστε τὸ Z, τοῦ μὲν Λ μεῖζόν ἐστι, τοῦ δὲ M ἔλασσον.

PROP. XIII. Theor.

Sit rurſus ſtatera AΓ, cujus medium punctum B: et trapezium KΔTP habens latera quidem KΔ, TP vergentia ad punctum Γ, latera vero ΔT, KP normalia ad BΓ. Suſpendatur porro trapezium ΔKTP a ſtateræ punctis E, H: ſuſpendaturque ſpatium Z a puncto A, ita ut libretur ad trapezium ΔKTP ita ſe habens, ut nunc ponitur. Quam autem rationem habet AB ad BE, hanc habeat trapezium ΔKTP ad



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγʹ.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν AΓ ζυγίον, καὶ τὸ μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ B· τὸ δὲ KΔTP τραπέζιον, ὥστε τὰς μὲν KΔ, TP πλευρὰς νευούσας εἶμεν ἐπὶ τὸ Γ, τὰς δὴ ΔT, KP καθέτους ἐπὶ τὰν BΓ. Κεκρεμάσθω δὴ ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ E, H· τὸ δὲ Z χωρίον κεκρεμάσθω κατὰ τὸ A, καὶ ἰσορροπέετω τῷ ΔKTP τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κεῖται. Καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον ἁ AB ποτὶ τὰν BE, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΔKTP τραπέζιον ποτὶ

[r] τοῦ μὲν Λ.

[s] ποτὶ μὲν τὸ Λ.

τὸ Λ χωρίον· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ αὐτὸ τραπέζιον ποτὶ τὸ Μ. Ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται τὸ Ζ τοῦ μὲν Λ μεῖζον, τοῦ δὲ Μ ἔλασσον.

ſpatium Λ: quamque habet ΑΒ ad ΒΗ, hanc habeat idem trapezium ad ſpatium Μ. Demonſtrabitur pariter ac ſupra, ſpatium Ζ ſpatio quidem Λ majus eſſe, ſpatio vero Μ minus.

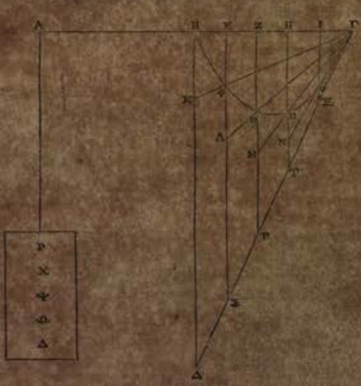
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδ'.

Ἔστω τμᾶμα τὸ ΒΘΓ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς. Ἔστω δὴ πρῶτον ἁ ΒΓ ποτὶ ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ· καὶ ἄχθω ἀπὸ μὲν τοῦ Β σαμείου ἁ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον· ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἁ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ. Ἐσσεῖται δὴ τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ὀρθογώνιον. Διῃρήσθω δὴ ἁ ΒΓ ἐς τμάματα ὁποσαοῦν ἴσα τὰ ΒΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΙ· καὶ ἀπὸ τᾶν τομᾶν ἄχθωσαν παρὰ τὰν διάμετρον αἱ ΕΣ, ΖΤ, ΗΥ, ΙΞ· ἀπὸ δὲ τῶν σαμείων, καθ' ἃ τέμνουσιν [a] αὗται τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἐπιζευχθῶσαν κατὰ τὸ Γ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. Φαμὶ δὴ τὸ τρίγωνον τὸ ΒΔΓ, τῶν μὲν τραπεζίων τῶν ΚΕ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ, καὶ τοῦ ΞΙΓ τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον· τῶν δὲ τραπεζίων τῶν ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ, καὶ τοῦ ΙΟΓ [b] τριγώνου, μεῖζόν ἐστιν ἢ τριπλάσιον.

PROP. XIV. Theor.

Sit ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ΒΘΓ. Sit autem primum recta ΒΓ ad rectos angulos diametro: ducaturque a puncto Β diametro parallela recta ΒΔ; et a puncto Γ recta ΓΔ, quæ coni ſectionem in puncto Γ contingat. Erit utique triangulum ΒΓΔ rectangulum. Itaque ſecetur ΒΓ in ſegmenta quæcunque ΒΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΙ: ducanturque a ſectionibus diametro parallelæ ΕΣ, ΖΤ, ΗΥ, ΙΞ; junctæque a punctis, in quibus hæ coni ſectionem ſecant, ad punctum Γ rectæ lineæ producantur. Dico triangulum ΒΔΓ trapeziorum quidem ΚΕ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ, et trianguli ΞΙΓ minus eſſe, quam triplum; trapeziorum vero ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ, et trianguli ΙΟΓ majus, quam triplum.

Διάχθω γὰρ εὐθεῖα, ἁ ΓΒ· καὶ ἀπολελάφθω ἁ ΑΒ ἴσα τᾷ ΒΓ· καὶ νοείσθω ζύγιον τὸ ΑΓ, μέσον δὲ αὐτοῦ ἐσσείσθω τὸ Β, καὶ κεκριμάσθω ἐκ τοῦ Β. Κεκριμάσθω δὲ καὶ τὸ ΒΔΓ ἐκ τοῦ [c] ζυγοῦ κατὰ τὰ Β, Γ· ἐκ δὲ τοῦ θατέρου μέρεος ζυγοῦ κεκριμάσθω τὰ Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ χωρία κατὰ τὸ Α. Καὶ ἰσορροπείτω τὸ μὲν Ρ χωρίον τῷ ΔΕ τραπεζίῳ, οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται, τὸ δὲ Χ τῷ ΖΣ τραπεζίῳ· τὸ δὲ Ψ τῷ ΤΗ· τὸ δὴ Ω τῷ ΥΙ· τὸ δὲ Δ τῷ ΞΙΓ τριγώνῳ. Ἰσορροπήσει δὴ καὶ τὸ ὅλον τῷ ὅλῳ. Ὥστε τριπλάσιον ἂν εἴη τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τοῦ ΡΧΨΩΔ χωρίου. Καὶ ἐπεί ἐστι τμᾶμα τὸ ΒΓΘ, ὃ περιέχεται ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· καὶ ἀπὸ μὲν τοῦ Β παρὰ τὰν διάμετρον ἄκται ἁ ΒΔ, [d] ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἁ ΓΔ, ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ· ἄκται δέ τις καὶ ἄλλα παρὰ τὰν διάμετρον ἁ ΣΕ· τὸν αὐτὸν ἔχει



Producatur enim recta linea ΓΒ; et abſcindatur ipſi ΒΓ æqualis ΑΒ: intelligatur autem ſtatera ΑΓ, cujus medium punctum Β, eademque ſuſpendatur a puncto Β. Suſpendatur autem etiam triangulum ΒΔΓ a ſtateræ punctis Β, Γ: ſuſpendanturque ex altera ſtateræ parte a puncto Α ſpatia Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ. Ac librentur tum ſpatium Ρ ad trapezium ΔΕ ita ſe habens, ut nunc ponitur; tum ſpatium Χ ad trapezium ΖΣ; tum ſpatium Ψ ad trapezium ΤΗ; tum ſpatium Ω ad trapezium ΥΙ; tum ſpatium Δ ad triangulum ΞΙΓ. Librabitur utique etiam totum ad totum. Quare triplum fuerit triangulum ΒΔΓ ſpatii ΡΧΨΩΔ. Et quoniam ſegmentum eſt ΒΓΘ, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur: ducta autem eſt a puncto Β diametro parallela ΒΔ; et a puncto Γ, ΓΔ, quæ coni ſectionem in puncto Γ contingit: ductaque præterea eſt alia quædam ΣΕ parallela item diametro;

[a] αὗται. [b] τριγώνου. Ita ſe habet MS. [c] Pro ζυγῦ, ſemper ζυγὲ habet MS. [d] ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἐπι.

eamdem habet rationem B Γ ad B E quam Σ E ad E Φ. Quare etiam B A ad B E rationem habet eamdem, quam trapezium Δ E ad trapezium K E. Pariter autem demonſtrabitur A B ad B Z quidem eamdem habere rationem, quam trapezium Σ Z ad trapezium Λ Z; ad B H vero eamdem, quam trapezium T H ad trapezium M H; denique ad B I eamdem, quam trapezium T I ad trapezium N I. Quoniam igitur trapezium eſt Δ E habens angulos, qui ad puncta B, E ſunt, rectos, et latera vergentia ad punctum Γ: libratur autem ſpatium quoddam P ſuſpenſum a ſtateræ puncto A ad id trapezium ita ſe habens, ut nunc ponitur; et ut B A ad B E, ita ſe habet trapezium Δ E ad trapezium K E; ideo majus erit trapezium K E ſpatio P. Hoc enim demonſtratum eſt. Rurſus trapezium quoque eſt Z Σ habens angulos, qui ad puncta Z, E ſunt, rectos; et latus Σ T vergens ad punctum Γ: libratur autem ſpatium X ſuſpenſum a ſtateræ puncto A ad id trapezium ita ſe habens, ut nunc ponitur; et ut B A quidem ad B E, ita ſe habet trapezium Z Σ ad trapezium Z Φ; ut vero A B ad B Z, ita trapezium Z Σ ad trapezium Λ Z; ideo etiam ſpatium X trapezio quidem Λ Z minus fuerit, trapezio vero Z Φ majus. Hoc enim quoque demonſtratum eſt. Eadem ratione et ſpatium Ψ trapezio quidem M H minus eſt, trapezio vero Θ H majus: et ſpatium Ω trapezio quidem N O I H minus eſt, trapezio vero Π I majus: et ſpatium pariter Δ triangulo quidem Ξ I Γ minus eſt, triangulo vero Γ I O majus. Quoniam igitur majus eſt trapezium K E ſpatio P; et trapezium Λ Z ſpatio X; et trapezium M H ſpatio Ψ; et trapezium N I ſpatio Ω; et triangulum Ξ I Γ ſpatio Δ; manifeſtum eſt omnia etiam, quæ diximus, ſpatia majora eſſe ſpatio P X Ψ Ω Δ. Spatium autem P X Ψ Ω Δ tertia pars eſt trianguli A Γ Δ. Triangulum igitur B Γ Δ minus eſt quam triplum trapeziorum K E, Λ Z, M H, N I, et trianguli Ξ I Γ. Rurſus quoniam minus eſt trapezium Z Φ ſpatio X; et trapezium Θ H ſpatio Ψ; et trapezium I Π ſpatio Ω; et triangulum I O Γ ſpatio Δ; manifeſtum eſt omnia etiam, quæ diximus, ſpatia minora eſſe ſpatio Δ Ω Ψ X. Triangulum igitur B Δ Γ majus quidem eſt, quam triplum trapeziorum Φ Z, Θ H, I Π, et trianguli I Γ O; minus vero, quam triplum eorum, quæ antea diximus.

λόγον ἁ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΕ, ὃν ἁ ΣΕ ποτὶ τὰν ΕΦ. Ὥστε καὶ ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ΔΕ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΚΕ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΖ τὸν αὐτὸν ἔχουσα λόγον, ὃν τὸ ΣΖ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΛΖ· ποτὶ δὲ τὰν ΒΗ, ὃν τὸ ΤΗ ποτὶ τὸ ΜΗ· ποτὶ δὲ τὰν ΒΙ, ὃν τὸ ΤΙ ποτὶ τὸ ΝΙ. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶ τραπέζιον τὸ ΔΕ, τὰς μὲν ποτὶ τοῖς ΒΕ σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰς δὲ πλευρὰς ἐπὶ τὸ Γ νευούσας· ἰσοῤῥοπεῖ δέ τι χωρίον αὐτῷ τὸ Ρ, κρεμάμενον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Α, οὕτως ἔχοντος τοῦ τραπεζίου,* ὡς νῦν κεῖται· καὶ ἐστὶν ὡς ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΕ, οὕτως τὸ ΔΕ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΚΕ· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΕ χωρίον τοῦ Ρ χωρίου. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Πάλιν δὲ καὶ τὸ ΖΣ τραπέζιον, τὰς μὲν ποτὶ τοῖς ΖΕ γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰν δὲ ΣΤ νεύουσαν ἐπὶ τὸ Γ· ἰσοῤῥοπεῖ δὲ αὐτῷ χωρίον τὸ Χ ἐκ τοῦ ζυγοῦ κρεμάμενον κατὰ τὸ Α, οὕτως ἔχοντι τῷ τραπεζίῳ, ὡς νῦν κεῖται· καὶ ἐστὶν, ὡς μὲν ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΕ, οὕτως τὸ ΖΣ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΖΦ· ὡς δὲ ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΖ, οὕτως τὸ ΖΣ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΛΖ· εἴη ἂν καὶ τὸ Χ χωρίον τοῦ μὲν ΛΖ τραπεζίου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΖΦ μεῖζον. Δέδεικται γὰρ καὶ τοῦτο. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Ψ χωρίον τοῦ μὲν ΜΗ τραπεζίου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΘΗ μεῖζον· καὶ τὸ Ω χωρίον τοῦ μὲν ΝΟΙΗ τραπεζίου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΠΙ μεῖζον· ὁμοίως δὴ καὶ τὸ Δ χωρίον τοῦ μὲν ΞΙΓ τριγώνου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΓΙΟ μεῖζον. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΚΕ τραπέζιον μεῖζόν ἐστι τοῦ Ρ χωρίου, τὸ δὲ ΛΖ τοῦ Χ, τὸ δὲ ΜΗ τοῦ Ψ, τὸ δὲ ΝΙ τοῦ Ω, τὸ δὲ ΞΙΓ τρίγωνον τοῦ Δ· φανερὸν ὅτι καὶ πάντα τὰ εἰρημένα χωρία μείζονά ἐστι τοῦ ΡΧΨΩΔ χωρίου. Ἔστι δὲ τὸ ΡΧΨΩΔ τρίτον μέρος τοῦ ΑΓΔ τριγώνου. Δῆλον ἄρα, ὅτι τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ἔλασσόν ἐστιν, ἢ τριπλάσιον τῶν ΚΕ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ τραπεζίων, καὶ τοῦ ΞΙΓ τριγώνου. Πάλιν ἐπεὶ τὸ μὲν ΖΦ τραπέζιον ἔλασσόν ἐστι τοῦ Χ χωρίου, τὸ δὲ ΘΗ τοῦ Ψ, τὸ δὲ ΙΠ τοῦ Ω, τὸ δὲ ΙΟΓ τρίγωνον τοῦ Δ· φανερὸν ὅτι καὶ πάντα τὰ εἰρημένα ἐλάσσονά ἐστι τοῦ ΔΩΨΧ χωρίου. Φανερὸν οὖν ὅτι καὶ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον μεῖζόν ἐστιν, ἢ τριπλάσιον τῶν ΦΖ, ΘΗ, ΙΠ τραπεζίων, καὶ τοῦ ΙΓΟ τριγώνου· ἔλασσον δὲ ἢ τριπλάσιον τῶν προγεγραμμένων.

PROP. XV. Theor.

Sit rurſus ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, B Θ Γ: non ſit autem recta B Γ ad rectos angulos diametro. Neceſſe eſt alterutram rectarum, vel quæ diametro parallela ad eaſdem partes, ac ſegmentum, a puncto B ducitur, vel quæ ducitur a puncto Γ,

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε΄.

Ἔστω πάλιν τὸ ΒΘΓ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· ἁ δὲ ΒΓ μὴ ἔστω ποτ᾽ ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ. Ἀναγκαῖον δὲ ἤτοι τὰν ἀπὸ τοῦ Β σαμείου παρὰ τὰν διάμετρον ἀγμέναν† ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ τμάματι, ἢ τὰν ἀπὸ τοῦ Γ ἀμβλεῖαν ποιεῖν

* ἔχονται.

† ἐπὶ τῷ.

γωνίαν ποτὶ τὰν ΒΓ. Ἔστω ἁ τὰν ἀμβλεῖαν ποιοῦσα ἁ [a] ποτὶ τὸ Β· καὶ ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον ἀπὸ τοῦ Β ἁ ΒΔ. Καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἁ ΓΔ, ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ. Καὶ διῃρήσθω ἁ ΒΓ εἰς τμάματα ἴσα ὁπόσα οὖν τὰ ΒΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΙ, ΙΓ· ἀπὸ δὲ τῶν Ε, Ζ, Η, Ι παρὰ τὰν διάμετρον ἄχθωσαν αἱ ΕΣ, ΖΤ, ΗΥ, ΙΞ· καὶ ἀπὸ τῶν σαμείων, καθ' ἃ τέμνοντι αὗται τὰν τοῦ κώνου τομὰν, ἐπιζευχθῶσαν ἐπὶ τὸ Γ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. Φαμὶ δὴ καὶ νῦν, τὸ ΒΔΓ τρίγωνον, τῶν μὲν τραπεζίων τῶν ΒΦ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ, καὶ τοῦ ΓΙΞ [b] τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον· τῶν δὲ ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ, καὶ τοῦ ΓΟΙ τριγώνου μεῖζον ἢ τριπλάσιον.

Ἐκβεβλήσθω ἁ ΔΒ ἐπὶ θάτερα· ἀγαγὼν καθέτον τὰν ΓΚ, τᾷ ΓΚ ἴσαν ἀπέλαβον τὰν ΑΚ. Νοείσθω δὲ πάλιν ζυγίον τὸ ΑΓ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Κ, καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ Κ. Κεκρεμάσθω δὲ καὶ τὸ ΓΚΔ τρίγωνον ἐκ τοῦ ἡμίσεος τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ ΓΚ, ἔχον ὡς νῦν κεῖται· ἐκ τοῦ θατέρου μέρεος τοῦ ζυγοῦ κρεμάσθωσαν κατὰ τὸ Α [c] τὰ Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ χωρία· καὶ τὸ μὲν Ρ τῷ ΔΕ τραπεζίῳ ἰσορροπείτω, οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Τὸ δὲ Χ τῷ ΖΣ τραπεζίῳ· τὸ δὲ Ψ τῷ ΤΗ· τὸ δὲ Ω τῷ ΤΙ· τὸ δὲ Δ τῷ ΓΙΞ τριγώνῳ. Ἰσορροπήσει δὲ καὶ τὸ ὅλον τῷ ὅλῳ. Ὥστε εἴη ἂν καὶ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον τριπλάσιον τοῦ ΡΧΨΩΔ χωρίου. Ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται, τὸ τοῦ ΒΦ τραπεζίου τοῦ Ρ χωρίου μεῖζον· καὶ τὸ μὲν ΘΕ τραπέζιον μεῖζον ἐὸν τοῦ Χ χωρίου, τὸ δὲ ΖΦ ἔλασσον· καὶ τὸ μὲν ΜΗ τραπέζιον μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ χωρίου, τὸ δὲ ΗΘ ἔλασσον. Καὶ ἔτι τὸ μὲν ΝΙ τραπέζιον μεῖζον ἐὸν τοῦ Ω χωρίου, τὸ δὲ ΠΙ ἔλασσον· καὶ τὸ μὲν ΞΙΓ τρίγωνον μεῖζον τοῦ Δ χωρίου, τὸ δὲ ΓΙΟ ἔλασσον. Δῆλον οὖν ἐστὶ τὸ προτεθέν.

obtuſum cum recta ΒΓ angulum efficere. Itaque quæ a puncto Β ducitur obtuſum angulum efficiat: ducaturque a puncto Β diametro parallela, recta ΒΔ. Et a puncto Γ recta ΓΔ, quæ coni ſectionem in puncto Γ contingat. Secetur porro ΒΓ in ſegmenta quotcunque ΒΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΙ, ΙΓ: ducanturque a punctis Ε, Ζ, Η, Ι diametro parallelæ ΕΣ, ΖΤ, ΗΥ, ΙΞ: junctæque a punctis, in quibus hæ coni ſectionem ſecant, ad punctum Γ rectæ lineæ producantur. Dico nunc quoque triangulum ΒΔΓ trapeziorum quidem ΒΦ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ, et trianguli ΓΙΞ minus eſſe, quam triplum; trapeziorum vero ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ, et trianguli ΓΟΙ majus, quam triplum.



Producatur ΔΒ in partem alteram: ductaque normali ΓΚ abſcindatur ipſi ΓΚ æqualis ΑΚ. Intelligatur autem rurſus ſtatera ΑΓ, cujus medium punctum Κ, eademque ſuſpendatur a puncto Κ. Suſpendatur autem a media ſtatera etiam triangulum ΓΚΔ; nempe a punctis Γ, Κ; ita ſe habens, ut nunc ponitur: ſuſpendanturque ex altera ſtateræ parte a puncto Α ſpatia Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ: ac librentur tum ſpatium Ρ ad trapezium ΔΕ ita ſe habens, ut nunc ponitur; tum ſpatium Χ ad trapezium ΖΣ; tum ſpatium Ψ ad trapezium ΤΗ; tum ſpatium Ω ad trapezium ΤΙ; tum ſpatium Δ ad triangulum ΓΙΞ. Librabitur utrique etiam totum ad totum. Quare triplum fuerit triangulum ΔΒΓ ſpatii ΡΧΨΩΔ. Demonſtrabitur autem pariter, ac ſupra, trapezium ΒΦ ſpatio Ρ majus eſſe: præterea ſpatio Χ trapezium quidem ΘΕ majus eſſe, trapezium vero ΖΦ minus: et ſpatio Ψ trapezium quidem ΜΗ majus eſſe, trapezium vero ΗΘ minus. Et amplius ſpatio Ω trapezium quidem ΝΙ majus eſſe, trapezium vero ΠΙ minus: et ſpatio Δ triangulum quidem ΞΙΓ majus eſſe, triangulum vero ΓΙΟ minus. Conſtat igitur, quod proponebatur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιϛ'.

Ἔστω πάλιν τμᾶμα τὸ ΒΘΓ, περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· καὶ ἄχθω διὰ μὲν τοῦ Β ἁ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον· ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἁ ΓΔ, ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ.

PROP. XVI. Theor.

Sit rurſus ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ΒΘΓ: ducaturque a puncto Β diametro parallela recta ΒΔ; et a puncto Γ recta ΓΔ, quæ coni ſectionem in puncto Γ contingat. Trianguli autem

[a] ποτὶ ex MS. [b] τριγώνου μεῖζον ἢ τριπλάσιον. Ἐκβεβλήσθω. [c] τῶν.

B Δ Γ tertia pars ſit ſpatium Z. Dico, ſegmentum B Θ Γ ſpatio Z æquale eſſe.

Si enim æquale non eſt, aut majus eſt, aut minus. Itaque ſit, ſi fieri poteſt, majus. Jam exceſſus, quo ſegmentum B Θ Γ excedit ſpatium Z, ſibimet ipſi aliquoties additus major erit triangulo B Γ Δ. Fieri autem poteſt, ut ſumatur ſpatium aliquod minus hoc exceſſu, quod pars ſit trianguli B Δ Γ. Sit triangulum B Γ E minus exceſſu, quem diximus, idemque pars trianguli B Δ Γ. Erit utique B E eadem pars ipſius B Δ. Itaque ſecetur B Δ in totidem partes: punctaque ſectionum ſint H, I, K. Jungantur autem a punctis H, I, K ad punctum Γ rectæ lineæ: quæ quidem ſecabunt coni ſectionem; quoniam eamdem Γ Δ in puncto Γ contingit. Tum vero a punctis, in quibus illæ (coni) ſectionem ſecant, rectæ ducantur diametro parallelæ M Φ, N P, Ξ Θ, Π O. Atque hæ quoque ipſi B Δ parallelæ erunt. Quoniam igitur triangulum B Γ E minus eſt exceſſu, quo ſegmentum B Θ Γ excedit ſpatium Z; conſtat utraque hæc, ſpatium Z, et triangulum B Γ E ſegmento minora eſſe. Triangulo autem B Γ E æqualia ſunt trapezia, per quæ coni ſectio tranſit, M E, Φ Λ, Θ P, Θ O, et triangulum Γ O Σ. Trapezium enim M E commune eſt: et trapezium M Λ æquale trapezio Φ Λ; et trapezium Λ Ξ æquale trapezio Θ P; et trapezium X Ξ æquale trapezio O Θ; et triangulum Γ X Π æquale triangulo Γ O Σ. Spatium igitur Z minus eſt trapeziis M Λ, Ξ P, Π Θ, et triangulo Π O Γ. Triangulum autem B Δ Γ triplum eſt ſpatii Z. Triangulum igitur B Δ Γ minus eſt quam triplum trapeziorum M Λ, P Ξ, Θ Π, et trianguli Π O Γ. Quod fieri non poteſt. Demonſtratum enim eſt majus eſſe quam triplum. Non eſt igitur majus ſegmentum B Θ Γ ſpatio Z. Dico autem neque eſſe minus. Sit enim, ſi fieri poteſt, minus. Rurſus exceſſus, quo ſpatium Z excedit ſegmentum B Θ Γ, ſibimetipſi aliquoties additus major eſt triangulo B Δ Γ. Fieri autem poteſt, ut ſumatur ſpatium minus hoc exceſſu, quod pars ſit trianguli B Δ Γ. Itaque ſit triangulum B Γ E minus hoc exceſſu, idemque pars trianguli B Δ Γ: eademque alia, quæ ſupra, conſtruantur. Quoniam igitur triangulum B Γ E minus eſt exceſſu,



Ἔστω δὲ τοῦ Β Δ Γ τριγώνου τρίτον μέρος τὸ Ζ χωρίον. Φαμὶ δὴ τὸ Β Θ Γ τμᾶμα ἴσον εἶμεν τῷ Ζ χωρίῳ.

Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἔλασσον. Ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. Ἁ ὑπεροχὰ, ᾇ ὑπερέχει τὸ Β Θ Γ τμᾶμα τοῦ Ζ χωρίου, συντιθεμένα αὐτὰ ἑαυτᾷ ἐσσεῖται μείζων τοῦ Β Γ Δ τριγώνου. Δυνατὸν δέ ἐστι λαβεῖν τι χωρίον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ὃ ἐσσεῖται μέρος τοῦ Β Δ Γ τριγώνου. Ἔστω δὲ τὸ Β Γ Ε τρίγωνον ἔλασσον τᾶς εἰρημένας ὑπεροχᾶς, καὶ μέρος τοῦ Β Δ Γ τριγώνου. Ἐσσεῖται δὲ τὸ αὐτὸ ἁ Β Ε μέρος τᾶς Β Δ. Διῃρήσθω οὖν ἁ Β Δ ἐς τὰ μέρη, καὶ ἔστω τὰ τῶν διαιρέσιων σαμεῖα τὰ Η, Ι, Κ. Καὶ ἀπὸ τῶν Η, Ι, Κ σαμείων ἐπὶ τὸ Γ εὐθεῖαι ἐπεζεύχθωσαν· τέμνοντι δὴ αὗται τὰν τοῦ κώνου τομάν· ἐπεὶ ἁ Γ Δ ἐπιψαύουσά ἐστι αὐτᾶς κατὰ τὸ Γ. Καὶ διὰ τῶν σαμείων καθ' ἃ τέμνοντι τὰν τομὰν, αἱ εὐθεῖαι ἄχθωσαν παρὰ τὰν διάμετρον, αἱ Μ Φ, Ν Ρ, Ξ Θ, Π Ο. Ἐσσεῦνται δὲ αὗται καὶ παρὰ τὰν Β Δ. Ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ Β Γ Ε τρίγωνον τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει τὸ Β Θ Γ τμᾶμα τοῦ Ζ χωρίου, δῆλον ὡς τὰ συναμφότερα τό τε Ζ χωρίον, καὶ τὸ Β Γ Ε τρίγωνον, ἐλάσσονά ἐντι τοῦ τμάματος. Καὶ τῷ Β Γ Ε τριγώνῳ ἴσα τὰ τραπέζια ἐντὶ, δι' ὧν ἁ τοῦ κώνου τομὰ περιβαίνει, τὰ Μ Ε, Φ Λ, Θ Ρ, Θ Ο, καὶ τὸ Γ Ο Σ τρίγωνον. Τὸ μὲν γὰρ Μ Ε τραπέζιον κοινόν· τὸ δὲ Μ Λ ἴσον τῷ Φ Λ· καὶ τὸ Λ Ξ ἴσον τῷ Θ Ρ· καὶ τὸ Χ Ξ ἴσον τῷ Ο Θ· καὶ τὸ Γ Χ Π τρίγωνον τῷ Γ Ο Σ τριγώνῳ. Τὸ δὴ Ζ χωρίον ἔλασσόν ἐστι τῶν τραπεζίων τῶν Μ Λ, Ξ Ρ, Π Θ, καὶ τοῦ Π Ο Γ τριγώνου. Καὶ ἐστι τὸ Β Δ Γ τρίγωνον τριπλάσιον τοῦ Ζ χωρίου. Τὸ δὲ Β Δ Γ ἔλασσόν ἐστιν ἢ τριπλάσιον τῶν Μ Λ, Ρ Ξ, Θ Π τραπεζίων, καὶ τοῦ Π Ο Γ τριγώνου. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ μεῖζον ἢ τριπλάσιον. Οὐκοῦν οὐ μεῖζόν ἐστι τὸ Β Θ Γ τμᾶμα τοῦ Ζ χωρίου. Λέγω δὲ, ὅτι οὐδὲ ἔλασσον. Ἔστω γὰρ, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Πάλιν ἁ ὑπεροχὰ, ᾇ ὑπερέχει τὸ Ζ χωρίον τοῦ Β Θ Γ τμάματος, αὐτὰ ἑαυτᾷ συντιθεμένα ὑπερέχει καὶ τοῦ Β Δ Γ τριγώνου. Δυνατὸν δέ ἐστι λαβεῖν χωρίον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ὃ ἐσσεῖται μέρος τοῦ Β Δ Γ τριγώνου. Ἔστω οὖν τὸ Β Γ Ε τρίγωνον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς καὶ μέρος τοῦ Β Δ Γ τριγώνου· καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευάσθω. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶ τὸ Β Γ Ε τρίγωνον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς,

ᾧ ὑπερέχει τὸ Z χωρίον τοῦ BΘΓ τμάματος, τὸ BEΓ τρίγωνον, καὶ τὸ BΘΓ τμᾶμα ἀμφότερα ἐλάσσονα [l] ἐστὶ τοῦ Z. Ἐστὶ δὲ καὶ τὸ Z χωρίον ἔλασσον τῶν τετραπλεύρων τῶν EM, ΦN, ΨΞ, ΠΤ, καὶ τοῦ ΓΠΣ τριγώνου. Ἐστὶ γὰρ τὸ BΔΓ τοῦ μὲν Z τριπλάσιον, τῶν δὲ εἰρημένων χωρίων ἔλασσον ἢ τριπλάσιον, ὥσπερ τῷ πρὸ τούτου ἐδείχθη. Ἔλασσον ἄρα τὸ BΓE τρίγωνον, καὶ τὸ BΘΓ τμᾶμα τῶν τετραπλεύρων τῶν EM, ΦN, ΞΨ, ΠΤ, καὶ τοῦ ΓΠΣ τριγώνου. Ὥστε κοινοῦ ἀφαιρεθέντος [m] τοῦ τμάματος, ἔλασσον εἴη καὶ τὸ ΓBE τρίγωνον τῶν περιλειπομένων χωρίων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ ἴσον ἐὸν τὸ BEΓ τρίγωνον τοῖς τραπεζίοις τοῖς EM, ΦΛ, ΘP, ΘO, καὶ τῷ ΓOΣ τριγώνῳ ἅ [n] ἐστὶν μείζονα τῶν περιλειπομένων χωρίων. Οὐκ ἄρα ἔλασσον τὸ BΘΓ τμᾶμα τοῦ Z χωρίου. Ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ μεῖζον. Ἴσον ἄρα τὸ τμᾶμα τῷ Z χωρίῳ.

quo ſpatium Z excedit ſegmentum BΘΓ; triangulum BΓE, et ſegmentum BΘΓ, utraque ſpatio Z minora ſunt. Spatium autem Z minus eſt trapeziis EM, ΦN, ΨΞ, ΠΤ, et triangulo ΓΠΣ. Triangulum enim BΔΓ ſpatii quidem Z triplum eſt, ſpatiorum vero, quæ diximus, minus quam triplum; ut in ſuperiore propoſitione demonſtratum eſt. Minora ſunt igitur triangulum BΓE, et ſegmentum BΘΓ trapeziis EM, ΦN, ΞΨ, ΠΤ, et triangulo ΓΠΣ. Quare ablato communi ſegmento, minus fuerit triangulum ΓBE iis, quæ relinquuntur ſpatiis: quod fieri non poteſt. Demonſtratum enim eſt, triangulum BEΓ æquale eſſe trapeziis EM, ΦΛ, ΘP, ΘO, et triangulo ΓOΣ: quæ iis, quæ relinquuntur, ſpatiis majora ſunt. Non eſt igitur minus ſegmentum BΘΓ ſpatio Z. Demonſtratum autem eſt neque eſſe majus. Æquale igitur eſt ſegmentum BΘΓ ſpatio Z.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιζ΄.

Τούτου δεδειγμένου φανερὸν, ὅτι πᾶν τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον.



Ἔστω γὰρ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, κορυφὰ δὲ αὐτοῦ ἔστω τὸ Θ σαμεῖον· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον τὸ BΘΓ, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον. Ἐπεὶ οὖν τὸ Θ σαμεῖον κορυφά ἐστι τοῦ τμάματος, ἁ ἀπὸ τοῦ Θ εὐθεῖα παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα δίχα τέμνει τὰν BΓ· καὶ ἁ BΓ ἐστὶ παρὰ τὰν ἐπιψαύουσαν τᾶς τομᾶς κατὰ τὸ Θ. Ἄχθω δὲ ἁ EΘ παρὰ τὰν διάμετρον· ἄχθω δὲ καὶ ἀπὸ τοῦ B παρὰ τὰν διάμετρον ἁ BΔ· ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἁ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ. Ἐπεὶ οὖν ἁ μὲν KΘ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστιν· ἁ δὲ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τομᾶς κατὰ τὸ Γ· ἁ δὲ EΓ παράλληλός ἐστι τᾷ ἐπιψαυούσᾳ τᾶς τομᾶς κατὰ τὸ Θ· τὸ BΔΓ τρίγωνον τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ BΘΓ τριγώνου. Ἐπεὶ δὲ τὸ BΔΓ τρίγωνον, τοῦ μὲν BΘΓ τριγώνου

PROP. XVII. Theor.

Hoc demonſtrato manifeſtum eſt, quodlibet ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ſeſquitertiam eſſe trianguli, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem.

Sit enim ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, cujus vertex punctum Θ: eidemque inſcribatur triangulum BΘΓ, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem. Quoniam igitur ſegmenti vertex eſt punctum Θ; quæ recta a puncto Θ diametro parallela ducitur, hæc ſecat in duas æquas partes ipſam BΓ; quæ quidem BΓ parallela eſt rectæ illi, quæ ſectionem in puncto Θ contingit. Ducatur autem EΘ diametro parallela: ducaturque a puncto B parallela item diametro BΔ; et a puncto Γ ΓΔ, quæ coni ſectionem in puncto Γ contingat. Quoniam igitur KΘ diametro parallela eſt: ΓΔ autem ſectionem in puncto Γ contingit: et EΓ parallela eſt rectæ illi, quæ ſectionem contingit in puncto Θ; triangulum BΔΓ quadruplum eſt trianguli BΘΓ. Et quoniam triangulum BΔΓ trianguli quidem

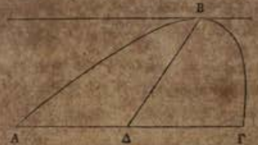
[l] εἰσί. [m] τοῦ χωρίου, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. [n] ἅ ἐστι.

ΒΘΓ quadruplum eſt, ſegmenti vero ΒΘΓ triplum; conſtat ſegmentum ΒΘΓ ſeſquitertium eſſe trianguli ΒΘΓ.

Segmentorum, quæ ſub recta, et curva linea continentur, baſim quidem voco rectam lineam; altitudinem vero maximam normalium, quæ a curva linea ad ſegmenti baſim ducuntur; denique verticem punctum illud, a quo maxima normalis ducitur.

PROP. XVIII. Theor.

Si in ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, a media baſi recta ducatur diametro parallela; vertex ſegmenti erit punctum illud, in quo quæ diametro parallela ducitur coni ſectionem ſecat.



Sit enim ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ΑΒΓ: ducaturque a media ΑΓ ΔΒ diametro parallela. Quoniam igitur in rectanguli coni ſectione ducta eſt ΒΔ diametro parallela, æqualeſque ſunt ΑΔ, ΔΓ; conſtat ipſam ΑΓ, rectamque, quæ coni ſectionem in puncto Β contingit, parallelas ſibi invicem eſſe. Manifeſtum eſt igitur normalium, quæ a ſectione ad ΑΓ ducuntur, maximam fore quæ ducitur a puncto Β. Vertex igitur ſegmenti eſt punctum Β.

PROP. XIX. Theor.

Si in ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ducantur duæ rectæ diametro parallelæ; altera quidem a media baſi, altera vero a medio dimidiæ baſis; quæ a media baſi ducitur, ejus, quæ ducitur a medio dimidiæ baſis, longitudine erit ſeſquitertia.



Sit enim ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ΑΒΓ: ducanturque diametro parallelæ ΒΔ quidem a dimidia ΑΓ, ΕΖ vero a dimidia ΑΔ. Ducatur etiam ΖΘ parallela ipſi ΑΓ. Quoniam igitur in rectanguli coni ſectione ducta eſt ΒΔ diametro parallela; itemque ΑΔ, ΖΘ parallelæ rectæ illi, quæ ſectionem in puncto Β contingit; conſtat utique eamdem habere rationem ΒΔ ad ΒΘ longitudine, quam ΑΔ ad ΖΘ poteſtate. Quadrupla igitur etiam ΒΔ ipſius ΒΘ longitudine. Manifeſtum eſt igitur ΒΔ ipſius ΕΖ longitudine eſſe ſeſquitertiam.

τετραπλάσιόν ἐςι, τῦ δὲ ΒΘΓ τμάματος τριπλάσιον· δῆλον ὡς ἐπίτριτόν ἐςι τὸ ΒΘΓ τμᾶμα ΒΘΓ τριγώνω.

Τῶν τμαμάτων τῶν περιεχομένων ὑπό τε εὐθείας, καὶ καμπύλας γραμμᾶς βάσιν μὲν καλῶ τὰν εὐθεῖαν· ὕψος δὲ τὰν μεγίςαν καθέτων ἀπὸ τᾶς καμπύλας γραμμᾶς ἀγομέναν ἐπὶ τὰν βάσιν τῶ τμάματος· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, ἀφ᾽ ὧ ἁ μεγίςα καθετὸς ἄγεται.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιη΄.

Αἴκα ἐν τμάματι, ὃ περιέχεται ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίω κώνω τομᾶς, ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιος ἀχθῇ εὐθεῖα παρὰ τὰν διάμετρον· κορυφὰ ἐσσεῖται τῶ τμάματος τὸ σαμεῖον, καθ᾽ ὃ ἁ παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα τέμνει τὰν τῶ κώνω τομάν.

Ἔςω γὰρ τμᾶμα τὸ ΑΒΓ, περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίω κώνω τομᾶς· καὶ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΓ ἄχθω ἁ ΔΒ παρὰ τὰν διάμετρον. Ἐπεὶ ὦν ἐν ὀρθογωνίω κώνω τομᾷ ἁ ΒΔ ἆκται παρὰ τὰν διάμετρον, καὶ ἴσαι ἐντὶ αἱ ΑΔ, ΔΓ, δῆλον ὡς παράλληλος ἐντὶ ἅτε ΑΓ, καὶ ἁ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τῶ κώνω τομᾶς. Φανερὸν ὦν ὅτι τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀγομέναν κάθετος μεγίςα ἐσσεῖται, ἁ ἀπὸ τῶ Β ἀγομένα. Κορυφὰ ὦν ἐςὶ τῶ τμάματος τὸ Β σαμεῖον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιθ΄.

Αἴκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίω * κώνω τομᾶς ἀχθῶντι δύο εὐθεῖαι παρὰ τὰν διάμετρον, ἁ μὲν ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιος, ἁ δὲ ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας· ἁ ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιος ἀχθεῖσα, τᾶς ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας ἀγομένας ἐπίτριτος ἐσσεῖται μάκει.

Ἔςω γὰρ τὸ ΑΒΓ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίω κώνω τομᾶς· καὶ ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον ἁ μὲν ΒΔ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΓ, ἁ δὲ ΕΖ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΔ. Ἄχθω δὲ καὶ ἁ ΖΘ παρὰ ΑΓ. Ἐπεὶ ὦν ἐν ὀρθογωνίω κώνω τομᾷ ἁ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἆκται· καὶ αἱ ΑΔ, ΖΘ, παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσαν· † ἐςι μέντοι δῆλον, ὡς τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΘ μάκει, ὃν ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΖΘ δυνάμει. Τετραπλασία ἄρα ἐςὶ καὶ ἁ ΒΔ τᾶς ΒΘ μάκει. Φανερὸν ὦν ὅτι ἐπιτριτός ἐςιν ἁ ΒΔ τᾶς ΕΖ μάκει.

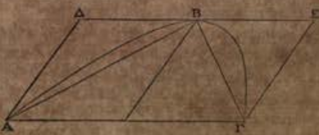
* κώνω τομᾶς ἁ ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιος ἀχθεῖσα τᾶς ἀπὸ μέσας.

† ὁ μέντοι δῆλον ὡς τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κ'.

Αἴκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, τρίγωνον ἐγγραφῇ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· μεῖζον ἔσαι τὸ ἐγγραφὲν τρίγωνον, ἢ ἥμισυ τοῦ τμάματος.

Ἔστω γὰρ τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, οἷον εἴρηται· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, τὰν αὐτὰν ἔχον βάσιν τῷ ὅλῳ, καὶ ὕψος ἴσον. Ἐπεὶ οὖν τὸ τρίγωνον τῷ τμάματι τὰν αὐτὰν ἔχει βάσιν, καὶ ὕψος τὸ αὐτὸ, ἀναγκαῖον τὸ Β σαμεῖον κορυφὰν εἶμεν τοῦ τμάματος. Παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἁ ΑΓ τᾷ κατὰ τὸ Β ἐπιψαυούσᾳ τᾶς τομᾶς. Ἄχθω ἁ ΔΕ διὰ τοῦ Β παρὰ τὰν ΑΓ· καὶ ἀπὸ τῶν Α, Γ αἱ ΑΔ, ΓΕ, παρὰ τὰν διάμετρον. Πεσοῦνται δὴ αὗται ἐκτὸς τοῦ τμάματος. Ἐπεὶ οὖν ἥμισύ ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τοῦ ΑΔΕΓ παραλληλογράμμου, φανερὸν ὅτι μεῖζόν ἐστι, ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ τμάματος.



Τούτου δεδειγμένου, δῆλον ὅτι ὡς ἐς τοῦτο τὸ τμᾶμα δυνατόν ἐστι πολύγωνον ἐγγράψαι, ὥστε εἶμεν τὰ [1] περιλειπόμενα τμάματα παντὸς ἐλάσσονα, τοῦ προτεθέντος χωρίου. Ἀφαιρουμένου γὰρ ἀεὶ μείζονος ἢ ἡμίσεος, διὰ τοῦτο φανερὸν ὅτι ἐλασσοῦντες ἀεὶ τὰ λειπόμενα τμάματα, ποιήσομεν ταῦτα ἐλάσσονα παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XX. Theor.

Si ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, triangulum inſcribatur, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem; majus erit inſcriptum triangulum, quam dimidium ſegmenti.

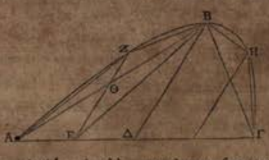
Sit enim ſegmentum ABΓ, quale dictum eſt: eidemque triangulum inſcribatur, quod eamdem ac totum ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem. Quoniam igitur triangulum eamdem ac ſegmentum baſim habet, eamdemque altitudinem, neceſſe eſt punctum B ſegmenti verticem eſſe. Parallela igitur eſt AΓ rectæ illi, quæ ſectionem in puncto B contingit. Ducatur per punctum B ΔE ipſi AΓ parallela; et a punctis AΓ, AΔ, ΓE parallelæ diametro. Cadent utique extra ſectionem. Quoniam igitur triangulum ABΓ dimidium eſt parallelogrammi AΔEΓ; conſtat idem majus eſſe quam dimidium ſegmenti.

Hoc demonſtrato manifeſtum eſt fieri poſſe, ut huic ſegmento polygonum inſcribatur, ita ut, quæ relinquuntur, ſegmenta minora ſint ſpatio quolibet propoſito. Auferentes enim continuo ſpatium majus dimidio; ideoque minuentes continuo, quæ relinquuntur, ſegmenta; ea utique ſpatio quolibet propoſito minora reddemus.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κα'.

Αἴκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῇ, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· ἐγγραφέωντι δὲ καὶ ἄλλα τρίγωνα ἐς τὰ λειπόμενα τμάματα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· ἑκατέρου τῶν τριγώνων τῶν εἰς τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐγγραφέντων, ὀκταπλάσιον ἔσαι τὸ τρίγωνον τὸ εἰς τὸ ὅλον τμᾶμα ἐγγραφέν.

Ἔστω τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, οἷον εἴρηται· καὶ τετμάσθω ἁ ΑΓ δίχα τῷ Δ· ἁ δὲ ΒΔ ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον. Τὸ Β ἄρα σαμεῖον κορυφά ἐστι τοῦ τμάματος· τὸ ἄρα ΑΒΓ τρίγωνον τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχει τῷ τμάματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. Πάλιν τετμάσθω δίχα ἁ ΑΔ τῷ Ε· καὶ ἄχθω ἁ ΕΖ παρὰ τὰν διάμετρον· τετμάσθω δὲ ἁ ΑΒ



PROP. XXI. Theor.

Si ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, triangulum inſcribatur, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem; inſcribantur autem et alia triangula iis, quæ relinquuntur, ſegmentis, quæ eamdem ac ſegmenta baſim habeant, et altitudinem eamdem; alterutrius triangulorum, quæ iis, quæ relinquuntur, ſegmentis inſcribuntur, octuplum erit triangulum, quod toti ſegmento inſcribitur.

Sit ſegmentum ABΓ, quale dictum eſt: ſecetur autem AΓ in duas æquas partes in puncto Δ: ducaturque BΔ diametro parallela. Punctum igitur B ſegmenti vertex eſt: ideoque triangulum ABΓ eamdem ac ſegmentum baſim habet, eamdemque altitudinem. Rurſus ſecetur AΔ in duas æquas partes in puncto E: et ducatur EZ dia-

[1] περιλειπόμενα.

metro parallela: ſeceturque A B in puncto Θ. Punctum igitur Z ſegmenti A Z B vertex eſt: ideoque triangulum A Z B eamdem ac ſegmentum A Z B baſim habet, eamdemque altitudinem. Oportet demonſtrare triangulum A B Γ trianguli A B Z octuplum eſſe.

Eſt enim B Δ ipſius quidem E Z ſeſquitertia, ipſius vero E Θ dupla. Dupla eſt igitur E Θ ipſius Θ Z. Quare etiam triangulum A E B duplum eſt trianguli Z B A. Duplum eſt enim triangulum quidem A E Θ trianguli A Θ Z; triangulum vero Θ B E trianguli Z Θ B. Quare triangulum A B Γ trianguli A Z B octuplum eſt. Pariter autem demonſtrabitur, octuplum eſſe ejus quoque trianguli, quod ſegmento B H Γ inſcribitur.

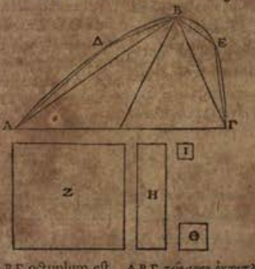
κατὰ τὸ Θ. Τὸ ἄρα Z σαμεῖον κορυφά ἐςι [a] τμάματος τῶ A Z B· τρίγωνον ἄρα τὸ A Z B τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχει τῷ A Z B τμάματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. Δεικτέον ὅτι ὀκταπλάσιόν ἐςι τὸ A B Γ τρίγωνον τοῦ A B Z τριγώνου.

Ἔςιν ὦν ἁ B Δ τᾶς μὲν E Z ἐπίτριτος, τᾶς δὲ E Θ διπλασία. Διπλασία ἄρα ἐςὶν ἁ E Θ τᾶς Θ Z. Ὥςε καὶ τὸ A E B τρίγωνον διπλάσιόν ἐςι τῶ Z B A. Τὸ μὲν γὰρ A E Θ διπλάσιόν ἐςι τῶ A Θ Z· τὸ δὲ Θ B E τῶ Z Θ B. Ὥςε τὸ A B Γ τῶ A Z B ὀκταπλάσιον. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ τῶ εἰς τὸ B H Γ [b] τμᾶμα ἐγγραφέντος.

PROP. XXII. Theor.

Si fuerit ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ſpatia autem quotcunque quadrupla ratione deinceps ponantur: maximumque eorum triangulo æquale ſit, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem; ſpatia omnia ſegmento ipſo minora erunt.

Sit enim ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, A Δ B E Γ: ſpatia autem quotcunque deinceps poſita Z, H, Θ, I; ſitque Z ipſius H quadruplum, idemque æquale triangulo, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem: dico ſegmentum ſpatiis, Z, H, Θ, I majus eſſe.



Sint vertices totius quidem ſegmenti punctum B; ſegmentorum vero, quæ relinquuntur, puncta Δ, E. Quoniam igitur triangulum A B Γ octuplum eſt alterutrius triangulorum A B Δ, B E Γ, conſtat idem quadruplum eſſe utriuſque ſimul. Et quoniam triangulum A B Γ æquale eſt ſpatio Z, eadem ratione etiam triangula A Δ B, B E Γ ſpatio H æqualia ſunt. Pariter autem demonſtrabitur, triangula, quæ iis, quæ relinquuntur, ſegmentis inſcribuntur, et eamdem ac ſegmenta baſim habent, eamdemque altitudinem, ſpatio Θ æqualia eſſe: triangula autem, quæ inſcribuntur aliis deinceps ſegmentis, æqualia eſſe ſpatio I. Omnia igitur propoſita ſpatia polygono cuidam æqualia erunt ſegmento inſcripto. Manifeſtum igitur eſt eadem ſegmento minora eſſe.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κβ'.

Αἴκα ᾖ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ χωρία τεθέωντι ἑξῆς ὁποσαοῦν ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ· ᾖ δὲ τὸ μέγιςον τῶν χωρίων ἴσον τῷ τριγώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· σύμπαντα τὰ χωρία ἐλάσσονα ἔςαι τῶ τμάματος.

Ἔςω γὰρ τμᾶμα τὸ Α Δ Β Ε Γ, περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου [c] κώνου τομᾶς· χωρία δὲ ἔςω ὁποσαοῦν ἑξῆς κείμενα τὰ Z, H, Θ, I· τετραπλάσιον δὲ ἔςω τὸ Z τῶ H· καὶ [d] ἔςω τὸ Z ἴσον τῷ τριγώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον· λέγω ὅτι τὸ τμᾶμα τῶν Z, H, Θ, I χωρίων μεῖζόν ἐςιν.

Ἔςω τῶ μὲν ὅλου τμάματος κορυφὰ τὸ Β· τῶν δὲ περιλειπομένων τμαμάτων τὰ Δ, Ε. Ἐπεὶ ὦν τὸ Α Β Γ τρίγωνον ὀκταπλάσιόν ἐςιν ἑκατέρου τῶν Α Β Δ, Β Ε Γ τριγώνων, δῆλον ὅτι ὡς ἀμφοτέρων αὐτῶν ἐςι τετραπλάσιον. Καὶ ἐπεὶ τὸ Α Β Γ τρίγωνον ἴσον ἐςὶ τῷ Z χωρίῳ, κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὰ Α Δ Β, Β Ε Γ τρίγωνα ἴσα ἐςὶ τῷ H χωρίῳ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι καὶ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐγγραφόμενα τρίγωνα, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμάμασι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό, ἴσα [e] ἐντὶ τῷ Θ· καὶ ἐς τὰ ὕςερον γινόμενα τμάματα ἐγγραφόμενα τρίγωνα ἴσα τῷ I χωρίῳ. Σύμπαντα ἄρα τὰ προτεθέντα χωρία ἴσα ἐσσεῖται πολυγώνῳ τινὶ ἐγγραφέντι ἐς τὸ τμᾶμα. Φανερὸν ὦν, ὅτι ἔλασσόν ἐςι τῶ τμάματος.

[a] τῶ τμάματος τῶ Α Z Β. Τὸ ὦν Α Z Β τρίγωνον. [b] τμήματος. [c] κώνου ex MS. [d] ἔςω τὸ ἡγούμενον τῶ ἑπομένου, μέγιςον δὲ ἔςω τὸ Z. Καὶ ἔςω. [e] ἐντὶ τῷ Θ.

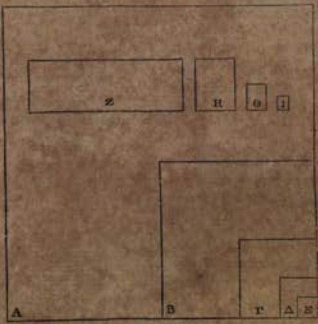
ΠΡΟΤΑΣΙΣ κγ'.

Αἴκα μεγέθεα συντιθέωντι ἑξῆς ὁποσαοῦν ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ· τὰ πάντα μεγέθεα, καὶ ἔτι τοῦ ἐλαχίστου τὸ τρίτον μέρος εἰς τὸ αὐτὸ συντεθέντα, ἐπίτριτα ἐσσοῦνται τοῦ μεγίστου.

Ἔστω οὖν ὁποσαοῦν μεγέθεα ἑξῆς κείμενα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε τετραπλασίονα ἕκαστον τοῦ ἑπομένου· μέγιστον δὲ ἔστω τὸ Α. Ἔστω δὲ τὸ μὲν Ζ τρίτον τοῦ Β, τὸ δὲ Η τοῦ Γ, τὸ δὲ Θ τοῦ Δ, τὸ δὲ Ι τοῦ Ε. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν Ζ τοῦ Β τρίτον μέρος ἐστὶ, τὸ δὲ Β τοῦ Α τέταρτον μέρος ἐστὶν, ἀμφότερα τὰ Β, Ζ, μέρος τρίτον ἐστὶ τοῦ Α. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὰ Η, Γ τοῦ Β· καὶ τὰ Θ, Δ τοῦ Γ· καὶ τὰ Ι, Ε τοῦ Δ· καὶ τὰ σύμπαντα δὴ τὰ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, Ι, τρίτον μέρος ἐστὶ τῶν συμπάντων τῶν Α, Β, Γ, Δ. Ἐντὶ δὲ καὶ αὐτὰ τὰ Ζ, Η, Θ τρίτον μέρος αὐτῶν τῶν Β, Γ, Δ. Καὶ τὰ λοιπὰ ἄρα τὰ Β, Γ, Δ, Ε, Ι τοῦ λοιποῦ τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ Α. Δῆλον οὖν, ὅτι τὰ σύμπαντα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, καὶ τὸ Ι, τουτέστι τὸ τρίτον τοῦ Ε, τοῦ Α ἐστὶν ἐπίτριτα.

PROP. XXIII. Theor.

Si magnitudines quotcunque quadrupla ratione deinceps ponantur; omnes magnitudines, et adhuc minimæ pars tertia in unum compoſitæ, ſeſquitertiæ erunt maximæ.



Sint magnitudines quotcunque deinceps poſitæ A, B, Γ, Δ, E quadruplæ unaquæque ejus, quæ proxime ſequitur; earumque maxima ſit A. Sit autem pars tertia tum Z ipſius B; tum H ipſius Γ; tum Θ ipſius Δ; tum I ipſius E. Quoniam igitur Z quidem ipſius B tertia pars eſt; B vero ipſius A pars quarta; utræque ſimul B, Z tertia pars ſunt ipſius A. Eadem ratione tertia pars ſunt tum H, Γ ipſius B; tum Θ, Δ ipſius Γ; tum I, E ipſius Δ: igitur omnes etiam magnitudines B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, I tertia pars ſunt magnitudinum omnium A, B, Γ, Δ. Sunt autem ipſæ Z, H, Θ pars tertia ipſarum B, Γ, Δ. Igitur et quæ relinquuntur, B, Γ, Δ, E, I ejus, quæ relinquitur, A tertia pars ſunt. Conſtat igitur omnes magnitudines A, B, Γ, Δ, E, et adhuc I, hoc eſt tertiam ipſius E partem ſeſquitertias eſſe magnitudinis A.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κδ'.

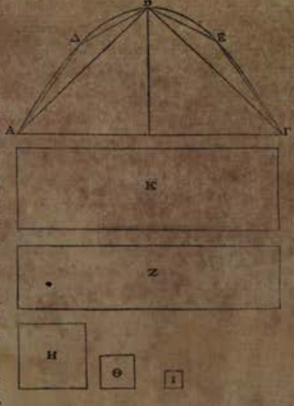
Πᾶν τμᾶμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ, καὶ ὕψος ἴσον.

Ἔστω γὰρ τὸ Α Δ Β Ε Γ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· τὸ δὲ Α Β Γ τρίγωνον ἔστω, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον. Τοῦ δὲ Α Β Γ τριγώνου ἔστω ἐπίτριτον τὸ Κ χωρίον. Δεικτέον ὅτι ἴσον ἐστὶ τῷ Α Δ Β Ε Γ τμάματι.

Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζον, ἢ ἔλασσον. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατὸν, μεῖζον τὸ Α Δ Β Ε Γ τμᾶμα τοῦ Κ χωρίου. Ἐνέγραψα δὴ τὰ

PROP. XXIV. Theor.

Quodlibet ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ſeſquitertium eſt trianguli, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem.



Sit enim ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, A Δ B E Γ: ſitque triangulum A B Γ, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem. Trianguli autem A B Γ ſeſquitertium ſit ſpatium K. Oportet demonſtrare ſpatium hoc ſegmento A Δ B E Γ æquale eſſe.

Si enim æquale non eſt, aut majus eſt, aut minus. Sit primo, ſi fieri poteſt, ſegmentum A Δ B E Γ majus ſpatio K. Itaque in-

ſcribantur triangula Α Δ Β, Β Ε Γ, ut dictum eſt. Inſcribantur autem iis, quæ relinquuntur, ſegmentis alia triangula, quæ eamdem ac ſegmenta baſim habeant, eamdemque altitudinem: inſcribanturque continuo aliis deinceps ſegmentis duo triangula, quæ eamdem ac ſegmenta baſim habeant, et altitudinem eamdem. Erunt utique, quæ relinquuntur, ſegmenta minora exceſſu, quo ſegmentum Α Δ Β Ε Γ excedit ſpatium Κ. Quare inſcriptum polygonum majus erit ſpatio Κ: quod fieri non poteſt. Quoniam enim ſpatia in quadrupla ratione deinceps poſita ſunt, ac primum quidem triangulum Α Β Γ quadruplum eſt triangulorum Α Δ Β, Β Ε Γ; deinde vero eadem ipſa quadrupla eorum, quæ ſequentibus ſegmentis inſcribuntur; atque ita porro; conſtat omnia ſpatia minora eſſe, quam ſeſquitertia maximi ſpatii. Spatium autem Κ maximi ſpatii ſeſquitertium eſt. Non eſt igitur majus ſegmentum Α Δ Β Ε Γ ſpatio Κ. Sit autem, ſi fieri poteſt, minus. Ac ponatur triangulum Α Β Γ æquale ſpatio Ζ: ſpatiique Ζ pars quarta ſpatium Η: et ſpatii Η pars item quarta ſpatium Θ: atque ita porro, quouſque poſtremum ſpatium minus ſit exceſſu, quo ſpatium Κ ſegmentum excedit; quod quidem ſit Ι. Itaque ſpatia Ζ, Η, Θ, Ι, et adhuc pars tertia ſpatii Ι, ſeſquitertia ſunt ſpatii Ζ. Eſt autem et ſpatium Κ ſpatii ejuſdem Ζ ſeſquitertium. Æquale igitur eſt ſpatium Κ ſpatiis Ζ, Η, Θ, Ι, et adhuc parti tertiæ ſpatii Ι. Et quoniam ſpatium Κ excedit ſpatia quidem Ζ, Η, Θ, Ι, exceſſu minore, quam Ι; ſegmentum vero majore, quam Ι; conſtat ſpatia Ζ, Η, Θ, Ι ſegmento ipſo majora eſſe. Quod fieri non poteſt. Demonſtratum enim eſt, ſi ſpatia quotcunque in quadrupla ratione deinceps ponantur, quorum maximum triangulo æquale ſit ſegmento inſcripto, ſpatia omnia ſegmento ipſo fore minora. Non eſt igitur minus ſegmentum Α Δ Β Ε Γ ſpatio Κ. Demonſtratum autem eſt, neque eſſe majus. Æquale igitur eſt ſpatio Κ. Seſquitertium autem eſt ſpatium Κ trianguli Α Β Γ. Seſquitertium eſt igitur etiam ſegmentum Α Δ Β Ε Γ trianguli Α Β Γ.

ΑΔΒ, ΒΕΓ τρίγωνα, ὡς εἴρηται. Ἐνέγραψα δὲ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἄλλα τρίγωνα, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμάμασι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· καὶ ἀεὶ εἰς τὰ ὕστερον γινόμενα τμάματα ἐγγράφω δύο τρίγωνα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμάμασι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. Ἐσσοῦνται δὴ τὰ καταλειπόμενα τμάματα ἐλάσσονα τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει τὸ ΑΔΒΕΓ τμᾶμα τοῦ Κ χωρίου. Ὥστε τὸ ἐγγραφόμενον πολύγωνον μεῖζον ἐσσεῖται τοῦ Κ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἐπεὶ ἐστιν ἑξῆς κείμενα χωρία ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ, πρῶτον μὲν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τετραπλάσιον τῶν ΑΔΒ, ΒΕΓ* τριγώνων· ἔπειτα δὲ, τὰ αὐτὰ τετραπλάσια τῶν εἰς τὰ ἑπόμενα τμάματα ἐγγραφέντων· καὶ ἀεὶ οὕτω· δῆλον, ὡς σύμπαντα τὰ χωρία ἐλάσσονά ἐστιν, ἢ ἐπίτριτα τοῦ μεγίστου. Τὸ δὲ Κ ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ μεγίστου χωρίου. Οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ ΑΔΒΕΓ τμᾶμα τοῦ Κ χωρίου. Ἔστω δὲ, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Κείσθω δὴ τὸ μὲν ΑΒΓ τρίγωνον ἴσον τῷ Ζ· τοῦ δὲ Ζ τέταρτον τὸ Η· καὶ ὁμοίως τοῦ Η τὸ Θ· καὶ ἀεὶ ἑξῆς τιθέσθω, ὥστε καταγένηται τὸ ἔσχατον ἔλαττον τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει τὸ Κ χωρίον τοῦ τμάματος, καὶ ἔστω ἔλασσον τὸ Ι. Ἐστι δὲ τὰ Ζ, Η, Θ, Ι χωρία, καὶ τὸ τρίτον τοῦ Ι, ἐπίτριτα τοῦ Ζ. Ἐστι δὲ καὶ τὸ Κ τοῦ Ζ ἐπίτριτον. Ἴσον ἄρα τὸ Κ τοῖς Ζ, Η, Θ, Ι, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ Ι. Ἐπεὶ οὖν τὸ Κ χωρίον τῶν μὲν Ζ, Η, Θ, Ι χωρίων ὑπερέχει ἐλάσσονι τοῦ Ι, * τοῦ δὲ τμάματος μείζονι τοῦ Ι· δῆλον ὡς μείζονά ἐντὶ τὰ Ζ, Η, Θ, Ι χωρία τοῦ τμάματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ, ὅτι ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν χωρία ἑξῆς κείμενα ἐν τετραπλασίονι λόγῳ, τὸ δὲ μέγιστον ἴσον ᾖ τῷ εἰς τὸ τμᾶμα ἐγγραφομένῳ τριγώνῳ, τὰ σύμπαντα χωρία ἐλάσσονα ἐσσεῖται τοῦ τμάματος. Οὐκ ἄρα τὸ ΑΔΒΕΓ τμᾶμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Κ χωρίου. Ἐδείχθη δὲ, ὅτι οὐδὲ μεῖζον. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τῷ Κ. Τὸ δὲ Κ χωρίον ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ. Καὶ τὸ ΑΔΒΕΓ ἄρα τμᾶμα ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου.

* τοῦ δὲ τμάματος ὅπερ ἀδύνατον.

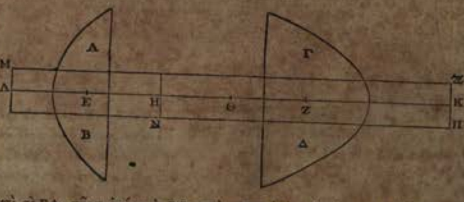
ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΩΝ,
Η ΚΕΝΤΡΑ ΒΑΡΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ,
ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ,
ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS
DE PLANORUM ÆQUILIBRIIS,
SIVE
EORUMDEM GRAVITATUM CENTRIS,
LIBER SECUNDUS,
CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α΄.

ΑΙΚΑ δύο χωρία περιεχόμενα ὑπό τε εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἃ δυνάμεθα παρὰ τὰν δοθεῖσαν εὐθεῖαν παραβαλεῖν, μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχοντι· τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων αὐτῶν συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν, διαιρέον οὕτως τὰν εἰρημέναν εὐθεῖαν, ὥστε τὰ τμάματα αὐτᾶς ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν τοῖς χωρίοις.

Ἔστω δύο χωρία τὰ ΑΒ, ΓΔ, οἷα εἴρηται. Κέντρα δὲ αὐτῶν * τοῦ βάρεος τὰ Ε, Ζ σαμεῖα· καὶ ὃν ἔχει λόγον τὸ ΑΒ ποτὶ τὸ ΓΔ, τοῦτον ἐχέτω ἁ ΖΘ ποτὶ ΘΕ. Δεικτέον ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒ, ΓΔ



PROP. I. Theor.

SI duo ſpatia, quæ ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continentur, quæ quidem datæ rectæ applicare poſſumus, idem centrum gravitatis non habeant; magnitudinis, quæ ex utriſque magnitudinibus componitur, centrum gravitatis erit in recta, quæ earumdem centra gravitatis conjungit, ita dividens eam, quam diximus, rectam, ut ejus ſegmenta eamdem cum ſpatiis rationem reciprocent.

Sint duo ſpatia A B, Γ Δ, qualia dicta ſunt. Eorumque centra gravitatis puncta E, Z: quam autem rationem habet ſpatium A B ad ſpatium Γ Δ, hanc habeat Z Θ ad Θ E. Oportet demonſtrare, magni-

* τοῦ βάρεος ἔστω.

tudinis, quæ ex utriſque ſpatiis A B, Γ Δ componitur, centrum gravitatis eſſe punctum Θ.

Sit ipſi quidem E Θ æqualis utraque Z H, Z K; ipſi vero Z Θ, hoc eſt H E, æqualis E Λ. Erit etiam Λ Θ ipſi K Θ æqualis: et amplius ut Λ H ad H K, ita ſe habebit ſpatium A B ad ſpatium Γ Δ. Utraque enim Λ H, H K utriuſque Z Θ, Θ E dupla eſt. Applicetur autem ipſi Λ H ab utraque parte ſpatium A B; ita ut ſpatium M N eidem A B æquale ſit. Erit utique ſpatii M N centrum gravitatis punctum E. Compleatur modo ſpatium N Ξ. Atque habebit ſpatium M N ad ſpatium N Ξ eam rationem, quam Λ H ad H K. Habet autem etiam ſpatium A B ad ſpatium Γ Δ eam rationem, quam Λ H ad H K. Ut igitur ſpatium A B ad ſpatium Γ Δ, ita ſe habet ſpatium M N ad ſpatium N Ξ. Et permutando. Æquale eſt autem ſpatium A B ſpatio M N. Æquale eſt igitur etiam ſpatium Γ Δ ſpatio N Ξ. Ac centrum gravitatis ejuſdem eſt punctum Z. Et quoniam æqualis eſt Λ Θ ipſi Θ K, totaque Λ K oppoſita latera in duas æquas partes ſecat, totius ſpatii Π M centrum gravitatis eſt punctum Θ. Spatium autem M Π ſpatio æquale eſt, quod ex utriſque ſpatiis M N, N Ξ componitur. Igitur et ſpatii, quod ex utriſque ſpatiis A B, Γ Δ componitur, centrum gravitatis eſt punctum Θ.

Si ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, triangulum inſcribatur, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem: et rurſus iis, quæ relinquuntur, ſegmentis triangula inſcribantur, quæ eaſdem ac ſegmenta baſes habeant, eamdemque altitudinem: et continuo iis, quæ relinquuntur, ſegmentis triangula inſcribantur eodem modo; quæ oritur figura ſegmento perſpicue inſcribi dicatur. Manifeſtum autem eſt, rectas, quæ figuræ ita inſcriptæ angulos jungunt, tum eos qui vertici proximi ſunt, tum eos, qui deinceps ſequuntur, ſegmenti ejuſdem baſi parallelas fore. Quæ quidem rectæ ſecabuntur in duas æquas partes a diametro ſegmenti: eædemque diametrum ipſam ſecabunt ſecundum rationes numerorum deinceps imparium, uno ad ſegmenti verticem computato. Hoc autem in ordinibus demonſtrandum eſt.

χωρίων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ σαμεῖον.

Ἔστω δὲ τᾷ μὲν Ε Θ *ἑκατέρα ἴσα τᾶν* Ζ Η, Ζ Κ· *τᾷ δὲ* Ζ Θ, *τουτέστι τᾷ* [b] Η Ε *ἴσα ἁ* Ε Λ. [c] *Ἔσται καὶ ἁ* Λ Θ *τᾷ* Κ Θ *ἴσα· καὶ ἔτι ὡς ἁ* Λ Η *ποτὶ* Η Κ, *οὕτως τὸ* Α Β *ποτὶ* Γ Δ. *Διπλασία γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας. Περιβεβλήσθω δὴ παρὰ τὰν* Λ Η *τὸ χωρίον τὸ* Α Β *ἐφ᾽ ἑκάτερα τᾶς* Λ Η· *ὥστε εἶμεν τὸ* Μ Ν *ἴσον τῷ* Α Β. *Ἔσται δὴ τοῦ* Μ Ν *κέντρον τοῦ βάρεος τὸ* Ε *σαμεῖον. Συμπεπληρώσθω δὴ τὸ* Ν Ξ. *Ἕξει δὴ τὸ* Μ Ν *ποτὶ τὸ* Ν Ξ *λόγον, ὃν ἁ* Λ Η *ποτὶ* Η Κ. *Ἔχει δὲ καὶ τὸ* Α Β *ποτὶ τὸ* Γ Δ, *τὸν τᾶς* Λ Η *ποτὶ* Η Κ *λόγον. Καὶ ὡς ἄρα τὸ* Α Β *ποτὶ* Γ Δ, *οὕτως τὸ* Μ Ν *ποτὶ τὸ* Ν Ξ. *Καὶ ἐναλλάξ. Ἴσον δὲ τὸ* Α Β *τῷ* Μ Ν. *Ἴσον ἄρα καὶ τὸ* Γ Δ *τῷ* Ν Ξ. *Καὶ κέντρον ἐστὶν αὐτοῦ τοῦ βάρεος τὸ* Ζ *σαμεῖον. Καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἁ* Λ Θ *τᾷ* Θ Κ, *καὶ ὅλα ἁ* Λ Κ *τὰς* [d] *ἀπεναντίον πλευρὰς δίχα τέμνει, τοῦ ὅλου τοῦ* Π Μ *κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ* Θ *σαμεῖον. Ἀλλὰ τὸ* Μ Π *ἴσον τῷ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν* Μ Ν, Ν Ξ. [e] *Καὶ τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν* Α Β, Γ Δ *κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ* Θ *σαμεῖον.*

Αἴκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῇ, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον καὶ πάλιν εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέωντι τὰς αὐτὰς βάσεις ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ [f] *ἀεὶ εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέωντι τὸν αὐτὸν τρόπον· τὸ γενόμενον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι γνωρίμως ἐγγράφεσθαι λεγέσθω. Φανερὸν δὲ ὅτι τοῦ οὕτως ἐγγραφέντος σχήματος, αἱ τὰς γωνίας ἐπιζευγνύουσαι, τάς τε ἔγγιστα ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος καὶ τὰς ἑξῆς, παρὰ τὰν βάσιν ἐσσοῦνται τοῦ τμάματος. Καὶ δίχα τμαθήσονται ὑπὸ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου· καὶ τὰν διάμετρον τεμοῦντι εἰς τοὺς τῶν ἑξῆς περισσῶν ἀριθμῶν λόγους, ἑνὸς λεγομένου ποτὶ τᾷ κορυφᾷ τοῦ τμάματος· τοῦτο δὲ* [g] *δεικτέον ἐν ταῖς τάξεσιν.*

E U T O C I U S.

CUM, quæ primo in libro ſubobſcura ſunt, diligenter perſecuti ſimus, neceſſarium ducimus, et quæ in ſecundo difficilia ſunt ad intelligendum, aliquo modo explicare. Itaque in primi theorematis propoſitione: ponantur, inquit, ſpatia A B, Γ Δ, quæ ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continentur; quæ quidem datæ rectæ applicare poſſumus. Hoc autem per

ΑΚΡΙΒΩΣ *ἐπεξελθόντες τοῦ πρώτου, καὶ σαφηνίσαντες τὰ ἐν αὐτῷ δυσθεώρητα, ἀναγκαῖον ἡγέμεθα καὶ τὰ ἐν τῷ δευτέρῳ δυσχερῶς εἰρημένα μετρίως ἐκθέσθαι. Φησὶ τοίνυν ἐν τῇ προτάσει τοῦ πρώτου θεωρήματος· ὑποκείσθω τὰ* Α Β, Γ Δ *χωρία περιεχόμενα ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἃ δυνάμεθα παρὰ τὰν* [h] *δοθεῖσαν*

[b] Η Θ. [c] ἄρα καὶ ἁ Λ Θ. [d] ἀπεναντίον. [e] ἄρα καὶ τοῦ. [f] ἀεὶ deeſt. [g] δεικτέον ex MS.
[h] δοθεῖσαν εὐθείαν παραβαλεῖν.

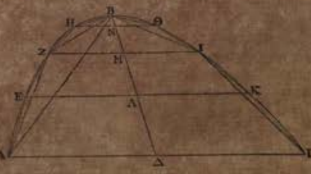
παραβαλεῖν. Τοῦτο δὲ αὐτόθεν μὲν διὰ τῶν ἐνταῦθα δεδειγμένων οὐκ ἔστιν εὑρεῖν. Ἐστὶ δὲ δέδεικται αὐτῷ, ὡς καὶ ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου εἴπεν, ὅτι τὸ τοιοῦτον σχῆμα ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ, καὶ ὕψος ἴσον· τῷ δὲ ἐπιτρίτῳ τοῦ τριγώνου ἐπίπεδον εὐθύγραμμον ὅτι δυνάμεθα ἴσον παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν παραβαλεῖν· φανερὸν ὅτι καὶ τοῖς τοιούτοις σχήμασι. Τὰ δὲ ἐν τῇ κατασκευῇ εἰρημένα, ἅπαντα δῆλά ἐστι διὰ τοῦ * τετάρτου θεωρήματος τοῦ πρώτου τούτων τῶν βιβλίων.

ea, quæ illic demonſtrata ſunt, facere protinus non licet. Quoniam vero demonſtratum ab ipſo eſt, ut ait in libro de ſphæra et cylindro, ejuſmodi figuram ſeſquitertiam eſſe trianguli, quod eamdem atque ipſa baſim habeat, eamdemque altitudinem: planoque trianguli ſeſquitertio, eique rectilineo æquale aliud planum datæ rectæ applicari poteſt; conſtat eidem rectæ planum etiam applicari poſſe ejuſmodi figuris æquale. Quæ porro in conſtructione dicuntur, ea omnia per quartum theorema libri horum duorum primi manifeſta ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

[i] Εἰ δὲ καὶ εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς εὐθύγραμμον γνωρίμως ἐγγραφῇ, τοῦ ἐγγραφέντος κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται [k] ἐπὶ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου.

Ἔστω τμᾶμα τὸ ΑΒΓ, οἷον εἴρηται· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ ΑΕΖΗΒΘΙΚΓ. [l] Διάμετρος δὲ τοῦ τμάματος ἔστω ἁ ΒΔ. Δεικτέον ὅτι τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ εὐθυγράμμου ἐστὶν ἐπὶ τᾶς ΒΔ.



Ἐπεὶ γὰρ [m] τοῦ μὲν ΑΕΚΓ τραπεζίου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΛΔ ἐστί· τοῦ δὲ ΕΖΙΚ τραπεζίου τὸ κέντρον ἐπὶ τᾶς ΜΛ· τοῦ δὲ ΖΗΘΙ τραπεζίου τὸ κέντρον ἐπὶ τᾶς ΜΝ· ἔτι δὲ καὶ τοῦ ΗΒΘ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΒΝ· δῆλον ὅτι καὶ τοῦ ὅλου εὐθυγράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΒΔ ἐστίν.

PROP. II. Theor.

Quod ſi ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, rectilineum perſpicue inſcribatur; inſcripti rectilinei centrum gravitatis erit in ſegmenti diametro.

Sit ſegmentum ΑΒΓ, quale dictum eſt: eidemque inſcribatur perſpicue rectilineum ΑΕΖΗΒΘΙΚΓ. Diameter autem ſegmenti ſit ΑΒ. Oportet demonſtrare hujuſce rectilinei centrum gravitatis eſſe in ΒΔ.

Quoniam enim trapezii quidem ΑΕΚΓ centrum gravitatis eſt in ΛΔ; trapezii vero ΕΖΙΚ centrum gravitatis in ΜΛ; trapezii denique ΖΗΘΙ centrum gravitatis in ΜΝ; et amplius trianguli ΗΒΘ centrum gravitatis in ΒΝ; conſtat totius quoque rectilinei centrum gravitatis eſſe in ΒΔ.

EUTOCIUS.

Τοῦ δευτέρου θεωρήματος προλέγει τινὰ δεικνύντα, πῶς δυνατὸν ἐν τῷ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῇ σχῆμα γνωρίμως ἐγγράφειν, καί φησιν ταῦτα δεικτέα ἐν ταῖς τάξεσιν. Ἐπειδὴ οὖν ἀσαφές ἐστι τὸ λεγόμενον, ἀναγκαῖον εἰπεῖν βραχέα περὶ αὐτοῦ ἐκ τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν εὑρεθέντα. Ἔστω σχῆμα περιεχόμενον ὑπὸ παραβολῆς τῆς ΑΒΓ, καὶ εὐθείας τῆς ΑΓ, οὗ διάμετρος ἔστω ἡ ΒΔ. Φανερὸν δὴ ὅτι κορυφή ἐστι τοῦ τμήματος τὸ Β σημεῖον. Κορυφὰς γὰρ ἐκάλει τῶν γραμμῶν ὁ Ἀπολλώνιος τὰ πρὸς ταῖς γραμμαῖς πέρατα τῶν διαμέτρων. Ἐὰν δὴ ἐπιζεύξωμεν τὰς ΑΒ, ΒΓ, ἔσται τὸ ὑπὸ ΑΒΓ τρίγωνον τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχον τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, τὴν ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὴν ΑΒ κάθετον ἀγομένην. Οὕτως γὰρ πάντως ἄξων ἐστὶν ἡ ΒΔ. Ἐὰν δὲ λαβόντες τὰς κορυφὰς τῶν ΑΒ, ΒΓ τμημάτων τὰς Ε, Ζ, δι' αὐτῶν παραλλήλους ἀγάγωμεν τῇ ΒΔ, [n] ὡς τὰς ΕΗ, ΖΘ· ἔσονται αὗται διάμετροι τῶν ΑΒ, ΒΓ τμημάτων. Δέδεικται γὰρ ἐπὶ τῆς παραβολῆς, ὅτι πᾶσαι αἱ παρὰ τὴν διάμετρον ἀγόμεναι διάμετροί εἰσι τῆς τομῆς. Ἔσονται δὲ τὰ Ε, Ζ κορυφαὶ τῶν τμημάτων, καὶ αἱ διὰ τῶν Ε, Ζ ἐφαπτόμεναι παράλληλοι ταῖς ΑΒ, ΒΓ. Ἔστι δὲ καὶ ἡ ΕΛΖ παρὰ τὴν ΑΔΓ· ἐπειδὴ αἱ ΕΘ, ΖΚ παράλληλοί εἰσι καὶ ἴσαι, διάμετροι οὖσαι τῶν ἴσων τμημά-

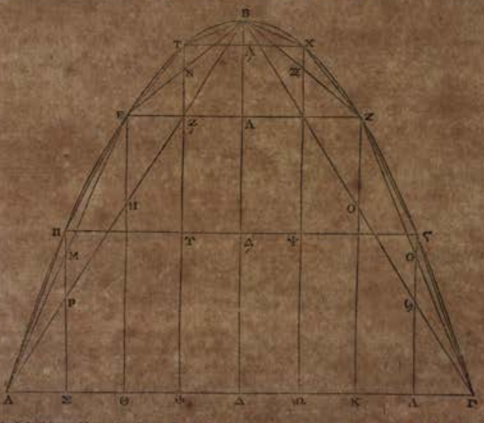
Secundo theoremati quædam præmittit, quibus oſtenditur qui fieri poſſit, ut rectanguli coni ſectioni figura perſpicue inſcribatur; et ait: hæc in ordinibus demonſtranda ſunt. Quoniam igitur hoc quod dicitur, obſcurum eſt, pauca quædam de eo ducta ex conicis Apollonii elementis danda ſunt. Sit figura, quæ ſub parabola ΑΒΓ, et recta linea ΑΓ continetur; ejuſque diameter ſit ΒΔ. Manifeſtum utique eſt ſegmenti verticem eſſe punctum Β. Linearum enim vertices Apollonius vocat diametrorum, qui ad lineas ſunt, terminos. Itaque ſi jungantur ΑΒ, ΒΓ, triangulum erit ΑΒΓ eamdem ac ſegmentum baſim habens, eamdemque altitudinem; nempe rectam, quæ a puncto Β ad ΑΒ normalis ducitur. Prorſus enim hoc pacto axis eſt ΒΔ. Quod ſi ſumptis ſegmentorum ΑΒ, ΒΓ verticibus Ε, Ζ, ducantur per ipſos rectæ ipſi ΒΔ parallelæ; erunt utique ſegmentorum ΑΒ, ΒΓ diametri. Demonſtratum eſt enim de parabola, rectas omnes, quæ diametro parallelæ ducuntur, ejuſdem diametros eſſe. Itaque puncta Ε, Ζ ſegmentorum vertices erunt: et rectæ, quæ in Ε, Ζ ſectionem contingunt, ipſis ΑΒ, ΒΓ parallelæ. Præterea ΕΛΖ ipſi ΑΔΓ parallela erit; quoniam ΕΘ, et ΖΚ parallelæ ſunt et æquales, quippe æqualium ſegmentorum

* Quartum in Ed. Baſ. in hâc autem noſtra eſt theorema ſextum.

[i] εἶναι. [k] ἐπὶ τᾶς τοῦ. [l] διάμετρος δὲ τοῦ τμάματος, deſunt in MS. [m] τοῦ μὲν ΕΖ, ΙΚ. [n] ὡς τὰς ΕΗ ὦν.

diametri ſunt, ſibique invicem conveniunt, ut in ſexto conicorum libro demonſtratum eſt. Et quoniam Ε Η Θ parallela eſt ipſi Β Δ; ut Β Η ad Η Α, ita ſe habet Δ Θ ad Θ Α. Æqualis eſt autem Η Β ipſi Α Η. Cum enim Α Β contingenti parallela ſit, eam diameter Ε Η in duas æquas partes ſecat. Æqualis eſt igitur etiam Δ Θ ipſi Θ Α. Eadem ratione et Δ Κ ipſi Κ Γ eſt æqualis. Æqualis eſt autem tota Α Δ toti Δ Γ. Æqualis eſt igitur Δ Θ ipſi Δ Κ; ideoque etiam Ε Λ ipſi Λ Ζ. Quocirca vere illud dicit, quæ ſegmentorum vertices jungit, hanc ſegmenti baſi parallelam eſſe, atque a ſegmenti diametro in duas æquas partes ſecari. Jungantur modo Α Ε, Ε Β, Β Ζ, Ζ Γ; et ſecentur in duas æquas partes in punctis Μ, Ν, Ξ, Ο; ductiſque per Μ, Ν, Ξ, Ο ipſi Β Δ parallelis Π Μ Ρ Σ, Τ Ν Υ Φ, Χ Ξ Ψ Ω, ϛ Ο ϙ Λ, jungantur Α Π, Π Ε, Ε Τ, Τ Β, Β Χ, Χ Ζ, Ζ ϛ, ϛ Γ; itemque Τ Λ Χ, et Π Δ ϛ. Itaque manifeſtum eſt ex iis, quæ ſupra demonſtrata ſunt, rectas Τ Χ, Ε Ζ, Π ϛ ipſi Α Γ parallelas eſſe; æqualeſque Τ Λ ipſi Λ Χ, et Ε Λ ipſi Λ Ζ, et Π Δ ipſi Δ ϛ. Dico igitur haſce rectas diametrum Β Δ ſecare in numeros deinceps impares: videlicet qualis unius eſt linea Β Λ, talium trium eſſe lineam Λ Λ, et quinque lineam Λ Δ, et ſeptem lineam Δ Δ. Quoniam enim æqualis eſt Α Η ipſi Η Β, et ipſi Β Δ parallela Ε Θ; ideo etiam Α Θ ipſi Θ Δ eſt æqualis. Quare dupla ipſius Δ Θ, atque ideo etiam ipſius Ε Λ eſt Α Δ. Quod igitur qua-

των, καὶ ἐφαρμόζοντι ἀλλάλαις, ὡς ἐν τῷ ϛ' τῶν κωνικῶν δέδεικται. Καὶ ἐπεὶ ἁ Ε Η Θ παράλληλός ἐστι τᾷ Β Δ, ἐστὶν ὡς ἁ Β Η πρὸς Η Α, ἁ Δ Θ πρὸς Θ Α. Ἴσα δὲ ἁ Η Β τᾷ Α Η. Δίχα γὰρ αὐτὰν τέμνει ἁ Ε Η διάμετρος παράλληλον ἐοῦσαν τᾷ ἐφαπτομένᾳ. Ἴσα ἄρα καὶ ἁ Δ Θ τᾷ Θ Α. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἁ Δ Κ τᾷ Κ Γ ἴσα ἐστί. Ἴσα δὲ ὅλα ἁ Α Δ τᾷ Δ Γ· ἴσα ἄρα καὶ ἁ Δ Θ τᾷ Δ Κ· καὶ διὰ τοῦτο καὶ ἁ Ε Λ τᾷ Λ Ζ. Ὥστε ἀλαθὲς λέγει, ὅτι ἁ τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων ἐπιζευγνύουσα παράλληλος ἐστι τᾷ βάσει τοῦ τμάματος, καὶ δίχα διαιρεθήσεται ὑπὸ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου. Ἐπεζεύχθωσαν δὲ καὶ Α Ε, Ε Β, Β Ζ, Ζ Γ· καὶ δίχα τετμάσθωσαν κατὰ τὰ Μ, Ν, Ξ, Ο σαμεῖα· καὶ ἤχθωσαν διὰ τῶν Μ, Ν, Ξ, Ο παρὰ τὰν Β Δ, αἱ Π Μ Ρ Σ, Τ Ν Υ Φ, Χ Ξ Ψ Ω, ϛ Ο ϙ Λ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ Α Π, Π Ε, Ε Τ, Τ Β, Β Χ, Χ Ζ, Ζ ϛ, ϛ Γ· καὶ αἱ Τ Λ Χ, καὶ Π Δ ϛ. Φανερὸν δὴ, ἐκ τῶν προδεδειγμένων, ὅτι ἁ Τ Χ καὶ ἁ Ε Ζ καὶ ἁ Π ϛ παράλλαλοί εἰσι τᾷ Α Γ· καὶ ἔτι ἴσα ἁ Τ Λ τᾷ Λ Χ, καὶ ἁ Ε Λ τᾷ Λ Ζ, καὶ ἁ Π Δ τᾷ Δ ϛ. Λέγω δὲ ὅτι τέμνοντι τὰν Β Δ εἰς τοὺς ἑξῆς περισσοὺς ἀριθμούς· τουτέστιν οἵων ἐστὶν ἑνὸς ἁ Β Λ, τοιούτων τριῶν ἁ Λ Λ, καὶ ἁ Λ Δ πέντε, [q] καὶ ἁ Δ Δ ἑπτά. Ἐπεὶ γὰρ ἴσα ἐστὶν ἁ Α Η τᾷ Η Β, καὶ παράλληλος ἁ Ε Θ τᾷ Β Δ· ἴσα ἄρα καὶ ἁ Α Θ τᾷ Θ Δ. [r] Ἡ Α Δ ἄρα τᾶς Δ Θ διπλᾶ ἐστι· ὥστε καὶ τᾶς Ε Λ. Τὸ ἀπὸ τᾶς Α Δ ἄρα τετρα-



dratum ab Α Δ deſcribitur, id quadruplum eſt quadrati, quod deſcribitur ab Ε Λ. Ut autem quadratum, quod ab Α Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab Ε Λ, ita demonſtratum eſt ſe habere Β Δ ad Β Λ. Quadrupla eſt igitur etiam Β Δ ipſius Β Λ; ideoque tripla Δ Λ ipſius Λ Β. Itaque qualis unius eſt Λ Β, talium trium eſt Λ Δ. Eademque ratione qualium quatuor eſt Λ Β, talium duodecim eſt Λ Δ. Et quoniam æqualis eſt Ε Ν ipſi Ν Β, et Ε Ζ ipſi Ζ Λ, ideoque et Θ Φ ipſi Φ Δ; dupla eſt Ε Λ ipſius Λ Ζ; hoc eſt Τ Λ. Quod igitur quadratum ab Ε Λ deſcribitur, id quadruplum eſt quadrati, quod deſcribitur a Τ Λ. Quadrupla eſt igitur etiam Λ Β ipſius Β Λ; ideoque tripla Λ Λ ipſius Λ Β. Itaque qualium quatuor eſt Λ Β, talis unius eſt Β Λ; et talium trium Λ Λ, et duodecim Λ Δ. Rurſus quoniam æqualis eſt Α Μ ipſi Μ Ε, et Α Ρ ipſi Ρ Η, et Α Σ

πλάσιον τοῦ ἀπὸ τᾶς Ε Λ. Ὡς δὲ τὸ [s] ἀπὸ Α Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Ε Λ, οὕτως δέδεικται ἁ Β Δ πρὸς Β Λ. Τετραπλασία ἄρα καὶ ἁ Δ Β τᾶς Β Λ· τριπλᾶ ἄρα ἁ Δ Λ τᾶς Λ Β. Οἵων ἄρα ἐστὶν ἑνὸς ἁ Λ Β, τοιούτων τριῶν ἐστιν ἁ Λ Δ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἵων ἄρα ἁ Λ Β τεσσάρων, ἁ Λ Δ δώδεκα. Καὶ ἐπεὶ ἴσα ἁ Ε Ν τᾷ Ν Β, καὶ ἁ Ε Ζ τᾷ Ζ Λ, καὶ ἁ Θ Φ τᾷ Φ Δ· διπλασία ἐστὶν ἁ Ε Λ τᾶς Λ Ζ, τουτέστι τᾶς Τ Λ. [t] Τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ Ε Λ τοῦ ἀπὸ Τ Λ. Τετραπλασία ἄρα καὶ ἁ Λ Β τᾶς Β Λ· ὥστε τετραπλασία ἁ Λ Λ τᾶς Λ Β. Οἵων ἄρα ἐστὶν ἁ Λ Β τεσσάρων, τοιούτων ἁ μὲν Β Λ ἑνὸς, ἁ δὲ Λ Λ τριῶν, ἁ δὲ Λ Δ δώδεκα. Πάλιν ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἁ Α Μ τᾷ Μ Ε, καὶ ἁ Α Ρ τᾷ Ρ Η, καὶ ἁ Α Σ τᾷ Σ Θ· ἴσαι εἰσὶ

[q] καὶ ἁ Δ ἑπτά. [r] ἁ Θ Δ.

[s] ἀπὸ Α Δ, οὕτως. [t] διπλάσιον.

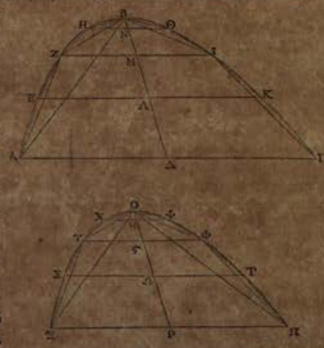
καὶ αἱ ΑΣ, ΣΘ, ΘΦ, ΦΔ. Οἵων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ τεσσάρων, τοιούτων ἡ ΣΔ τριῶν, τουτέστιν ἡ ΠΔ. Οἵων ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΔ δεκαέξ, τοιούτων τὸ ἀπὸ ΠΔ ἐννέα· καὶ οἵων ἄρα ἡ ΔΒ δεκαέξ, ἡ ΒΔ ἐννέα, καὶ λοιπὰ ἄρα ἡ ΔΔ ἑπτά. Ἐπεὶ οὖν δέδεικται οἵων ἡ ΒΔ δεκαέξ, τοιούτων ἡ μὲν ΒΛ ἑνός, ἡ δὲ ΛΛ τριῶν, ἡ δὲ ΔΔ ἑπτά· καὶ λοιπὰ ἡ ΛΔ ἐστὶ πέντε. Τέμνεται ἄρα ἡ ΒΔ ὑπὸ τῶν παραλλήλων εἰς τὰς τῶν ἑξῆς περισσῶν ἀριθμῶν λόγως, ἑνὸς λεγομένου τῶ πρὸς τῇ κορυφῇ τῶ τμάματος. Δῆλον οὖν ἐστι ἐκ τῆς καταγραφῆς, ὅτι αἱ καταγόμεναι ὑπὸ τῶν διαμέτρων εἰς τὼς ἀπὸ μονάδος ἑξῆς ἀριθμὼς τέμνονται. Οἵων γάρ ἐστιν ἑνὸς ἡ ΤΛ, τούτων ἐστὶ δύο ἡ ΕΛ, τριῶν δὲ ἡ ΠΔ, τεσσάρων δὲ ἡ ΑΔ. Παράλληλοι γὰρ οὖσαι πᾶσαι εἰς ἴσα τέμνοντι ἀλλάλας. Ὀνομάζεται δὲ ὑπ' Ἀρχιμήδεος τὸ ΑΠΕΤΒΧΖϛΓ σχῆμα γνωρίμως ἐγγραφόμενον.

ipſi ΣΘ; æquales invicem ſunt ipſæ quoque ΑΣ, ΣΘ, ΘΦ, ΦΔ. Itaque qualium quatuor eſt ΑΔ, talium trium eſt ΣΔ; hoc eſt ΠΔ. Qualium igitur ſexdecim eſt quadratum, quod ab ΑΔ deſcribitur, talium novem eſt quadratum, quod deſcribitur a ΠΔ: et propterea qualium ſexdecim eſt ΒΔ, talium novem eſt ΒΔ, et ſeptem, quæ relinquitur ΔΔ. Quoniam igitur demonſtratum eſt, qualium ſexdecim eſt ΒΔ, talis unius eſſe ΒΛ; et talium trium ΛΛ, et ſeptem ΔΔ; ideo talium quinque eſt, quæ relinquitur, ΛΔ. Quo circa ΒΔ ſecatur a parallelis pro ratione numerorum deinceps imparium, uno ad ſegmenti verticem computato. Conſtat etiam ex figura, rectas, quæ ad ſectionem ducuntur, ſecari a diametris in numeros ab unitate deinceps impares. Nam qualis unius eſt ΤΛ, talium duo eſt ΕΛ, et trium ΠΔ, et quatuor ΑΔ. Cum enim diametri omnes parallelæ ſint ſeſe in æquas partes invicem ſecant. Porro figura ΑΠΕΤΒΧΖϛΓ perſpicue inſcripta ab Archimede vocatur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Αἴκα δύο τμαμάτων ὁμοίων, περιεχομένων ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, εἰς ἑκάτερον εὐθύγραμμον ἐγγραφῇ γνωρίμως, ἔχωντι δὲ τὰ ἐγγραφέντα εὐθύγραμμα τὰς πλευρὰς ἴσας τῷ πλήθει ἀλλάλοις· τῶν εὐθυγράμμων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως τέμνοντι τὰς διαμέτρους τῶν τμαμάτων.

Ἔστω δύο τμάματα τὰ ΑΒΓ, ΞΟΠ· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὰ εὐθύγραμμα γνωρίμως κατὰ πάσας πλευρὰς τὸν ἀριθμὸν ἔχοντα ἀλλάλοις ἴσον. Διάμετροι δὲ ἔστωσαν τῶν τμαμάτων αἱ ΒΔ, ΟΡ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΚ, ΖΙ, ΗΘ, καὶ ΣΤ, ΥΦ, ΧΨ. Ἐπεὶ οὖν ἅ τε ΒΔ διαιρέεται ὑπὸ τῶν παραλλήλων εἰς τὼς τῶν ἑξῆς ἀριθμῶν περισσῶν λόγως καὶ ΡΟ, ὁμοίως καὶ τῷ πλήθει τὰ τμάματα αὐτῶν ἴσα ἐστί· δῆλον ὡς τά τε τμάματα τῶν διαμέτρων ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις ἐσσεῖται καὶ αἱ παράλληλοι τὼς αὐτὼς λόγως ἕξοντι. Καὶ τῶν τραπεζίων, τοῦ τε ΑΕΚΓ, καὶ τῶ ΞΣΤΠ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶν ΛΔ, ΩΡ εὐθειᾶν ὁμοίως κείμενα· ἐπεὶ τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον αἱ ΑΓ, ΕΚ ταῖς ΞΠ, ΣΤ. Πάλιν δὴ καὶ τῶν ΕΖΙΚ, ΣΥΦΤ τραπεζίων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσοῦνται ὁμοίως διαιρέοντα τὰς ΛΜ, Ωϛ. Καὶ ἐν τοῖς ΖΘ, ΥΨ τραπεζίοις τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσοῦνται ὁμοίως διαιρέοντα τὰς ΜΝ, ϛϥ. Ἐσσεῖ δὴ καὶ τῶν ΗΒΘ, ΧΟΨ τριγώνων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐπὶ τᾶν ΒΝ,



PROP. III. Theor.

Si ſimilibus duobus ſegmentis, quæ ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continentur, rectilinea cuique inſcribantur, quæ latera habeant multitudine ſibi invicem æqualia; rectilineorum centra gravitatum ſegmentorum diametros ſimiliter ſecant.

Sint duo ſegmenta ΑΒΓ, ΞΟΠ: inſcribanturque iiſdem perſpicue rectilinea, in quibus omnium laterum numerus æqualis invicem ſit. Segmentorum diametri ſint ΒΔ, ΟΡ: junganturque ΕΚ, ΖΙ, ΗΘ; itemque ΣΤ, ΥΦ, ΧΨ. Quoniam igitur cum ΒΔ, tum etiam ΡΟ dividuntur ſimiliter a parallelis ſecundum rationes numerorum deinceps imparium, earumque ſegmenta æqualia multitudine ſunt; conſtat fore, ut eaſdem rationes cum ſegmenta diametrorum, tum parallelæ ipſæ inter ſe invicem habeant. Ac trapeziorum ΑΕΚΓ, et ΞΣΤΠ centra gravitatum ſimiliter poſita erunt in rectis ΛΔ, ΩΡ; quoniam eamdem habent rationem ΑΓ, et ΕΚ, quam ΞΠ, et ΣΤ. Rurſus autem trapeziorum ΕΖΙΚ, ΣΥΦΤ centra gravitatum ſimiliter divident rectas ΛΜ, Ωϛ: trapeziorumque ΖΘ, ΥΨ centra gravitatum divident ſimiliter rectas ΜΝ, ϛϥ. Quin etiam triangulorum ΗΒΘ, ΧΟΨ centra gravitatum ſimiliter poſita erunt in rectis ΒΝ, Οϥ. Habent

* ἡ ΛΔ. * τῷ τμάματι. * ἑξῆς περισσῶν ἀριθμῶν. * περισσῶν. * καὶ ΠΡΟ καὶ τῷ. * ἕξοντι. * τὸ ἀπὸ ΓΒΑ, ΖϛΓ. * ἀλλάλαις. * ἐν, ΖΓ, ΗΘ. * καὶ τὼς αὐτώς. * ὁμοίως διαιρέοντα τὰς ΜΝ, ΣΤ.
* τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσοῦνται ὁμοίως διαιρέοντα τὰς ΜΝϛΤ —— δὲ καὶ τῶν ΗΒΘΧΟΨ τριγώνων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐπὶ τᾶν ΒΝΟϥ.

autem eamdem rationem trapezia, et triangula. Conſtat igitur totius rectilinei, quod ſegmento A B Γ inſcriptum eſt, centrum gravitatis diametrum B Δ ſimiliter ſecare, atque ejus, quod inſcriptum eſt ſegmento Ξ O Π, centrum gravitatis diametrum O P ſecat. Quod oportebat demonſtratare.

Ο ῃ ὁμοίως κείμενα. Ἔχοντι δὲ αὐτὸν λόγον τὰ τραπέζια καὶ τὰ τρίγωνα. Δῆλον ἦν ὅτι ὃ ὅλω εὐθυγράμμω τῶ ἐν τῷ Α Β Γ τμάματι γεγραμμένω τὸ κέντρον τῶ βάρεος ὁμοίως διαιρεῖ τὰν Β Δ· καὶ ὃ ἐν τῷ Ξ Ο Π τμάματι ἐγγεγραμμένω τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τὰν Ο Ρ. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

EUTOCIUS.

Apollonius in ſexto conicorum libro ſimilia ſectionum coni ſegmenta ea eſſe dixit, quarum in utraque ſi æquales multitudine rectæ ducantur baſi parallelæ; tum hæ parallelæ atque baſes ad rectas, quæ a diametris ad vertices abſcinduntur, tum quæ abſcinduntur inter ſe invicem eandem rationem habuerint. Parabolas autem omnes ſimiles ſibi invicem eſſe. Quæ porro ſit figura perſpicue inſcripta, dictum eſt in ſumpto lemmate. Quod autem dicitur, diametros ſimiliter ſecari, id eſt hujuſmodi, ut eorum ſegmenta eandem inter ſe invicem rationem habeant. Quæ reliqua ſunt in theoremate, ea omnia ex figura, quam ſupra attulimus, manifeſta ſunt.

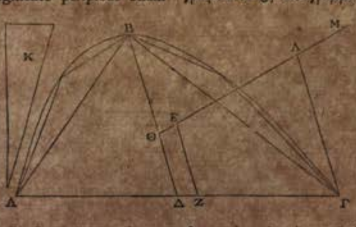
Τὰ ὅμοια τμήματα τῶν τοῦ κώνου τομῶν Ἀπολλώνιος ὡρίσατο ἐν τῷ ἕκτῳ βιβλίῳ τῶν κωνικῶν, ἐν οἷς ἀχθεισῶν ἐν ἑκάστῳ παραλλήλων τῇ βάσει, ἴσων τὸ πλῆθος, αἱ παράλληλοι, καὶ αἱ βάσεις πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας ἀπὸ τῶν διαμέτρων ταῖς κορυφαῖς ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις εἰσί· καὶ αἱ ἀποτεμνόμεναι πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας. Καὶ ὅτι αἱ παραβολαὶ πᾶσαι ὅμοιαι εἰσί. Τὸ δὲ γνωρίμως ἐγγραφόμενον σχῆμα εἴρηται ἐν τῷ προληφθέντι λήμματι. Τὸ δὲ ὁμοίως διαιρεῖσθαι τὰς διαμέτρους ἐστὶν, ἵνα τὰ τμήματα αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον. Τὰ λοιπὰ τοῦ θεωρήματος σαφῆ ἐστιν ἐκ τοῦ προγεγραμμένου σχήματος.

PROP. IV. Theor.

Cujuſlibet ſegmenti, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, centrum gravitatis eſt in ſegmenti diametro.

Sit ſegmentum, quale dictum eſt, A B Γ, cujus diameter B Δ. Oportet demonſtrare ſegmenti, quod diximus centrum gravitatis eſſe in B Δ.

Si enim minus, ſit punctum E: ducaturque per id punctum E Z ipſi B Δ parallela. Inſcribatur autem ſegmento triangulum A B Γ eamdem ac ſegmentum baſim habens, eamdemque altitudinem: et quæ rationem habet Γ Z ad Δ Z, hanc habeat triangulum A B Γ ad ſpatium K. Inſcribaturque ſegmento perſpicue etiam rectilineum, ita ut, quæ relinquuntur, ſegmenta ſpatio K minora ſint. Itaque inſcripti rectilinei centrum gravitatis eſt in B Δ. Hoc ſit punctum Θ: jungaturque Θ E; eademque producta ducatur Γ Λ ipſi B Δ parallela. Conſtat utique majorem rationem habere rectilineum ſegmento inſcriptum ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta, quam triangulum A B Γ ad ſpatium K. Ut autem triangulum A B Γ ad ſpatium K, ita ſe habet Γ Z ad Z Δ. Igitur majorem rationem habet rectilineum ſegmento inſcriptum ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta, quam Γ Z ad Z Δ; hoc eſt Λ E ad E Θ. Itaque habeat M E ad E Θ eamdem rationem, quam inſcriptum rectilineum ad ſegmenta. Quoniam igitur totius quidem ſegmenti



ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Παντὸς τμάματος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ὃ τμάματος διαμέτρου.

Ἔστω τμᾶμα, ὡς εἴρηται, τὸ Α Β Γ, [f] ὃ διάμετρος ἔστω ἁ Β Δ. Δεικτέον ὅτι τοῦ εἰρημένου τμάματος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς Β Δ.

Εἰ γὰρ μὴ, ἔστω τὸ Ε· καὶ δι' αὐτοῦ ἄχθω παρὰ τὰν Β Δ ἁ Ε Ζ. Καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τμᾶμα τρίγωνον τὸ Α Β Γ, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον καὶ ὕψος ἴσον· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ Γ Ζ ποτὶ Δ Ζ, τοῦτον ἐχέτω τὸ Α Β Γ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ χωρίον. Ἐγγεγράφθω δὲ καὶ εὐθύγραμμον εἰς τὸ τμᾶμα γνωρίμως, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐλάσσονα εἶμεν τοῦ Κ. Τοῦ δὴ ἐγγραφομένου εὐθυγράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς Β Δ. Ἔστω τὸ Θ· καὶ ἐπεζεύχθω ἁ Θ Ε, καὶ ἐκβεβλήσθω· καὶ παρὰ τὰν Β Δ ἄχθω ἁ Γ Λ. Δῆλον δὲ ὅτι μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ τμάματι ποτὶ τὰ λειπόμενα τμάματα, ἢ τὸ Α Β Γ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ. Ἀλλ' ἔστι ὡς τὸ Α Β Γ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ, οὕτως ἁ Γ Ζ ποτὶ Ζ Δ. Καὶ τὸ [g] ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ Γ Ζ ποτὶ Ζ Δ· τουτέστιν ἁ Λ Ε ποτὶ Ε Θ. Ἐχέτω οὖν ἁ Μ Ε ποτὶ Ε Θ τὸν αὐτὸν λόγον [h] τοῦ ἐγγεγραμμένου ποτὶ τὰ τμάματα. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν Ε κέντρον τοῦ ὅλου

[f] ἆτιν διάμετρος [g] ἐγγεγραμμένον ἄρα εὐθύγραμμον ποτὶ. [h] τῶ τῶ ἐγγεγραμμένου ποτὶ.

τμάματος, τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου ἐν αὐτῷ εὐθυγράμμου τὸ Θ, δῆλον [i] ὅτι λοιποῦ τοῦ συγκειμένου μεγέθεος ἐκ τῶν περιλειπομένων τμαμάτων τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐκβληθείσας τᾶς ΘΕ· καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς εὐθείας, ἣ λόγον ἔχει ποτὶ τὰν ΘΕ, ὃν τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα. Ὥστε εἴη καὶ τοῦ συγκειμένου μεγέθεος ἐκ τῶν περιλειπομένων τμαμάτων κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Μ σαμεῖον· [k] ὅπερ ἄτοπον. Τᾶς γὰρ διὰ τοῦ Μ εὐθείας παρὰ τὰν ΒΔ ἀγομένας, [l] ἐπὶ ταυτὰ ἐσσοῦντι πάντα τὰ περιλειπόμενα τμάματα. Δῆλον οὖν, ὅτι ἐπὶ [m] τᾶς ΒΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.

centrum gravitatis eſt punctum E; rectilinei vero eidem inſcripti, punctum Θ; conſtat magnitudinis, quæ relinquitur, quæque ex iis, quæ relinquuntur, ſegmentis componitur, centrum gravitatis eſſe in recta Θ E producta; abſciſſa quadam ejus parte, quæ ad Θ E eam rationem habeat, quæ inſcriptum rectilineum ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta. Quare magnitudinis, quæ ex iis, quæ relinquuntur, ſegmentis componitur, centrum gravitatis fuerit punctum M: quod eſt abſurdum. Ducta enim per punctum M recta ipſi B Δ parallela, ſegmenta omnia, quæ relinquuntur, ad eamdem partem erunt. Conſtat igitur centrum gravitatis eſſe in B Δ.

E U T O C I U S.

Ἐγγεγράφθω εὐθύγραμμον εἰς τὸ τμᾶμα γνωρίμως, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐλάσσονα εἶμεν τοῦ Κ. Τοῦτο δὲ φανερόν ἐστιν ἐκ τῶν εἰρημένων ἐν τῷ [n] δωδεκάτῳ τῶν στοιχείων, καὶ τῷ πρώτῳ [o] τῶν περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου.

Inſcribaturque ſegmento perſpicue rectilineum, ita ut, quæ relinquuntur, ſegmenta ſpatio K minora ſint. Hoc autem manifeſtum eſt ex iis, quæ in decimo elementorum libro, et primo de ſphæra et cylindro dicta ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

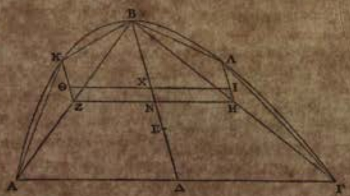
Αἴκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, εὐθύγραμμον ἐγγραφῇ γνωρίμως· [p] τὸ τοῦ ὅλου τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐγγύτερόν ἐστι τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος, ἢ τὸ τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον.

Ἔστω τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, οἷον εἴρηται· διάμετρος δὲ αὐτοῦ, ἁ ΔΒ. Καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον πρῶτον γνωρίμως τὸ ΑΒΓ· καὶ τετμάσθω ἁ ΒΔ κατὰ τὸ Ε, ὥστε εἶμεν διπλασίαν [q] τὰν ΒΕ τᾶς ΕΔ. Ἔστι οὖν τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον. Τετμάσθω δὴ δίχα ἑκατέρα τᾶν ΑΒ, ΒΓ, κατὰ τὰ Ζ, Η· καὶ διὰ τῶν Ζ, Η παρὰ τὰν ΒΔ ἄχθωσαν αἱ ΖΚ, ΛΗ. Ἔσται ἄρα τοῦ μὲν ΑΚΒ τμάματος κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΖΚ· τοῦ δὲ ΒΓΛ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΗΛ. Ἔστω δὲ τὰ Θ, Ι· καὶ ἐπιζεύχθω [r] ἁ ΘΙ. Καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι [s] τὸ ΘΖΗΙ, καὶ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΖΝ ἁ ΝΗ, ἔστιν ἄρα [t] ἁ ΧΘ ἴσα τᾷ ΧΙ. Ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ μέσας τᾶς ΘΙ· ἐπειδήπερ ἴσα ἐντὶ τμάματα· τουτέστι τὸ Χ σαμεῖον. Ἐπεὶ δὴ τοῦ μὲν ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι [u] τὸ Ε σαμεῖον, τοῦ δὲ συγκειμένου ἐξ ἀμφοτέρων τῶν

PROP. V. THEOR.

Si ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, rectilineum perſpicue inſcribatur; totius ſegmenti centrum gravitatis propius vertici eſt, quam centrum gravitatis inſcripti rectilinei.

Sit ſegmentum A B Γ, quale dictum eſt; cujus diameter B Δ. Inſcribatur autem primo eidem perſpicue triangulum A B Γ: ſecaturque B Δ in puncto E, ita ut B E dupla ſit ipſius E Δ. Trianguli igitur A B Γ centrum gravitatis eſt punctum E. Itaque ſecetur in duas æquas partes utraque A B, B Γ in punctis Z, H: ducanturque per Z, H, Z K, Λ H ipſi B Δ parallelæ. Igitur ſegmenti quidem A K B centrum gravitatis eſt in Z K; ſegmenti vero B Γ Λ, in H Λ.

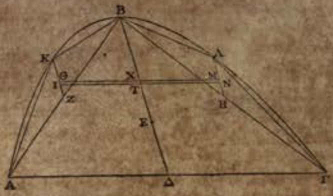


Hæc autem ſint puncta Θ, I: jungaturque Θ I. Et quoniam parallelogrammum eſt Θ Z H I, æqualiſque Z N ipſi N H, ideo æqualis eſt X Θ ipſi X I. Quare magnitudinis, quæ ex utriſque ſegmentis A K B, B Λ Γ componitur, centrum gravitatis eſt in media Θ I; quoniam ſegmenta æqualia ſunt; nimirum eſt punctum X. Quoniam autem trianguli quidem A B Γ centrum gravitatis eſt punctum E, magnitudinis vero, quæ ex utriſque ſegmentis

[i] ὅτι λοιπόν. [k] ὅπερ ἀδύνατον. [l] ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐσσοῦνται. [m] τᾶς ΒΓ. [n] δευτέρῳ. [o] τῷ περὶ σφαίρας.
[p] In MS. deeſt τό. [q] ἁ ΒΕ. [r] ἁ ΘΙ· ἐπεί. [s] τὸ ΘΖΗ, καί. [t] καὶ ἁ ΧΘ. [u] τὸ σαμεῖον.

A K B, B A Γ componitur, punctum X; conſtat totius ſegmenti A B Γ centrum gravitatis eſſe in X E; hoc eſt inter puncta X, et E. Quare propius fuerit vertici centrum gravitatis totius ſegmenti, quam trianguli perſpicue inſcripti.

Inſcribatur rurſus ſegmento perſpicue pentagonum rectilineum A K B Λ Γ. Ac ſit totius quidem ſegmenti diameter B Δ; utriuſque vero ſegmenti utraque diameter K Z, Λ H. Et quoniam ſegmento A K B triangulum perſpicue inſcriptum eſt; totius ſegmenti centrum gravitatis propius vertici eſt, quam centrum gravitatis trianguli. Sit igitur ſegmenti quidem A K B centrum gravitatis punctum Θ, trianguli vero punctum I. Et rurſus ſegmenti quidem B Λ Γ centrum gravitatis punctum M, trianguli vero punctum N: junganturque puncta Θ, M, itemque I, N. Æqualis eſt igitur Θ X ipſi X M, et I T ipſi T N. Sed triangulo quidem A K B æquale eſt triangulum B Λ Γ; ſegmento vero A K B ſegmentum B Λ Γ. Demonſtratum eſt enim in aliis libris, ſegmenta triangulorum eſſe ſeſquitertia. Igitur magnitudinis quidem, quæ ex utriſque ſegmentis A K B, B Λ Γ componitur, centrum gravitatis erit punctum X; magnitudinis vero, quæ componitur ex triangulis A K B, B Λ Γ, punctum T. Rurſus igitur quoniam trianguli A B Γ centrum gravitatis eſt punctum E; et magnitudinis, quæ ex utriſque ſegmentis A K B, B Λ Γ componitur, punctum X; conſtat totius quidem ſegmenti A B Γ centrum gravitatis eſſe in recta X E, ita ſecta, ut quam habet rationem triangulum A B Γ ad utraque ſegmenta A K B, B Λ Γ, hanc habeat ejus pars, cujus terminus eſt punctum X ad partem minorem. Pentagoni vero A K B Λ Γ centrum gravitatis eſſe in recta E T, ita ſecta, ut quam habet rationem triangulum A B Γ ad triangula A K B, B Λ Γ, hanc habeat ejus pars, cujus terminus eſt punctum T, ad partem reliquam. Quoniam igitur majorem rationem habet triangulum A B Γ ad triangula K A B, Λ B Γ, quam ad ſegmenta; conſtat propius eſſe vertici B centrum gravitatis ſegmenti A B Γ, quam inſcripti rectilinei. Porro in omnibus rectilineis, quæ ſegmentis perſpicue inſcripta ſunt, eadem argumentatio locum habet.



Α Κ Β, Β Λ Γ τὸ Χ· δῆλον ὦν ὅτι ὅλω τοῦ τμάματος τοῦ Α Β Γ κέντρον τῶ βάρεός ἐϛιν ἐπὶ τᾶς Χ Ε, τουτέϛι μεταξὺ τῶν Χ, Ε σαμείων. Ὥϛ᾽ ἐϛὶ ΚΑ ἐγγύτερον τᾶς τῶ τμάματος κορυφᾶς τὸ κέντρον τοῦ ὅλω τμάματος, ἢ τῶ ἐγγραφομένω τριγώνω γνωρίμως.

Ἐγγραφθω πάλιν εἰς τὸ τμᾶμα πεντάγωνον εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ Α Κ Β Λ Γ. Καὶ ἔϛω τῶ μὲν ὅλω τμάματος διάμετρος ἁ Β Δ· ἑκατέρω δὲ τῶν τμαμάτων, ἑκατέρα τᾶν Κ Ζ, Λ Η διαμέτρων. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ Α Κ Β τμάματι ἐγγέγραπται εὐθύγραμμον γνωρίμως, τῶ ὅλω τμάματος κέντρον τῶ βάρεός ἐϛιν ἐγγύτερον τᾶς κορυφᾶς, ἢ τὸ τῶ εὐθυγράμμω. *Ἔϛω ὦν τῶ μὲν Α Κ Β τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Θ, τοῦ δὲ τριγώνω τὸ Ι. Πάλιν δὲ ἔϛω τοῦ μὲν Β Λ Γ τμάματος τὸ κέντρον τῶ βάρεος τὸ Μ, †τοῦ δὲ τριγώνω τὸ Ν· καὶ ἐπεζεύχθω τὰ Θ, Μ, Ι, Ν. Ἴσα ἄρα ἐϛὶν ἁ Θ Χ τᾷ Χ Μ, ἁ δὲ Ι Τ τᾷ Τ Ν. Ἀλλὰ καὶ τρίγωνον τῷ Α Κ Β ἴσον ἐϛὶ τὸ Β Λ Γ· τμᾶμα δὲ τὸ Α Κ Β τμάματι τῷ Β Λ Γ. Δέδεικται γὰρ ἐν ἄλλοις, τὰ τμάματα ἐπίτριτα εἶμεν τῶν τριγώνων. Ἔϛαι ὦν τοῦ μὲν ἐξ ἀμφοτέρων τῶν Α Κ Β, Β Λ Γ τμαμάτων συγκειμένω μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Χ· τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν Α Κ Β, Β Λ Γ τριγώνων τὸ Τ. Πάλιν ὦν ἐπεὶ ‡τοῦ Α Β Γ κέντρον τοῦ βάρεός ἐϛι τὸ Ε· τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν Α Κ Β, Β Λ Γ τμαμάτων, τὸ Χ· δῆλον ὡς τοῦ ὅλου τοῦ Α Β Γ τμάματος τὸ κέντρον τῶ βάρεός ἐϛιν ἐπὶ τᾶς Χ Ε τμαθείσας οὕτως, ὥϛε ὃν ἔχει λόγον τὸ Α Β Γ τρίγωνον ποτὶ τὰ συναμφότερα τὰ Α Κ Β, Β Λ Γ τμάματα, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν τὸ τμᾶμα αὐτᾶς, τὸ πέρας ἔχον τὸ Χ, ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα. Τῶ δὲ Α Κ Β Λ Γ πενταγώνω κέντρον τοῦ βάρεός ἐϛιν ἐπὶ τᾶς Ε Τ εὐθείας τμαθείσας οὕτως, ὥϛε ὃν ἔχει λόγον τὸ Α Β Γ τρίγωνον ποτὶ τὰ Α Κ Β, Β Λ Γ τρίγωνα, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὸ τμᾶμα αὐτᾶς τὸ πέρας ἔχον τὸ Τ ποτὶ τὸ λοιπόν. Ἐπεὶ ὦν μείζονα λόγον ἔχει τὸ Α Β Γ τρίγωνον ποτὶ τὰ Κ Α Β, Λ Β Γ τρίγωνα, ἢ ποτὶ τὰ *τμάματα· δῆλον ὦν ὅτι τοῦ Α Β Γ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος, ἐγγύτερόν ἐϛι τᾶς Β κορυφᾶς, ἢ τὸ τοῦ ἐγγραφομένω εὐθυγράμμω. Καὶ ἐπὶ πάντων εὐθυγράμμων, τῶν ἐγγραφομένων ἐς τὰ τμάματα γνωρίμως ὁ αὐτὸς λόγος.

EUTOCIUS.

Et quoniam parallelogrammum eſt Θ Z H I. Quoniam enim K Z, Λ H æquales ſunt; quippe æqualium ſegmentorum diametri, æqualique ab axe B Δ intervallo

Καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐϛι τὸ Θ Ζ Η Ι. Ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ Κ Ζ, Λ Η· ἴσων γὰρ εἰσὶ τμαμάτων διάμετροι, καὶ ἴσον ἀπέχουσι τῶ Β Δ ἄξονος, καὶ ἴσαι ἀφεϛᾶσι [illegible]

* ἔϛω ὦν τῶ μὲν τμάματος. † τοῦ δὲ τριγώνω &c. hæc et ſequentia uſque ad Ἔϛω δὲ τῶ μὲν, in MS. deſunt. ‡ τῶ Α Β Γ τριγώνω κέντρον. * τὰ ex MS.

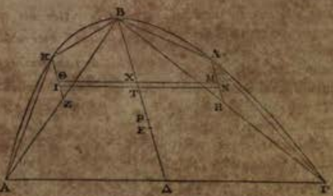
τῶν Θ, Ι κέντρων· ἔστιν ὡς ἁ ΚΘ πρὸς ΘΖ, ἁ ΛΙ πρὸς ΙΗ· καὶ ἐναλλάξ. Καὶ διὰ τοῦτο ἴσα ἐστὶν ἁ ΘΖ τᾷ ΙΗ, ἔστι δὲ καὶ παράλληλος. Παράλληλοι γάρ ἐντι πᾶσαι αἱ διάμετροι τᾶς παραβολᾶς, παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΖΗΙ.

Ἔστω δὲ τοῦ μὲν ἐξ ἀμφοτέρων τῶν [a] ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον βάρεος τὸ Χ· τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν [b] ΑΚΒ, ΒΛΓ τριγώνων τὸ Τ. Δέδεικται μὲν γὰρ ἐν τῷ προλαβόντι, ὅτι ἁ ΘΜ ἐπιζευγνύουσα τὰ κέντρα τῶν τμαμάτων, διχοτομεῖται ὑπὸ τᾶς ΒΔ κατὰ τὸ Χ, παράλληλος ἐοῦσα τᾷ ΖΗ, καὶ ἁ [c] ΙΝ διχοτομεῖται κατὰ τὸ Τ. Ὥστε κέντρον βάρεος ἐστὶ τὸ Χ τοῦ συγκειμένου μεγέθεος ἐκ τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων· καὶ τὸ Τ τοῦ συγκειμένου μεγέθεος ἐκ τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τριγώνων.

Ἐπεὶ οὖν μείζονα λόγον ἔχει τὸ ΒΑΓ τρίγωνον ποτὶ τὰ ΑΚΒ, ΒΛΓ τρίγωνα, ἢ ποτὶ τὰ τμάματα, καὶ τὰ ἑξῆς· ἐπεὶ γὰρ δέδεικται τοῦ μὲν ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε, τῶν δὲ ΑΒΚ, ΒΛΓ τριγώνων [d] κέντρον τὸ Τ· φανερὸν ὅτι τοῦ ΑΚΒΛΓ εὐθυγράμμου κέντρον τοῦ βάρεος ἐστὶ τᾶς ΤΕ τμαθείσας κατὰ τὸ Ρ κατὰ τὸν ἀντιπεπονθότα λόγον τοῦ ὃν ἔχει τὸ ΑΒΓ πρὸς τὰ ΑΚΒ, ΒΛΓ τρίγωνα. Ἐπεὶ δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὰ ΚΑΒ, ΒΛΓ τρίγωνα μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὰ τμάματα· μείζονα γάρ ἐστι τὰ τμάματα τῶν τριγώνων· δῆλον ὅτι ἐὰν τέμωμεν τὰν ΕΤ ἐν τῷ λόγῳ τῷ ὃν ἔχει τὸ τρίγωνον πρὸς τὰ τμάματα, ἀνώτερον τοῦ Ρ πεσεῖται τὸ σημεῖον, ὃ ἐστι κέντρον τοῦ παντὸς τμάματος, διὰ τὰν ἀντιπεπόνθησιν.

diſtant; et a centris Θ, I ſimiliter dividuntur, ideo ut K Θ ad Θ Z, ita ſe habet Λ I ad I H; itemque permutando. Propterea Θ Z ipſi I H eſt æqualis. Eſt autem etiam parallela; quandoquidem omnes parabolæ diametri parallelæ invicem ſunt. Igitur Θ Z H I eſt parallelogrammum.

Igitur magnitudinis quidem, quæ ex utriſque ſegmentis A K B, B Λ Γ componitur, centrum gravitatis erit punctum X; magnitudinis vero, quæ componitur ex triangulis A K B, B Λ Γ, punctum T. Illud enim ſupra demonſtratum eſt, rectam Θ M, quæ ſegmentorum centra jungit, cum parallela ſit ipſi Z H, et rectam item I N, alteram quidem in puncto X, alteram vero in puncto T, a B Δ in duas æquas partes ſecari. Quare magnitudinis, quæ ex ſegmentis A K B, B Λ Γ componitur, centrum gravitatis eſt punctum X: et magnitudinis, quæ componitur ex triangulis A K B, B Λ Γ, punctum T.



Quoniam igitur majorem rationem habet triangulum A B Γ ad triangula A K B, B Λ Γ, quam ad ſegmenta, et cætera; quoniam enim demonſtratum eſt, trianguli quidem A B Γ centrum gravitatis eſſe punctum E, triangulorum vero A B K, B Λ Γ, punctum T; conſtat utique centrum gravitatis rectilinei A K B Λ Γ eſſe in T E ſecta in puncto P pro ratione ejus reciproca, quam invicem habent triangulum A B Γ, et triangula A K B, B Λ Γ. Et quoniam triangulum A B Γ majorem rationem habet ad triangula K A B, B Λ Γ, quam ad ſegmenta; majora enim ſunt ſegmenta quam triangula; conſtat fore, ſi E T pro ratione ſecetur, quam habet triangulum ad ſegmenta, ut punctum illud, quod totius ſegmenti centrum gravitatis eſt, ſupra punctum P propter reciprocationem cadat.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ'.

Τμάματος δοθέντος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, δυνατὸν [e] ἐς τὸ τμᾶμα εὐθύγραμμον γνωρίμως ἐγγράψαι, ὥστε τὰν μεταξὺ εὐθεῖαν τῶν κέντρων τοῦ βάρεος τοῦ τμάματος, καὶ τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου, ἐλάσσονα εἶμεν πάσας [f] τᾶς προτεθείσας εὐθείας.

Δεδόσθω τμᾶμα τὸ ΑΒΓ, οἷον εἴρηται, [g] οὗ κέντρον ἔστω τοῦ βάρεος τὸ Θ· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τὸ τρίγωνον γνωρίμως τὸ ΑΒΓ. Καὶ ἔστω ἁ προτεθεῖσα εὐθεῖα [h] ἁ Ζ· καὶ ὃν λόγον ἔχει ἁ ΒΘ [i] ποτὶ Ζ, τοῦτον τὸν λόγον ἐχέτω τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ χωρίον. Ἐγγεγράφθω δὲ εἰς τὸ ΑΒΓ τμᾶμα εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ ΑΚΒΛΓ· ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐλάσσονα εἶμεν τοῦ Κ· καὶ ἔστω τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε. [k] Φαμὶ δὴ τὰν ΘΕ ἐλάσσονα εἶμεν τᾶς Ζ,

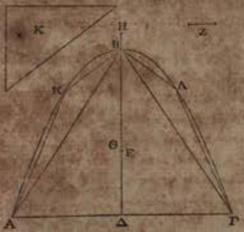
PROP. VI. THEOR.

Dato ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, fieri poteſt, ut eidem rectilineum perſpicue inſcribatur; ita ut quæ recta inter centra gravitatis ſegmenti, inſcriptique rectilinei interjicitur, minor ſit recta qualibet propoſita.

Detur ſegmentum A B Γ, quale dictum eſt, cujus centrum gravitatis ſit punctum Θ; eidemque inſcribatur perſpicue triangulum A B Γ. Ac ſit propoſita recta Z: quamque rationem habet B Θ ad Z, hanc habeat triangulum A B Γ ad ſpatium K. Inſcribatur autem ſegmento A B Γ perſpicue rectilineum A K B Λ Γ; ita ut, quæ relinquuntur, ſegmenta minora ſint ſpatio K: inſcriptique rectilinei centrum gravitatis ſit punctum E. Dico utique rectam Θ E minorem eſſe quam Z.

[a] τῶν ΑΚΒ, ΒΓΔ. [b] ΑΚΒ, ΒΛΔ. [c] ΗΘ. [d] κέντρον τὸ Γ. [e] ἔν. [f] τᾶς ex MS. [g] ὅτου. [h] ἁ ΑΖ. [i] ποτὶ ΕΖ. [k] φαμὶ ſic MS.

Si enim minor non eſt, aut æqualis eſt, aut major. Quoniam vero rectilineum A K B Λ Γ ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta majorem rationem habet, quam triangulum A B Γ ad ſpatium K, hoc eſt Θ B ad Z: habet autem Θ B ad Z non minorem rationem, quam ad Θ E; eo quod minor non eſt Θ E quam Z: ideo multo magis rectilineum A K B Λ Γ ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta majorem rationem habet, quam B Θ ad Θ E. Quare ſi faciamus, ut rectilineum A K B Λ Γ ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta, ita alia quædam recta ad Θ E; major erit quam B Θ. Hæc autem ſit Θ H. Et quoniam ſegmenti A B Γ centrum gravitatis eſt punctum Θ, et rectilinei A K B Λ Γ punctum E; producta recta E Θ, abſciſſaque quadam ejus parte, quæ ad Θ E eam rationem habeat, quam rectilineum A K B Λ Γ ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta, hæc major erit quam Θ B. Habeat igitur H Θ ad Θ E rationem hujuſmodi. Igitur punctum H centrum gravitatis eſt magnitudinis, quæ ex iis, quæ relinquuntur, ſegmentis componitur. Quod fieri non poteſt. Ducta enim recta ipſi A Γ parallela, ſegmenta hæc ad eamdem ſegmenti partem erunt. Conſtat utique rectam Θ E minorem eſſe quam Z. Quod oportebat demonſtrare.



Εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴσα ἐστὶν, ἢ μείζων. Ἐπεὶ δὲ τὸ Α Κ Β Λ Γ εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ Α Β Γ τρίγωνον ποτὶ Κ, τουτέστιν ἁ Θ Β ποτὶ Ζ· ἔχει δὲ καὶ ἁ Β Θ ποτὶ Ζ οὐκ ἐλάσσονα λόγον, ἢ ὃν ἔχει ποτὶ Θ Ε· διὰ τὸ μὴ ἐλάσσονα εἶμεν τὰν Θ Ε τᾶς Ζ· πολλῷ ἄρα τὸ Α Κ Β Λ Γ εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα μείζονα λόγον ἔχει, [1] ἢ ἁ Β Θ ποτὶ Θ Ε. Ὥστε ἐὰν ποιῶμεν, ὡς τὸ Α Κ Β Λ Γ εὐθύγραμμον [m] ποτὶ περιλειπόμενα τμάματα, οὕτως ἄλλαν τινὰ ποτὶ Θ Ε, ἔσται μείζων τᾶς Β Θ. Καὶ ἔστω ἁ Θ Η. Ἐπειδὴ τοῦ Α Β Γ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός τό ἐστι Θ, εὐθυγράμμου δὲ τοῦ Α Κ Β Λ Γ τὸ Ε, ἐκβληθείσας τᾶς Ε Θ, καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς εὐθείας ἐχούσας λόγον ποτὶ τὰν Ε Θ, ὃν τὸ Α Κ Β Λ Γ εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα, ἔσται μείζων τᾶς Θ Β. Ἐχέτω οὖν ἁ Η Θ ποτὶ Θ Ε. Τὸ Η ἄρα κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν περιλειπομένων τμαμάτων. Ὅπερ ἀδύνατον. Τᾶς γὰρ διὰ τοῦ Η ἀχθείσα, παρὰ τὰν Α Γ, ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐσσοῦντι τῷ τμάματι· * δῆλον ὅτι ἁ Θ Ε ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς Ζ. Ἔδει δὲ τοῦτο δεῖξαι.

EUTOCIUS.

Centrum ſegmenti omnino unum eſt; propiusque ſegmenti vertici, quam inſcriptorum rectilineorum centra. Sit enim trianguli A B Γ centrum gravitatis, ſi quidem contingerit, punctum E; B Δ ita ſecta, ut dupla ipſius E Δ ſit E B. Manifeſtum eſt omnia inſcriptorum rectilineorum centra caſura inter puncta Θ, E. Quo autem plura latera habuerit figura perſpicue inſcripta, eo magis ipſius centrum ad Θ punctum accedit. Itaque manifeſtum eſt, fieri quidem non poſſe, ut quæ inter centra ſegmenti, et figuræ perſpicue inſcriptæ recta interjicitur, major ſit quam E Θ. At vero poſſe fieri, ut ſit minor non modo quam Θ E, ſed etiam quam propoſita alia quælibet.

Τὸ κέντρον τοῦ τμήματος πάντως ἕν ἐστι, καὶ ἐγγύτερον τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος, ἤπερ τὰ τῶν ἐγγραφομένων εὐθυγράμμων. Τοῦ γὰρ Α Β Γ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ εἰ τύχοι τὸ Ε· τῆς Β Δ τμηθείσης οὕτως, ὥστε διπλασίαν εἶναι τὴν Ε Β τῆς Ε Δ. Φανερὸν ὅτι πάντα τὰ κέντρα τῶν ἐγγραφομένων εὐθυγράμμων μεταξὺ πεσεῖται τῶν Θ, Ε σημείων. Καὶ ἐφ' ὅσον πολυπλευρότερον ᾖ τὸ γνωρίμως ἐγγραφόμενον, τοσούτῳ μᾶλλον συνεγγίζει τῷ Θ. Φανερὸν, οὖν ὅτι τὴν μεταξὺ τῶν κέντρων τοῦ γνωρίμως ἐγγραφομένου εὐθυγράμμου, καὶ τοῦ τμήματος μείζονα μὲν εἶναι τῆς Ε Θ ἀδύνατον. Ἐλάσσονα δὲ δυνατὸν οὐ μόνον τῆς Θ Ε, ἀλλὰ καὶ πάσης τῆς δοθείσης.

PROP. VII. Theor.

Duorum ſegmentorum ſimilium, quæ ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continentur, centra gravitatum ſecundum eamdem rationem diametros ſecant.

Sint duo ſegmenta, qualia dicta ſunt, A B Γ, E Z H; quorum diametri B Δ, Z Θ. Ac ſegmenti

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ.

Δύο τμαμάτων ὁμοίων περιεχομένων ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, τὰ κέντρα τῶν βαρέων εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τέμνοντι τὰς διαμέτρους.

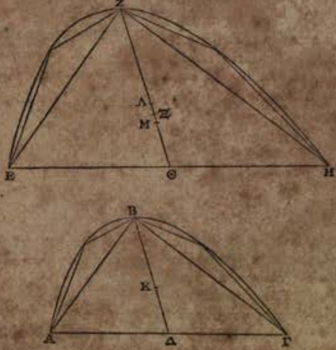
Ἔστω δύο τμάματα, οἷα εἴρηται, τὰ Α Β Γ, Ε Ζ Η· ὧν διάμετροι αἱ Β Δ, Ζ Θ. Καὶ ἔστω τοῦ μὲν Α Β Γ

[1] ἢ Β Θ. [m] ποτὶ τὰ περιλειπόμενα.

* Forte δῆλον οὖν ὅτι.

τμάματος κέντρον τῶ βάρεος τὸ Κ σαμεῖον, [a] τῶ δὲ ΕΖΗ τὸ Λ. Δεικτέον ὅτι εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τέμνοντι τὰς διαμέτρως τὰ Κ, Λ.

Εἰ γὰρ μὴ, ἔστω ὡς ἁ ΚΒ ποτὶ ΚΔ, οὕτως ἁ ΖΜ ποτὶ ΘΜ· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΕΖΗ τμᾶμα εὐθύγραμμον γνωρίμως· ὥστε τὰν μεταξὺ τοῦ κέντρω τῶ τμάματος, καὶ τῶ ἐγγραφομένω εὐθυγράμμω ἐλάσσονα εἶμεν τᾶς ΛΜ· καὶ ἔστω τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον τῶ βάρεος τὸ Ξ σαμεῖον. Ἐγγεγράφθω [b] εἰς τὸ ΑΒΓ τμᾶμα τῷ ἐν τῷ ΕΖΗ ἐγγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ ὅμοιον εὐθύγραμμον, τουτέστιν ὁμοίως γνωρίμως· [c] ὧ κέντρον τῶ βάρεος τᾶς κορυφᾶς ἐγγύτερον, ἤπερ τῶ τμάματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Δῆλον οὖν ὅτι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ἁ ΒΚ ποτὶ ΚΔ, ὃν ἁ ΖΛ ποτὶ ΛΘ.



quidem ABΓ centrum gravitatis ſit punctum K; ſegmenti vero EZH punctum Λ. Oportet demonſtrare, puncta K, Λ ſecundum eamdem rationem diametros ſecare.

Si enim minus, ut KB ad KΔ, ita ſe habeat ZM ad ΘM: inſcribaturque ſegmento EZH perſpicue rectilineum; ita ut quæ recta inter centra ſegmenti, inſcriptique rectilinei interjicitur, minor ſit quam ΛM; ſitque inſcripti rectilinei centrum gravitatis punctum Ξ. Inſcribatur autem ſegmento ABΓ rectilineum ei, quod ſegmento EZH inſcriptum eſt, ſimile; hoc eſt pariter perſpicue: cujus quidem rectilinei centrum gravitatis propius vertici erit, quam ſegmenti. Quod fieri non poteſt. Conſtat igitur eamdem rationem habere BK ad KΔ, quam ZΛ ad ΛΘ.

E U T O C I U S.

Ἐγγεγράφθω γὰρ εἰς τὸ ΑΒΓ τμᾶμα τῷ ἐν τῷ ΕΖΗ τμήματι ὅμοιον εὐθύγραμμον, τουτέστιν ὁμοίως γνωρίμως. Ὁμοίως γὰρ γνωρίμως ἐγγράφεται, ὅταν αἱ τομαὶ τῆς ΑΒΓ παραβολῆς ἴσαι γένωνται ταῖς τῆς ΕΖΗ· ὥστε τὰς πλευρὰς [d] τοῦ ἐν τῷ ΑΒΓ τμήματι ἐγγεγραμμένου γνωρίμως ἰσοπληθεῖς εἶναι ταῖς ἐν τῷ ΕΖΗ ἐγγεγραμμένου εὐθυγράμμου. Ἐπεὶ γὰρ αἱ κορυφαί εἰσι τὰ [e] Β, Ζ σημεῖα τῶν ὁμοίων τμημάτων, ὅμοιά ἐστι τὰ οὕτω γνωρίμως ἐγγραφόμενα.

Inſcribatur autem ſegmento ABΓ rectilineum ei, quod ſegmento EZH inſcriptum eſt, ſimile; hoc eſt pariter perſpicue. Pariter enim perſpicue inſcribitur, quando ſectiones parabolæ ABΓ eædem fuerint atque ſectiones alterius EZH; ita ut latera rectilinei ſegmento ABΓ perſpicue inſcripti æqualia multitudine ſint lateribus rectilinei inſcripti ſegmento EZH. Cum enim puncta B, Z vertices ſint ſimilium ſegmentorum, quæ iis inſcribuntur rectilinea ſimilia invicem ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Παντὸς τμάματος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας τε, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, κέντρον τῶ βάρεος διαιρεῖ τὰν τῶ τμάματος διάμετρον, ὥστε εἶμεν [f] ἡμιόλιον τὸ μέρος αὐτᾶς τὸ ποτὶ τᾷ κορυφᾷ τῶ τμάματος, τῶ ποτὶ τὰν βάσιν.

Ἔστω τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, [g] οἷον εἴρηται. Διάμετρος δ' αὐτῶ ἔστω ἁ ΒΔ· κέντρον δὲ τῶ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον. Δεικτέον ὅτι ἡμιολία ἐστὶν ἁ ΒΘ τᾶς ΘΔ.

Ἐγγεγράφθω [h] ἐς τὸ ΑΒΓ τμᾶμα γνωρίμως τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, [i] ὧ κέντρον τῶ βάρεος ἔστω τὸ Ε. Καὶ τετμάσθω δίχα [k] ἑκατέρα τᾶν ΑΒ, ΒΓ, κατὰ

P R O P. VIII. Theor.

Cujuſlibet ſegmenti, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, centrum gravitatis diametrum ſegmenti ita dividit, ut quæ altera ejus pars ad verticem eſt, ſeſquialtera ſit partis alterius, quæ eſt ad baſim.

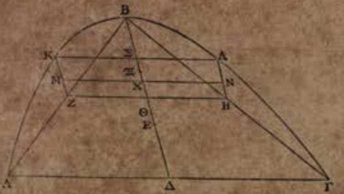
Sit ſegmentum ABΓ, quale dictum eſt. Ac hujus quidem diameter ſit BΔ; centrum vero gravitatis punctum Θ. Oportet demonſtrare BΘ ipſius ΘΔ eſſe ſeſquialteram.

Inſcribatur ſegmento ABΓ perſpicue triangulum ABΓ, cujus centrum gravitatis ſit punctum E. Secetur autem in duas æquas partes utraque AB, BΓ in punctis Z, H: ducanturque KZ, HΛ

[a] τῶ ἐν ΕΖΗ τὸ [b] αὐτῆς [c] ἐν τῷ ΑΒΓ τμήματι ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον. Ἐπεὶ γάρ [d] τὰ ΒΔΖ σημεῖα
[e] ἡμιόλιον [f] ὅμοιον [g] ἐς τὸ ΑΒΔ [h] ἔστω [i] ἑκατέρα τὰ ΒΑ, ΑΓ, καὶ ἤχθω αἱ ΚΖΗ. Διάμετροι

ipſi ΒΔ parallelæ; quæ quidem diametri ſunt ſegmentorum ΑΚΒ, ΒΛΓ.

Itaque ſegmenti quidem ΑΚΒ centrum gravitatis ſit punctum Μ; ſegmenti vero ΒΛΓ punctum Ν: junganturque ΖΗ, ΜΝ, ΚΛ. Igitur magnitudinis, quæ ex utriſque ſegmentis componitur, centrum gravitatis eſt punctum Χ. Et quoniam ut ΒΘ ad ΘΔ, ita ſe habet ΚΜ ad ΜΖ; etiam componendo, et permutando, ut ΒΔ ad ΚΖ, ita ſe habet ΘΔ ad ΜΖ. Quadrupla autem eſt ΒΔ ipſius ΚΖ. Hoc enim in fine demonſtratur, ubi eſt punctum Θ. Quadrupla eſt igitur etiam ΔΘ ipſius ΜΖ. Quare reliqua etiam ΒΘ reliquæ ΚΜ, hoc eſt ΣΧ, eſt quadrupla. Reliquarum igitur utraque ſimul ΒΣ, ΧΘ tripla eſt ipſius ΣΧ. Tripla jam ſit ΒΣ ipſius ΣΞ. Eſt igitur tripla etiam ΧΘ ipſius ΞΧ. Et quoniam quadrupla eſt ΒΔ ipſius ΒΣ: hoc enim demonſtratur: ΒΣ autem tripla ipſius ΣΞ; ideo ΞΒ tertia pars eſt ipſius ΒΔ. Eſt autem pars tertia etiam ΕΔ ipſius ΔΒ; quoniam centrum gravitatis trianguli ΑΒΓ eſt punctum Ε. Tertia igitur pars eſt etiam reliqua ΞΕ ipſius ΒΔ. Et quoniam totius quidem ſegmenti centrum gravitatis eſt punctum Θ; magnitudinis vero, quæ ex utriſque ſegmentis ΑΚΒ, ΒΛΓ componitur, punctum Χ; denique trianguli ΑΒΓ, punctum Ε; ideo ut triangulum ΑΒΓ ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta, ita ſe habet ΧΘ ad ΘΕ. Triplum eſt autem triangulum ΑΒΓ ſegmentorum; quoniam totum ſegmentum trianguli ΑΒΓ eſt ſeſquitertium. Tripla eſt igitur etiam ΧΘ ipſius ΘΕ. Demonſtrata autem eſt ΧΘ etiam ipſius ΧΞ eſſe tripla. Quincupla igitur eſt ΞΕ, hoc eſt ΔΕ, ipſius ΕΘ. Æquales enim ſunt. Quare ſexcupla eſt ΔΘ ipſius ΘΕ. Tripla eſt autem ΒΔ ipſius ΔΕ. Seſquialtera eſt igitur ΒΘ ipſius ΘΔ. Quod oportebat demonſtrare.



τὰ Ζ, Η· κ̀ ἄχθωσαν παρὰ τὰν ΒΔ αἱ ΚΖ, ΗΛ· διάμετροι ἄρα ἐντὶ τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων.

Ἔστω δὴ τοῦ μὲν ΑΚΒ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Μ· τοῦ δὲ ΒΛΓ [x] τὸ Ν· καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ΖΗ, ΜΝ, ΚΛ. Τοῦ ἄρα ἐξ ἀμφοτέρων [y] τμαμάτων συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Χ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἁ ΒΘ ποτὶ ΘΔ, οὕτως ἁ ΚΜ ποτὶ ΜΖ· καὶ συνθέντι, καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἁ ΒΔ ποτὶ [z] τὰν ΚΖ, οὕτως ἁ ΘΔ ποτὶ τὰν ΜΖ. Ἁ δὲ ΒΔ τετραπλασίων τᾶς ΚΖ. Τοῦτο γὰρ ἐπὶ τέλει δείκνυται, [a] οὗ σαμεῖον τὸ Θ. Τετραπλασίων ἄρα καὶ ἁ ΔΘ τᾶς ΜΖ. Ὥστε καὶ λοιπὰ ἁ ΒΘ λοιπᾶς τᾶς ΚΜ, τουτέστι τᾶς ΣΧ τετραπλασίων. Καὶ λοιπᾶν ἄρα συναμφότερα ἁ ΒΣ, ΧΘ τριπλασίων τᾶς [b] ΣΧ. Ἔστω τριπλὰ ἁ ΒΣ τᾶς ΣΞ. Καὶ ἁ ΧΘ ἄρα τᾶς ΞΧ ἐστὶ τριπλασία. Καὶ ἐπεὶ τετραπλασίων ἁ ΒΔ τᾶς ΒΣ· [c] καὶ γὰρ τοῦτο δείκνυται· ἁ δὲ ΒΣ τᾶς ΣΞ τριπλασίων· ἁ ΞΒ ἄρα τᾶς ΒΔ τρίτον μέρος ἐστίν. Ἔστι δὲ καὶ ἁ ΕΔ τᾶς ΔΒ τρίτον μέρος· ἐπειδήπερ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐστὶ τὸ Ε. Καὶ λοιπὰ ἄρα ἁ ΞΕ τρίτον μέρος τᾶς ΒΔ. Καὶ ἐπεὶ τοῦ μὲν ὅλου τμάματος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ σαμεῖον· τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Χ· τοῦ δὲ ΑΒΓ τριγώνου τὸ Ε· ἐστὶ ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὰ καταλειπόμενα τμάματα, οὕτως ἁ ΧΘ ποτὶ ΘΕ. Τριπλοῦν δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῶν τμαμάτων· ἐπειδήπερ τὸ ὅλον τμᾶμα ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. Τριπλασία ἄρα κ̀ ἁ ΧΘ τᾶς ΘΕ. Ἐδείχθη δὲ ἁ ΧΘ τριπλασία κ̀ τᾶς ΧΞ. Πενταπλασία ἄρα ἐστὶν ἁ ΞΕ τᾶς ΕΘ, τουτέστιν ἁ ΔΕ τᾶς ΕΘ. Ἴσα γάρ ἐστιν αὐταί. Ὥστε ἑξαπλασία ἐστὶν ἁ [d] ΔΘ τᾶς ΘΕ. Καὶ ἐντὶ τᾶς ΔΕ τριπλασία ἁ ΒΔ. Ἡμιολία ἄρα ἐντὶ ἁ ΒΘ [e] τᾶς ΘΔ. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

EUTOCIUS.

Et quoniam ut ΒΘ ad ΘΔ, ita ſe habet ΚΜ ad ΜΖ. Cum enim ſegmenta ſimilia ſint, eorum centra diametros pro eadem ratione ſecabunt. Etiam componendo, ut ΒΔ ad ΔΘ, ita ſe habet ΚΖ ad ΖΜ: et permutando, ut ΒΔ ad ΚΖ, ita ΔΘ ad ΜΖ. Quadrupla autem eſt ΒΔ ipſius ΚΖ. Hoc enim in fine demonſtrabitur, ubi eſt punctum Θ. At nos hoc idem deinceps demonſtrabimus.

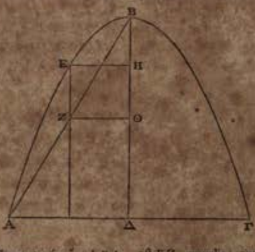
Sit parabola ΑΒΓ, cujus diameter ΒΔ. Ducatur autem ordinate ΑΔ; et jungatur ΑΒ, eademque ſecta

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἁ ΒΘ [f] ποτὶ ΘΔ, οὕτως ἁ ΚΜ ποτὶ ΜΖ. Ὅμοια γὰρ ὄντα τὰ τμήματα ἕξει κέντρα εἰς τοὺς αὐτοὺς λόγους τέμνοντα τὰς διαμέτρους. Καὶ συνθέντι, [g] ὡς ἁ ΒΔ ποτὶ ΔΘ, ἁ ΚΖ ποτὶ ΖΜ· καὶ ἐναλλάξ, [h] ὡς ἁ ΒΔ ποτὶ ΚΖ, οὕτως ἁ ΔΘ ποτὶ ΜΖ. Τετραπλασία δὲ ἡ ΒΔ τῆς ΚΖ. Τοῦτο γὰρ ἐπὶ τέλει δείκνυται οὗ σημεῖον Θ. Ἔξεστι δὲ αὐτὸ ἡμῖν δεῖξαι.

Ἔστω παραβολὴ ἡ ΑΒΓ, ἧς διάμετρος ἡ ΒΔ. Καὶ ἤχθω τεταγμένως ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ, [i] κ̀ δίχα

[x] τὸ Η [y] τῶν τμαμάτων [z] τὰς ΚΖ. Τοῦτο γὰρ [a] οὕτως σαμεῖον ὁ ὅλου [b] τᾶς ΕΞ [c] κ̀ γὰρ τοῦτο, ſic MS.
[d] ἁ ΔΑ τᾶς ΘΕ [e] τᾶς ΘΔΣΙ, [f] ποτὶ ex MS. [g] ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΔΘ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΜ. [h] ὡς ἡ ΒΔ πρὸς ΚΛ.
[i] κ̀ διὰ τοῦ Ζ ἤχθω τετμήσθω ἡ ΑΒ κατὰ τὸ Ζ τῇ ΒΔ παράλληλος.

τετμάσθω ἁ ΑΒ κατὰ τὸ Ζ, καὶ διὰ τοῦ Ζ τᾷ ΒΔ παράλληλος ἄχθω ἁ ΕΖ. Διάμετρος ἄρα ἐστὶ τοῦ ΑΕΒ τμάματος. Καὶ ἀπὸ τῶν Ε, Ζ τεταγμένως ἄχθωσαν αἱ ΕΗ, ΖΘ. Ἐπεὶ οὖν ἴσα ἐστὶν ἁ ΑΖ τᾷ ΒΖ, διπλᾶ ἐστιν ἁ ΑΒ τᾶς ΖΒ, καὶ ἁ ΔΒ [k] τᾶς ΒΘ, καὶ ἁ ΑΔ τᾶς ΖΘ, τουτέστι τᾶς [l] ΕΗ. Ὥστε τὸ ἀπὸ ΑΔ, τοῦ ἀπὸ ΕΗ ἐστὶ τετραπλάσιον· καὶ διὰ τοῦτο ἁ ΔΒ τᾶς ΒΗ ἐστὶ τετραπλασία μάκει. Ἐπεὶ οὖν ἁ ΒΔ τᾶς μὲν ΒΘ διπλᾶ, ἁ ΒΘ τᾶς ΒΗ ἐστὶ διπλᾶ, καὶ ἁ ΘΗ τᾷ ΗΒ ἴσα, τουτέστι τᾷ ΕΖ· διὰ τὸ παραλληλόγραμμον εἶμεν τὸ ΕΗΖΘ. Τετραπλασία ἄρα ἁ ΒΔ τᾶς ΖΕ.



Καὶ ἐπεὶ τετραπλασίων ἐστὶν ἁ ΒΔ τᾶς [m] ΒΣ· καὶ γὰρ τοῦτο δείκνυται. Δέδεικται γὰρ ἐν τῷ λήμματι ἁ ΒΔ ἑκατέρας τῶν ΒΗ, ΕΖ τετραπλασία· ὥστε ἁ ΒΗ τᾷ ΕΖ ἐστὶν ἴσα· Καὶ διὰ τοῦτο ἐνταῦθα ἁ ΒΣ τᾷ ΚΖ ἴσα, καὶ ἁ ΒΔ ἑκατέρας αὐτῶν τετραπλασία. [n] Ἁ ΒΞ ἄρα τᾶς ΒΔ τρίτον μέρος. Ἐπεὶ γὰρ τετραπλασίων ἁ ΒΔ τᾶς ΒΣ, οἵων ἄρα ἁ ΒΔ τεσσάρων, ἁ ΒΣ ἑνός· καὶ οἵων ἄρα ἁ ΒΔ δώδεκα, τοιούτων ἁ ΒΣ τριῶν. [o] Τριπλᾶ δὲ ἁ ΒΣ τᾶς ΣΞ· οἵων ἄρα ἁ ΒΣ τριῶν, ἁ ΞΣ ἑνός, καὶ ὅλα ἁ ΒΞ τεσσάρων. Τοιούτων δὲ ἦν ἁ ΒΔ δώδεκα. Ἁ ΒΞ ἄρα τᾶς ΒΔ τρίτον μέρος ἐστί. Τριπλάσιον δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῶν τμαμάτων. Δέδεικται γὰρ ὑπ' αὐτοῦ ἐν τῷ περὶ τετραγωνισμοῦ τᾶς ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ὅτι πᾶν τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου, τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον. Ὥστε τὸ ΑΒΓ τμᾶμα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπίτριτόν ἐστι· καὶ διελόντι, τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων τριπλάσιόν ἐστι.

Καὶ ἐστὶ [p] τᾶς ΕΔ τριπλασία ἁ ΒΔ. Ἡμιολία ἄρα ἐστὶν ἁ ΒΘ τᾶς ΘΔ. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ἐπεὶ γὰρ τριπλᾶ ἐστιν ἁ ΒΔ τᾶς ΔΕ, οἵων ἄρα ἁ ΒΔ πεντεκαίδεκα, τοιούτων ἁ ΕΔ πέντε· οἵων δὲ ἁ ΔΕ πέντε, τοιούτων ἁ ΘΕ ἑνός, καὶ ὅλα ἁ ΘΕ, ΔΕ ἕξ. Ἑξαπλασία ἄρα ἁ ΔΘ τᾶς ΘΕ. Οἵων ἄρα ἁ ΒΔ πεντεκαίδεκα, τοιούτων ἁ ΔΘ ἕξ, καὶ λοιπὰ ἁ ΘΒ ἐννέα. Ὥστε ἡμιολία ἐστὶν ἁ ΒΘ τᾶς ΘΔ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

Αἴκα τέσσαρες γραμμαὶ ἀνάλογον ἔωντι ἐν τᾷ συνεχεῖ ἀναλογίᾳ· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ἐλαχίστα ποτὶ τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας, τοῦτον ἐχέτω τις λαφθεῖσα ποτὶ τὰ τρία πεμπτημόρια τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα [q] τᾶν ἀναλόγων τᾶς τρίτας· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ἴσα [r] τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς μεγίστας τᾶν ἀναλόγων, καὶ τᾷ τετραπλασίᾳ τᾶς δευτέρας, καὶ τᾷ ἑξαπλασίᾳ τᾶς τρίτας, καὶ τᾷ γ' τᾶς τετάρτας, ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ τε ε' τᾶς μεγίστας, τᾷ ι' τᾶς δευτέρας, καὶ τᾷ ι' τᾶς τρίτας, καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς τετάρτας, τοῦτον ἐχέτω τις

in duas æquas partes in puncto Z, ducatur per id punctum EZ ipſi BΔ parallela. Hæc diameter utique eſt ſegmenti AEB. Ducantur porro per puncta E, Z ordinate EH, ZΘ. Quoniam igitur æqualis eſt AZ ipſi BZ, dupla utique erit AB ipſius ZB, et ΔB ipſius BΘ, et AΔ ipſius ZΘ, hoc eſt EH. Quare quadratum, quod ab AΔ deſcribitur, quadruplum eſt quadrati, quod deſcribitur ab EH: et propterea ΔB quadrupla longitudine ipſius BH. Quoniam igitur BΔ dupla eſt ipſius BΘ, ideo BΘ ipſius BH eſt dupla; et ΘH ipſi HB, hoc eſt EZ, æqualis; cum EHZΘ parallelogrammum ſit. Eſt igitur BΔ ipſius ZE quadrupla.

Et quoniam quadrupla eſt BΔ ipſius BΣ: hoc enim quoque demonſtratur. Demonſtratum eſt enim in lemmate, BΔ quadruplam eſſe utriuſque BH, EZ; quo fit, ut BH ipſi EZ ſit æqualis. Propterea æqualis ibi eſt BΣ ipſi KZ, et BΔ harum utriuſque quadrupla. BZ tertia pars eſt ipſius BΔ. Quoniam enim BΔ quadrupla eſt ipſius BΣ, qualium quatuor eſt BΔ, talis unius eſt BΣ; et propterea qualium duodecim eſt BΔ, talium trium eſt BΣ. Tripla eſt autem BΣ ipſius ΣΞ. Igitur qualium trium eſt BΣ, talis unius eſt ΞΣ; et talium quatuor tota BΞ. Talium autem duodecim eſt BΔ. Eſt igitur BΞ ipſius BΔ pars tertia. Triplum eſt autem triangulum ABΓ ſegmentorum. Demonſtratum enim ab ipſo eſt in libro de rectanguli coni ſectionis quadratura, quodlibet ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ſeſquitertium eſſe trianguli, quod candem ac ſegmentum baſim habeat, candemque altitudinem. Quare ſegmentum ABΓ ſeſquitertium eſt trianguli ABΓ: et dividendo, triangulum ABΓ ſegmentorum AKB, BΛΓ eſt triplum.

Tripla eſt autem BΔ ipſius EΔ. Seſquialtera eſt igitur BΘ ipſius ΘΔ. Quod oportebat demonſtrare. Quoniam enim tripla eſt BΔ ipſius ΔE, qualium quindecim eſt BΔ, talium quinque eſt EΔ: qualium autem quinque eſt ΔE, talis unius eſt ΘE, et ſex tota ΘE, ΔE. Sexcupla eſt igitur ΔΘ ipſius ΘE. Itaque qualium quindecim eſt BΔ, talium ſex eſt ΔΘ, et novem, quæ relinquitur, ΘB. Quare BΘ ipſius ΘΔ eſt ſeſquialtera.

PROP. IX. Theor.

Si quatuor fuerint rectæ lineæ proportione continua proportionales; et quam habet rationem earum minima ad exceſſum, quo maxima minimam excedit, hanc ſumpta quædam recta habeat ad tres quintas partes exceſſus, quo maxima excedit tertiam: quamque rationem habet recta æqualis tum duplæ maximæ, tum quadruplæ ſecundæ, tum ſexcuplæ tertiæ, tum triplæ quartæ, ad rectam æqualem tum quincuplæ maximæ, tum decuplæ ſecundæ, tum decuplæ tertiæ, tum quincuplæ quartæ, hanc

k τᾶς ΒΕ   l τᾶς ΕΒ   m τᾶς ΒΕ   n ἁ ΒΖ   o διπλᾶ   p τᾶς ΒΔ τριπλασία ἁ ΒΔ ἡμιολία
q τᾶν ex MS.   r τᾷ τε β τᾶς μεγίστας τᾶν ἀναλόγων ἤγουν δ.

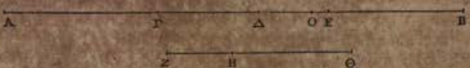
ſumpta quædam recta habeat ad exceſſum, quo maxima excedit tertiam; ſumptæ hæ duæ rectæ duæ quintæ partes erunt maximæ.

Sint quatuor rectæ lineæ proportionales A B, B Γ, B Δ, B E. Et quam quidem habet rationem B E ad E A, hanc habeat Z H ad tres quintas partes ipſius A Δ: quam vero rationem habet recta æqualis tum duplæ ipſius A B, tum quadruplæ ipſius B Γ, tum ſexcuplæ ipſius B Δ, tum triplæ ipſius B E, ad rectam æqualem tum quincuplæ ipſius A B, tum decuplæ ipſius Γ B, tum decuplæ ipſius B Δ, tum quincuplæ ipſius B E, hanc habeat H Θ ad A Δ. Oportet demonſtrare, Z Θ duas quintas partes eſſe ipſius A B.

λαφθῇ ποτὶ τὰν ὑπεροχὰν, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἀνάλογον τᾶς τρίτας, συναμφότεραι [f] αἱ λαφθεῖσαι ἐσσεῦνται δύο πεμπτημόρια τᾶς μεγίστας.

Ἔστωσαν τέσσαρες γραμμαὶ ἀνάλογον αἱ A B, B Γ, B Δ, B E. Καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον ἁ B E ποτὶ E A, τοῦτον ἐχέτω ἁ Z H ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς A Δ· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ἴσα τᾷ β′ τᾶς A B, καὶ δ′ τᾶς B Γ, καὶ ς′ τᾶς B Δ, καὶ γ′ τᾶς B E, ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ ε′ τᾶς A B, καὶ ι′ τᾶς Γ B, καὶ ι′ τᾶς B Δ, καὶ ε′ τᾶς B E, τοῦτον ἐχέτω τὸν λόγον ἁ H Θ ποτὶ τὰν A Δ. Δεικτέον [i] ὅτι ἁ Z Θ δύο πεμπτημόριά ἐστι τᾶς A B.

Quoniam enim proportionales ſunt AB, BΓ, BΔ, BE, proportionales



Ἐπεὶ γὰρ ἀνάλογόν ἐντι αἱ A B, B Γ, B Δ, [m] B E, καὶ αἱ A Γ, Γ Δ,

utique ſunt ſecundum eamdem rationem etiam ipſæ A Γ, Γ Δ, Δ E. Itaque utraque A B, B Γ ad B Δ, et utraque B Δ, B Γ ad E B eamdem rationem habet, quam A Δ ad Δ E. Quare etiam omnes ad omnes. Eamdem igitur rationem habet A Δ ad Δ E, quam recta æqualis tum duplæ ipſius A B, tum triplæ ipſius Γ B, et amplius Δ B, ad rectam æqualem duplæ ipſius B Δ, et amplius B E. Quam autem rationem habet recta æqualis tum duplæ ipſius A B, tum quadruplæ ipſius B Γ, tum quadruplæ ipſius B Δ, tum duplex ipſius B E ad rectam æqualem duplæ ipſius B Δ, et amplius B E, hanc habebit Δ A ad minorem quam Δ E. Habeat igitur ad Δ O. Utræque autem ad priores eamdem rationem habebunt. Habebit igitur O A ad A Δ eamdem rationem, quam recta æqualis tum duplæ ipſius A B, tum quadruplæ ipſius Γ B, tum ſexcuplæ ipſius B Δ, tum triplæ ipſius B E, ad rectam compoſitam tum ex dupla utriuſque A B, E B, tum ex quadrupla utriuſque Γ B, B Δ. Habet autem etiam A Δ ad H Θ eamdem rationem, quam quincupla utriuſque A B, B E, una cum decupla ipſarum Γ B, B Δ, ad utriuſque Γ B, B Δ, ad rectam compoſitam tum ex dupla ipſius A B, tum ex quadrupla ipſius Γ B, tum ex tripla ipſius E B, tum ex ſexcupla ipſius B Δ. Igitur rationibus diſſimiliter ordinatis, hoc eſt perturbata proportione, eamdem, ex æqua proportione, rationem habet O A ad H Θ, quam quincupla utriuſque A B, B E, una cum decupla rectam compoſitam tum ex dupla utriuſque A B B E, tum ex quadrupla utriuſque Γ B, B Δ. Habet autem quincupla utriuſque A B, B E, una cum decupla utriuſque Γ B, B Δ, ad rectam compoſitam tum ex dupla utriuſque A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque Γ B, B Δ, eam rationem, quam quinque ad duo. Habet igitur etiam A O

Δ E, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐντί. Καὶ συναμφότερος ἁ A B, B Γ [n] ποτὶ τὰν B Δ ἔχει τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ A Δ ποτὶ τὰν Δ E· καὶ συναμφότερος ἁ B Δ, B Γ ποτὶ τὰν E B· καὶ πάντα ποτὶ πάντα. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει ἁ A Δ ποτὶ τὰν Δ E, ὃν ἁ ἴσα τᾷ τε β′ τᾶς A B, καὶ τᾷ γ′ τᾶς Γ B, καὶ ἁ Δ B ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ τε β′ τᾶς B Δ καὶ τὰν B E. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ἴσα τᾷ τε β′ τᾶς A B, καὶ τᾷ δ′ τᾶς B Γ, καὶ τᾷ δ′ τᾶς B Δ, καὶ τᾷ β′ τᾶς B E, ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ τε β′ τᾶς Δ B, καὶ τὰν E B, τοῦτον ἕξει ἁ Δ A ποτὶ ἐλάσσονα τᾶς Δ E. Ἐχέτω οὖν ποτὶ Δ O. Καὶ ἀμφότεραι δὲ ποτὶ τὰς πρώτας αὐτὸν ἕξοντι λόγον. Ἕξει οὖν [x] ἁ O A ποτὶ A Δ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ἴσα τᾷ τε β′ τᾶς A B, [y] καὶ δ′ τᾶς Γ B, καὶ ς′ τᾶς B Δ, καὶ γ′ τᾶς B E, ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β′ συναμφοτέρας τᾶς A B, E B, καὶ δ′ συναμφοτέρω τᾶς Γ B, B Δ. Ἔχει δὲ καὶ ἁ A Δ ποτὶ H Θ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ε′ συναμφοτέρω τᾶς A B, B E, μετὰ τᾶς ι′ συναμφοτέρω τᾶς Γ B, B Δ, ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β′ τᾶς A B, καὶ τᾶς δ′ τᾶς Γ B, καὶ τᾶς γ′ τᾶς E B, καὶ ς′ τᾶς B Δ. Ἀνομοίως δὲ τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστιν [g] ἐνπαπαρηγμένα ἀναλογία, δι᾽ ἴσου τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἁ [z] O A ποτὶ H Θ, ὃν ἁ πενταπλασία συναμφοτέρω τᾶς A B, B E, μετὰ τᾶς ι′ τᾶς Γ B, B Δ, ποτὶ τὰν συγκειμέναν [h] ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρω τᾶς A B, B E, [c] καὶ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρω τᾶς Γ B, B Δ. Ἀλλ᾽ ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς ε′ συναμφοτέρω τᾶς A B, B E, μετὰ τᾶς ι′ συναμφοτέρω τᾶς Γ B, B Δ, ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β′ συναμφοτέρω τᾶς A B, B E, καὶ δ′ συναμφοτέρω τᾶς Γ B, B Δ, λόγον ἔχει ὃν πέντε ποτὶ δύο. Καὶ ἁ A O ποτὶ H Θ λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ

[f] αἱ λαμφθεῖσαι [i] ἐστὶ τὰ A Z Θ [m] B E δὲ καὶ [n] ποτὶ τὰν β τᾶς B Δ ἔχει [x] ἁ Θ A [y] καὶ ς τᾶς B Δ.
[g] ἐνπαπαρηγμένα ex MS. [k] ἁ Λ. [h] ἐντὶ τὰ συναμφοτέρω [c] καὶ τᾶς Δ

δύο. Πάλιν ἐπεὶ ἁ Ο Δ ποτὶ Δ Λ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ Ε Β, μετὰ τᾶς β' τᾶς Β Δ, ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ συγκειμένᾳ ἔκτε τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς Α Β, Β Ε, μετὰ τᾶς δ' συναμφοτέρω τᾶς Γ Β, Β Δ. Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἁ Λ Δ ποτὶ Δ Ε, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκτε τᾶς β' τᾶς Α Β, καὶ γ' τᾶς Γ Β, καὶ τᾶς Β Δ ποτὶ τὰν ἴσαν ταύτᾳ Ε Β, καὶ τᾷ β' τᾶς Β Δ. Ἀνομοίως δὲ τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστι τεταραγμένας ἐούσας τᾶς ἀναλογίας, δι' ἴσου ἐστίν, ὡς ἁ Ο Δ ποτὶ Δ Ε, οὕτως ἁ β' τᾶς Α Β, μετὰ τᾶς γ' τᾶς Γ Β, καὶ ἁ Β Δ, ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς Α Β, Β Ε, καὶ τᾶς δ' συναμφοτέρω τᾶς Γ Β, Β Δ. Ὥστε καί, ὡς ἁ Ε Ο ποτὶ Ε Δ ἐστίν, οὕτως ἁ Γ Β μετὰ τᾶς γ' τᾶς Β Δ, καὶ β' τᾶς Ε Β, ποτὶ τὰν β' συναμφοτέρω τᾶς Α Β, Β Ε, καὶ δ' συναμφοτέρω τᾶς Γ Β, Β Δ. Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἁ Δ Ε ποτὶ Ε Β, οὕτως ἅτε Α Γ ποτὶ Γ Β, καὶ ἁ Γ Δ ποτὶ Β Δ, ὡς καὶ ἁ Γ Δ ποτὶ Δ Β· ὡς καὶ κατὰ σύνθεσιν καὶ ἁ γ' τᾶς Γ Δ, ποτὶ τὰν γ' τᾶς Δ Β, καὶ ἁ β' τᾶς Δ Ε, ποτὶ τὰν β' τᾶς Ε Β. Ὥστε καὶ ἁ συγκειμένα ἔκτε τᾶς Α Γ, καὶ ἁ γ' τᾶς Γ Δ, καὶ β' τᾶς Δ Ε, ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς Γ Β, καὶ γ' τᾶς Δ Β, καὶ β' τᾶς Ε Β. Ἀνομοίως δὲ πάλιν τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστιν ἐν τεταραγμένᾳ ἀναλογίᾳ, δι' ἴσου τὸν αὐτὸν τὸν ἕξει λόγον ἁ Ε Ο ποτὶ Ε Β, ὃν ἁ Α Γ, μετὰ τᾶς γ' τᾶς Γ Δ, καὶ β' τᾶς Δ Ε, ποτὶ διπλασίαν συναμφοτέρω τᾶς Α Β, Β Ε, μετὰ τᾶς δ' συναμφοτέρω τᾶς Γ Β, Β Δ. Ὅλα δὲ ἁ Ο Β ποτὶ τὰν Ε Β τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἴσα ταύτᾳ γ' τᾶς Α Β μετὰ τᾶς ϛ' Γ Β, καὶ τᾷ γ' τᾶς Β Δ, ποτὶ τὰν β' συναμφοτέρω τᾶς Α Β, Β Ε, μετὰ τᾶς δ' συναμφοτέρω τᾶς Γ Β, Β Δ. Καὶ ἐπεὶ αἱ Ε Δ, Δ Γ, Γ Α ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐντί, καὶ συναμφότεροι ἑκάστα τᾶν Ε Β, Β Δ· Δ Β, Β Γ· Γ Β, Γ Α· ἔσται καὶ ὡς ἁ Ε Δ ποτὶ Δ Α, οὕτως συναμφότερος ἁ Ε Β, Β Δ ποτὶ συναμφότερον τὰν Δ Β, Β Γ, μετὰ τᾶς συναμφοτέρω τᾶς Γ Β, Β Α. Καὶ συνθέντι ἄρα ἐστίν, ὡς Α Ε ποτὶ Α Δ, οὕτως συναμφότερος ἁ Ε Β, Β Δ, μετὰ συναμφοτέρω τᾶς Α Β, Β Γ, καὶ συναμφοτέρω τᾶς Γ Β, Β Δ· ὅ ἐστι συναμφότερος ἁ Ε Β Α, μετὰ τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς Δ Β Γ, ποτὶ συναμφότερον τὰν Β Δ, Β Α, μετὰ τᾶς β' τᾶς Β Γ. Ὥστε καὶ ἁ β' ποτὶ τὰν β' τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον τουτέστιν ὡς ἁ Ε Α ποτὶ Α Δ, οὕτως ἁ β' συναμφοτέρω τᾶς Ε Β Α, μετὰ τᾶς δ' συναμφοτέρω τᾶς Γ Β Δ, ποτὶ τὰν β' συναμφοτέρω τᾶς Α Β Δ, μετὰ τᾶς δ' τᾶς Γ Β. Ὥστε ἁ Ε Α ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς Α Δ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκτε τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς Α Β Ε καὶ δ' συναμφοτέρω τᾶς Γ Β Δ, ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκει-

ad Η Θ eam rationem, quam quinque ad duo. Rurſus quoniam Ο Δ ad Δ Λ eamdem habet rationem, quam Ε Β, una cum dupla ipſius Β Δ, ad rectam æqualem compoſitæ ex dupla utriuſque Α Β, Β Ε, una cum quadrupla utriuſque Γ Β, Β Δ. Ut autem Λ Δ ad Δ Ε, ita ſe habet etiam recta compoſita tum ex dupla ipſius Α Β, tum ex tripla ipſius Γ Β, tum ex Β Δ, ad rectam æqualem tum ipſi Ε Β, tum duplæ ipſius Β Δ. Igitur rationibus diſſimiliter ordinatis, hoc eſt perturbata proportione, ut Ο Δ ad Δ Ε, ita ſe habet, ex æqua proportione, dupla ipſius Α Β, una cum tripla ipſius Β Γ, et amplius Β Δ, ad rectam compoſitam tum ex dupla utriuſque Α Β, Β Ε, tum ex quadrupla utriuſque Γ Β, Β Δ. Quare etiam ut Ε Ο ad Ε Δ, ita ſe habet Γ Β, una cum tripla ipſius Β Δ, et dupla ipſius Ε Β, ad duplam utriuſque Α Β, Β Ε, et quadrupla utriuſque Γ Β, Β Δ. Se habet autem Δ Ε ad Ε Β, ut Α Γ ad Γ Β, et Γ Δ ad Δ Β: et per compoſitionem, ut tripla ipſius Γ Δ ad triplam ipſius Δ Β; et dupla ipſius Δ Ε ad duplam ipſius Ε Β. Ideoque etiam, ut recta compoſita tum ex Α Γ, tum ex tripla ipſius Γ Δ, tum ex dupla ipſius Δ Ε, ad rectam compoſitam tum ex Γ Β, tum ex tripla ipſius Δ Β, tum ex dupla ipſius Ε Β. Rurſus igitur rationibus diſſimiliter ordinatis, hoc eſt perturbata proportione, eamdem ex æqua proportione rationem habebit Ε Ο ad Ε Β, quam Α Γ, una cum tripla ipſius Γ Δ, et dupla ipſius Δ Ε, ad duplam utriuſque Α Β, Β Ε, una cum quadrupla utriuſque Γ Β, Β Δ. Tota igitur Ο Β ad Ε Β eamdem habet rationem, quam recta æqualis triplæ ipſius Α Β, una cum ſexcupla ipſius Γ Β, et tripla ipſius Β Δ, ad duplam utriuſque Α Β, Β Ε, una cum quadrupla utriuſque Γ Β, Β Δ. Et quoniam eamdem inter ſe invicem rationem habent tum Ε Δ, Δ Γ, Γ Α; tum binæ quæque Ε Β, Β Δ; Δ Β, Γ Β; Γ Β, Γ Α; ideo ut Ε Δ ad Δ Α, ita ſe habebit utraque Ε Β, Β Δ ad utramque Δ Β, Β Γ, una cum utraque Γ Β, Β Α. Igitur etiam componendo, ut Α Ε ad Α Δ, ita utraque Ε Β, Β Δ, una cum utraque Α Β, Β Γ, et utraque Γ Β, Β Δ; hoc eſt utraque Ε Β Α, una cum dupla utriuſque Δ Β Γ, ad utramque Β Δ, Β Α, una cum dupla ipſius Β Γ. Quare etiam duplum ad duplum eamdem rationem habebit: nimirum ut Ε Α ad Α Δ, ita ſe habebit dupla utriuſque Ε Β Α, una cum quadrupla utriuſque Γ Β Δ, ad duplam utriuſque Α Β Δ, una cum quadrupla ipſius Γ Β. Atque ut Ε Α ad tres quintas partes ipſius Α Δ, ita recta compoſita tum ex dupla utriuſque Α Β Ε, tum ex quadrupla utriuſque Γ Β Δ, ad tres quin-

ἐπεὶ ἁ Θ Δ — τὰν συγκειμέναν — ὡς ἁ Β Δ — τᾶς Η Β Δ — συγκειμένα — In MS. ἐστὶν deeſt.
ἁ Θ Δ — Ω Ε — καὶ Γ — Ε Θ — τᾶς Γ Δ — ἁ Ε Β — ὡς ἁ ἐστὶ — Β Λ — ἴσα ὡς Α Β
Β Δ — τᾶς Γ Β· ὥστε καὶ ὡς ἁ Ε Λ — ὥστε συγκειμένα, ἔκτε τᾶς Β συναμφοτέρω — μετὰ τᾶς Δ

tas partes rectæ compoſitæ tum ex dupla utriuſque Α Β Δ, tum ex quadrupla ipſius Γ Β. Ut autem Ε Α ad tres quintas partes ipſius Α Δ, ita ſe habet Ε Β ad Ζ Η. Igitur ut Ε Β ad Ζ Η, ita ſe habet dupla utriuſque Α Β Ε, una cum quadrupla utriuſque Δ Β Γ, ad tres quintas partes rectæ compoſitæ ex dupla utriuſque Α Β Δ, una cum quadrupla ipſius Γ Β. Demonſtrata autem eſt, ut Ο Β ad Ε Β, ita ſe habere tripla utriuſque Α Β Δ, una cum ſexcupla ipſius Γ Β, ad duplam utriuſque Α Β Ε, et quadruplam utriuſque Γ Β Δ. Igitur etiam ex æqua proportione, ut Ο Β ad Ζ Η, ita ſe habet recta compoſita tum ex tripla utriuſque Α Β Δ, tum ex ſexcupla ipſius Γ Β, ad tres quintas partes rectæ compoſitæ tum ex dupla utriuſque Α Β Δ, tum ex quadrupla ipſius Γ Β. At vero recta compoſita tum ex tripla utriuſque Α Β Δ, tum ex ſexcupla ipſius Γ Β, ad rectam quidem compoſitam tum ex dupla utriuſque Α Β Δ, tum ex quadrupla ipſius Γ Β, eam rationem habet, quam tria ad duo; ad tres quintas partes vero ejuſdem rectæ eam habet rationem, quam quinque ad duo. Demonſtratum autem eſt etiam Α Ο ad Η Θ eam rationem habere, quam quinque ad duo. Igitur tota etiam Β Α ad totam Ζ Θ eam habet rationem, quam quinque ad duo. Quod ſi ita eſt, Ζ Θ duæ quintæ partes eſt ipſius Α Β. Quod oportebat demonſtrare.

μένας ἔκτε τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς Α Β Δ, [f] καὶ δ' τᾶς Γ Β. [g] Ἀλλ' ὡς ἁ Ε Α ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς Α Δ, οὕτως ἐστὶν ἁ Ε Β ποτὶ Ζ Η. Καὶ ὡς ἄρα ἁ Ε Β ποτὶ Ζ Η, οὕτως ἁ β' συναμφοτέρω τᾶς Α Β Ε, μετὰ τᾶς δ' συναμφοτέρω τᾶς Δ Β Γ, ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἔκτε τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς Α Β Δ, μετὰ τᾶς δ' τᾶς Γ Β. Ἐδείχθη δὲ ὡς [h] Ο Β ποτὶ Ε Β, οὕτως ἁ γ' συναμφοτέρω τᾶς Α Β Δ, μετὰ τᾶς ϛ' τᾶς Γ Β, ποτὶ τὰν β' συναμφοτέρω τᾶς Α Β Ε, καὶ δ' συναμφοτέρω τᾶς Γ Β Δ. Καὶ δι' ἴσω ἄρα ἐστὶν [i] ὡς ἁ Ο Β ποτὶ Ζ Η, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκτε τᾶς γ' συναμφοτέρω τᾶς Α Β Δ, καὶ ϛ' τᾶς Γ Β, ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἔκτε τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς Α Β Δ, καὶ δ' τᾶς Γ Β. Ἀλλὰ ἁ συγκειμένα ἔκτε τᾶς γ' συναμφοτέρω τᾶς Α Β Δ, [k] καὶ ϛ' τᾶς Γ Β, ποτὶ μὲν τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β' συναμφοτέρω [l] τᾶς Α Β Δ, καὶ δ' τᾶς Γ Β, λόγον ἔχει, ὃν τρία ποτὶ δύο· ποτὶ δὲ τὰ τρία πέμπτα τᾶς αὐτᾶς λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἁ Α Ο ποτὶ Η Θ λόγον ἔχοισα, ὃν πέντε ποτὶ δύο. Καὶ ὅλα ἄρα ἁ Β Α ποτὶ ὅλαν τὰν Ζ Θ, λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο. Εἰ δὲ τοῦτο, δύο πεμπταμόρια ἐστὶ ἁ Ζ Θ [m] τᾶς Α Β. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

EUTOCIUS.

Nonum theorema, quod plane obſcurum eſt, verbis dilatantes perſpicue explicare conabimur. Quoniam enim proportionales ſunt Α Β, Β Γ, Δ Β, Β Ε, proportionales utique ſunt pro eadem ratione dividendo permutandoque, etiam Α Γ, Γ Δ, Δ Ε. Itaque cum proportionales invicem ſint Α Β, Γ Β, Β Δ, Δ Ε, itemque Α Γ, Γ Δ, Δ Ε; ut præcedens et media ad ſequentem in primis magnitudinibus, ita ſe habet præcedens et media ad ſequentem in magnitudinibus ſecundis. Ut igitur utraque ſimul Α Γ, Γ Δ, hoc eſt Α Δ, ad Δ Ε, ita ſe habet utraque ſimul Α Β, Γ Β ad Δ Β. Se habet autem ut utraque ſimul Α Β, Γ Β ad Δ Β, ita dupla utriuſque ſimul Α Β, Β Γ ad duplam ipſius Β Δ; eo quod partes eandem quam æque multiplices inter ſe invicem rationem habent. Se habet igitur et ut Α Δ ad Δ Ε, ita dupla utriuſque ſimul Α Β Γ ad duplam ipſius Δ Β. Rurſus cum Γ Β, Β Δ, Δ Β proportionales invicem ſint; ut Α Δ ad Δ Ε, ita ſe habebit propter ea, quæ prius dicta ſunt, utraque ſimul Γ Β, Β Δ ad Β Ε. Se habet autem ut Α Δ ad Δ Ε, ita etiam dupla utriuſque ſimul Α Β, Β Γ ad duplam ipſius Β Δ. Se habet igitur ut una ad unam, ita etiam omnes ad omnes: et propterea ut Α Δ ad Δ Ε, ita præcedentes ad ſequentes. At præcedentes quidem ſunt dupla utriuſque ſimul Α Β, Β Γ, et utraque Γ Β, Β Δ; hoc eſt duæ Α Β, et tres Γ Β, et una Β Δ; ſequentes vero dupla ipſius Β Δ, et ſola Β Ε. Se habet igitur ut Α Δ ad Δ Ε, ita recta compoſita tum ex dupla ipſius Α Β, tum ex tripla ipſius Γ Β, tum ex ſola Δ Β ad rectam compoſitam cum

Τὸ ἔνατον θεώρημα πάνυ ἐν ἀσαφείᾳ καθεστηκὸς πειρασόμεθα διαρθρώσαντες σαφῶς, κατὰ τὸ δυνατόν. Ἐπεὶ γὰρ ἀνάλογόν εἰσιν αἱ Α Β, Β Γ, Δ Β, Β Ε, καὶ διελόντι, καὶ ἐναλλὰξ αἱ Α Γ, Γ Δ, Δ Ε ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσί. Ἐπεὶ οὖν αἱ Α Β, Β Γ, Β Δ, Β Ε ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσί, καὶ αἱ Α Γ, Γ Δ, Δ Ε, ἔστιν ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον, καὶ μέσον πρὸς [b] ἑπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον καὶ μέσον πρὸς ἑπόμενον. Ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ Α Γ, Γ Δ, τουτέστιν ἡ Α Δ, πρὸς Δ Ε, οὕτως συναμφότερος ἡ Α Β, Γ Β πρὸς Δ Β. Ὡς δὲ συναμφότερος ἡ Α Β, Γ Β πρὸς Δ Β, οὕτως ἡ δὶς συναμφότερος τῶν Α Β, Β Γ πρὸς τὴν δὶς τῆς Β Δ· διότι τὰ μέρη τοῖς ἰσάκις πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Α Δ πρὸς Δ Ε, οὕτως ἡ β' συναμφότερος τῶν Α Β Γ πρὸς τὴν β' τῆς Δ Β. Πάλιν ἐπειδὴ αἱ Γ Β, Β Δ, Β Ε ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσί, καὶ αἱ Α Γ, Γ Δ, Δ Ε· ἔσται, διὰ τὰ πρότερον εἰρημένα, ὡς ἡ Α Δ πρὸς Δ Ε, οὕτως συναμφότερος ἡ Γ Β, Β Δ πρὸς Β Ε. Ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ Α Δ πρὸς Δ Ε, ἡ β' συναμφότερος τῶν Α Β, Β Γ πρὸς τὴν β' τῆς Β Δ. Καὶ ὡς ἄρα ἓν πρὸς ἕν, ἅπαντα πρὸς ἅπαντα. Ὡς ἄρα ἡ Α Δ πρὸς Δ Ε, οὕτως τὰ ἡγούμενα πρὸς τὰ ἑπόμενα. Ἔστι δὲ ἡγούμενα μὲν ἡ β' συναμφότερος τῶν Α Β, Β Γ, καὶ συναμφότερος ἡ Γ Β, Β Δ, τουτέστι δὶς αἱ Α Β, καὶ τρεῖς Γ Β, καὶ μία ἡ Β Δ. Ἑπόμενα δὲ ἡ β' τῆς Β Δ, καὶ ἡ Β Ε μόνη. Ἔστιν οὖν ὡς ἡ Α Δ πρὸς Δ Ε, ἡ συγκειμένη εὐθεῖα, ἔκ τε τῆς β' τῆς Α Β, καὶ γ' τῆς Γ Β, καὶ τῆς Δ Β μόνης,

[f] μετὰ τᾶς δ' τᾶς Γ Β [g] ἀλλ' ὡς &c. hoc et ſequentia ad Ἐδείχθη, deſunt in MS. [h] Α Β [i] ὡς ἁ Ε Β ποτὶ Ζ Η· οὕτως [k] καὶ ἐκ τᾶς τᾶς Γ Β [l] τᾶς Α Β Δ καὶ δ' τᾶς Γ Β [a] τᾶ Β Δ, Ο Ι [b] ἑπόμενον, ὡς ἄρα

πρὸς τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β' τᾶς ΒΔ, καὶ μόνας τᾶς ΕΒ. Καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς β' τᾶς ΑΒ, καὶ τᾶς δ' [g] τᾶς ΓΒ, καὶ τᾶς δ' τᾶς ΔΒ, καὶ τᾶς β' τᾶς ΒΕ, τᾶς συγκειμένας ἔκ τε τᾶς β' τᾶς ΑΒ [h], καὶ γ' τᾶς ΓΒ, καὶ τᾶς ΒΔ μόνας· ἐξέθην δὲ ἴσαι ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς β' τᾶς [i] ΒΔ, καὶ μόνας τᾶς ΕΒ· τὰ δὲ μείζω πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλασσον· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ' συναμφοτέρω τᾶς ΓΒ, ΒΔ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β' τᾶς ΔΒ, καὶ τᾶς ΕΒ μόνας, ἤπερ ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β' τᾶς ΑΒ, καὶ τᾶς γ' τᾶς ΓΒ, καὶ μόνας τᾶς ΔΒ πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς διπλᾶς τᾶς ΒΔ, καὶ μόνας τᾶς ΕΒ. Ἀλλ' ὡς ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β' τᾶς ΑΒ, καὶ γ' τᾶς ΓΒ, καὶ τᾶς ΒΔ μόνας, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β' τᾶς ΒΔ, καὶ μόνας τᾶς ΕΒ, οὕτως ἐδείχθη ἁ ΑΔ πρὸς ΔΕ. Καὶ ἁ συγκειμένα ἄρα ἐκ τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ' συναμφοτέρω τᾶς ΓΒ, ΒΔ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β' τᾶς ΒΔ, καὶ μόνας τᾶς ΕΒ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἁ ΑΔ πρὸς ΔΕ. Ἐὰν ἄρα ἐπινοῶμεν ποιέειν [k] τὸν αὐτὸν τᾶς ΑΔ πρὸς ἄλλαν τινά, ἐλάσσων ἔσται ἐκείνα τᾶς ΔΕ. Ἔστω ἁ ΔΟ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἁ ΑΔ πρὸς ΔΟ, ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β' συναμφοτέρω [l] τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ' συναμφοτέρω τᾶς ΓΒ, ΒΔ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β' τᾶς ΒΔ, καὶ μόνας τᾶς ΕΒ. Ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ἁ ΟΔ πρὸς ΔΑ, ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β' τᾶς ΒΔ, καὶ μόνας τᾶς ΕΒ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ τᾶς δ' συναμφοτέρω τᾶς ΓΒ, ΒΔ. Καὶ συνθέντι, ὡς ἁ ΟΑ [m] πρὸς ΑΔ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β' τᾶς ΑΒ, καὶ δ' τᾶς ΓΒ, καὶ ς' τᾶς ΒΔ, καὶ γ' τᾶς ΒΕ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ' συναμφοτέρω τᾶς ΓΒ, ΒΔ. Ἥ τε γὰρ ΒΔ ἑξάκις παρελήφθη, τετράκις μὲν ἐν τοῖς προτέροις, δὶς δὲ ἐν τοῖς δευτέροις· [n] καὶ ἁ ΒΕ τρὶς ἐλήφθη, δὶς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις, ἅπαξ δὲ ἐν τοῖς δευτέροις. Ὑπόκειται δὲ καὶ ἁ ΑΔ πρὸς ΗΘ τοῦτον ἔχουσα τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς ε' συναμφοτέρω τᾶς ΑΒ, ΒΕ, [o] καὶ ι' συναμφοτέρω τᾶς ΓΒ, ΒΔ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β' τᾶς ΑΒ, καὶ δ' τᾶς ΓΒ, καὶ ς' τᾶς ΒΔ, καὶ γ' τᾶς ΒΕ· καὶ ἐστὶ τεταραγμένα ἀναλογία. Δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἁ ΟΑ πρὸς ΗΘ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς ε' συναμφοτέρω τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ ι' τᾶς ΓΒ, ΒΔ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ' τᾶς ΓΒ, ΒΔ. Τὸ γὰρ τᾶς τεταραγμένας ἀναλογίας οὕτως ἔσται δῆλον. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν, ἡγούμενα ἁ ΟΑ πρὸς ἑπόμενον τὰν ΑΔ, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν, ἡγούμενα ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β' τᾶς [p] ΑΒ, καὶ δ' τᾶς ΓΒ, καὶ ς' τᾶς ΒΔ, καὶ γ' τᾶς ΒΕ, πρὸς ἑπόμενον τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ' συναμφοτέρω τᾶς ΓΒ, [q] ΔΒ· ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν, ἑπόμενα ἁ ΑΔ πρὸς ἄλλο τι τὸ ΗΘ, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν, ἄλλο τι ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς ε' συναμφοτέρω τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ ι' συναμφοτέρω τᾶς ΓΒ, ΒΔ, πρὸς ἡγούμενον τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β' τᾶς ΑΒ, καὶ δ' τᾶς ΓΒ, καὶ ς' τᾶς ΒΔ, καὶ γ' τᾶς ΒΕ. Ἔστι δὲ ἁ ε' συναμφοτέρω τᾶς ΑΒ, ΒΕ, πρὸς τὰν β' τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο· ἔχει δὲ καὶ ἁ ι' συναμφοτέρω τᾶν ΓΒ, ΒΔ πρὸς τὰν δ' τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν πέντε πρὸς δύο·

ex dupla ipſius B Δ, tum ex ſola E B. Et quoniam major eſt recta compoſita tum ex dupla ipſius A B, tum ex quadrupla ipſius Γ B, tum ex quadrupla ipſius Δ B, tum ex dupla ipſius B E quam recta compoſita tum ex dupla ipſius A B, tum ex tripla ipſius Γ B, tum ex ſola B Δ; et recta alia ſepoſita eſt ex dupla ipſius B Δ, et ſola E B compoſita: major autem magnitudo ad eamdem majorem habet rationem quam minor; ideo recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius B Δ, tum ex ſola E B, majorem rationem habet, quam recta compoſita tum ex dupla ipſius A B, tum ex tripla ipſius Γ B, tum ex ſola Δ B ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius B Δ, tum ex ſola E B. Ut autem recta compoſita tum ex dupla ipſius A B, tum ex tripla ipſius Γ B, tum ex ſola B Δ, ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius B Δ, tum ex ſola E B, ita demonſtratum eſt ſe habere A Δ ad Δ E. Igitur etiam recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ, ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius B Δ, tum ex ſola E B majorem rationem habet, quam A Δ ad Δ E. Itaque ſi ratio inſtituenda nobis ſit eadem atque ipſius A Δ ad aliam quamdam, minor hæc erit quam Δ E. Sit Δ O. Ut igitur A Δ ad Δ O, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ, ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius B Δ, tum ex ſola E B. Igitur invertendo, ut O Δ ad Δ A, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla ipſius B Δ, tum ex ſola E B, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ. Et componendo, ut O A ad A Δ, ita ſe habet recta compoſita tum ex dupla ipſius A B, tum ex quadrupla ipſius Γ B, tum ex ſexcupla ipſius B Δ, tum ex tripla ipſius B E, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ. Nam B Δ ſumpta ſexies eſt, quater quidem in primis magnitudinibus, bis vero in ſecundis: et B E ſumpta eſt ter, bis quidem in magnitudinibus primis, ſemel vero in ſecundis. Ponitur autem A Δ ad H Θ eamdem rationem habere, quam rectam compoſitam cum ex quincupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex decupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ, ad rectam compoſitam tum ex dupla ipſius A B, tum ex quadrupla ipſius Γ B, tum ex ſexcupla ipſius B Δ, tum ex tripla ipſius B E: proportioque ipſa perturbata eſt. Igitur æqua proportione, ut O A ad H Θ, ita ſe habet recta compoſita cum ex quincupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex decupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ. Porro ad allatam proportionem quod attinet, ita manifeſta res fiet. Nimirum ut in primis magnitudinibus, præcedens O A ad ſequentem A Δ, ita ſe habet in ſecundis, præcedens, recta compoſita tum ex dupla ipſius A B, tum ex quadrupla ipſius Γ B, tum ex ſexcupla ipſius B Δ, tum ex tripla ipſius B E, ad ſequentem, rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ: ut autem in magnitudinibus primis, ſequens A Δ ad aliam quamdam H Θ, ita in ſecundis, ſe habet quædam alia, recta compoſita cum ex quincupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex decupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ, ad præcedentem, rectam compoſitam tum ex dupla ipſius A B, tum ex quadrupla ipſius

[g] τᾶς ΓΔ
[h] καὶ ἁ ΒΕ τρίτον
[i] καὶ γ' τᾶς γ τ' καὶ τᾶς ΓΔ μόνας
[k] καὶ συναμφοτέρω τᾶς ΓΔ, ΒΔ
[l] ΔΕ
[m] ΑΔ
[n] τὸν αὐτὸν λόγον
[o] ΒΔ
[p] τᾶς ΑΒ, ΒΓ
[q] πρὸς ΑΔ

Γ B, tum ex ſexcupla ipſius B Δ, tum ex tripla ipſius B E. Quoniam vero cum quincupla utriuſque ſimul A B, B E, ad duplam ejuſdem, tum decupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ ad ejuſdem quadruplam eandem rationem habet, quam quinque ad duo: nam ratio quinque ad duo eadem eſt quæ decem ad quatuor: ideo etiam recta compoſita cum ex quincupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex decupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ eandem habet rationem, quam quinque ad duo. Quare etiam A O ad H Θ eamdem quam quinque ad duo rationem habet. Rurſus quoniam ſupra demonſtratum eſt O Δ ad Δ A eandem rationem habere, quam E B, et duplam ipſius B Δ ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ: et ut in primis magnitudinibus ſequens A Δ ad aliam quamdam Δ E, ita in ſecundis ſe habet quædam alia, recta compoſita tum ex dupla ipſius A B, tum ex tripla ipſius Γ B, tum ex ſola Δ B ad præcedentem, rectam compoſitam cum ex E B, tum ex dupla ipſius B Δ: ideo rationibus diſſimiliter ordinatis, hoc eſt perturbata proportione, ut O Δ ad Δ E, ita ſe habet recta compoſita tum ex dupla ipſius A B, tum ex tripla ipſius Γ B, tum ex ſola B Δ, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ. Quare etiam invertendo, ut E Δ ad Δ O, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ, ad rectam compoſitam tum ex dupla ipſius A B, tum ex tripla ipſius Γ B, tum ex ſola B Δ. Et convertendo, ut Δ E ad E O, videlicet præcedens ad exceſſum quo ſequentem ſuperat; ita recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul A B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ, ad rectam compoſitam tum ex ſola Γ B, tum ex tripla ipſius B Δ, tum ex dupla ipſius E B. Nam præcedens quidem duplam continet utriuſque ſimul A B, et B E; ſequens vero duplam unius tantum A B: ideoque, ſubducto calculo, dupla ipſius E B relinquitur. Rurſus præcedens quidem quadruplam continet utriuſque ſimul Γ B Δ; ſequens vero triplam ipſius Γ B, et ſolam B Δ: atque ideo ſubducto calculo, ſola relinquitur Γ B, et tripla ipſius B Δ. Jure igitur optimo dictum eſt, ut Δ E ad E O, ita convertendo, ſe habere rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ, ad rectam compoſitam tum ex Γ B, tum ex tripla ipſius Δ B, tum ex dupla ipſius E B. Quare etiam invertendo, ut O E ad E Δ, ita ſe habet recta compoſita tum ex Γ B, tum ex tripla ipſius B Δ, tum ex dupla ipſius E B, ad rectam compoſitam tum ex dupla utriuſque ſimul A B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ. At vero ut Δ B ad aliam quamdam E B, ita ſe habet A B ad B Γ: et dividendo, ut Δ E ad E B, ita A Γ ad Γ B. Eadem ratione, ut Γ Δ ad Δ B, ita ſe habet Δ E ad E B: et propterea ut tripla ipſius Γ Δ ad triplam ipſius Δ B, ita dupla ipſius Δ E ad duplam ipſius E B. Partes enim eandem quam æque multiplices invicem rationem habent. Ut igitur una ad unam, ita etiam ſe habent omnes præcedentes ad omnes ſequentes. Ut igitur Δ E ad E B, ita ſe habet recta compoſita tum ex A Γ, tum ex tripla ipſius Γ Δ, tum ex dupla ipſius Δ E, ad rectam compoſitam tum ex Γ B, tum ex tripla ipſius B Δ, tum ex dupla ipſius E B. Quoniam igitur demonſtratum eſt, ut in primis magnitudinibus præcedens O E ad ſequentem Δ E, ita in ſecundis ſe habere rectam compoſitam tum ex Γ B, tum ex

ἐπειδὴ καὶ τὰ πέντε πρὸς δύο, καὶ [1] τὰ δέκα πρὸς τέσσαρα λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο· καὶ ἁ συγκειμένα ἄρα ἔκ τε τᾶς ε´ συναμφοτέρου τᾶς Α Β, Β Ε, καὶ ι´ συναμφοτέρου τᾶς Γ Β, Β Δ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β´ συναμφοτέρου τᾶς Α Β, Β Ε, καὶ δ´ τᾶς Γ Β, Β Δ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο. Ὥστε καὶ ἁ Α Ο πρὸς Η Θ λόγον ἔχει ὃν πέντε πρὸς δύο. Πάλιν ἐπεὶ ἐδείχθη ἐν τοῖς ἀνωτέρω, ὅτι ἁ Ο Δ πρὸς Δ Α τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει ἁ Ε Β μετὰ τᾶς β´ τᾶς Β Δ πρὸς τὰν ἴσαν τᾷ συγκειμένᾳ ἔκ τε τᾶς β´ συναμφοτέρου τᾶς [illegible] μετὰ [2] τᾶς δ´ συναμφοτέρου τᾶς Γ Β, Β [illegible] ἑπόμενος ἐν τοῖς πρώτοις [3] μεγέθεσιν, [illegible] Δ Ε, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν [illegible] τᾶς β´ τᾶς Α Β, καὶ γ´ τᾶς Γ Β, [illegible] τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς Ε Β, [illegible] τᾶς Β Δ· [illegible] τῶν λόγων τεταγμένων, [illegible] λογίας, [illegible] Δ πρὸς Δ Ε, [illegible] ἐκ τᾶς β´ τᾶς Α Β, [illegible] τᾶς Β Δ, πρὸς τὰν συγκειμέναν [illegible] τᾶς Α Β, Β Ε, καὶ δ´ τᾶς Γ Β, Β Δ. Ὥστε [illegible] ὡς ἁ Ε Δ πρὸς Δ Ο, οὕτως ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β´ [illegible] συναμφοτέρου τᾶς Α Β, Β Ε, καὶ δ´ συναμφοτέρου τᾶς Γ Β Δ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β´ τᾶς Α Β, καὶ γ´ τᾶς Γ Β, καὶ μόνου τᾶς Β Δ. Καὶ ἀναστρέψαντι, ὡς ἁ Δ Ε πρὸς Ε Ο, τὸ ἡγούμενον φαμὶ πρὸς τὰν ὑπεροχὰν, οὕτω ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β´ συναμφοτέρου τᾶς Α Β Ε, μετὰ τᾶς δ´ τᾶς Γ Β Δ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς Γ Β μόνας, καὶ γ´ τᾶς Β Δ, καὶ τᾶς β´ τᾶς Ε Β. Ἐν μὲν γὰρ τῷ ἡγουμένῳ ἁ β´ τᾶς Α Β, καὶ τᾶς Β Ε· ἐν δὲ τῷ ἑπομένῳ ἁ β´ τᾶς Α Β μόνας· ἄρα ἀπολείπεται ἐν ταῖς ὑπεροχαῖς ἁ β´ τᾶς Ε Β. Πάλιν ἐν μὲν τῷ ἡγουμένῳ ἁ δ´ συναμφοτέρου τᾶς Γ Β Δ, ἐν δὲ τῷ ἑπομένῳ ἁ γ´ τᾶς Γ Β, καὶ ἁ Β Δ μόνα· ἄρα ἀπολείπεται ἐν ταῖς ὑπεροχαῖς ἁ Γ Β μόνα, καὶ ἁ γ´ τᾶς Β Δ. Καλῶς ἄρ ἐδείχθη, ὅτι καὶ ἀναστρέψαντι ὡς ἁ Δ Ε πρὸς Ε Ο, ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β´ συναμφοτέρου τᾶς Α Β, Β Ε, καὶ δ´ συναμφοτέρου τᾶς Γ Β Δ, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς Γ Β, καὶ τᾶς γ´ τᾶς Δ Β, καὶ τᾶς β´ τᾶς Ε Β. Ὥστε καὶ ἀνάπαλιν ὡς Ο Ε πρὸς Ε Δ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς Γ Β, μετὰ τᾶς γ´ τᾶς Β Δ, [4] καὶ β´ τᾶς Ε Β, πρὸς τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β´ συναμφοτέρου τᾶς Α Β Ε, καὶ δ´ συναμφοτέρου τᾶς Γ Β Δ. [5] Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἁ Δ Β πρὸς ἄλλα τιν Ε Β, ἁ Α Β πρὸς Β Γ· καὶ διελόντι ὡς ἁ Δ Ε πρὸς Ε Β, ἁ Α Γ πρὸς Γ Β. Διὰ τὰ αὐτὰ δὲ, ἐστὶν ὡς ἁ Γ Δ πρὸς Δ Β, οὕτως ἁ Δ Ε πρὸς Ε Β· καὶ ὡς ἄρα ἁ γ´ τᾶς Γ Δ πρὸς τὰν γ´ τᾶς Δ Β, οὕτως ἁ β´ τᾶς Δ Ε πρὸς τὰν β´ τᾶς Ε Β. Τὰ γὰρ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. Καὶ ὡς ἄρα ἓν πρὸς ἓν, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα. [illegible] ἡ Δ Ε πρὸς Ε Β, οὕτως ἁ συγκειμένα ἐκ [illegible] Α Γ, [6] καὶ [illegible] Γ Δ, καὶ ἁ β´ τᾶς Δ Ε, [illegible] Γ Β, καὶ τᾶς γ´ τᾶς Β Δ, [7] καὶ [illegible] Ε Β. [illegible] τῶν μεγεθέων [illegible] τοῖς δευτέροις [8] μεγέθεσιν ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς Γ Β, καὶ τᾶς γ´ τᾶς Β Δ, καὶ β´ τᾶς [9] Β Ε, πρὸς ἑπόμενον, τὰν συγκειμέναν

[1] τὰ δέκα πρὸς τέσσαρα λόγον ἔχει ὃν πέντε πρὸς δύο in MS. deſunt. [2] τᾶς ex MS. [3] In MS. hiatus eſt, in hoc loco, uſque ad ἄλλαν ἁ. [4] ἔστι δὲ ὡς [5] καὶ τᾶς Γ Δ [6] καὶ τᾶς β´. ἐπεὶ [7] μεγέθεσιν ἡγούμενον ἁ συγκειμένα [8] Β Δ

[b] ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ· ὡς δὴ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον ἡ ΔΕ πρὸς ἄλλο τι τὴν ΕΒ, ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἄλλο τι ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς ΑΓ, καὶ ἡ γ′ τῆς ΓΔ, καὶ [c] β′ τῆς ΔΕ, πρὸς ἡγούμενον τὴν συγκειμένην, ἔκ τε τῆς ΓΒ, καὶ γ′ τῆς ΔΒ, καὶ β′ τῆς ΒΕ· δι᾽ ἴσου, ἐν τῇ τεταραγμένῃ ἀναλογίᾳ, ὡς ἡ ΟΕ πρὸς ΕΒ, ἡ συγκειμένη ἔκ τε τῆς ΑΓ, [d] καὶ γ′ τῆς ΓΔ, καὶ ἡ β′ τῆς ΔΕ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ, μετὰ τῆς δ′ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ. Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΟΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς ΑΓ, καὶ γ′ τῆς ΓΔ, καὶ β′ τῆς ΕΔ, καὶ β′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρου [e] τῆς ΓΒΔ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ. Ἀλλὰ ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς ΑΓ, καὶ γ′ τῆς ΓΔ, καὶ β′ τῆς ΔΕ, [f] καὶ β′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ, ἴση ἐστὶ τῇ συγκειμένῃ ἔκ τε τῆς [g] γ′ τῆς ΑΒ, καὶ ϛ′ τῆς ΓΒ, καὶ γ′ τῆς ΔΒ. Ἥ τε γὰρ ΑΒ δὶς παραληφθεῖσα αὐτόθεν, καὶ προσλαβοῦσα τὴν ΑΓ, καὶ ἐκ τῆς δ′ τῆς ΓΒ μίαν, ποιεῖ τρίτην τὴν ΑΒ. Πάλιν [h] ἀφαιρεθείσης ἀπὸ τῆς δ′ τῆς ΓΒ μιᾶς, γίνεται γ′. Προσλαβοῦσα δὲ τὴν γ′ τῆς ΓΔ, καὶ γ′ τῆς ΔΒ, ποιεῖ τὴν ϛ′ τῆς ΓΒ. Πάλιν ἀφαιρεθείσης [i] ἀπὸ τῆς δ′ τῆς ΔΒ γ′, μένει μία ἡ ΔΒ. Προσλαβοῦσα δὲ τήν τε β′ τῆς ΔΕ, καὶ τὴν β′ τῆς ΕΒ, ποιεῖ τὴν γ′ τῆς ΒΔ. Καλῶς [k] ἄρα λέγει, ὅτι ἡ ΟΒ πρὸς ΕΒ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς γ′ τῆς ΑΒ, καὶ ϛ′ τῆς ΓΒ, καὶ γ′ τῆς ΔΒ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ. Πάλιν [l] ἐπεὶ αἱ ΕΔ, ΔΓ, ΓΑ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ, καὶ, διὰ τὸ ἀνάπαλιν τῆς ὑποθέσεως, συναμφότεροι ἑκάστη τῶν ΕΒ, ΒΔ, ΔΒ, ΒΓ, ΓΒ, ΒΑ· ἔστιν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς τὴν μέσην καὶ τὴν ἑπομένην τὰς ΔΓ, ΓΑ, τουτέστι τὴν ΔΑ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΕΒ, ΒΔ πρὸς συναμφότερον τὴν ΔΒ, ΒΓ, μετὰ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΑ. Καὶ συνθέντι ἄρα, ὡς ΕΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΕΒΔ, μετὰ συναμφοτέρου τῆς ΔΒΓ, καὶ μετὰ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΑ, πρὸς συναμφότερον τὴν ΔΒΓ, μετὰ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΑ. Ἀλλὰ συναμφότερος ἡ ΕΒΔ μετὰ τῆς ΔΒΓ, καὶ τῆς ΓΒΑ, ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ ΕΒΑ, καὶ δὶς συναμφοτέρῳ τῇ ΔΒΓ· ἅπαξ γὰρ αἱ ἄκραι παραλαμβάνονται, καὶ δὶς αἱ μέσαι· συναμφότερος δὲ [m] ἡ ΔΒΓ μετὰ τῆς ΓΒΑ, ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ ΔΒΑ, καὶ δὶς τῇ [n] ΓΒ, διὰ τὴν αὐτὴν αἰτίαν. Ἔστιν [o] ἄρα ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἔκ τε τῆς ΕΒΑ, [p] καὶ δὶς συναμφοτέρου τῆς ΔΒΓ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκ τε συναμφοτέρου τῆς ΔΒΑ, καὶ τῆς β′ τῆς ΓΒ. Ὥστε καὶ ἡ διπλασία πρὸς τὴν διπλασίαν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. Ὡς ἄρα ἡ ΕΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς ΕΒΑ, μετὰ τῆς δ′ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς [q] ΑΒΔ, καὶ τῆς δ′ τῆς ΓΒ. Ὥστε καὶ ὡς ἡ ΕΑ πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς ΑΔ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ, καὶ τῆς δ′ τῆς ΓΒ. Ἀλλ᾽ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς ΑΔ, οὕτως ὑπόκειται ἡ ΒΕ πρὸς

tripla ipſius B Δ, tum ex dupla ipſius B E, ad ſequentem, rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ; et rurſus ut in magnitudinibus primus ſequens Δ E ad aliam quamdam E B, ita ſe habere in ſecundis quamdam aliam, rectam compoſitam tum ex A Γ, tum ex tripla ipſius Γ Δ, tum ex dupla ipſius Δ E, ad præcedentem, rectam compoſitam tum ex Γ B, tum ex tripla ipſius B Δ, tum ex dupla ipſius B E; ideo æqua eademque perturbata proportione, ut O E ad E B, ita ſe habet recta compoſita tum ex A Γ, tum ex tripla ipſius Γ Δ, tum ex dupla ipſius Δ E, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ. Et componendo, ut O B ad B E, ita ſe habet recta compoſita tum ex A Γ, tum ex tripla ipſius Γ Δ, tum ex dupla ipſius E Δ, tum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ. Recta autem compoſita tum ex A Γ, tum ex tripla ipſius Γ Δ, tum ex dupla ipſius Δ E, tum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ, æqualis eſt rectæ compoſitæ tum ex tripla ipſius A B, tum ex ſexcupla ipſius Γ B, tum ex tripla ipſius Δ B. Cum enim A B ſumpta bis fuerit, ſi ei adjiciatur A Γ, et Γ B ablata ab ejus quadrupla, triplam facit ipſius A B. Rurſus cum a quadrupla ipſius Γ B ablata fuerit Γ B, ea tripla relinquitur. Itaque ſi huic adjiciatur tripla cum ipſius Γ Δ, tum ipſius Δ B, ſexcuplam facit ipſius Γ B. Denique cum a quadrupla ipſius Δ B ablata fuerit tripla, ea una relinquitur Δ B. Itaque ſi huic adjiciatur dupla cum ipſius Δ E, tum ipſius E B, triplam facit ipſius B Δ. Jure igitur merito dicit, O B ad E B eandem habere rationem, quam rectam compoſitam tum ex tripla ipſius A B, tum ex ſexcupla ipſius Γ B, tum ex tripla ipſius Δ B, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ. Rurſus quoniam E Δ, Δ Γ, Γ A, ex poſitione inverſa utraque ſimul E B, B Δ, Δ B, B Γ, Γ B, B A proportionales ſunt; ideo ut E Δ ad mediam et ſequentem Δ Γ, Γ A, hoc eſt Δ A, ita ſe habet utraque ſimul E B, B Δ ad utramque ſimul cum Δ B, B Γ, tum Γ B, B A. Igitur etiam componendo, ut E A ad A Δ, ita ſe habet utraque ſimul tum E B Δ, tum Δ B Γ, tum Γ B A, ad utramque ſimul cum Δ B Γ, tum Γ B A. Sed utraque quidem ſimul tum E B Δ, tum Δ B Γ, tum Γ B A æqualis eſt utrique ſimul E B A, et duplæ utriuſque ſimul Δ B Γ: poſtremæ enim ſemel, et mediæ bis ſumuntur: utraque vero ſimul cum Δ B Γ, tum Γ B A æqualis eſt ob eandem cauſam utrique ſimul A B Δ, et duplæ ipſius Γ B. Igitur ut E A ad A Δ, ita ſe habet recta compoſita cum ex utraque ſimul E B A, tum ex dupla utriuſque ſimul Δ B Γ, ad rectam compoſitam cum ex utraque ſimul Δ B A, tum ex dupla ipſius Γ B. Dupla autem ad duplam eamdem rationem habet. Ut igitur E A ad A Δ, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul E B A, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B Δ, tum ex quadrupla ipſius Γ B. Quare etiam ut E A ad tres quintas partes ipſius A Δ, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul A B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ, ad tres quintas partes rectæ compoſitæ cum ex dupla utriuſque ſimul A B Δ, tum ex quadrupla ipſius Γ B. Ut autem A B ad tres quintas partes ipſius A Δ, ita ſe habet B E ad Z H;

[a] ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ [b] καὶ ἡ τῆς … συναμφοτέρου τῆς ΒΓΔ [c] τῆς ΔΕ [h] ἀφαιρεθείσης ἡ δ′ ΔΒ, ἐν τῷ [m] ἡ ΔΒΓ [n] ΑΓ [o] εἴσω

[d] καὶ γ′ τῆς ΒΔ· καὶ ἡ β′ τῆς ΔΕ. [e] τῆς ΑΒΔ [f] καὶ β′ συν- [g] καὶ τῆς ϛ′ τῆς ΑΒΓ [k] ἐν τῷ λόγῳ [l] ἐπεὶ αἱ ΕΔ, [p] καὶ συναμφοτέρου [q] ΑΒΓ

quippe hujuſmodi ſumptæ ſunt. Igitur etiam ut E B ad Z H, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul A B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ, ad tres quintas partes rectæ compoſitæ cum ex dupla utriuſque ſimul A B Δ, tum ex quadrupla ipſius Γ B. Quoniam igitur demonſtratum eſt, ut præcedens O B ad ſequentem B E, ita ſe habere præcedentem, cum triplam utriuſque ſimul A B Δ, tum ſexcuplam ipſius Γ B, ad ſequentem, cum duplam utriuſque ſimul A B E, tum quadruplam utriuſque ſimul Γ B Δ: et rurſus ut ſequens E B ad aliam quamdam Z H, ita ſequentem, cum duplam utriuſque ſimul A B E, tum quadruplam utriuſque ſimul Γ B Δ, ad quamdam aliam; hoc eſt ad tres quintas partes rectæ compoſitæ cum ex dupla utriuſque ſimul A B Δ, tum ex quadrupla ipſius Γ B; ideo æqua eademque ordinata proportione, ut O B ad Z H, ita ſe habet recta compoſita cum ex tripla utriuſque ſimul A B Δ, tum ex ſexcupla ipſius Γ B, ad tres quintas partes rectæ compoſitæ cum ex dupla utriuſque ſimul A B Δ, tum ex quadrupla ipſius Γ B. At vero recta compoſita cum ex tripla utriuſque ſimul A B Δ, tum ex ſexcupla ipſius Γ B, ad tres quintas partes rectæ compoſitæ cum ex dupla utriuſque ſimul A B Δ, tum ex quadrupla ipſius Γ B, eamdem habet rationem quam quinque ad duo. Nam tripla quidem utriuſque ſimul A B Δ, duplæ utriuſque ſimul A B Δ ſeſquialtera eſt; ſexcupla vero Γ B ejuſdem quadruplæ eſt ſeſquialtera. Et quoniam præcedentes ad ſequentes, utpote quæ ſeſquialteræ ſunt, eam rationem habent, quam tria ad duo. Ideo habent eam, quam quadraginta quinque ad triginta. Uterque enim numerus utriuſque quincuplex eſt et decuplus. Sunt autem tres quintæ partes numeri triginta, decem octo. Igitur quadraginta quinque ad decem octo eamdem rationem habent, quam recta compoſita cum ex tripla utriuſque ſimul A B Δ, tum ex ſexcupla ipſius Γ B, ad tres quintas partes rectæ compoſitæ cum ex dupla utriuſque ſimul A B Δ, tum ex quadrupla ipſius Γ B. Quæ quidem ratio eadem eſt quæ ipſius O B ad Z H. Habent autem quadraginta quinque ad decem octo eamdem rationem, quam quinque ad duo. Uterque enim numerus quinque et duo nona eſt utriuſque numeri pars. Habet igitur etiam O B ad Z H eamdem rationem, quam quinque ad duo. Quoniam igitur demonſtratum eſt, cum O A ad H Θ, tum O B ad Z H eamdem rationem habere quam quinque ad duo; ideo tota Z Θ idem eſt ac duæ quintæ partes totius A B.

Z H. Καὶ ὡς ἄρα ἁ E B πρὸς Z H, οὕτως ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς A B E, καὶ τᾶς δ' συναμφοτέρω τᾶς Γ B Δ, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἐκ τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς A B Δ, καὶ δ' τᾶς Γ B. Ἐπεὶ οὖν δέδεικται, ὡς ἐγένετο ἁ O B πρὸς ἑπομέναν τὰν B E, οὕτως ἐγένοντο, ἁ γ' συναμφοτέρω τᾶς A B Δ, μετὰ τᾶς ς' τᾶς Γ B, πρὸς ἑπόμενον, τὸν β' συναμφοτέρω τᾶς A B E, καὶ δ' συναμφοτέρω τᾶς Γ B Δ· ὡς δὲ ἑπομένα ἁ E B πρὸς ἄλλαν τι [a] τὰν Z H, οὕτως ἑπόμενον, ἁ β' συναμφοτέρω τᾶς A B E, καὶ ἁ δ' συναμφοτέρω τᾶς [b] Γ B Δ πρὸς τὰ τρία πέμπτα τι, τουτέστι τᾶς συγκειμένας ἐκ τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς A B Δ, καὶ τᾶς δ' τᾶς Γ B· τεταγμένας ἐν ... ἀναλογίας δι' ἴσου ἐστὶν, [c] ὡς O B πρὸς Z H, οὕτως ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς γ' συναμφοτέρω τᾶς A B Δ, καὶ ς' τᾶς Γ B, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἐκ τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς A B Δ, καὶ δ' τᾶς Γ B. Ἁ δὲ συγκειμένα ἐκ τᾶς γ' συναμφοτέρω τᾶς A B Δ, καὶ ς' τᾶς Γ B, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἐκ τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς A B Δ, καὶ δ' τᾶς Γ B, λόγον ἔχει ὃν πέντε πρὸς δύο. Ἁ μὲν γὰρ τριπλασία συναμφοτέρω τᾶς A B Δ, τᾶς διπλασίας συναμφοτέρω τᾶς A B Δ ἡμιολία ἐστί· ἁ δὲ ἑξαπλασία τᾶς Γ B τᾶς τετραπλασίας τᾶς Γ B ἡμιολία ἐστί. Ἐπειδὴ δὲ τὰ ἡγούμενα τῶν ἑπομένων ἡμιόλια, καὶ λόγον ἔχει πρὸς αὐτὰ, ὃν τρία πρὸς δύο. Ἔχει ἄρα καὶ ὃν τεσσαράκοντα πέντε πρὸς τριάκοντα. Ἑκάτερος γὰρ ἐκείνων ἐστὶ πέντε καὶ δεκαπλάσιος. Καί ἐστι τὰ τρία πέμπτα τῶν τριάκοντα δεκαοκτώ. Ἔχει ἄρα τεσσαράκοντα πέντε πρὸς δεκαοκτὼ λόγον, ὃν ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς γ' συναμφοτέρω τᾶς A B Δ, καὶ ς' τᾶς Γ B, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἐκ τᾶς β' συναμφοτέρω τᾶς A B Δ καὶ δ' τᾶς Γ B. Οὗτος καὶ ὁ λόγος ἐστὶ τᾶς O B πρὸς Z H. Ἀλλὰ τεσσαράκοντα πέντε πρὸς δεκαοκτὼ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο. Τὰ γὰρ πέντε καὶ τὰ δύο ἀμφοτέρων ἔνατα ἔστιν. Ὥστε καὶ ἁ O B πρὸς Z H λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο. Ἐπεὶ οὖν δέδεικται, ἁ μὲν O A πρὸς H Θ λόγον ἔχουσα, ὃν πέντε πρὸς δύο, ἁ δὲ O B πρὸς Z H τὸν αὐτὸν λόγον, δύο πεμπτημόριά ἐστιν ὅλα ἁ Z Θ ὅλας τᾶς A B.

PROP. X. Theor.

Cujuſlibet ſegmenti a rectanguli coni ſectione ablati centrum gravitatis eſt in recta linea, quæ ſegmenti diameter eſt, ſecta in æquales quinque partes; ita poſitam in quinque harum partium media, ut quæ altera ejus particula proprior minori ſegmenti baſi eſt, hæc ad particulam alteram eamdem habeat rationem, quam ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod a dimidia majoris baſis ſegmenti deſcribitur, altitudinem vero rectam utrique æqualem, tum duplæ baſis minoris, tum majori baſi; ad ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod deſcribitur a dimidia minoris baſis ſegmenti, altitudinem vero rectam æqualem utrique, tum duplæ majoris baſis, tum baſi minori.

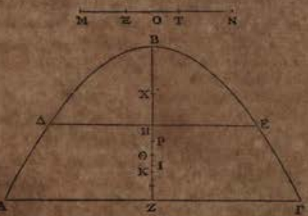
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι'.

Παντὸς τόμου ἀπὸ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἀφαιρεμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας ἐστὶν, ἃ διάμετρός ἐστι τοῦ τόμου· τὸν δὲ τρόπον κείμενον, διαιρεθείσας τᾶς εὐθείας εἰς ἴσα πέντε, ἐπὶ μέσω πεμπτημορίω· ὥστε τὸ τμᾶμα αὐτοῦ τὸ ἐγγύτερον τᾶς ἐλάσσονος βάσιος τοῦ τόμου ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα τοῦ αὐτοῦ ἔχειν λόγον, ὃν ἔχει τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ ἡμισείας τᾶς μείζονος τᾶς βάσιος τοῦ τόμου, ὕψος δὲ ἴσον συναμφοτέρῳ, τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς ἐλάσσονος τᾶς βάσιος, καὶ τᾷ μείζονι, ποτὶ τὸ στερεὸν, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ ἡμισείας τᾶς ἐλάσσονος τᾶς βάσιος τοῦ τόμου, ὕψος δὲ ἴσον συναμφοτέρῳ, τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς μείζονος, καὶ τᾷ ἐλάσσονι βάσει.

[a] τὰ τρία πέμπτα τᾶς Z H. [b] Δ E Γ [c] ὡς ἁ E B πρὸς Z H [d] καὶ γ' [e] καὶ δ' τᾶς Γ B λόγον ἔχει.

Ἔστωσαν ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομᾷ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΔΕ. Διάμετρος δὲ ἔστω τοῦ ΑΒΓ τμάματος ἁ ΒΖ. [a]Φανερὸν δὴ ὅτι καὶ τοῦ ΑΔΕΓ τόμου διάμετρός ἐστιν ἁ ΗΖ· καὶ αἱ μὲν ΑΓ, ΔΕ παράλληλοί ἐντι τᾷ κατὰ τὸ Β ἐφαπτομένᾳ τᾶς τομᾶς. [b]Καὶ τᾶς ΗΖ εὐθείας διαιρεθείσας εἰς πέντε ἴσα, μέσον ἔστω τμῆμα ἁ ΘΚ. [c]Ἁ δὲ ΘΙ ποτὶ τὰν ΙΚ τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον, ὃν ἔχει τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις ταῖς τε β' [d]τᾶς ΔΗ, καὶ τᾷ ΑΖ, ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν ἔχον τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΗ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τᾷ β' τᾶς ΑΖ, καὶ τᾷ ΔΗ. Δεικτέον ὅτι [e]τοῦ ΑΔΕΓ τόμου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Ι σαμεῖον.

Sint in rectanguli coni ſectione duæ rectæ ΑΓ, ΔΕ. Ac ſegmenti ΑΒΓ diameter ſit ΒΖ. Manifeſtum utique eſt ſegmenti etiam ΑΔΕΓ diametrum eſſe ΗΖ; ipſaſque ΑΓ, ΔΕ rectæ illi parallelas eſſe, quæ ſectionem in puncto Β contingit. Itaque ſecta ΗΖ in æquales quinque partes, ſit quinque harum partium media ΘΚ. Ac ΘΙ ad ΙΚ eamdem habeat rationem, quam ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod ad ΑΖ deſcribitur, altitudinem vero rectam utrique æqualem, tum duplæ ipſius ΔΗ, tum ipſi ΑΖ; ad ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod deſcribitur a ΔΗ, altitudinem vero rectam æqualem utrique, tum duplæ ipſius ΑΖ, tum ipſi ΔΗ. Oportet demonſtrare, ſegmenti ΑΔΕΓ centrum gravitatis eſſe punctum Ι.



Ἔστω δὴ [f]τᾷ μὲν ΖΒ ἴσα ἁ ΜΝ, τᾷ δὲ ΗΒ ἴσα ἁ [g]ΝΟ· καὶ εἰλήφθω τᾶν μὲν ΜΝ, ΝΟ [h]μέσα ἀνάλογον ἁ ΝΞ· τετάρτα δ' [i]ἀνάλογον ἁ ΤΝ. Καὶ ὡς ΤΜ ποτὶ ΤΝ, οὕτως ἁ ΖΘ ποτὶ τινα ἀπὸ τοῦ Ι, [k]ὅπου ἂν ἔρχηται τὸ [l]ἕτερον σαμεῖον· οὐδὲν γὰρ διαφέρει, εἴτε καὶ μεταξὺ τῶν Ζ, Η, εἴτε καὶ μεταξὺ τῶν Η, Β, τὰν ΙΡ. Καὶ ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομᾷ διάμετρός ἐστι τοῦ τμάματος ἁ ΖΒ, [m]ἁ ΒΖ δὲ ἤτοι ἀρχά ἐστι τᾶς τομᾶς, ἢ παρὰ τὰν διάμετρον ἄκται· αἱ δὲ ΑΖ, ΔΗ ὡς αὐτὰν [n]τεταγμένως εἰσὶ κατηγμέναι· ἐπειδὴ παράλληλοι ἐντὶ τᾷ ἀπὸ τοῦ Β τᾶς τομᾶς [o]ἐφαπτομένᾳ. Εἰ δὲ τοῦτο, ἐστὶν ὡς ἁ ΑΖ ποτὶ ΔΗ δυνάμει, οὕτως ἁ ΖΒ ποτὶ ΒΗ μάκει, [p]τουτέστιν ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΟ. Ὡς δὲ ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΟ μάκει, [q]οὕτως ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΞ δυνάμει. Καὶ ὡς ἄρα ἁ ΑΖ ποτὶ ΔΗ δυνάμει, οὕτως ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΞ δυνάμει. Ὥστε καὶ μάκει ἐν αὐτῷ τῷ λόγῳ. Καὶ ἄρα ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΔΗ κύβον, οὕτως ὁ ἀπὸ ΜΝ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΝΞ κύβον. Ἀλλ' ὡς μὲν ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΔΗ κύβον, οὕτως τὸ ΒΑΓ τμᾶμα ποτὶ τὸ ΔΒΕ τμᾶμα· ὡς δὲ ὁ ἀπὸ ΜΝ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΝΞ κύβον, οὕτως ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΤ. Ὥς τε καὶ διελόντι, ἐστὶν ὡς ὁ ΑΔΓΕ τομεὺς [r]ποτὶ τὸ ΔΒΕ τμᾶμα, οὕτως ἁ ΜΤ ποτὶ ΝΤ [illegible] τᾶς ΗΖ ποτὶ ΙΡ. [illegible] ἐπεὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΑΖ

Itaque ſit ipſi quidem ΖΒ æqualis ΜΝ, ipſi vero ΕΒ æqualis ΝΟ: ſumaturque media inter ΜΝ, ΝΟ proportionalis ΝΞ; et ab his quarta ΤΝ. Tum fiat, ut ΤΜ ad ΤΝ, ita ΖΘ ad rectam aliquam ΙΡ a puncto Ι ductam; ubicunque ceciderit alterum ejus punctum: nihil enim refert, utrum inter puncta Ζ, Η, an vero inter Η, Β cadat. Et quoniam rectanguli coni ſectionis diameter eſt ΖΒ, hæc ſive primaria ſectionis diameter eſt, ſive illi ducta eſt parallela: atque huic ordinate applicatæ ſunt ΑΖ, ΔΗ; quoniam rectæ illi parallelæ ſunt, quæ ſectionem in puncto Β contingit. Quod ſi ita eſt, ut ΑΖ ad ΔΗ poteſtate, ita ſe habet longitudine ΖΒ ad ΒΗ, hoc eſt ΜΝ ad ΝΟ. Ut autem ΜΝ ad ΝΟ longitudine, ita ſe habet poteſtate ΜΝ ad ΝΞ. Ut igitur poteſtate ΑΖ ad ΔΗ, ita etiam poteſtate ſe habet ΜΝ ad ΝΞ. Quare etiam longitudine eamdem inter ſe invicem rationem habent. Igitur etiam ut cubus, qui ab ΑΖ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔΗ, ita ſe habet cubus, qui a ΜΝ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΝΞ. Sed ut cubus quidem, qui ab ΑΖ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔΗ, ita ſe habet ſegmentum ΒΑΓ ad ſegmentum ΔΒΕ; ut vero cubus qui a ΜΝ deſcribitur, ad cubum qui deſcribitur a ΝΞ, ita ſe habet ΜΝ ad ΝΤ. Igitur etiam dividendo, ut ſegmentum ΑΔΓΕ ad ſegmentum ΔΒΕ, ita ſe habet ΜΤ ad ΤΝ; hoc eſt tres quintæ partes ipſius ΗΖ ad ΙΡ. Et quoniam ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod

[a] φανερὸν δὲ ὅτι καὶ τοῦ ΑΓ, ΔΕ παράλληλοι [b] καὶ τᾶς ΕΖ [c] ΝΘ [d] μέσα ex MS. [e] ἀνάλογον [f] ἔστω [g] ἐφαπτομέναι [h] τουτέστιν ἁ ΜΝΧ ποτὶ ΝΞ δυνάμει, καὶ ὡς δυνάμει· οὕτως ἁ ΜΝ ποτὶ δυνάμει, ὥς τε καὶ ΜΑΚΝ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· καὶ ὡς ἄρα ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος.

[i] τᾶς ΑΖ [k] τᾶς ΖΗ [l] τοῦ ΑΔΓ [m] τὰ μὲν ΖΕ [n] τομᾶς [o] ἁ ΒΖ ἤτοι ἀρχική ἐστι [p] τεταγμέναι ex MS. [q] οὕτως ἁ ΖΒ ποτὶ ΒΗ μάκει τουτέστιν καὶ ὡς ἄρα ἁ ΑΖ ποτὶ ΔΗ [r] ποτὶ τὸ ΔΒΕ τμᾶμα

ab A Z deſcribitur, altitudinem vero rectam compoſitam tum ex dupla ipſius Δ H, tum ex A Z, ad cubum qui deſcribitur ab A Z, eam rationem habet, quam dupla ipſius Δ H, una cum A Z, ad Z A; ideoque et quam dupla ipſius N Ξ, una cum N M ad N M: atque ut cubus quidem, qui ab A Z deſcribitur, ad cubum qui deſcribitur a Δ H, ita ſe habet M N ad N T: ut vero cubus, qui deſcribitur a Δ H, ad ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod a Δ H deſcribitur, altitudinem vero rectam compoſitam tum ex dupla ipſius A Z, tum ex Δ H, ita ſe habet Δ H ad rectum compoſitam tum ex dupla ipſius A Z, tum ex Δ H; ideoque et ut T N ad rectam compoſitam tum ex dupla ipſius O N, tum ex T N. Propterea quatuor ſunt magnitudines, nempe ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod ab A Z deſcribitur, altitudinem vero rectam, compoſitam tum ex dupla ipſius Δ H, tum ex A Z; et cubus qui deſcribitur ab A Z; et cubus, qui deſcribitur a Δ H; et ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod a Δ H deſcribitur, altitudinem vero rectam compoſitam tum ex dupla ipſius A Z, tum ex Δ H. Quæ quidem quatuor magnitudines quatuor magnitudinibus binæ binis proportionales ſunt; nempe rectæ compoſitæ tum ex dupla ipſius N Ξ, tum ex N M; deinde ipſi M N; poſtea ipſi N T; denique rectæ compoſitæ tum ex dupla ipſius N O, tum ex N T. Igitur, ex æqua proportione, ut ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod ab A Z deſcribitur, altitudinem vero rectam compoſitam tum ex dupla ipſius Δ H, tum ex A Z, ad ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod deſcribitur a Δ H, altitudinem vero rectam compoſitam tum ex dupla ipſius A Z, tum ex Δ H, ita ſe habet recta compoſita tum ex dupla ipſius N Ξ, tum ex N M, ad rectam compoſitam tum ex dupla ipſius N O, tum ex N T. Ut autem ſolidum, quod diximus, ad id, quod diximus, ſolidum, ita ſe habet Θ I ad I K. Igitur etiam ut Θ I ad I K, ita ſe habet recta compoſita ad rectam compoſitam. Quare etiam componendo, ſumendoque antecedentium quincupla. Ut igitur Z H ad I K, ita ſe habet tum quincupla utriuſque M N T, tum decupla utriuſque N Ξ, N O, ad duplam ipſius O N, et amplius N T. Ut autem Z H ad Z K, duas quintas ejuſdem partes, ita ſe habet tum quincupla utriuſque M N T, tum decupla utriuſque Ξ N O, ad duplam utriuſque M N T, et quadruplam utriuſque Ξ N O. Igitur ut Z H ad Z I, ita ſe habebit tum quincupla utriuſque M N T, tum decupla utriuſque Ξ N O, ad rectam compoſitam tum ex dupla ipſius M N, tum ex quadrupla ipſius N Ξ, tum ex ſexcupla ipſius O N,

τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β' τᾶς Δ H, καὶ τᾶς A Z, ποτὶ τὸν ἀπὸ A Z κύβον λόγον ἔχει, ὃν ἁ β' τᾶς Δ H, μετὰ τᾶς A Z ποτὶ Z A· ὥστε καὶ ὃν ἁ β' τᾶς N Ξ, μετὰ τᾶς N M, ποτὶ N M· ἔστι δὲ καὶ ὡς ὁ ἀπὸ A Z κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ Δ H κύβον, οὕτως ἁ M N ποτὶ N T· ὡς δὲ ὁ ἀπὸ Δ H κύβος ποτὶ τὸ στερεὸν, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ Δ H τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκτε [f] τᾶς διπλασίας τᾶς A Z, μετὰ τᾶς Δ H, οὕτως ἁ Δ H ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς διπλασ[illegible] καὶ τᾶς Δ H· ὥς τε καὶ ἁ T N [illegible] ἔκτε τᾶς β' τᾶς O N, [illegible] T N. [illegible] τέσσαρα μεγέθ[illegible] A Z τετράγωνον, [illegible] διπλᾶς τᾶς Δ H, [illegible] κύβος, καὶ ὁ ἀπὸ Δ H [illegible] τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ Δ H τ[illegible], ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β' τᾶς A Z, καὶ τᾶς Δ H. Τέτρασι μεγέθεσιν ἀνάλογον σὺν δύο λαμβανομένοις, τᾷ τε συγκειμένᾳ ἔκτε τᾶς β' τᾶς N Ξ, καὶ τᾶς N M, [i] καὶ ὑπάρχ μεγέθει τᾶς M N, καὶ ἄλλο ἑξῆς τᾷ N T, καὶ τελευταίῳ τᾷ συγκειμένᾳ, ἔκτε τᾶς β' τᾶς N O, καὶ τᾶς N T. Δι' ἴσου ἄρα γίνεται, ὡς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ A Z τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β' τᾶς Δ H, καὶ τᾶς A Z, ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ Δ H τετράγωνον, [k] ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β' τᾶς A Z, καὶ τᾶς Δ H, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκτε τᾶς β' τᾶς N Ξ, καὶ τᾶς M N, ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β' τᾶς N O, καὶ τᾶς N T. Ἀλλ' ὡς τὸ εἰρημένον στερεὸν, ποτὶ τὸ εἰρημένον στερεὸν, οὕτως ἁ Θ I ποτὶ I K. Καὶ ὡς ἄρα ἁ Θ I ποτὶ I K, [l] οὕτως ἁ συγκειμένα ποτὶ τὰν συγκειμέναν. Ὡς τε καὶ συνθέντι, καὶ τῶν ἡγουμένων [m] τὰ πενταπλάσια. Ἔστιν ἄρα ὡς ἁ Z H ποτὶ I K, [n] οὕτως ἁ πενταπλῆ συναμφοτέρου τᾶς M N T, καὶ ι' συναμφοτέρου τᾶς N Ξ, N O, ποτὶ τὰν β' τᾶς O N, καὶ τὰν N T. Καὶ ὡς ἁ Z H ποτὶ Z K, οὕτως αὐτᾶς δύο πέμπτα, οὕτως ἁ ε' συναμφοτέρου τᾶς M N T, [o] καὶ δεκαπλῆ συναμφοτέρου τᾶς Ξ N O, ποτὶ τὰν β' συναμφοτέρου τᾶς M N T, καὶ δ' συναμφοτέρου τᾶς Ξ N O. Ἔσται ὧν ὡς Z H [illegible] M N T, καὶ [illegible] συγκειμέναν, [illegible] τᾶς N Ξ, καὶ ϛ' τᾶς O[illegible] N T [illegible]

[f] τᾶς A Z
[i] ἔτος ex MS.
[h] τῶς A Z κύβος, καὶ ὁ ἀπὸ Δ H κύβος.
[m] τὰ ε'
[n] οὕτως ἁ συναμφοτέρου
[k] καὶ τὸ ὕψος
[l] καὶ ι'.
[illegible]

σας εὐθεῖαι ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΜΝΞ, ΟΝΤ, καί ἐστιν ὡς μὲν ἁ ΝΤ ποτὶ ΤΜ, οὕτως εἰλημμένα τις ἁ ΡΙ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΖΗ, τουτέστι τᾶς ΜΟ· ὡς δὲ ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς β' τᾶς ΝΜ, καὶ δ' τᾶς ΝΞ, καὶ ς' [a] τᾶς ΝΟ, καὶ γ' τᾶς ΝΤ, ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς ε' συναμφοτέρω τᾶς ΜΝΤ, καὶ ι' συναμφοτέρω τᾶς ΞΝΟ, οὕτως ἑτέρα τις εἰλημμένα ἁ ΙΖ ποτὶ τὰν ΖΗ, τουτέστι ποτὶ τὰν ΜΟ, ἐσσεῖται διὰ τὰ πρότερον ἁ ΡΖ δύο πέμπτα τᾶς ΜΝ[b] τουτέστι τᾶς ΖΒ. Ὥστε κέντρον βάρεος ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ τμάματος τὸ Ρ σαμεῖον. Ἔστω δὴ καὶ τοῦ ΔΒΕ τμάματος κέντρον βάρεος τὸ Χ σαμεῖον. Τοῦ ἄρα ΑΔΕΓ τόμου ἐσσεῖται τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ΧΡ, τὸν αὐτὸν ποτὶ αὐτὰν λόγον ἐχούσας, ὃν ἔχει ὁ τομεὺς ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα. Ἔστι δὲ τὸ Ι σαμεῖον. Ἐπεὶ γὰρ τᾶς μὲν ΖΒ τρία πέμπτα ἐστὶν ἁ ΒΡ, τᾶς δὲ ΗΒ τρία πέμπτα ἐστὶν ἁ ΒΧ· καὶ λοιπᾶς ἄρα τᾶς ΗΖ τρία πέμπτα ἐστὶν ἁ ΧΡ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν, ὡς μὲν ὁ ΑΔΕΓ τομεὺς ποτὶ τὸ ΔΒΕ τμᾶμα, οὕτως ἁ ΜΤ ποτὶ ΝΤ. Ὡς δὲ ἁ ΜΤ ποτὶ τὰν ΝΤ, οὕτως τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΗΖ, ἅ τίς ἐστιν ἁ ΧΡ ποτὶ ΡΙ· ἔσται ἄρα καὶ ὡς ὁ ΑΔΕΓ τομεὺς ποτὶ τὸ ΔΒΕ τμᾶμα, οὕτως ἁ ΧΡ[c] ποτὶ ΡΙ. Καί ἐστι μὲν τοῦ ὅλου τμάματος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ρ σαμεῖον, τοῦ δὲ ΔΒΕ κέντρον βάρεος τὸ Χ. Φανερὸν οὖν, ὅτι[d] καὶ τοῦ ΑΔΕΓ τομέως τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ι σαμεῖον.

tum ex tripla ipſius ΝΤ. Quoniam igitur quatuor ſunt rectæ lineæ continuo proportionales ΜΝΞ, ΟΝΤ, et ut ΝΤ quidem ad ΤΜ, ita ſe habet ſumpta quædam ΡΙ ad tres quintas partes ipſius ΖΗ, hoc eſt ΜΟ; ut autem recta compoſita tum ex dupla ipſius ΝΜ, tum ex quadrupla ipſius ΝΞ, tum ex ſexcupla ipſius ΝΟ, tum ex tripla ipſius ΝΤ, ad rectam compoſitam tum ex quincupla utriuſque ΜΝΤ, tum ex decupla utriuſque ΞΝΟ, ita ſe habet ſumpta alia quædam ΙΖ ad ΖΗ, hoc eſt ad ΜΟ, ideo erit ΡΖ ex iis, quæ ſupra demonſtrata ſunt, duæ quintæ partes ipſius ΜΝ, hoc eſt ΖΒ. Quare ſegmenti ΑΒΓ centrum gravitatis eſt punctum Ρ. Sit modo ſegmenti ΔΒΕ centrum gravitatis punctum Χ. Itaque ſegmenti ΑΔΕΓ centrum gravitatis erit in recta linea ipſi ΧΡ in directo poſita, ad quam ΧΡ eamdem rationem habeat, quam ſegmentum ΑΔΕΓ ad reliquum ſegmentum. Hoc autem eſt punctum Ι. Quoniam enim ipſius quidem ΖΒ tres quintæ partes eſt ΒΡ, ipſius vero ΗΒ tres quintæ partes ΒΧ; ideo reliquæ etiam ΗΖ tres quintæ partes eſt ΧΡ. Et quoniam ut ſegmentum quidem ΑΔΕΓ ad ſegmentum ΔΒΕ, ita ſe habet ΜΤ ad ΝΤ. Ut vero ΜΤ ad ΝΤ, ita ſe habent tres quintæ partes ipſius ΗΖ, quæ ipſa eſt ΧΡ, ad ΡΙ; ideo etiam ut ſegmentum ΑΔΕΓ, ad ſegmentum ΔΒΕ, ita ſe habebit ΧΡ ad ΡΙ. Ac totius quidem ſegmenti centrum gravitatis eſt punctum Ρ; ſegmenti vero ΔΒΕ punctum Χ. Manifeſtum igitur eſt, ſegmenti etiam ΑΔΕΓ centrum gravitatis eſſe punctum Ι.

EUTOCIUS.

Φανερὸν δὴ, ὅτι καὶ τοῦ ΑΔΕΓ τόμου διάμετρός ἐστιν ἁ ΖΗ. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται ἡ ΖΒ διάμετρος τοῦ τμήματος, καὶ αἱ ΑΓ, ΔΕ διχοτομούμεναι ὑπ' αὐτῆς, κατὰ τὰ Ζ, Η, παράλληλοί εἰσι τῇ κατὰ τὸ Β ἐφαπτομένῃ τῆς τομῆς. Καὶ δῆλον ὅτι καὶ πᾶσαι αἱ ὁμοίως αὐταῖς ἀγόμεναι παράλληλοι, εἴτε μεταξὺ αὐτῶν, εἴτε μεταξὺ τῆς ΔΕ, καὶ τῆς Β κορυφῆς, δίχα τμηθήσονται[e] ὑπὸ τῆς ΒΖ. Καὶ διὰ τοῦτο φησὶ, διάμετρον εἶναι τοῦ τόμου τὴν ΖΗ. Ἀλλ' ὡς μὲν ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΔΗ κύβον, οὕτως τὸ ΑΒΓ τμῆμα πρὸς τὸ ΔΒΕ τμῆμα. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ὑπ' αὐτοῦ, ὅτι τὸ ΑΒΓ τμῆμα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐστὶν ἡμιόλιον, καὶ τὸ ΔΕΒ τμῆμα τοῦ ΔΕΒ τριγώνου, ἐπίτριτον, ἔστιν ὡς τὸ ΑΒΓ τμῆμα πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΔΕΒ τμῆμα πρὸς τὸ [f]ΔΕΒ τρίγωνον. Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς τὸ τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα, τὸ τρίγωνον πρὸς τὸ τρίγωνον. Ὥστε καὶ τὰ ἡμίση αὐτῶν ὡς τὸ ΑΒΓ τμῆμα πρὸς τὸ ΔΕΒ τμῆμα, οὕτως

Manifeſtum utique eſt, ſegmenti etiam ΑΔΕΓ diametrum eſſe, ΖΗ. Quoniam enim ponitur, ΖΒ ſegmenti diametrum eſſe, ideo ΑΓ, ΔΕ ſectæ ab eadem in duas æquas partes in punctis Ζ, Η parallelæ ſunt rectæ, quæ in puncto Β ſectionem contingit. Conſtat autem et rectas omnes, quæ ductæ pariter fuerint, ſive ducantur inter ipſas, ſive inter ΔΕ, et verticem Β, a ΒΖ in duas æquas partes ſectum iri. Propterea dicit, ΖΗ ſegmenti diametrum eſſe. Sed et cubus quidem, qui ab ΑΖ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔΗ, ita ſe habet ſegmentum ΑΒΓ ad ſegmentum ΔΒΕ. Quoniam enim demonſtratum ab ipſo eſt, ſegmentum ΑΒΓ ſeſquialterum eſſe trianguli ΑΒΓ; et ſegmentum ΔΕΒ ſeſquitertium trianguli ΔΕΒ; ideo ut ſegmentum ΑΒΓ ad triangulum ΑΒΓ, ita ſe habet ſegmentum ΔΕΒ ad triangulum ΔΕΒ. Et permutando, ut ſegmentum ad ſegmentum, ita triangulum ad triangulum. Quare etiam ut ſegmentum ΑΒΓ ad ſegmentum ΔΕΒ, ita, quæ triangulorum dimidia ſunt triangulum ΑΖΒ ad triangu-

[a] τᾶς ΝΘ [b] τᾶς ΝΖ [c] ποτὶ τοῦ βάρεος τὸ Ρ [d] καὶ τοῦ ΑΒΕΓ τομέως [e] ὑπὸ τῆς ΒΘΗ [f] ΑΕΒ

lum ΔHB. Itaque ſi deſcribantur parallelogramma triangulorum dupla, æquiangula invicem erunt; quod ΔH, AZ parallelæ ſint: et rationem habebunt, quæ ex laterum ratione componitur; hoc eſt ipſius AZ ad ΔH, et ipſius BZ ad BH. Eadem autem ratio eſt triangulorum atque ſegmentorum. Igitur ſegmentum ad ſegmentum rationem habet, quæ ex ratione componitur cum ipſius AZ ad ΔH, tum ipſius ZB ad BH. Ratio autem ipſius ZB ad BH eadem eſt quæ quadrati, quod ab AZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔH. Igitur ratio ſegmenti ad ſegmentum componitur ex ratione cum quadrati, quod ab AZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔH, tum ipſius AZ ad ΔH. At vero cubus, qui ab AZ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔH, ex iiſdem rationibus componitur, ut in Scholiis ad librum de ſphæra et cylindro demonſtratum eſt. Igitur ut ſegmentum ad ſegmentum, ita ſe habet cubus, qui ab AZ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔH. Et quoniam ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod ab AZ deſcribitur, altitudinem vero rectam compoſitam tum ex dupla ipſius ΔH, tum ex AZ, ad cubum, qui deſcribitur ab AZ, eam rationem habet, quam dupla ipſius ΔH, una cum AZ ad ZA. Cum enim conſtituantur ſuper iiſdem baſibus, ſe invicem habent ut altitudines. Ut autem ΔH ad AZ, ita ſe habet ΞN ad NM. Et ut dupla ipſius ΔH ad AZ, ita dupla ipſius ΞN ad NM. Et componendo, ut dupla ipſius NΞ, una cum NM, ad NM, ita dupla ipſius ΔH, una cum AZ, ad AZ. Demonſtratum autem eſt, ut cubus, qui ab AZ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔE, ita ſe habere cubum, qui a MN deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a NΞ, et MN ad NT: nam MN, NΞ, NO, NT quatuor ſunt rectæ invicem proportionales. Et ut prima ad quartam, ita ſe habet ſolidum, quod a prima ad ſolidum, quod a ſecunda ſimile ſimilique modo deſcribitur. Ut vero cubus, qui deſcribitur a ΔH, ad ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod a ΔH deſcribitur, altitudinem vero rectam compoſitam cum ex dupla ipſius AZ, tum ex ΔH, ita ſe habet ΔH, ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius AZ, tum ex ΔH. Rurſus enim ſe invicem habent ut altitudines. Ut autem ΔH ad duplam ipſius AZ, una cum ΔH, ita ſe habet TN ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius ON, tum ex NT. Ut enim AZ ad ΔH, ita ſe habet MN ad NΞ, et ON ad NT: et invertendo, ut ΔH ad AZ, ita TN ad NO: et ut ΔH ad duplam ipſius AZ, una cum ΔH, ita TN ad duplam ipſius NO, una cum TN. Propterea quatuor ſunt magnitudines deinceps poſitæ: quarum prima ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod ab AZ deſcribitur, altitudinem vero rectam compoſitam cum ex dupla ipſius ΔH, tum ex AZ; ſecunda, cubus, qui deſcribitur ab AZ; tertia, cubus, qui deſcribitur a ΔH; quarta ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod a ΔH deſcribitur, altitudinem vero rectam compoſitam cum ex dupla ipſius AZ, tum ex ΔH. Sunt autem et aliæ quædam rectæ hiſce magnitudinibus binæ binis proportionales: atque harum prima recta compo-

τὸ ΑΖΒ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΗΒ τρίγωνον. Ὥστε καὶ ἐὰν ἀναγράψωμεν τὰ παραλληλόγραμμα διπλάσια τῶν τριγώνων, ἔσται ἰσογώνια, διὰ τὸ παραλλήλους εἶναι [a] τὰς ΔΗ, ΑΖ· ὥστε καὶ λόγον ἕξει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν, τῆς ΑΖ πρὸς ΔΗ, καὶ τῆς ΒΖ πρὸς ΒΗ. Ὁ αὐτὸς [*] γὰρ λόγος ἐστὶ τῶν τριγώνων καὶ τῶν τμημάτων. Τὸ ἄρα τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα λόγον ἔχει, τὸν συγκείμενον ἐκ τε τῆς ΑΖ πρὸς ΔΗ, καὶ τοῦ τῆς ΖΒ πρὸς ΒΗ. † Ὁ γὰρ τῆς ΖΒ πρὸς ΒΗ λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΗ τετράγωνον. Ὁ ἄρα τοῦ τμήματος πρὸς τὸ τμῆμα λόγος σύγκειται ἐκ τε τοῦ ἀπὸ ΑΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΗ τετράγωνον, καὶ τοῦ τῆς ΑΖ πρὸς ΔΗ. Σύγκειται [illegible] ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΖ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ ΔΗ κύβον λόγος [illegible], ὡς [illegible] δέδεικται ἐν τοῖς Σχολίοις [illegible]. [illegible] ἄρα ὡς τὸ τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα, [illegible] ΑΖ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΔΗ κύβον. Καὶ [illegible] μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῆς β τῆς ΔΗ, [illegible] πρὸς τὸν ἀπὸ ΑΖ κύβον, λόγον ἔχει ὃν, ἡ [illegible] ΔΗ μετὰ τῆς ΑΖ πρὸς ΖΑ. Ἐπὶ γὰρ τῶν αὐτῶν βάσεων ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς τὰ ὕψη. Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ ΔΗ πρὸς ΑΖ, ἡ ΞΝ πρὸς ΝΜ. Καὶ ὡς ἡ β τῆς ΔΗ πρὸς ΑΖ, ἡ β τῆς ΞΝ πρὸς ΝΜ. Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ β τῆς ΝΞ [f] μετὰ τῆς ΝΜ πρὸς ΝΜ, ἡ β τῆς ΔΗ μετὰ τῆς ΑΖ πρὸς ΑΖ. Ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΔΕ κύβον, [g] οὕτως ὅτε ἀπὸ ΜΝ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΝΞ κύβον, καὶ ἡ ΜΝ πρὸς ΝΤ· αἱ γὰρ ΜΝ, ΝΞ, ΝΟ, ΝΤ τέσσαρές εἰσιν ἀνάλογον. Καὶ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τετάρτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης [h] στερεὸν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας ὅμοιον, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον. Ὡς δὲ ὁ ἀπὸ ΔΗ κύβος πρὸς τὸ στερεὸν, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔΗ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην εὐθεῖαν ἔκ τε τῆς β τῆς ΑΖ, καὶ τῆς ΔΗ, [i] οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β τῆς ΑΖ, καὶ τῆς ΔΗ. Πάλιν γὰρ πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς τὰ ὕψη. Ὡς δὲ ἡ ΔΗ πρὸς τὴν β τῆς ΑΖ, μετὰ τῆς ΔΗ, οὕτως ἡ ΤΝ πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῆς β τῆς ΟΝ, καὶ τῆς ΤΝ. Ἔστι γὰρ ὡς ἡ ΑΖ πρὸς ΔΗ, ἡ ΜΝ πρὸς ΝΞ, καὶ ἡ ΟΝ πρὸς ΝΤ· καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ἡ ΔΗ πρὸς ΑΖ, ἡ ΤΝ πρὸς ΝΟ· καὶ ὡς ἡ ΔΗ πρὸς τὴν β τῆς ΑΖ, μετὰ τῆς ΔΗ, οὕτως ἡ ΤΝ πρὸς τὴν β τῆς ΝΟ, μετὰ τῆς ΤΝ. Γέγονεν οὖν τέσσαρα μεγέθη ἑξῆς ἀλλήλων κείμενα· πρῶτον, τὸ στερεὸν τὸ βάσιν ἔχον τὸ ἀπὸ ΑΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β τῆς ΔΗ, καὶ τῆς ΑΖ· [k] δεύτερον ὁ ἀπὸ τῆς ΑΖ κύβος· καὶ τρίτον, ὁ ἀπὸ τῆς ΔΗ κύβος· καὶ τέταρτον, τὸ στερεὸν, [illegible] ΔΗ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην [illegible] ΑΖ, καὶ τῆς ΔΗ. Καὶ ἄλλαι τινὲς [illegible].

[a] ΔΗ [f] μετὰ τῆς ΝΜ· ἡ β τῆς ΔΗ μετὰ τῆς ΑΖ ἐδείχθη. ΔΗ, hæc et ſequentia uſque ad πάλιν deſunt. [k] καὶ δεύτερον [g] [illegible] [h] [illegible] [i] [illegible]

[*] Forte δὲ † Forte ὁ δὲ

ἡ τε συγκειμένα ἐκ τᾶς β' τᾶς ΝΞ, καὶ μόνας τᾶς ΜΝ, καὶ δευτέρα ἁ ΜΝ, καὶ τρίτα ἁ ΝΤ, καὶ τετάρτα ἁ συγκειμένα ἐκ τᾶς β' τᾶς ΟΝ, καὶ τᾶς ΝΤ. Δι' ἴσου ἄρα γενήσεται, ὡς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΑΖ τετράγωνον, [l] ὕψει δὲ τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς διπλῆς τῆς ΔΗ, καὶ τῆς ΑΖ μόνης, πρὸς τὸ στερεὸν, τὸ βάσιν ἔχον τὸ ὑπὸ ΔΗ τετράγωνον, [l] ὕψει τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς δ' τῆς ΑΖ, καὶ μόνης τῆς ΔΗ, [m] οὕτως συγκειμένη ἐκ τῆς β' τῆς ΞΝ, καὶ μόνης τῆς ΜΝ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β' τῆς ΝΟ, καὶ μόνης τῆς ΝΤ. Ἀλλ' ὡς τὰ εἰρημένα στερεὰ πρὸς ἄλληλα, οὕτως ἐδείχθη ἡ ΘΙ πρὸς ΙΚ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΙ πρὸς ΙΚ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β' τῆς ΞΝ, καὶ μόνης τῆς ΜΝ, πρὸς τὴν β' τῆς ΟΝ, καὶ μόνης τῆς ΝΤ. Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΘΚ πρὸς ΚΙ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ, καὶ τῆς β' συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β' τῆς ΟΝ, καὶ μόνης τῆς ΝΤ. Καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ε', ὡς ἡ ΗΖ πρὸς ΚΙ, οὕτως [n] ἡ ε' συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ, καὶ ι' συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β' τῆς ΝΟ, καὶ μόνης τῆς ΝΤ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΖΗ, ΖΚ ἔσται αὐτῆς [o] δύο πέμπτα· ἑκατέρα γὰρ τῶν ΗΘ, ΖΚ δύο πεμπταμόριά ἐστι τῆς ΗΖ, ἐπειδὴ τὸ μέσον πεμπταμόριον ἡ ΘΚ ὑπόκειται· οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς ε' συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ, καὶ ι' συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὴν β' συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ, καὶ δ' συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ. Καὶ γὰρ τὰ β' τῶν ε', καὶ τὰ δ' τῶν ι' δύο πεμπταμόριά ἐστι. Ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὡς ἡ ΖΗ πρὸς ΙΚ, οὕτως ἡ ε' τῆς ΜΝΤ, καὶ ι' τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὴν β' τῆς ΝΟ, καὶ μόνην τὴν ΝΤ· πάλιν δὲ ἐδείχθη, ὡς ἡ ΖΗ πρὸς ΖΚ, ἡ ε' συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ, καὶ ι' τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὴν β' τῆς ΜΝΤ, καὶ δ' τῆς ΞΝΟ· ἔσται ὡς ἡγούμενον πρὸς τὰ δύο ἑπόμενα, οὕτως ἡγούμενον πρὸς τὰ δύο ἑπόμενα, ὡς ἡ ΖΗ πρὸς ΖΙ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς ε' συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ, καὶ ι' συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὴν συγκειμένην [p] ἐκ τῆς β' τῆς ΟΝ, καὶ μόνης τῆς ΝΤ, καὶ τῆς β' συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ, καὶ δ' τῆς ΞΝΟ· ὅ ἐστιν ἴσον τῇ συγκειμένῃ ἐκ τῆς β' τῆς ΜΝ, καὶ δ' τῆς ΝΞ, καὶ ϛ' τῆς ΝΟ, καὶ γ' τῆς ΝΤ· οὕτως γὰρ ἐλήφθη καὶ ἀνωτέρω. Ἐπεὶ οὖν τέσσαρες εὐθεῖαι ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν [q] αἱ ΜΝ, ΝΞ, ΟΝ, ΝΤ, καὶ ἔστιν ὡς μὲν ἡ ΝΤ πρὸς ΤΜ, οὕτως εἰλημμένη τις ἡ ΡΙ πρὸς τὴν ΖΘ, τουτέστι πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς ΗΖ, τουτέστι τῆς [r] ΜΟ, καὶ ἀποδεδειγμέναι εἰσὶν αἱ ἐν τῷ ῥητῷ ἀναλογίᾳ, ἔσται διὰ τὸ προειρημένον ἡ ΡΖ δύο πέμπτα τῆς ΜΝ, τουτέστι τῆς ΖΒ. Τρία ἄρα πέμπτα ἐστὶν ἡ ΒΡ τῆς ΒΖ. Ἡ ΒΡ ἄρα πρὸς ΡΖ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο. Ὥστε κέντρον βάρεος ἐστι τοῦ ΑΒΓ τμάματος τὸ Ρ σημεῖον. Ἐὰν δὲ λάβωμεν τὸ τοῦ [s] ΔΒΕ τμάματος, τὸ Χ, [t] τρία πέμπτα ἐστὶν ἡ ΒΧ τῆς ΒΗ. Γέγονεν οὖν ὡς ὅλη ἡ ΖΒ πρὸς ὅλην τὴν ΒΡ, οὕτως ἀφαιρεθεῖσα ἡ ΒΗ πρὸς ἀφαιρεθεῖσαν τὴν ΒΧ. Ἑκατέρα γὰρ αὐτῶν πρὸς ἑκατέραν λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς τρία. Καὶ ἡ λοιπὴ ἄρα ἡ ΖΗ πρὸς λοιπὴν [u] τὰν ΧΡ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς τρία. Ἐπεὶ δὲ ὑπόκειται, ὡς ἡ ΑΔΕΓ τμᾶμα

ſita cum ex dupla ipſius ΝΞ, tum ex ΜΝ; ſecunda, ΜΝ; tertia, ΝΤ; quarta, recta compoſita cum ex dupla ipſius ΟΝ, tum ex ΝΤ. Igitur, æqua proportione, ut ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod ab ΑΖ deſcribitur, altitudinem vero rectam compoſitam cum ex dupla ipſius ΔΗ, tum ex ΑΖ, ad ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod deſcribitur a ΔΗ, altitudinem vero rectam compoſitam cum ex dupla ipſius ΑΖ, tum ex ΔΗ, ita ſe habuerit recta compoſita cum ex dupla ipſius ΞΝ, tum ex ΜΝ, ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius ΝΟ, tum ex ΝΤ. Demonſtratum autem eſt, ut ea quæ diximus, ſolida inter ſe invicem, ita ſe habere ΘΙ ad ΙΚ. Igitur etiam ut ΘΙ ad ΙΚ, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla ipſius ΝΞ, tum ex ΜΝ, ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius ΟΝ, tum ex ΝΤ. Et componendo, ut ΘΚ ad ΚΙ, ita recta compoſita cum ex utraque ſimul ΜΝΤ, tum ex dupla utriuſque ſimul ΞΝΟ, ad rectam compoſitam tum ex dupla ipſius ΟΝ, tum ex ΝΤ. Et ſumptis præcedentium quincuplicibus, ut ΗΖ ad ΚΙ, ita recta compoſita cum ex quincuplici utriuſque ſimul ΜΝΤ, tum ex decupla utriuſque ſimul ΞΝΟ, ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius ΝΟ, tum ex ΝΤ. Ut igitur ΖΗ ad ΖΚ, duas quintas ejuſdem partes; utraque enim ΗΘ, ΖΚ idem eſt ac duæ quintæ partes ipſius ΗΖ, quando media ΘΚ quinta pars eſt, ut ponitur; ita ſe habet recta compoſita cum ex quincuplici utriuſque ſimul ΜΝΤ, tum ex decupla utriuſque ſimul ΞΝΟ, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul ΜΝΤ, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΞΝΟ. Numerorum enim quinque, et decem duæ quintæ partes ſunt duo, et quatuor. Quoniam igitur demonſtratum eſt, ut ΖΗ ad ΙΚ, ita ſe habere quincuplicem utriuſque ſimul ΜΝΤ, et decuplam utriuſque ſimul ΞΝΟ ad duplam ipſius ΝΟ, et ad ΝΤ: rurſuſque ut ΖΗ ad ΖΚ, ita quincuplicem utriuſque ſimul ΜΝΤ, et decuplam utriuſque ſimul ΞΝΟ ad duplam utriuſque ſimul ΜΝΤ, et quadruplam utriuſque ſimul ΞΝΟ; ideo ut præcedens ad bina ſequentia, ita ſe habet præcedens ad bina ſequentia; nempe ut ΖΗ ad ΖΙ, ita recta compoſita cum ex quincuplici utriuſque ſimul ΜΝΤ, tum ex decupla utriuſque ſimul ΞΝΟ, ad rectam compoſitam tum ex dupla ipſius ΟΝ, tum ex ΝΤ, tum ex dupla utriuſque ſimul ΜΝΤ, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΞΝΟ: quæ quidem æqualis eſt rectæ compoſitæ tum ex duplo ipſius ΜΝ, tum ex quadrupla ipſius ΝΞ, tum ex ſexcupla ipſius ΝΟ, tum ex tripla ipſius ΝΤ; utpote quæ etiam ſupra hujuſmodi ſumpta eſt. Quoniam igitur quatuor ſunt rectæ lineæ deinceps proportionales ΜΝ, ΝΞ, ΟΝ, ΝΤ; et ut ΝΤ ad ΤΜ ita ſe habet ſumpta quædam ΡΙ ad ΖΘ, hoc eſt ad tres quintas partes ipſius ΗΖ, id eſt ΜΟ; atque huic proportioni ea accedit, quam modo attulimus; ideo ΡΖ propter ea, quæ ſupra diximus, idem erit ac duæ quintæ partes ipſius ΜΝ, hoc eſt ΖΒ. Itaque ΒΡ idem eſt ac tres duæ quintæ partes ipſius ΒΖ. Ideoque ΒΡ ad ΡΖ camdem rationem habet, quam quinque ad duo. Quare ſegmenti ΑΒΓ centrum gravitatis eſt punctum Ρ. Si itaque ſumatur centrum gravitatis ſegmenti ΔΒΕ, nempe punctum Χ; idem erit ΒΧ ac tres quintæ partes ipſius ΒΗ. Ut igitur tota ΖΒ ad totam ΒΡ, ita ſe habuerit ablata illius pars ΒΗ ad ablatam hujus partem ΒΧ. Utraque enim ad utramque camdem rationem habet, quam quinque ad tria. Igitur reliqua etiam ΖΗ ad reliquam ΧΡ camdem habet rationem, quam quinque ad tria. Et quoniam ponitur, ut ſegmentum quidem ΑΔΕΓ ad

[l] ὕψος δὲ [m] οὕτως ἡ συγκειμένη [n] ἡ Η [o] δίπεμπτα [p] In MS. hiatus eſt uſque ad literam [q].
[q] αἱ ΜΝ, ΖΟΝΤ [r] ΜΘ [s] ΑΒΕ [t] τρία πέμπτα [u] τὰν ΧΕΡ λόγον ἕξει

ſegmentum ΔΒΕ, ita ſe habere MT ad NT; ut vero MT ad TN, ita tres quintas partes ipſius HZ, hoc eſt ZΘ, vel XP, ad PI; ideo etiam ut ſegmentum ad ſegmentum, ita ſe habebit XP ad PI. At vero reciprocantur: et totius ſegmenti centrum gravitatis eſt punctum P. Centum igitur gravitatis ſegmenti ΑΔΕΓ eſt punctum I.

πρὸς τὸ ΔΒΕ τμῆμα, οὕτως ἁ ΜΤ πρὸς ΝΤ· ὡς δὲ ἁ ΜΤ πρὸς ΤΝ, οὕτως τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΗΖ, τουτέστιν ἁ ΖΘ, οὕτω ἁ ΧΡ, πρὸς ΡΙ· ἔσται ἄρα καὶ ὡς ὁ τομεὺς πρὸς τὸ τμῆμα, ἁ ΧΡ πρὸς ΡΙ. Καὶ ἀντιπεπόνθαντι· [a] καί ἐστι τὸ Ρ κέντρον τοῦ ὅλου τμάματος. Τοῦ ἄρα τόμεως κέντρον ἐστὶ τὸ Ι.

[a] ὅπερ τὸ Ρ

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ
ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ
ΒΙΒΛΙΑ ΔΥΟ,

ΜΕΤΑ ΤΩΝ

ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS
DE SPHÆRA
ET CYLINDRO
LIBRI DUO,

CUM

COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ
ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ
ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ,
ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS
DE SPHÆRA ET CYLINDRO
LIBER PRIMUS,
CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ.

ΠΡΟΤΕΡΟΝ μὲν ἀπεστάλκαμέν σοι τὰ ὑφ' ἡμῶν ἐσκεμμένα, γράψαντες αὐτῶν ἀποδείξεις· ὡς ὅτι πᾶν τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον. Νῦν δὲ τινῶν προσπεσόντων θεωρημάτων πεπραγματεύμεθα τὰς ἀποδείξεις, ἅ ἐστι τοιαῦτα. Πρῶτον μὲν, ὅτι σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ. Δεύτερον δὲ, ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος. Πρὸς δὲ τούτοις, ὅτι πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας· καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἡμιολία. Ταῦτα μὲν τῇ φύσει προϋπῆρχεν, περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα· ἃ μέντοι γέγονεν ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν περὶ γεωμετρίαν

ARCHIMEDES DOSITHEO SAL.

ANTEA quidem, quæ ipſi meditando aſſecuti ſumus, hæc ſuis firmata demonſtrationibus ad te miſimus; cujuſmodi eſt illud, quodlibet ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ſeſquitertium eſſe trianguli, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem. Nunc vero elaboravimus demonſtrationes quorumdam, quæ occurrerunt, theorematum, quæ ſunt hujuſmodi. Primum quidem ſphæræ ſuperficiem quadruplam eſſe circuli maximi omnium, qui ſunt in ipſa. Alterum vero, cujuſlibet ſegmenti ſphæræ ſuperficiei æqualem eſſe circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ lineæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti. Ad hæc, cujuſlibet ſphæræ cylindrum, qui baſim quidem æqualem habeat circulo maximo omnium, qui ſunt in ſphæra, altitudinem vero ſphæræ diametro, ſeſquialterum eſſe ſphæræ: ipſius autem ſuperficiem ſphæræ ſuperficiei eſſe ſeſquialteram. Hæc quidem natura iis, quas diximus, figuris prius inerant, nec tamen ab iis

detecta ſunt, qui ante nos geometriam excoluerunt; ut quivis facile intelliget, qui quæ nos circa haſce figuras contemplanda proponimus cum ipſis demonſtrationibus contulerit. Idem de pluribus accidit, quæ Eudoxus circa ſolida contemplatus eſt, quæque recepta ſunt; cujuſmodi eſt illud, quamlibet pyramidem partem eſſe tertiam priſmatis, quod eamdem ac pyramis baſim habeat, eamdemque altitudinem: itemque illud, quemlibet conum partem eſſe tertiam cylindri, qui eamdem ac conus baſim habeat, et altitudinem eamdem. Hæc enim cum hiſce figuris natura prius ineſſent, etſi plures ante Eudoxum extiterunt haud contemnendi Geometræ, tamen contigit ab omnibus ignorari, nec a quopiam detegi. Licebit autem iis, quibus datum erit, hæc ipſa diſpicere. Oportebat ſane, Conone adhuc ſuperſtite, hæc in lucem edere. Hunc enim potiſſimum arbitramur talia cognoſcere potuiſſe, aptamque de his ſententiam pronuntiare. Optimum vero fore rati, ſi ea aliis quoque matheſeos ſtudioſis impertiremur, mittimus tibi ſuis firmata demonſtrationibus, quas licebit iis, qui in matheſi verſantur, diſpicere. Vale.

Scribuntur primo tam pronuntiata, quam quæ ſumpta ſunt ad ea demonſtranda.

PRONUNTIATA.

1. Sunt quædam in plano curvæ lineæ terminatæ, quæ vel totæ ſunt ad eaſdem partes rectarum earumdem terminos jungentium, vel nihil habent ad partes alteras.

2. Ad eaſdem vero partes cavam voco ejuſmodi lineam, in qua ſumptis utcunque duobus punctis, quæ inter puncta rectæ interjiciuntur vel omnes ad eaſdem lineæ partes cadunt, vel aliquæ quidem ad eaſdem, aliquæ vero ſecundum ipſam, ad alteras autem partes nulla.

3. Pariter et quædam ſunt ſuperficies terminatæ, quæ quidem ipſæ non ſunt in plano, ſed in plano terminos habent; eæque vel totæ ſunt ad eaſdem partes plani, in quo terminos habent, vel nihil habent ad partes alteras.

4. Ad eaſdem vero partes cavas voco ejuſmodi ſuperficies, in quibus ſumptis duobus punctis, quæ inter puncta rectæ interjiciuntur vel omnes ad eaſdem ſuperficiei partes cadunt, vel aliquæ quidem ad eaſdem, aliquæ vero ſecundum ipſas, ad alteras autem partes nulla.

5. Sectorem vero ſolidum voco, quando ſphæram conus ſecuerit verticem habens ad ſphæræ centrum, figuram, quæ a ſuperficie coni, et ſuperficie ſphæræ, quæ intra conum eſt, comprehenditur.

ἀποκειμένων τεθεωρημένα· καὶ νοήσειεν ἂν τούτων τῶν σχημάτων ταῖς ἀποδείξεσιν ἀντιπαραβάλλη αὐτὰ τὰ τεθεωρημένα. Ὥσπερ τὰ δόξαντα πολλὰ τῶν ὑπὸ τοῦ Εὐδόξου περὶ τὰ στερεὰ θεωρηθέντων· εἶεν, ὅτι πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ πρίσματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῇ πυραμίδι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ κώνῳ, καὶ ὕψος ἴσον. Καὶ γὰρ προϋπαρχόντων φυσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα, πολλῶν πρὸ τοῦ Εὐδόξου γεγενημένων ἀξίων λόγου Γεωμετρῶν, συνέβαινεν ὑπὸ πάντων ἀγνοεῖσθαι, μηδ' ὑφ' ἑνὸς κατανοηθῆναι. Ἐξέσται δὲ περὶ τούτων ἐπισκέψασθαι τοῖς δυναμένοις. Ὤφειλε μὲν οὖν, Κόνωνος ζῶντος, ἐκδίδοσθαι ταῦτα. Τοῦτον γὰρ ὑπολαμβάνομεν που μάλιστα δύνασθαι κατανοῆσαι ταῦτα, καὶ τὴν ἁρμόζουσαν ὑπὲρ αὐτῶν ἀπόφασιν ποιήσασθαι. Δοκιμάζοντες δὲ καλῶς ἔχειν μεταδιδόναι τοῖς ἄλλοις οἰκείοις τῶν μαθημάτων, ἀποστέλλομέν σοι τὰς ἀποδείξεις ἀναγράψαντες, ὑπὲρ ὧν ἐξέσται τοῖς περὶ τὰ μαθήματα ἀναστρεφομένοις, ἐπισκέψασθαι. Ἔῤῥωσο.

Γράφονται πρῶτον [a] τά τε ἀξιώματα, καὶ τὰ λαμβανόμενα εἰς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν.

ΑΞΙΩΜΑΤΑ.

α'. Εἰσί τινες ἐν ἐπιπέδῳ καμπύλαι γραμμαὶ πεπερασμέναι, αἱ τὰ πέρατα ἐπιζευγνυουσῶν αὐτῶν εὐθειῶν, ἤτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτά εἰσιν, ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

β'. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλην καλῶ τὴν τοιαύτην γραμμὴν, ἐν ᾗ ἂν δύο σημείων λαμβανομένων ὁποιωνοῦν, αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι, ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσι τῆς γραμμῆς, ἢ τινὲς μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ, τινὲς δὲ κατ' αὐτῆς, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία.

γ'. Ὁμοίως δὴ καὶ ἐπιφάνειαί τινές εἰσι πεπερασμέναι, αὐταὶ μὲν οὐκ ἐν ἐπιπέδῳ, τὰ δὲ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἐπιπέδῳ· καὶ τοῦ ἐπιπέδου, ἐν ᾧ τὰ πέρατα ἔχουσιν, ἤτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἔσονται, ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

δ'. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὲ κοίλας καλῶ τὰς τοιαύτας ἐπιφανείας, ἐν αἷς ἂν δύο σημείων λαμβανομένων, αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι, ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσι τῆς ἐπιφανείας· ἢ τινὲς μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ, τινὲς δὲ κατ' αὐτῶν, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία.

ε'. [c] Τομέα δὲ στερεὸν καλῶ, ἐπειδὰν σφαῖραν κῶνος τέμνῃ, κορυφὴν ἔχων [d] ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, τὸ ἐμπεριεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐντὸς τοῦ κώνου.

[a] τάτε ἀξίωμα [b] κοινὰς [c] τὸ μέ - - - - - ἐπεὶ δ' ἂν [d] ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας in MS. deſunt.

ϛʹ. Ῥόμβον δὲ καλῶ στερεὸν, ἐπειδὰν δύο κῶνοι τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντες τὰς κορυφὰς ἔχωσιν ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἐπιπέδου τῆς βάσεως, ὅπως οἱ ἄξονες αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ὦσι κείμενοι, τὸ ἐξ ἀμφοῖν τοῖν κώνοιν συγκείμενον στερεὸν σχῆμα.

Λαμβάνω δὲ ταῦτα.

ΛΑΜΒΑΝΟΜΕΝΑ.

αʹ. Τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐλαχίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν.

βʹ. Τῶν δὲ ἄλλων γραμμῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ οὖσαι τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχωσιν, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας, καὶ τῆς εὐθείας τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

γʹ. Ὁμοίως καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ἔχωσιν, ἐλάσσονα εἶναι τὴν ἐπίπεδον.

δʹ. Τῶν δὲ ἄλλων ἐπιφανειῶν, καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ᾖ, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἑτέρα ἐπιφάνεια, καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

εʹ. Ἔτι δὲ τῶν ἀνίσων γραμμῶν, καὶ τῶν ἀνίσων ἐπιφανειῶν, καὶ τῶν ἀνίσων στερεῶν, τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος ὑπερέχειν τοιούτῳ, ὃ συντιθέμενον ἑαυτὸ ἑαυτῷ δυνατόν ἐστιν ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος τῶν πρὸς ἄλληλα λεγομένων.

6. Rhombum vero ſolidum voco, quando duo coni eamdem baſim habentes vertices habuerint ad utramque partem plani, in quo eſt baſis, ita ut eorum axes in directo jaceant, ſolidam figuram, quæ ex utriſque conis componitur.

Sumo autem hæc.

SUMPTA.

1. Linearum, quæ eoſdem terminos habent, quæ recta eſt, eam minimam eſſe.

2. Aliarum vero linearum, ſi in plano ſint, eoſdemque terminos habeant, eas inæquales eſſe, quarum utraque ad eaſdem partes cava eſt, alteraque ab altera, et a recta, quæ eoſdem ac ipſa terminos habet, vel tota comprehenditur, vel aliqua quidem comprehenditur, cætera vero communia habet, eamque minorem eſſe, quæ comprehenditur.

3. Pariter et ſuperficierum, quæ eoſdem terminos habent, ſi in plano terminos habeant, quæ plana eſt, eam minorem eſſe.

4. Aliarum vero ſuperficierum, quæ eoſdem terminos habent, ſi in plano terminos habeant, eas inæquales eſſe, quarum utraque ad eaſdem partes cava eſt, alteraque ab altera, et a plano, quod eoſdem ac ipſa terminos habet, vel tota comprehenditur, vel aliqua quidem comprehenditur, cætera vero communia habet, eamque minorem eſſe, quæ comprehenditur.

5. Amplius vero inæqualium linearum, et inæqualium ſuperficierum, et inæqualium ſolidorum majus excedere minus eo, quod ſibimet ipſi aliquoties additum excedere poſſit quodcunque propoſitum fuerit ex iis, quæ inter ſe invicem comparantur.

EUTOCIUS.

Εἰς τὰ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου Ἀρχιμήδους ἰδὼν τῶν πρὸ ἡμῶν ἀξίαν [1] οὐδένα σύνταξιν καταβεβλημένον· καὶ κατανοήσας μὲν δι' εὐμάρειαν τῶν θεωρημάτων τοῦτο παρῃτημένους, ἐπιπόλαιον γὰρ ἀκριβοῦν, ὡς ἴσ., καὶ οὐ πάνυ δεῖται φροντίδος· ὀρέγεσθαι κατ' ἐμὴν δύναμιν σαφῶς ἐκθέσθαι τὰ ἐν αὐτοῖς δυσθεώρητα, προαχθεὶς μᾶλλον εἰς τοῦτο [2] τῷ μηδένα πω καθεῖναι εἰς ταύτην τὴν ὑπόθεσιν, οὐ διὰ τὴν δυσκολίαν ὀκνήσας, καὶ ἅμα τὸ Σωκρατικὸν λογιζόμενος, [3] ὡς τοῦ Θεοῦ συλλαμβάνοντος, πάντως εἰκὸς καὶ ἐπὶ τέλος ἡμᾶς τῆς σπουδῆς ἐλθεῖν. Ἔδοξεν δὲ, ἀνατεθεὶς, ὡς εἴ τι καὶ παρὰ μᾶλλον διὰ νεότητα φθέγξομαι,

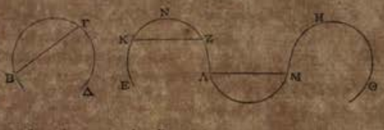
Cum comperiſſem neminem eorum, qui ante nos fuerunt, quidquam in Archimedis libros de ſphæra, et cylindro pro rei dignitate ſcripſiſſe; mecumque reputarem, non id ea de cauſſa factum, quod theoremata facilia eſſent, cum exquiſitam mentis intelligentiam, ut noſti, et imaginandi præſtantiam requirant; aggreſſus ſum, quæ ſubobſcura in iis ſunt, pro virili explanare, hoc ipſo, quod alius nemo huc acceſſerit, potius impulſus, quam difficultate retardatus, ſimul illud Socraticum reputans, Deo juvante, omnino conſentaneum videri, ut operæ finem aſſequamur. Hoc autem opus ad te potiſſimum inſtitui, Ammonie Philoſophorum optime; ſperans

[1] εὑρὼν [2] τῷ μηδένα πω καθεῖναι [3] ὡς

fore, ut ſi quid ego per ætatem minus concinnum pronuntiavero, id tu pro tua cum in omni Philoſophia, tum præcipue in mathematicis diſciplinis peritia corrigas. Dignum vero te fuerit adnitenti mihi opem ferre. Et ſiquidem ſcriptum hoc inane videbitur, ne patiaris jam inde in aliorum manus venire. Sin vero a ſcopo non plane aberrare, quid tu de illo ſentias aperi; ut, ſi tuo judicio firmatum fuerit, coner aliud, quod ſe mihi offeret, Archimedis opus interpretari.

IN DEFINITIONES.

Poſteaquam ſignificavit quæ mox expoſiturus eſſet theoremata, Geometrarum omnium morem ſecutus nomina, quibus ipſe pro arbitrio uſus eſt, et cum poſitiones ipſas, tum poſitionum definitiones in ipſo ſtatim operis ſui initio explicat. Ac primo quidem eſſe dicit curvas quaſdam lineas in plano, quæ vel totæ ſunt ad eaſdem partes rectarum earumdem terminos jungentium, vel nihil habent ad partes alteras. Quæ ſane verba manifeſta fuerint, ſi noverimus quas ipſe in plano curvas lineas vocet. Itaque noſſe oportet curvas lineas in plano ipſum vocare non circulares tantum, aut conicas, aut quæ ductu continuo deſcribuntur; ſed lineam quamlibet præter rectam, quæ in plano ſit. Porro lineam hanc, utcunque componatur, ſive ex rectis, ſive ex circularibus, et rectis, unam in plano curvam lineam vocat. Quoniam vero, ut ſupra diximus, curvas lineas non circulares tantum vocat, ſed eas quoque, quæ ex rectis componuntur, ex quibus illæ ſiunt, quæ ad eaſdem partes cavæ ſunt; utique fieri poteſt, ut in cava quadam linea duo puncta utcunque ſumantur; ita ut quæ ea puncta recta conjungit, ad neutram lineæ partem cadat, ſed cum ipſam et linea conveniat. Quare cavam ad eaſdem partes vocare ſe dicit ejuſmodi lineam, in qua quæ duo quælibet puncta rectæ conjungunt, vel omnes ad eaſdem lineæ partes cadunt, vel aliquæ quidem ad eaſdem, aliquæ vero ſecundum ipſam, ad alteras autem partes nulla. Eadem hæc licet etiam de ſuperficiebus intelligere.



Deinde ſectorem, rhombumque ſolidum ordine definit, perſpicue explicans quid cujuſque nomen ſignificet.

Poſtea quædam petit, quæ ipſi ad ea, quæ ſequuntur, demonſtranda maxime neceſſaria ſunt; quæque licet, ſenſu ipſo duce, unuſquiſque vera eſſe fateatur, tamen communium notionum ope facile per ea, quæ in Elementis tradita ſunt, demonſtrari poſſunt. Atque eorum, quæ petit, hoc primum eſt: linearum omnium, quæ eoſdem terminos habent, quæ recta eſt, eam minimam eſſe. Sit enim recta quædam in plano terminata A B, et alia quædam linea A Γ B, quæ puncta A et B eoſdem terminos habeat. Itaque petit hoc ſibi dari, rectam A B minorem eſſe linea A Γ B. Dico autem, quod maxime verum eſt, hoc ſibi dari petiiſſe. Sumatur enim pro arbitrio in linea A Γ B punctum Γ; junganturque rectæ A Γ, Γ B. Manifeſtum igitur eſt ipſas A Γ, Γ B majores eſſe quam A B. Rurſus ſumantur pro arbitrio in lineis A Γ B puncta

τοῦτο ὑπὸ τῆς σῆς περί τε τὴν ἄλλην φιλοσοφίαν ἐπιστημονικῆς θεωρίας, καὶ διαφερόντως περὶ τὰ μαθήματα ἐπανορθώσεως τεύξεται, ἐπίδωκά σοι κρίνειν φιλοπόνως [illegible]. [i]Πρέπει δ' ἄν σοι τῇ ἐμῇ σπουδῇ [k]συνεργῆσαι. Καὶ εἰ μὲν ἀνωφελὲς δόξῃ τὸ γράμμα, αὐτόθεν μὴ εἰς ἄλλων ἐλθεῖν συγχωρήσειας. Εἰ δὲ τοῦ σκοποῦ μὴ πάντη διαμαρτάνειν, δήλωσόν μοι ἣν ἔχεις περὶ αὐτοῦ γνώμην· ὡς εἴγε τῇ ὑμετέρᾳ κρίσει βεβαιωθῇ, πειράσομαι καὶ ἄλλο τυχὸν τῶν Ἀρχιμηδείων συνταξέων ἑρμηνεῦσαι.

ΕΙΣ ΤΟΥΣ ΟΡΟΥΣ.

Προειπὼν τὰ [l]μέλλοντα ἐκτεθῆναι ὑπ' αὐτοῦ θεωρήματα, [m]τῶν συνήθων πᾶσι Γεωμέτραις ἐν τῷ ἔθει [n]περὶ τῆς τε ὀνομασίας, αἷς αὐτὸς κατ' ἐξουσίαν ἐχρήσατο, καὶ τοὺς ὅρους τῶν ὑποθέσεων, καὶ αὐτὰς τὰς ὑποθέσεις περὶ τὴν ἀρχὴν τοῦ συγγράμματος διασαφεῖν ἐθέλησε. Καὶ φησὶ πρῶτον εἶναί τινας ἐν ἐπιπέδῳ καμπύλας γραμμάς, αἳ πρὸς τὰς ἐπιζευγνυούσας τὰ πέρατα αὐτῶν εὐθείας, ἢ πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτά εἰσιν, ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα. Σαφὲς δ' ἂν εἴη τὸ λεγόμενον, εἰ γινωσκοίμεθα τίνας καλεῖ τὰς ἐν ἐπιπέδῳ καμπύλας γραμμάς. Ἰστέον οὖν ὅτι καμπύλας γραμμὰς καλεῖ οὐχ ἁπλῶς τὰς κυκλικάς, ἢ κωνικάς, ἢ ἄλλας τινὰς ἐχούσας τὴν συνέχειαν, ἀλλὰ πᾶσαν [o]ἁπλῶς ἐν ἐπιπέδῳ γραμμὴν τὴν παρὰ τὴν εὐθεῖαν, καμπύλην ὀνομάζει. Μίαν δὲ γραμμὴν ἐν ἐπιπέδῳ τὴν ὁπωσοῦν συγκειμένην, εἴτε καὶ ἐξ εὐθειῶν σύγκειται εἴτε ἐκ περιφερειῶν, εἴτε ἐξ εὐθειῶν καὶ περιφερειῶν, καμπύλην ὀνομάζει. Ἀλλ' ἐπειδή, ὡς καὶ ἀνωτέρω εἴρηται, καμπύλας γραμμὰς οὐ τὰς περιφερείας μόνον καλεῖ, ἀλλὰ καὶ τὰς ἐξ εὐθειῶν συγκειμένας, ἐκ δὲ τούτων εἰσὶν αἱ ὁμοίως τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλων· ἐπιτύχοιμεν ἂν εἴς τινος καὶ ἐπί τινος ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλης γραμμῆς δύο τυχόντα σημεῖα, ὥστε τὴν ἐπ' αὐτὰ ἐπιζευγνυμένην εὐθεῖαν ἐπὶ μηδέτερα μὲν μέρη πίπτειν τῆς γραμμῆς, ἐπ' αὐτὴν δὲ ἐφαρμόζειν. Διό φησιν ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλην καλεῖν γραμμήν, ἐν ᾗ αἱ μεταξὺ δύο ὁποιωνοῦν σημείων ἀγόμεναι εὐθεῖαι, ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη πίπτουσι τῆς γραμμῆς, ἢ τινὲς μὲν ἐπὶ τὰ αὐτά, τινὲς δὲ κατ' αὐτῆς, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μέρη οὐδεμία. Τὰ δ' αὐτὰ ἐξέσται θεωρεῖν καὶ ἐπὶ ἐπιφανειῶν.

Εἶτα ἑξῆς ὀνομάζει τομέα στερεόν, καὶ ῥόμβον στερεόν, σαφῶς ἐμφανίζων τὴν ἔννοιαν τῶν ὀνομάτων.

Μετὰ δὲ ταῦτα αἰτήματά τινα λαμβάνει ἀξιῶν, χρησιμώτατα αὐτῷ [p]εἰς τὰς ἑξῆς ἀποδείξεις, καὶ ὄντα μὲν καὶ ἐξ αὐτῶν τῶν αἰσθήσεων ὁμολογούμενα, ἅπερ δὲ ὅμως δυνατὰ καὶ ἀποδειχθῆναι ἐκ τῶν κοινῶν ἐννοιῶν, καὶ ἐκ τῶν δεδειγμένων ἐν τοῖς Στοιχείοις. Ἔστι δὲ πρῶτον [q]αἰτημάτων τὸ τοιοῦτο, πασῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐλαχίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν. Ἔστω γὰρ ἐν ἐπιπέδῳ εὐθεῖα μέν τις πεπερασμένη ἡ Α Β, ἑτέρα δέ τις γραμμὴ ἡ Α Γ Β τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσα τὰ Α, Β. Φησὶ δὲ δεῖξαι αὐτῷ τὴν Α Β ἐλάσσονα εἶναι τῆς Α Γ Β. Λέγω οὖν, ὅτι τοῦτο ἀληθῶς ᾐτήσατο. Εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τῆς Α Γ Β, τυχὸν σημεῖον τὸ Γ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν [r]αἱ Α Γ, Γ Β. Φανερὸν δέ, ὅτι αἱ Α Γ, Γ Β τῆς Α Β μείζονές εἰσι. Πάλιν δὲ εἰλήφθωσαν ἐπὶ [s]ταῖς Α Γ Β

[i] πρέπει ex MS. [k] συνεργῆσαι [l] μέλλοντα ex MS. [m] τῶν ex MS. [n] τὰ τάς τε [o] ἀπλῶς ex MS.
[p] περὶ τὰς [q] τῶν αἰτημάτων [r] αἱ Α Γ, Γ Β σημεῖον τὸ Γ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ Α Γ, Γ Β. Φανερὸν &c, [s] τὰς Α Γ Β γραμμῆς. ἀλλὰ τυχὸν τὰ σημεῖα τὰ Δ Ε.

γραμμῆς ἄλλα τυχόντα σημεῖα τὰ Δ, Ε· καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ, ΕΒ. Ὁμοίως δὴ καὶ ἐπειδὴ δῆλον, ὅτι δύο μὲν αἱ ΑΔ, ΔΓ τῆς ΑΓ μείζονές εἰσι· δύο δὲ αἱ ΓΕ, ΕΒ τῆς ΓΒ. Ὥστε αἱ ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ, ΕΒ πολλῷ μείζονες εἰσὶ τῆς ΑΒ. Ὁμοίως δὴ, κἂν ἄλλα σημεῖα λαβόντες μεταξὺ τῶν εἰλημμένων ἐπιζεύξωμεν ἐπὶ τὰ τῶν ληφθέντα εὐθείας, εὑρήσομεν αὐτὰς ἔτι μείζονας τῆς ΑΒ. Καὶ τοῦτο συνεχῶς ποιοῦντες τὰς μᾶλλον συνεγγιζούσας τῇ ΑΓΒ γραμμῇ εὐθείας ἔτι μείζους εὑρήσομεν. Ὥστε ἐκ τούτου συμφανὲς εἶναι, αὐτὴν τὴν γραμμὴν ΑΓΒ μείζονα εἶναι τῆς ΑΒ· δυνατοῦ ὄντος, κατὰ πᾶν αὐτῆς σημεῖον ἐπιζεύξαντας εὐθείας λαβεῖν ἐξ εὐθειῶν συγκειμένην τινὰ, οἵαν αὐτὴν εἶναι γραμμὴν, μείζονα δεικνυμένην διὰ τῶν αὐτῶν τῆς ΑΒ. Οὐ γὰρ ἄτοπον ἐν τοῖς τῶν ὁμολογουμένων, ἀποδείξεως καὶ τοιαύτας ἐννοίας [1] προλαμβάνειν.

alia Δ, E; junganturque rectæ AΔ, ΔΓ, ΓE, EB. Tunc quoque pariter manifeſtum eſt, duas quidem AΔ, ΔΓ majores eſſe quam AΓ; duas vero ΓE, EB majores quam ΓB. Quare AΔ, ΔΓ, ΓE, EB multo majores ſunt quam AB. Rurſus, et ſi, punctis aliis inter prima illa ſumptis, rectæ jungantur, majores adhuc invenientur quam AB. Hoc autem ſi continuo fiat, quæ rectæ ad lineam AΓB propius accedunt, hæ majores adhuc erunt. Ex quo apparet lineam ipſam AΓB majorem eſſe quam AB; cum nimirum fieri poſſit, ut junctis ad quodlibet ejus punctum rectis, lineam quis ſumat ex rectis compoſitam, cujuſmodi ipſa eſt linea AΓB, quam eadem ratione majorem, quam AB eſſe demonſtret. Neque enim abſurdum eſt in his, quæ in confeſſo ſunt, demonſtrandis talia concipere.

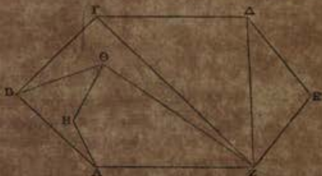


Μετὰ δὲ τοῦτο φησὶ, λαμβάνειν καὶ τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐκείνας ἀνίσους εἶναι, τὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλας οὔσας, κατὰ τὸν ἀνωτέρω εἰρημένον τρόπον. Οὐ μόνον δὲ ἀρκεῖν εἰς τὸ ἀνίσους εἶναι τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλας εἶναι, ἀλλὰ καὶ ὅταν ἡ ἑτέρα τὴν ἑτέραν, ἢ ὅλην περιλαμβάνῃ, ἢ μέρος μὲν περιλαμβάνῃ, μέρος δὲ καὶ κοινὸν ἔχῃ, καὶ μείζονα εἶναι τὴν [2] περιλαμβάνουσαν τῆς περιλαμβανομένης.

Deinde vero hoc quoque ſe petere dicit: linearum, quæ eoſdem terminos habent, eas inæquales eſſe, quæ cavæ eo, quo ſupra diximus, modo ad eaſdem partes ſunt. Neque vero hoc ſufficit; ſed, ut inæquales ſint, oportet etiam earum alteram ab altera vel totam comprehendi, vel aliqua quidem comprehendi, cætera vero communia habere. Tunc vero quæ comprehendit, hanc petit majorem eſſe, quam quæ comprehenditur.

Νοείσθωσαν γὰρ, φησὶ τὸ καὶ τοῦτο εὔδηλον γενέσθαι, ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμαὶ αἱ ΑΒΓΔΕΖ, καὶ ΑΗΘΖ, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι [3] τὰ Α, Ζ, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλαι· καὶ ἔτι περιλαμβανομένη ὅλη ἡ ΑΗΘΖ ὑπὸ τῆς ΑΒΓΔΕΖ γραμμῆς, καὶ τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐταῖς, τῆς ΑΖ εὐθείας. Φημὶ δὴ ὅτι καὶ ἄνισοί εἰσιν αἱ προκείμεναι γραμμαὶ, καὶ μείζων ἡ περιλαμβάνουσα. Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΘ, ΓΖ, ΔΖ. Ἐπεὶ οὖν ἐὰν νοηθῇ ἐπιζευγνυμένη ἡ ΘΑ, ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τοῦ ΑΒΘ, ἐντὸς συνεστηκυῖαί εἰσιν αἱ ΑΗ, ΗΘ, [4] καὶ ἐλάττους εἰσὶν αἱ ΑΗ, ΗΘ τῶν ΑΒ, ΒΘ· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΘΖ. Αἱ ἄρα ΑΗ, ΗΘ, ΘΖ ἐλάττους εἰσὶ τῶν ΑΒ, ΒΘ, ΘΖ. Ἀλλ' αἱ ΒΘ, ΘΖ ἐλάττους εἰσὶ τῆς ΒΓΖ· ἐντὸς γὰρ πάλιν ἐπὶ μιᾶς τοῦ ΒΓΖ συνεστήκασιν. Πολλῷ ἄρα αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΖ τῶν ΑΗ, ΗΘ, ΘΖ μείζονές εἰσιν. Ἀλλὰ τῆς ΓΖ μείζονες αἱ ΓΔ, ΔΖ· τῆς δὲ ΔΖ, αἱ ΔΕ, ΕΖ. Ἔτι πολλῷ ἄρα αἱ ΑΒΓΔΕΖ μείζους εἰσὶ τῶν ΑΗΘΖ.

Intelligantur enim, ut manifeſtum hoc quoque fiat, duæ eſſe lineæ in plano ABΓΔEZ, et AHΘZ, quæ punctis A, Z eoſdem terminos habeant, et ad eaſdem partes cavæ ſint: earumque altera AHΘZ ab altera ABΓΔEZ, et a recta AZ, quæ eoſdem atque ipſæ terminos habet, tota comprehendatur. Dico propoſitas lineas inæquales eſſe, eamque majorem, quæ comprehendit. Jungantur enim BΘ, ΓZ, ΔZ. Et quoniam ſi intelligatur juncta eſſe ΘA, ſuper unum trianguli ABΘ latus intus conſtitutæ ſunt AH, HΘ, quæ ipſis AB, BΘ ſunt minores; communis addatur ΘZ. Igitur AH, HΘ, ΘZ minores ſunt quam AB, BΘ, ΘZ. Minores ſunt autem BΘ, ΘZ, quam BΓZ; quippe quæ rurſus intus conſtitutæ ſunt ſuper unum latus trianguli BΓZ. Multo igitur magis AB, BΓ, ΓZ majores ſunt quam AH, HΘ, ΘZ. Majores ſunt autem cum ΓΔ, ΔZ quam ΓZ; tum ΔE, EZ quam ΔZ. Igitur multo adhuc magis ABΓΔEZ majores ſunt quam AHΘZ.

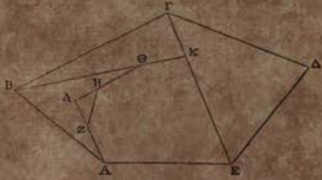


Σαφηνείας δὲ χάριν ὑποκείσθωσαν καὶ ἕτεραι γραμμαὶ ὁμοίως ταῖς προειρημέναις, ὡς αἱ ΑΒΓΔΕ, ΑΖΗΘΚΕ. Λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ περιλαμβάνουσα. Νοείσθωσαν γὰρ ἐκβεβλημέναι αἱ ΑΖ, ΗΘ, ἐπὶ τὸ Λ. Ἐπεὶ οὖν πάλιν δύο αἱ ΖΛ, ΛΗ μείζους εἰσὶ τῆς ΖΗ, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ ΑΖ, ΗΘ. Αἱ ἄρα ΑΛ, ΛΘ μείζους εἰσὶ τῶν ΑΖ, ΗΖ,

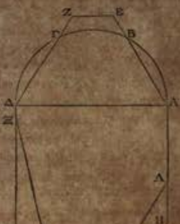
Quod ut clarius intelligatur, ponantur aliæ quoque lineæ pariter atque illæ quas modo diximus; puta ABΓΔE, AZHΘKE. Dico harum eam majorem eſſe, quæ comprehendit. Intelligantur enim AZ, HΘ productæ eſſe ad punctum Λ. Et quoniam rurſus duæ ZΛ, ΛH majores ſunt quam ZH, communes addantur AZ, HΘ. Igitur AΛ, ΛΘ majores ſunt quam AZ, HZ, HΘ. Minores

[1] προλαμβάνειν [2] περιλαμβάνουσαν ſic corrigitur ex MS. [3] τὰ, ſic MS. [4] In MS. καὶ deeſt.

ſunt autem ΑΛ, ΛΘ quam ΑΒΘ. Multo igitur magis ΑΒΘ majores ſunt quam ΑΖΗΘ. Communis addatur ΘΚ. Igitur ΑΒΘΚ majores ſunt quam ΑΖΗΘΚ. Minores ſunt autem ΒΘΚ quam ΒΓΚ. Multo igitur magis ΑΒΓΚ majores ſunt, quam ΑΖΗΘΚ. Communis addatur ΚΕ. Igitur ΑΒΓΚΕ majores ſunt quam ΑΖΗΘΚΕ. Minores ſunt autem ΓΚΕ quam ΓΔΕ. Multo igitur magis ΑΒΓΔΕ majores ſunt quam ΑΖΗΘΚΕ.



Quin etiam, ſi quæ aut comprehendit, aut comprehenditur, aut etiam harum utraque circumferentia fuerit, idem omnino intelligendum eſt. Si enim continua in iis puncta ſumantur, junganturque rectæ; componentur utique ex rectis quædam lineæ, quibus eadem demonſtratio, quam de lineis ex rectis compoſitis ſupra attulimus, conveniet. Neque vero ab his propoſitæ lineæ abhorrent; cum lineæ cujuſque natura in punctorum continuatione conſiſtat. Cœterum inæquales lineas apte definivis, non quæ tantum ad eaſdem partes cavæ ſint, ſed etiam quarum altera ab altera, et a recta, quæ eoſdem atque ipſa terminos habet, comprehendatur. Niſi enim ita res habeat, verum generaliter non eſt lineas inæquales eſſe; ut videre licet in figuris, quæ ſubjiciuntur. Nam lineæ ΑΒΓΔ, et ΑΕΖΔ eoſdem terminos habent, et ad eaſdem partes cavæ ſunt; nec tamen conſtat utra earum major ſit. Siquidem fieri poteſt, ut ſint æquales. Quin etiam fieri poteſt, ut duæ lineæ concipiantur, quæ ad eaſdem partes cavæ, eoſdemque terminos habentes contrario ſibi invicem ſitu jaceant; cujuſmodi eſt utraque earum, quas diximus, ſi ad ΑΗΘΚ referantur.



Tunc enim plane obſcurum eſt, utrum æquales an inæquales ſint. Quocirca illud optime poſitum eſt, oportere alteram ab altera, et a recta, quæ eoſdem atque ipſa terminos habet, aut totam comprehendi, aut aliqua quidem comprehendi, cœtera vero communia habere; prorſus ut in lineis ΑΗΘΚΔ, et ΑΛΜΝΞΔ. Quædam enim in iis comprehenduntur, quædam vero communia ſunt, ut ΑΛ, ΜΝ.

Rurſus, ut de linearum inæqualitate judicari poſſit, illud quoque jure optimo ſumptum eſt; nimirum oportere ipſas eoſdem habere terminos. Niſi enim habeant, quamvis invicem comprehendantur, tamen inæquales non ſunt: ſed quandoque æquales; aut ſi inæquales, ea major, quæ comprehenditur. Quod ut clarum fiat, intelligantur in plano duæ rectæ ΑΒΓ obtuſum, qui ad Β eſt, angulum continentes. Sumptoque in ΒΓ puncto quolibet Δ, jungantur ΑΔ, ΑΓ. Quoniam igitur ΑΔ major eſt quam ΑΒ, ponatur ipſi ΑΒ æqualis ΔΕ: ſectaque in duas æquas partes ΑΕ in puncto Ζ, jungatur ΖΓ. Et quoniam duæ ΑΓΖ majores ſunt quam ΑΓ, æqualiſque ΑΖ ipſi ΖΕ; ipſæ quoque ΕΖΓ majores ſunt

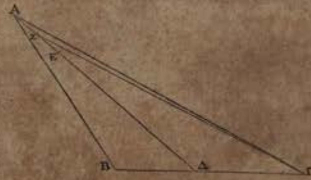
ΗΘ. Ἀλλ' αἱ ΑΛ, ΛΘ, ἐλάττους τῶν ΑΒΘ. Πολλῷ ἄρα αἱ ΑΒΘ μείζους τῶν ΑΖΗΘ. Κοινὴ προσκείσθω ἡ ΘΚ. Μείζους ἄρα αἱ ΑΒΘΚ τῶν ΑΖΗΘΚ. Ἀλλ' αἱ ΒΘΚ ἐλάττους τῶν ΒΓΚ. Πολλῷ ἄρα μείζους αἱ ΑΒΓΚ τῶν ΑΖΗΘΚ. Κοινὴ προσκείσθω ἡ ΚΕ. Αἱ ἄρα ΑΒΓΚΕ μείζους τῶν ΑΖΗΘΚΕ. Ἀλλ' αἱ ΓΚΕ ἐλάττους τῶν ΓΔΕ. Πολλῷ ἄρα αἱ ΑΒΓΔΕ μείζους εἰσὶ τῶν ΑΖΗΘΚΕ.

Κἂν περιφέρειαι[y] δὲ ὦσιν, ἤτοι αἱ περιλαμβάνουσαι, ἢ αἱ περιλαμβανόμεναι, ἢ[z] καὶ ἀμφότεραι, τὸ αὐτὸ ἔσται νοεῖν. Συνεχῶν γὰρ σημείων ἐπ' αὐτῶν λαμβανομένων, καὶ ἐπὶ αὐτὰ ἐπιζευγνυμένων εὐθειῶν, λαμβάνονται γραμμαὶ ἐξ εὐθειῶν συγκείμεναι, ἐφ' ὧν ἁρμόσει ἡ προειρημένη ἀπόδειξις τῶν ἐξ εὐθειῶν συγκειμένων. Οὐκ αὐτῶν μέντοι τῶν προτιθεμένων[a]· διὰ τὸ καὶ πάσας γραμμὰς κατὰ συνέχειαν σημείων τὴν ὕπαρξιν ἔχειν νομίζεσθαι. Ἔτι δὲ καλῶς τὰς ἀνίσους τῶν γραμμῶν οὐ μόνον τῷ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλας εἶναι ἐχαρακτήρισεν, ἀλλὰ καὶ[b] ἐπέθηκε τὸ καὶ δεῖν περιλαμβάνεσθαι τὴν ἑτέραν ὑπὸ τῆς ἑτέρας, καὶ τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης εὐθείας. Τούτου γὰρ μὴ ὄντος, οὐδὲ τὸ ἀνίσους εἶναι τὰς γραμμὰς πάντως ἀνάγκη ὑπάρχειν, ὡς ἔστι κατανοῆσαι ἐκ τῶν ὑποκειμένων καταγραφῶν. Ἡ γὰρ ΑΒΓΔ γραμμὴ, καὶ ἡ ΑΕΖΔ, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσι, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαί εἰσι, καὶ ἄδηλον ὁποτέρα αὐτῶν μείζων ἐστί. Δυνατὸν γὰρ καὶ ἴσας εἶναι. Δυνατὸν δὲ καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλας ἑτέρας νοεῖν, καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσας ἀμφοτέρας, κατ' ἐναντίον δὲ θέσιν ἀλλήλαις[c] κειμένας, ὡς ἑκατέρα τῶν εἰρημένων τῇ ΑΗΘΚΔ. Καὶ οὕτω γὰρ ἄδηλον, ἔτι ἴσαι τε καὶ ἄνισοι αὐτῶν. Διὸ καλῶς πρόσκειται, τοῦτο δεῖν ἢ ὅλην τὴν ἑτέραν ὑπὸ τῆς ἑτέρας περιλαμβάνεσθαι, καὶ τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης εὐθείας, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνεσθαι, τινὰ δὲ καὶ κοινὰ ἔχειν, ὡς ἐπὶ τῶν ΑΗΘΚΔ, καὶ ΑΛΜΝΞΔ. Ἐπὶ γὰρ τούτων τινὰ μὲν περιλαμβάνεται, τινὰ δὲ κοινά ἐστιν, ὡς τὰ[d] ΑΛ, ΜΝ.

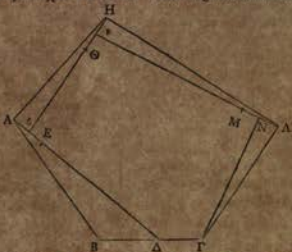
Δεῖται δὲ καὶ τὸ κάλλιστον πρὸς κρίσιν τῆς ἀνισότητος παρέθηκε, τὸ δεῖν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχειν τὰς γραμμάς. Τούτου γὰρ μὴ ὄντος, οὐδ' ἂν περιλαμβάνοιντο[e] ὑπ' ἀλλήλων, οὐδ' ἔσται ἄνισοι εἶεν· ἀλλ' ἐνίοτε ἴσαι, ἢ καὶ ἡ περιλαμβανομένη μείζων. Ὅπως ἴσαι[f] ἀμφότεραι γίνονται, νοείσθωσαν ἐν ἐπιπέδῳ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒΓ, ἀμβλεῖαν τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν περιέχουσαι· καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΒΓ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΑΓ. Ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΑΒ, κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΔΕ· καὶ τετμήσθω ἡ ΑΕ δίχα κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ. Ἐπεὶ οὖν δύο αἱ ΑΖΓ τῆς ΑΓ μείζους εἰσίν, ἴση δὲ ἡ ΑΖ τῇ ΖΕ, καὶ αἱ

y Κεῖται   z In MS. ϗ deeſt.   a προτίθεται   b κειμέναις   c ΑΓΜΝ   d ὑπὸ ἀλλήλων — ἄνισοι εἰσιν   e πέρας   f αἱ ΑΒ

ΕΖΓ ἄρα τῆς ΑΓ μείζους εἰσί. Καὶ προσκείσθωσαν[g] αἱ ΑΒ, ΔΕ. Αἱ ἄρα[h] ΔΖΓ τῆς ΒΑΓ μείζους εἰσίν. Ὥστε μιᾶς γραμμῆς νομιζομένης τῆς ΒΑΓ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλης, ἑτέρας δὲ τῆς ΔΖΓ περιλαμβανομένης ὑπὸ τῆς ἑτέρας, μὴ ἐχούσης δὲ τὰ αὐτὰ πέρατα, οὐ μόνον ὅτι οὐ μείζων ἡ περιλαμβάνουσα, ἀλλὰ καὶ ἐλάττων, ἐδείχθη.



Καὶ ἐπὶ γραμμῶν δὲ ἐκ πλειόνων εὐθειῶν συγκειμένων τὸ αὐτὸ τοῦτο ἔστι διαγνῶναι. Νοείσθωσαν γὰρ ἐν ἐπιπέδῳ δύο εὐθεῖαι[i] αἱ ΑΒ, ΒΓ, καὶ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἐπεζευγμένη ἡ ΑΔ. Πάλιν δὲ κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΔΕ· καὶ ἡ ΕΑ δίχα τετμήσθω τῷ Ζ· καὶ τῇ ΑΔ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΑΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΗ. Καὶ κείσθω τῇ ΑΗ ἴση ἡ ΖΘ· καὶ πάλιν δίχα τετμήσθω ἡ ΘΗ κατὰ τὸ Κ· καὶ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΖΗ ἤχθω ἡ ΗΛ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΛ. Καὶ πάλιν κείσθω τῇ ΗΛ ἴση ἡ ΚΜ· καὶ δίχα τετμήσθω ἡ[k] ΜΛ τῷ Ν· καὶ πάλιν πρὸς ὀρθὰς τῇ ΚΛ ἤχθω ἡ ΛΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΝΓ. Φανερὸν δὴ διὰ τὰ προδεδειγμένα, ὅτι μείζων ἡ μὲν ΔΖ τῆς ΑΒ, ἡ δὲ ΖΚ τῆς ΑΗ, ἡ δὲ ΚΝ τῆς ΗΛ, ἡ δὲ ΝΓ τῆς ΛΓ· ὥστε καὶ ὅλη ἡ γραμμὴ ἡ ΔΖΚΝΓ μείζων τῆς ΒΑΗΛΓ. Καλῶς ἄρα προσετέθη τὸ, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχειν, ἐπὶ τῶν ἀνίσων. Τὰ αὐτὰ δὲ, δυνατὸν ἐστι πάντα [l]δεικνύειν καὶ ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν, ἀνὰ πᾶσι τοῖς προειρημένοις, ὅταν αἱ λαμβανόμεναι ἐπιφάνειαι τὰ πέρατα ἔχωσιν ἐν ἐπιπέδοις.



Τούτων δὲ ὑποκειμένων.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

Ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ, φανερὸν ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώνου ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

Ἑκάστη γὰρ τῶν τοῦ πολυγώνου πλευρῶν ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, τῆς ὑπὸ τῆς αὐτῆς ἀποτεμνομένης.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

Ἐὰν περὶ κύκλον πολύγωνον περιγραφῇ, ἡ τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου περίμετρος, μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου.

Περὶ γὰρ κύκλον πολύγωνον περιγεγράφθω τὸ ὑποκείμενον. Λέγω, ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου.

quam ΑΓ. Communes addantur ΑΒ, ΔΕ. Igitur ΔΖΓ majores ſunt quam ΒΑΓ. Quare ſi intelligatur ΒΑΓ una eſſe linea ad eaſdem partes cava, ΔΖΓ vero alia quædam linea, quæ ab eadem illa comprehendatur, ſed eoſdem terminos non habeat; demonſtratum utique eſt, eam, quæ comprehendit, non modo non majorem, ſed etiam minorem eſſe.

Hoc autem ipſum etiam in lineis ex pluribus rectis compoſitis conſiderare licet. Intelligantur enim in plano duæ rectæ ΑΒ, ΒΓ, et punctum quodlibet Δ, junctaque item ΑΔ. Rurſus ponatur ipſi ΑΒ æqualis ΔΕ; ſectaque in duas æquas partes ΕΑ in puncto Ζ: ipſi ΑΔ ad rectos angulos ducatur ΑΗ, jungaturque ΖΗ. Rurſus ponatur ipſi ΑΗ æqualis ΖΘ; ſectaque in duas æquas partes ΘΗ in puncto Κ, ipſi ΖΗ ad rectos angulos ducatur ΗΛ; jungaturque ΚΛ. Rurſus ponatur ipſi ΗΛ æqualis ΚΜ; ſectaque in duas æquas partes ΜΛ in puncto Ν: ipſi ΚΛ ad rectos angulos ducatur ΛΓ; jungaturque ΝΓ. Manifeſtum eſt igitur ex iis, quæ ſupra demonſtrata ſunt, majorem eſſe tum ΔΖ quam ΑΒ, tum ΖΚ quam ΑΗ, tum ΚΝ quam ΗΛ, tum ΝΓ quam ΛΓ: atque ideo totam etiam lineam ΔΖΚΝΓ majorem eſſe quam ΒΑΗΛΓ. Quocirca illud pulchre de inæqualibus lineis additum eſt, oportere ipſas eoſdem habere terminos. Porro eadem hæc, et alia quæcunque ſupra diximus, ſi quis diligenter conſideraverit, etiam de ſuperficiebus demonſtrare poterit; quando nimirum, quæ ſumuntur, ſuperficies in planis terminos habuerint.

Hiſce vero poſitis

PROP. I. Theor.

Si circulo polygonum inſcribatur, manifeſtum eſt ambitum inſcripti polygoni minorem eſſe circuli circumferentia.

Unumquodque enim polygoni latus minus eſt ea, quæ ab eodem ſecatur, circuli circumferentia.

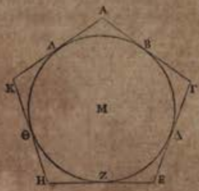
PROP. II. Theor.

Si circulo polygonum circumſcribatur, circumſcripti polygoni ambitus major eſt circuli circumferentia.

Circulo enim polygonum circumſcriptum ſit propoſitum. Dico ambitum polygoni majorem eſſe circuli circumferentia.

[g] αἱ ΑΒΓ [h] ΒΑΖ [i] αἱ ΑΒΓ [k] ΜΝ [l] δυνατὸν καὶ ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν ἀνὰ πᾶσι τοῖς προειρημένοις ἴσως ex MS.

Quoniam enim utraque B A, A Λ major eſt quam circumferentia B Λ; eo quod eam, quæ eoſdem terminos habet, circumferentiam comprehendit; pariterque utraque Δ Γ, Γ B major quam Δ B; et utraque Λ K, K Θ major quam Λ Θ; et utraque Z H, H Θ major quam Z Θ; et amplius utraque Δ E, E Z major quam Δ Z. Ideo totus polygoni ambitus major eſt circuli circumferentia.



Ἐπεὶ γὰρ συναμφότερος ἡ B A, A Λ μείζων ἐστὶ τῆς B Λ περιφερείας, διὰ τὸ τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαν περιλαμβάνειν τὴν περιφέρειαν, ὁμοίως καὶ συναμφότερος μὲν ἡ Δ Γ, Γ B, τῆς Δ B· συναμφότερος δὲ ἡ Λ K, K Θ, τῆς Λ Θ· συναμφότερος δὲ ἡ Z H, H Θ, τῆς Z Θ, ἔτι δὲ συναμφότερος ἡ Δ E, E Z, τῆς Δ Z. Ὅλη ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου μείζων ἐστὶ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου.

PROP. III. Prob.

Datis duabus magnitudinibus inæqualibus, fieri poteſt, ut inæquales duæ rectæ inveniantur, ita ut major recta ad minorem rationem minorem habeat quam major magnitudo ad minorem.

Sint duæ magnitudines inæquales A B, Δ, et ſit major A B. Dico fieri poſſe, ut inæquales duæ rectæ inveniantur, quæ propoſitum conficiant.

Ponatur ipſi Δ æqualis B Γ; et ponatur recta quædam linea Z H. Γ A autem ſibimetipſi aliquoties addita excedet Δ. Ea igitur multiplicetur, ſitque A Θ; et quam multiplex eſt A Θ ipſius A Γ, tam multiplex ſit Z H rectæ H E. Ut igitur Θ A ad A Γ, ita ſe habet Z H ad H E. Et invertendo, ut E H ad H Z, ita ſe habet A Γ ad A Θ. Et quoniam A Θ major eſt quam Δ, hoc eſt quam Γ B; Γ A ad A Θ rationem minorem habet, quam Γ A ad Γ B. Igitur etiam componendo E Z ad Z H minorem rationem habet, quam A B ad B Γ. Æqualis eſt autem B Γ ipſi Δ. E Z igitur ad Z H minorem rationem habet, quam A B ad Δ. Inventæ ſunt igitur inæquales duæ rectæ, quæ propoſitum conficiunt; hoc eſt hujuſmodi, ut major ad minorem rationem minorem habeat, quam major magnitudo ad minorem.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων, δυνατόν ἐστιν εὑρεῖν δύο εὐθείας ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα εὐθεῖαν πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

Ἔστω δύο μεγέθη ἄνισα, τὰ A B, Δ, καὶ ἔστω μεῖζον τὸ A B. Λέγω, ὅτι δυνατόν ἐστι δύο εὐθείας ἀνίσας εὑρεῖν, τὸ εἰρημένον ἐπίταγμα ποιούσας.

Κείσθω τῷ Δ ἴσον τὸ B Γ, καὶ κείσθω τὶς εὐθεῖα γραμμὴ ἡ Z H. Τὸ δὴ Γ A ἑαυτῷ ἐπισυντιθέμενον ὑπερέξει τοῦ Δ. Πεπολλαπλασιάσθω οὖν, καὶ ἔστω τὸ A Θ· καὶ ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ A Θ τοῦ A Γ, [m] τοσαυταπλάσιος ἔστω ἡ Z H τῆς H E. Ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ Θ A πρὸς A Γ, οὕτως ἡ Z H πρὸς H E. Καὶ ἀνάπαλιν [n] ἐστιν, ὡς ἡ E H πρὸς H Z, οὕτως τὸ A Γ πρὸς A Θ. Καὶ ἐπεὶ μεῖζόν ἐστι τὸ A Θ τοῦ Δ, τουτέστι τοῦ Γ B, τὸ ἄρα Γ A πρὸς τὸ A Θ λόγον ἐλάσσονα ἔχει, ἤπερ τὸ Γ A πρὸς Γ B. Καὶ συνθέντι ἡ E Z ἄρα πρὸς Z H ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ A B πρὸς B Γ. Ἴσον δὲ τὸ B Γ τῷ Δ. Ἡ E Z ἄρα πρὸς Z H ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ A B πρὸς τὸ Δ. Εὑρημέναι εἰσὶν ἄρα δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, ποιοῦσαι τὸ εἰρημένον ἐπίταγμα, τουτέστι, τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

EUTOCIUS.

Γ A autem ſibimetipſi aliquoties addita excedet Δ. Nimirum ſi A B ipſius Δ fuerit aut ſuperparticularis, aut ſuperpartiens. Sin vero multiplex fuerit, aut multiplex ſive particularis, ſive ſuperpartiens, ablato ab A B, B Γ ipſi Δ æquali, quæ relinquitur Γ A excedet Δ. Quocirca non oportebit quidem ipſam multiplicare; ſed ſtatim poſita A Θ æquali ipſi A Γ, eadem demonſtratione uti.

E Z ad Z H minorem rationem habet, quam A B ad B Γ. Si enim proportio hujuſmodi ſit, ut prima magni-

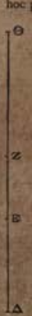
Τὸ δὲ A Γ ἑαυτῷ ἐπισυντιθέμενον ὑπερέξει τοῦ Δ· δηλαδὴ ὂν τοῦ A B, [o] ἤτοι ἐπιμορίου ἢ καὶ ἐπιμερῆς τυγχάνοντος τοῦ Δ. Εἰ δὲ εἴη τὸ A B τοῦ Δ ἤτοι πολλαπλάσιον, [p] ἢ πολλαπλασιεπιμόριον, ἢ καὶ πολλαπλασιεπιμερὲς, ἀφαιρεθέντος ἀπὸ τοῦ A B, ἴσου τῷ Δ τοῦ B Γ, τὸ λοιπὸν τὸ Γ A ὑπερέξει τοῦ Δ. Ὥστε μηκέτι πολλαπλασιάζεσθαι αὐτὸ, ἀλλὰ αὐτόθεν δεῖν τῷ A Γ, ἴσον ἀποτίθεσθαι τὸ A Θ, καὶ τὴν αὐτὴν ἀπόδειξιν ἁρμόζειν.

Καὶ συνθέντι ἡ E Z πρὸς Z H ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ A B πρὸς B Γ. Ὅτι γὰρ ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον ἐλάσ-

[m] τοσαυταπλάσιος [n] ἔσται [o] ἤτοι ἐπὶ μορίῳ, ἢ ἐπὶ μέρεσι [p] ἢ πολλαπλασίῳ ἐπὶ μορίῳ, ἢ καὶ πολλαπλασίῳ ἐπὶ μέρεσι

σονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ τρίτον [y] πρὸς τέταρτον, καὶ συνθέντι ὁ αὐτὸς λόγος ἀκολουθεῖ, δειχθήσεται οὕτως. Ἔστωσαν τέσσαρα μεγέθη τὰ ΑΒ, ΒΓ, ΔΕ, ΕΖ· τὸ δὲ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ μείζονα λόγον ἐχέτω, ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ ΕΖ. Λέγω ὅτι καὶ συνθέντι τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΒ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΖΕ. Γεγονέτω γὰρ, ὡς τὸ ΓΒ πρὸς τὸ ΒΑ, οὕτως τὸ ΖΕ πρὸς τὸ ΖΘ. Ἀνάπαλιν ἄρα, ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ, οὕτως τὸ ΘΖ πρὸς τὸ ΖΕ. Μείζονα δὲ λόγον ἔχει τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ, ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ. [z] Καὶ τὸ ΖΘ ἄρα πρὸς ΖΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ. Μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΘ τοῦ ΕΔ, καὶ ὅλον τὸ ΘΕ τοῦ ΔΖ. Καὶ διὰ τοῦτο τὸ ΘΕ πρὸς ΕΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΖΕ. Ἀλλ' ὡς τὸ ΘΕ πρὸς ΕΖ, τὸ ΑΓ πρὸς ΓΒ, διὰ τὸ συνθέντι· καὶ τὸ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΒ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΕΖ. Ἀλλὰ δὴ τὸ ΑΓ πρὸς ΓΒ μείζονα λόγον ἐχέτω, ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΖΕ. Λέγω ὅτι καὶ διελόντι τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ. Πάλιν γὰρ ὁμοίως ἐὰν ποιήσωμεν, ὡς τὸ ΒΓ πρὸς ΓΑ, [a] οὕτως τὸ ΖΕ πρὸς τὸ ΘΕ, ἔσται καὶ τὸ ΘΕ μεῖζον τοῦ ΔΖ· καὶ κοινοῦ ἀφαιρεμένου τοῦ ΕΖ, [b] ἔσται μεῖζον τὸ ΘΖ τοῦ ΔΕ. Καὶ διὰ τοῦτο τὸ ΘΖ πρὸς ΖΕ, τουτέστι τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ, διὰ τὸ διελόντι, μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ. Φανερὸν δὲ διὰ τῶν ὁμοίων, ὅτι κἂν τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ, καὶ συνθέντι, καὶ πάλιν διελόντι, ὁ αὐτὸς λόγος ἔσται. Ἐκ δὲ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ, τοῦ [c] ἀναστρέψαντος, λόγος ἐμφανής ἐστι. Ἐχέτω γὰρ τὸ ΑΓ πρὸς ΒΓ μείζονα λόγον, ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΖΕ. Λέγω ὅτι καὶ ἀναστρέψαντι τὸ ΓΑ πρὸς ΑΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΔΕ. Ἐπεὶ γὰρ τὸ ΑΓ πρὸς ΓΒ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΖΕ, καὶ διελόντι τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ· ἀνάπαλιν τὸ ΒΓ πρὸς ΒΑ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΖΕ πρὸς ΕΔ· καὶ συνθέντι τὸ ΓΑ πρὸς ΑΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΔΕ.





tudo ad ſecundam minorem rationem habeat, quam tertia ad quartam, eamdem etiam componendo locum habere hoc pacto demonſtrabitur. Sint quatuor magnitudines ΑΒ, ΒΓ, ΔΕ, ΕΖ: et ΑΒ ad ΒΓ majorem rationem habeat, quam ΔΕ, ad ΕΖ. Dico etiam componendo, ΑΓ ad ΓΒ majorem rationem habere, quam ΔΖ ad ΖΕ. Ut enim ΓΒ ad ΒΑ, ita fiat ΖΕ ad ΖΘ. Igitur invertendo, ut ΑΒ ad ΒΓ, ita ſe habet ΘΖ ad ΖΕ. Habet autem ΑΒ ad ΒΓ majorem rationem, quam ΔΕ ad ΕΖ. Habet igitur etiam ΖΘ ad ΖΕ majorem rationem, quam ΔΕ ad ΕΖ. Major eſt igitur ΖΘ quam ΕΔ, totaque ΘΕ quam ΔΖ. Propterea ΘΕ ad ΕΖ majorem rationem habet, quam ΔΖ ad ΖΕ. Ut autem ΘΕ ad ΕΖ, ita ſe habet componendo ΑΓ ad ΓΒ: igitur etiam ΑΓ ad ΓΒ majorem rationem habet, quam ΔΖ ad ΕΖ. At vero ΑΓ ad ΓΒ majorem rationem habeat, quam ΔΖ ad ΖΕ. Dico etiam dividendo, ΑΒ ad ΒΓ majorem rationem habere, quam ΔΕ ad ΕΖ. Rurſus enim ſi pariter fiat, ut ΒΓ ad ΓΑ, ita ΖΕ ad ΘΕ; erit utique ΘΕ major quam ΔΖ: ablataque communi ΕΖ, ΘΖ major quam ΔΕ. Propterea ΘΖ ad ΖΕ, hoc eſt ΑΒ ad ΒΓ, majorem, dividendo, rationem habuerit, quam ΔΕ ad ΕΖ. Eadem ratione illud quoque manifeſtum eſt, ſi ΑΒ ad ΒΓ minorem rationem habeat quam ΔΕ ad ΕΖ; fore, ut componendo itemque dividendo, idem prorſus eveniat. Quin etiam de converſa proportione quid ſequatur patet. Habeat enim ΑΓ ad ΒΓ majorem rationem quam ΔΖ ad ΖΕ. Dico convertendo, ΓΑ ad ΑΒ minorem rationem habere, quam ΔΖ ad ΔΕ. Quoniam enim ΑΓ ad ΓΒ majorem rationem habet, quam ΔΖ ad ΖΕ; et dividendo, ΑΒ ad ΒΓ majorem, quam ΔΕ ad ΕΖ; ideo invertendo, ΒΓ ad ΒΑ minorem habet rationem, quam ΖΕ ad ΕΔ; et componendo, ΓΑ ad ΑΒ minorem, quam ΔΖ ad ΔΕ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων, καὶ κύκλου, δυνατόν ἐστιν εἰς τὸν κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὅπως ἡ τοῦ περιγραφομένου πολυγώνου πλευρὰ, πρὸς τὴν τοῦ ἐγγραφομένου πολυγώνου πλευρὰν, ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

Ἔστω τὰ δοθέντα δύο μεγέθη τὰ Α, Β, ὁ δὲ δοθεὶς κύκλος ὁ ὑποκείμενος. Λέγω οὖν, ὅτι δυνατόν ἐστι ποιεῖν τὸ ἐπίταγμα.

Εὑρήσθωσαν δὴ δύο εὐθεῖαι αἱ Θ, ΚΛ, ὧν μείζων [d] ἔστω ἡ Θ, ὥστε τὴν Θ πρὸς τὴν ΚΛ, ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλαττον· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Λ τῇ ΚΛ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΛΜ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ τῇ Θ ἴση κατήχθω ἡ ΚΜ. Δυνατὸν γὰρ τοῦτο. Καὶ ἤχθωσαν τοῦ κύκλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΓΕ, ΔΖ. Τέμνοντες οὖν τὴν ὑπὸ τῶν ΔΗΓ γωνίαν δίχα, καὶ τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς δίχα, καὶ ἀεὶ τοῦτο ποιοῦντες, λείψομέν τινα γωνίαν ἐλάσσονα ἢ διπλασίαν τῆς ὑπὸ ΛΚΜ. Λελείφθω,

PROP. IV. Prob.

Datis duabus magnitudinibus inæqualibus, et circulo, fieri poteſt, ut circulo polygonum inſcribatur, itemque aliud circumſcribatur, ita ut circumſcripti polygoni latus ad inſcripti polygoni latus minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad minorem.

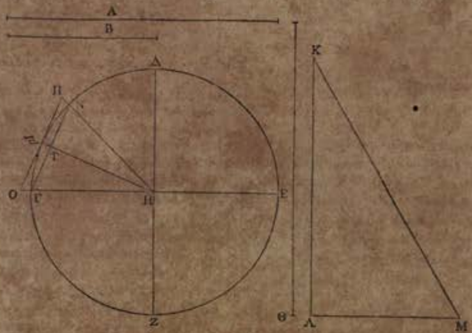
Sint datæ duæ magnitudines Α, Β; datus vero circulus, qui ſubjicitur. Dico fieri poſſe, ut propoſitum conficiatur.

Inveniantur duæ rectæ Θ, ΚΛ, quarum major ſit Θ, ita ut Θ ad ΚΛ minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad minorem: et ducatur a puncto Λ ipſi ΚΛ ad rectos angulos ΛΜ; et a puncto Κ ipſi Θ æqualis ΚΜ. Hoc enim fieri poteſt. Ducantur autem duæ circuli diametri inter ſe invicem ad rectos angulos ΓΕ, ΔΖ. Si igitur angulus ΔΗΓ in duas æquas partes ſecetur, ejuſque dimidius in duas item æquas partes, idque continuo fiat, relinquetur aliquis angulus minor duplo anguli ΛΚΜ.

[y] πρὸς τέσσαρα μεγέθη
[z] καὶ τὸ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΘ
[c] ἀναστρέψαντι
[d] ἔστω ἡ Θ πρὸς τὴν ΚΛ
[a] οὕτως τὸ ΖΕ πρὸς ΕΘ, ἔσται τὸ ΘΕ μεῖζον
[b] ἄρα

Relinquatur, iſque ſit N H Γ; et jungatur N Γ. Eſt igitur N Γ latus polygoni æquilateri. Quoniam enim angulus N H Γ metitur rectum angu-

καὶ ἔστω ἡ ὑπὸ ΝΗΓ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΝΓ. Ἡ ἄρα ΝΓ πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ ἰσοπλεύρου. Ἐπείπερ ἡ ὑπὸ ΝΗΓ γωνία μετρεῖ τὴν ὑπὸ ΔΗΓ ὀρθὴν

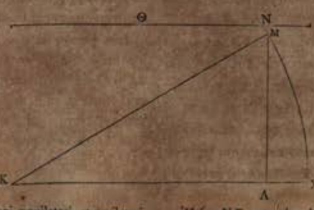


lum Δ H Γ, ipſa etiam circumferentia N Γ metitur quartam circuli partem. Quare totum etiam circulum metitur. Γ N igitur latus eſt polygoni æquilateri. Hoc enim manifeſtum eſt. Secetur angulus N H Γ in duas æquas partes recta N Ξ; et circulum in puncto Ξ contingat O Ξ Π; et producantur H N Π, H Γ O. Quare etiam Π O latus eſt polygoni circulo circumſcripti tum æquilateri, tum ſimilis, ut conſtat, inſcripto, cujus eſt latus N Γ. Et quoniam angulus N H Γ minor eſt duplo anguli Λ K M, idemque duplus anguli T H Γ, minor eſt angulus T H Γ angulo Λ K M. Qui vero anguli ad puncta ſunt Λ, T, hi ſunt recti. M K igitur ad Λ K majorem rationem habet quam Γ H ad H T. Æqualis eſt autem Γ H ipſi H Ξ. Quare H Ξ ad H T, hoc eſt Π O ad N Γ, minorem rationem habet, quam M K ad K Λ. Amplius vero ad K Λ minorem rationem habet quam A ad B: ac Π O quidem latus eſt circumſcripti polygoni, Γ N vero inſcripti. Quæ invenienda proponebantur.

οὖσαν, καὶ ἡ ΝΓ ἄρα περιφέρεια μετρεῖ τὴν ΓΔ, τέταρτον οὖσαν κύκλου. Ὥστε καὶ τὸν κύκλον μετρεῖ. Πολυγώνου ἄρα ἐστὶ πλευρὰ [x] ἰσοπλεύρου ἡ ΓΝ. Φανερὸν γάρ ἐστι τοῦτο. Καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ ΝΗΓ γωνία δίχα τῇ ΗΞ εὐθείᾳ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐφαπτέσθω τοῦ κύκλου ἡ ΟΞΠ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΗΝΠ, ΗΓΟ. Ὥστε καὶ ἡ ΠΟ πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸν κύκλον, καὶ ἰσοπλεύρου, φανερὸν ὅτι καὶ ὁμοίου τῷ ἐγγραφομένῳ, οὗ πλευρὰ ἡ ΝΓ. Ἐπεὶ δὲ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασία ἡ ὑπὸ ΝΗΓ τῆς ὑπὸ ΛΚΜ, διπλασία δὲ τῆς ὑπὸ ΤΗΓ, ἐλάσσων ἐστὶ ἄρα ἡ ὑπὸ ΤΗΓ τῆς ὑπὸ ΛΚΜ. Καί εἰσιν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς Λ, Τ. Ἡ ἄρα ΜΚ πρὸς ΛΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ. Ἴση δὲ ἡ ΓΗ τῇ ΗΞ. Ὥστε ἡ ΗΞ πρὸς ΗΤ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τουτέστιν ἡ ΠΟ πρὸς ΝΓ, [y] ἢ ἡ ΜΚ πρὸς ΚΛ. Ἔτι δὲ ἡ ΚΜ πρὸς ΚΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Α πρὸς τὸ Β· καί ἐστι μὲν ΠΟ πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου πολυγώνου, ἡ δὲ ΓΝ τοῦ ἐγγραφομένου. Ὅπερ προέκειτο εὑρεῖν.

EUTOCIUS.

Et a puncto K ipſi Θ æqualis ducatur K M: hoc enim fieri poteſt. Nimirum producta K Λ, puta ad punctum X; poſitaque ipſi Θ æquali K X; centroque K, et intervallo K X circulo deſcripto, puta X M N. Æqualis eſt enim K M ipſi K X, hoc eſt ipſi Θ.



Καὶ ἀπὸ τοῦ Κ, τῇ Θ ἴση κατήχθω ἡ ΚΜ· δυνατὸν γὰρ τοῦτο. [z] Καὶ ἐκβληθείσης τῆς ΚΛ ὡς ἐπὶ τὸ Χ· καὶ τεθείσης τῇ Θ ἴσης τῆς ΚΧ· καὶ κέντρῳ τῷ Κ, διαστήματι δὲ τῷ ΚΧ κύκλου γραφέντος ὡς τοῦ ΧΜΝ. Ἔστι γὰρ ἡ ΚΜ ἴση τῇ ΚΧ, τοῦτ᾽ ἐστι τῇ Θ.

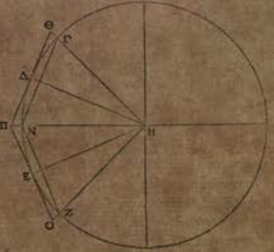
Eſt igitur N Γ latus polygoni æquilateri, et parilateri. Cum enim quartæ circumferentiæ parti rectus angulus inſtiterit, ſectuſque in pares angulus ſit; conſiſtere

Ἡ ἄρα ΝΓ πολυγώνου ἐστὶ ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου πλευρά. Τῆς γὰρ μιᾶς ὀρθῆς ἐπὶ τεταρτημορίου [a] βεβηκυίας, καὶ τῆς τομῆς κατὰ ἀρτίας διαιρέσεις ὑπὸ τῆς ὀρθῆς γενομένης,

[x] ἰσοπλεύρου· φανερὸν [y] ἤπερ ἡ ΜΗ [z] καὶ deeſt.

δῆλον ὅτι καὶ ἡ τοῦ τεταρτημορίου περιφέρεια εἰς ἀρτίους ἀριθμοὺς ἴσας διαιρεθήσεται περιφερείας. Ὥς τε καὶ ἡ ὑποτείνουσα οὐδεμίαν τῶν περιφερειῶν, πολυγώνου ἐστὶν ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου πλευρά.

Ὥς τε καὶ ἡ ΟΠ πολυγώνου ἐστὶν ἰσοπλεύρου πλευρά. Ἐὰν γὰρ τῇ ὑπὸ ΞΗΝ γωνίᾳ ἴσην συστήσωμεν τὴν ὑπὸ ΠΗΔ, καὶ ἀπὸ τοῦ Π ἐπὶ τὸ Δ ἐπιζεύξαντες τὴν ΠΔ καὶ προσεκβάλωμεν ἄχρι τῆς ΗΘ, τῆς μετὰ ΗΔ γωνίαν περιεχούσης ἴσην τῇ ὑπὸ ΠΗΔ· ἴση ἔσται ἡ ΠΘ τῇ ΠΟ, καὶ ἐφάψεται τοῦ κύκλου. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΞΗ ἴση ἐστὶ τῇ ΗΔ, κοινὴ δὲ ἡ ΗΠ καὶ [b] γωνίας ἴσας περιέχουσι· καὶ βάσις ἄρα ἡ ΞΠ τῇ ΠΔ ἴση ἐστί· καὶ ἡ ὑπὸ ΠΞΗ ὀρθὴ οὖσα, τῇ ὑπὸ ΠΔΗ. Ὥς τε ἐφάπτεται ἡ ΔΠ. Ἐπεὶ οὖν αἱ περὶ τὸ Δ ὀρθαί εἰσιν, εἰσὶν δὲ καὶ ὑπὸ ΠΗΔ, ΔΗΘ ἴσαι, καὶ ἡ πρὸς ταῖς ἴσαις κοινὴ ἡ ΔΗ· ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΠΔ τῇ ΘΔ. Ἀλλ' ἡ ΞΠ τῇ ΠΔ ἐδείχθη ἴση. Καὶ ἡ ΘΠ ἄρα τῇ [c] ΠΟ ἐστὶν ἴση, καὶ πάσαις ταῖς ὁμοίως ἐφαπτομέναις. Ὥς τε ἡ ΘΠ πολυγώνου ἐστὶν ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου πλευρὰ τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγραφομένου. Ὅτι δὲ καὶ ὅμοιον τῷ ἐγγραφομένῳ, αὐτόθεν δῆλον. Ἴσης γὰρ οὔσης τῆς μὲν ΘΗ τῇ ΗΠ, τῆς δὲ ΓΗ τῇ ΗΝ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΠ τῇ ΓΝ. Διὰ τὰ αὐτὰ καὶ ἡ ΟΠ τῇ ΝΖ. Ὥς τε καὶ ἡ ὑπὸ ΓΝΖ τῇ ὑπὸ ΟΠΘ ἴση ἐστί· καὶ διὰ τοῦτο ὅμοιόν ἐστι τὸ περιγεγραμμένον τῷ ἐγγεγραμμένῳ.



Ἡ ἄρα ΜΚ πρὸς ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ. Μείζονος γὰρ οὔσης τῆς πρὸς [d] τῷ Κ γωνίας τῆς ὑπὸ ΓΗΤ, ἐὰν τῇ ὑπὸ ΓΗΤ ἴσην συστησώμεθα τὴν ὑπὸ ΛΚΡ τοῦ Ρ, μεταξὺ τῶν Λ, Μ σημείων, τὸ ΛΚΡ τρίγωνον τῷ ΓΗΤ ὅμοιόν ἐστι. Ὥστε ἡ ΡΚ πρὸς ΚΛ, ὡς ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ. Ὥς τε καὶ ἡ ΜΚ [e] πρὸς ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ.

quartam quoque circumferentiæ partem inæquales numeroque pariter pares circumferentias ſectum iri. Quocirca et quæ uni circumferentiæ recta ſubjicitur æquilateri et parilateri polygoni latus eſt.

Quare etiam ΟΠ latus eſt polygoni æquilateri. Si enim angulus ΠΗΔ angulo ΞΗΝ æqualis fiat, junctaque a puncto Π ad Δ recta ΠΔ producatur uſque ad ΗΘ, quæ una cum ΗΘ æqualem ipſi ΠΗΔ angulum efficit; æqualis hæc erit, nempe ΠΘ ipſi ΠΟ eademque circulum continget. Quoniam enim æqualis eſt ΞΗ ipſi ΗΔ, communiſque ΗΠ, et adhuc æquales angulos comprehendunt; ideo æquales eſt etiam baſis ΞΠ baſi ΠΔ, angulusque ΠΞΗ, utpote rectus, angulo ΠΔΗ. Quare ΔΠ circulum contingit. Et quoniam qui anguli ad punctum Δ ſunt, ii ſunt recti; æqualeſque reliqui ΠΗΔ, ΔΗΘ; et adhuc ΔΗ, quæ æqualibus ſubjicitur angulis, communis: ideo æqualis eſt ΠΔ ipſi ΘΔ. Demonſtratum eſt autem, ΞΠ ipſi ΠΔ æqualem eſſe. Æqualis eſt igitur ΘΠ ipſi ΠΟ, cœteriſque omnibus circulum pariter contingentibus. Quare ΘΠ latus eſt polygoni æquilateri, et parilateri circulo circumſcripti. Quod vero et inſcripto ſimilis, id per ſe patet. Æqualis enim cum ſit ΘΗ ipſi ΗΠ, et ΓΗ ipſi ΗΝ; parallela utique eſt ΘΠ ipſi ΓΝ. Eadem ratione etiam ΠΟ ipſi ΝΖ eſt parallela. Quare angulus ΓΝΖ æqualis eſt angulo ΟΠΘ: ideoque circumſcriptum polygonum ſimile inſcripto.

ΜΚ, igitur ad ΚΛ majorem rationem habet, quam ΓΗ ad ΗΤ. Major enim cum ſit angulus, qui ad punctum Κ eſt, angulo ΓΗΤ; ſi angulus conſtituatur ΛΚΡ angulo ΓΗΤ æqualis, ita ut punctum Ρ inter puncta Λ, Μ cadere intelligatur; ſimile utique eſt triangulum ΛΚΡ triangulo ΓΗΤ. Quare ut ΡΚ ad ΚΛ, ita ſe habet ΓΗ ad ΗΤ. Hinc ΜΚ ad ΚΛ majorem rationem habet quam ΓΗ ad ΗΤ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε΄.

Πάλιν δύο μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, καὶ τομέως, δυνατόν ἐστι περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰν πρὸς τὴν ἐγγεγραμμένου πλευρὰν, ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

Ἔστω γὰρ πάλιν δύο μεγέθη ἄνισα τὰ Ε, Ζ, ὧν μεῖζον ἔστω τὸ Ε, κύκλος δέ τις ὁ ΑΒΓ, κέντρον ἔχων τὸ Δ· καὶ πρὸς τῷ Δ τομεὺς συνεστάτω ὁ ΑΔΒ. Δεῖ δὴ περιγράψαι, καὶ ἐγγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν ΑΒΔ τομέα, ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς, χωρὶς τῶν ΒΔ, ΔΑ· ὅπως γένηται τὸ ἐπίταγμα.

Εὑρήσθωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι αἱ Η, ΘΚ ἄνισοι, καὶ μείζων ἡ Η, ὥστε τὴν Η πρὸς τὴν ΘΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

PROP. V. Prob.

Rurſus ſi duæ fuerint magnitudines inæquales, et ſector, fieri poteſt, ut ſectori polygonum circumſcribatur, itemque aliud inſcribatur, ita ut circumſcripti latus ad latus inſcripti minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad minorem.

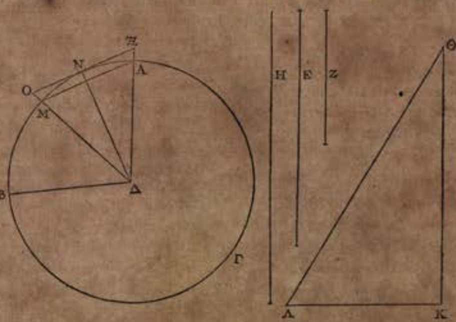
Rurſus enim duæ ſint magnitudines inæquales Ε, Ζ, quarum major ſit Ε; et circulus aliquis ΑΒΓ centrum habens punctum Δ: et ad punctum Δ ſector conſtituatur ΑΔΒ. Oportet autem ſectori ΑΒΔ polygonum circumſcribere, et inſcribere latera habens, exceptis ΒΔ, ΔΑ, æqualia; ita ut propoſitum conficiatur.

Inveniantur inæquales duæ rectæ Η, ΘΚ, quarum major ſit Η; ita ut Η ad ΘΚ minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad

[b] In MS. γωνίας deeſt. [c] ΠΘ. [d] τῷ ΚΓ --- τῆς [e] πρὸς ΚΔ. Λόγος ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ. ὥστε καὶ ἡ ΜΚ πρὸς ΚΔ μείζονα λόγον ἔχει

minorem. Hoc enim fieri poteſt. Ducta autem pariter a puncto K ipſi ΘK ad rectos angulos KΛ, ducatur ipſi H æqualis ΘΛ. Hoc enim

Δυνατὸν γὰρ τοῦτο. Καὶ ἀπὸ τοῦ K ὁμοίως ἀχθείσης πρὸς ὀρθὰς τῇ ΘK τῆς KΛ, προσβεβλήσθω τῇ H ἴση ἡ ΘΛ. Δυνατὸν γὰρ τοῦτο, [f] ἐπείπερ μείζων ἐστὶ ἡ H τῆς



fieri poteſt, quoniam major eſt H quam ΘK. Si igitur angulus AΔB in duas æquas partes ſecetur, ejuſque dimidius in duas item æquas partes, idque continuo fiat relinquetur aliquis angulus minor duplo anguli ΛΘK. Relinquatur angulus AΔM. Eſt igitur AM latus polygoni ſectori inſcripti. Quod ſi angulus AΔM in duas æquas partes ſecetur recta ΔN, et ducatur a puncto N ΞNO ſectorem contingens, ipſa erit latus polygoni eidem ſectori circumſcripti ei, quem diximus, ſimilis. Eadem vero ratione, qua ſupra, ΞO ad AM minorem rationem habet, quam magnitudo E ad magnitudinem Z.

ΘK. Τεμνομένης δὴ τῆς ὑπὸ τῶν AΔB γωνίας δίχα, καὶ τῆς ἡμισείας δίχα, καὶ ἀεὶ τούτου γινομένου λειφθήσεταί τις γωνία, ἐλάσσων οὖσα ἢ διπλασία τῆς ὑπὸ ΛΘK. Λελείφθω οὖν ἡ ὑπὸ AΔM. Ἡ AM οὖν ἄρα πολυγώνου πλευρὰ ἐγγραφομένου εἰς τὸν τομέα. Καὶ ἐὰν τέμνωμεν τὴν ὑπὸ AΔM γωνίαν δίχα τῇ ΔN, καὶ ἀπὸ τοῦ N, [g] καὶ ἀγάγωμεν ἐφαπτομένην τοῦ τομέως τὴν NΞO, αὕτη πλευρὰ ἔσται τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸν αὐτὸν τομέα, ὁμοίου τῷ εἰρημένῳ. Καὶ ὁμοίως τοῖς προειρημένοις ἡ ΞO πρὸς τὴν AM ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ E μέγεθος πρὸς τὸ Z.

PROP. VI. Prob.

Dato circulo, et duabus magnitudinibus inæqualibus, circulo polygonum circumſcribere, itemque aliud inſcribere, ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad minorem.

Ponatur circulus A, et duæ magnitudines inæquales E, Z, quarum major ſit E. Oportet igitur circulo polygonum inſcribere, itemque aliud circumſcribere, ita ut propoſitum conficiatur.

Sumo inæquales duas rectas Γ, Δ, quarum major ſit Γ; ita ut Γ ad Δ minorem rationem habeat quam E ad Z. Itaque ſumpta H proportionali media inter Γ, et Δ, major eſt Γ quam H. Circumſcribatur autem circulo polygonum, itemque aliud inſcribatur, ita ut, quemadmodum docuimus, circumſcripti polygoni

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛʹ.

Κύκλου δοθέντος καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων, περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.



Ἐκκείσθω κύκλος ὁ A, καὶ δύο μεγέθη ἄνισα τὰ E, Z, καὶ μεῖζον τὸ E. Δεῖ οὖν πολύγωνον ἐγγράψαι εἰς τὸν κύκλον, καὶ ἄλλο περιγράψαι, ἵνα γένηται τὸ ἐπιταχθέν.

Λαμβάνω γὰρ δύο εὐθείας [h] ἀνίσους τὰς Γ, Δ, ὧν μείζων ἔστω ἡ Γ· ὥστε τὴν Γ πρὸς τὴν Δ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ E πρὸς τὸ Z. Καὶ τῶν Γ, Δ μέσης ἀνάλογον ληφθείσης τῆς H, μείζων ἄρα καὶ ἡ Γ τῆς H. Περιγεγράφθω δὴ περὶ κύκλον πολύγωνον, καὶ ἄλλο ἐγγεγράφθω, ὥστε τὴν τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου πλευρὰν, πρὸς τὴν τοῦ ἐγ-

[f] ἐπεὶ μείζων

[g] In MS. deeſt καὶ.

[h] ἀνίσους ex MS.

γραφέντος, ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὴν Γ πρὸς τὴν Η, καθὼς ἐμάθομεν. Διὰ τοῦτο δὴ καὶ ὁ διπλάσιος λόγος τοῦ διπλασίου ἐλάσσων ἐστί. Καὶ τοῦ μὲν τῆς πλευρᾶς πρὸς τὴν πλευρὰν, διπλάσιός ἐστι ὁ τοῦ πολυγώνου πρὸς τὸ πολύγωνον· ὅμοια γάρ. Τῆς δὲ Γ πρὸς τὴν Η, ὁ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ. Καὶ τὸ περιγραφὲν ἄρα πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ. Πολλῷ ἄρα καὶ τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.

Ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων, καὶ τομέως, δυνατόν ἐστι περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ὅμοιον αὐτῷ, ἵνα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

Φανερὸν δὲ καὶ τοῦτο, ὅτι ἐὰν δοθῇ κύκλος, ἢ τομεὺς, καὶ χωρίον τι, δυνατόν ἐστιν ἐγγράφοντα εἰς τὸν κύκλον, ἢ τὸν τομέα πολύγωνα ἰσόπλευρα, καὶ ἔτι ἀεὶ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα, λείπειν τινὰ τμήματα τοῦ κύκλου ἢ τομέως, ἅπερ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ προκειμένου χωρίου. Ταῦτα γὰρ ἐν τῇ Στοιχειώσει παραδέδοται.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ.

Δεικτέον δὲ, ὅτι καὶ κύκλου δοθέντος, ἢ τομέως καὶ χωρίου, δυνατόν ἐστι περιγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν κύκλον,[i] ἢ τομέα, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τῆς περιγραφῆς τμήματα ἐλάσσονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου. Ἔσται δὲ ἐπὶ κύκλου * δείξαντα, μεταγαγεῖν τὸν ὅμοιον λόγον καὶ ἐπὶ τοῦ τομέως.

Δεδόσθω κύκλος ὁ Α, καὶ χωρίον[k] τι τὸ Β. Δυνατὸν δὴ περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, ὥστε τὰ ἀπολειφθέντα τμήματα μεταξὺ τοῦ κύκλου καὶ τοῦ πολυγώνου ἐλάσσονα εἶναι τοῦ Β χωρίου. Καὶ γὰρ ὄντων δύο μεγεθῶν ἀνίσων, μείζονος μὲν συναμφοτέρου τοῦ χωρίου καὶ τοῦ κύκλου, ἐλάσσονος δὲ τοῦ κύκλου, περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, καὶ ἄλλο ἐγγεγράφθω, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ εἰρημένον μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον. Τοῦτο δὴ τὸ περιγραφόμενον πολύγωνόν ἐστιν, οὗ τὰ περιλείμματα ἔσται ἐλάσσονα τοῦ προτεθέντος χωρίου τοῦ Β.

Εἰ γὰρ τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ συναμφότερον, ὅ τε κύκλος καὶ τὸ Β χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον, τοῦ δὲ ἐγγρα-

[i] ἢ τὸν τομέα. [k] τὸ

latus ad latus inſcripti minorem rationem habeat, quam Γ ad Η. Hinc et dupla ratio dupla ratione eſt minor. Ac rationis quidem lateris ad latus dupla eſt ratio polygoni ad polygonum; ſimilia enim ſunt; rationis vero ipſius Γ ad Η dupla eſt ratio ipſius Γ ad Δ. Igitur etiam circumſcriptum polygonum ad inſcriptum minorem rationem habet, quam Γ ad Δ. Multo igitur magis etiam circumſcriptum ad inſcriptum rationem habet minorem quam Ε ad Ζ.

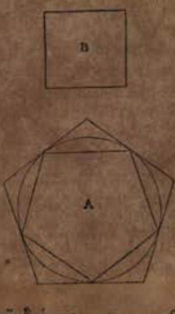
Pariter vero demonſtrabimus, datis duabus magnitudinibus inæqualibus, et ſectore, fieri poſſe, ut ſectori polygonum circumſcribatur, eidemque ſimile aliud inſcribatur, ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad minorem.

Illud quoque manifeſtum eſt, ſi detur circulus, vel ſector, et aliquod ſpatium; fieri poſſe, ut aliquis circulo, vel ſectori, et adhuc reliquis circumjectis ſegmentis polygona æquilatera inſcribens aliqua circuli vel ſectoris ſegmenta relinquat, quæ minora ſint propoſito ſpatio. Hæc enim in Elementis tradita ſunt.

PROP. VII. Prob.

Oportet autem demonſtrare, dato etiam circulo, vel ſectore, et ſpatio; fieri poſſe, ut circulo, vel ſectori polygonum circumſcribatur, ita ut reliqua circumſcripti polygoni ſegmenta minora ſint dato ſpatio. Liceat enim, quæ de circulo demonſtraverim, transferre ſimili ratione etiam ad ſectorem.

Detur circulus Α, et ſpatium aliquod Β. Fieri utique poteſt, ut circulo polygonum circumſcribatur, ita ut reliqua, quæ inter circulum et polygonum interjiciuntur, ſegmenta minora ſint ſpatio Β. Duæ enim cum ſint inæquales magnitudines; major quidem utrumque ſimul ſpatium Β et circulus, minor vero circulus circumſcribatur circulo polygonum, itemque aliud inſcribatur, ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam earum, quas diximus, magnitudinum major ad minorem. Atque circumſcriptum hoc polygonum illud eſt, cujus reliqua circumjecta ſegmenta minora ſunt propoſito ſpatio Β.



Quoniam enim circumſcriptum polygonum ad inſcriptum minorem rationem habet, quam utrumque ſimul ſpatium Β et circulus ad eum-

* Forte δείξαντα

dem circulum; inſcripto vero major eſt circulus; multo magis circumſcriptum polygonum ad circulum minorem rationem habet, quam utrumque ſimul ſpatium B et circulus ad eundem circulum. Igitur etiam dividendo, reliqua circumſcripti polygoni ſegmenta ad circulum minorem habent rationem, quam ſpatium B ad circulum. Minora ſunt igitur reliqua circumſcripti polygoni ſegmenta ſpatio B. Vel hoc pacto.

Quoniam circumſcriptum polygonum ad circulum minorem rationem habet quam utrumque ſimul ſpatium B et circulus ad circulum; ideo minus erit circumſcriptum polygonum utroque ſimul ſpatio B et circulo. Quare reliqua etiam circumjecta ſegmenta minora erunt ſpatio B. Eadem vero ratione etiam de ſectore argumentabimur.

φομένε μείζων ὁ κύκλος, πολλῷ μᾶλλον τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ συναμφότερον, ὅτε κύκλος καὶ τὸ B χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον. Καὶ διελόντι ἄρα τὰ ἀπολείμματα τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ B χωρίον πρὸς τὸν κύκλον. Ἐλάσσονα ἄρα τὰ ἀπολείμματα τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου τοῦ B χωρίου. Ἢ οὕτως.

Ἐπεὶ τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ συναμφότερον, ὅ τε κύκλος καὶ τὸ B χωρίον πρὸς τὸν κύκλον διὰ τοῦτο δὴ ἔλασσον ἔσαι τὸ περιγραφὲν συναμφοτέρου. Ὥςε καὶ ἄλλα τὰ περιλείμματα ἐλάσσονα ἔσαι τοῦ χωρίου τοῦ B. Ὁμοίως δὲ καὶ τοῦ τομέως.

EUTOCIUS.

Ideo minus erit circumſcriptum polygonum utroque ſimul. Quoniam enim circumſcriptum polygonum ad inſcriptum minorem rationem habet, quam utrumque ſimul ad circulum; multo magis circumſcriptum polygonum ad circulum minorem rationem habuerit, quam utrumque ſimul ad circulum. Quare circumſcriptum polygonum utroque ſimul eſt minus. Et communi circulo ablato, reliqua circumjecta ſegmenta ſpatio B minora ſunt.

Διὰ δὴ τοῦτο ἔλασσόν ἐςι τὸ περιγραφόμενον τοῦ συναμφοτέρου. Ἐπεὶ γὰρ τὸ περιγραφόμενον πρὸς τὸ ἐγγραφόμενον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ συναμφότερον πρὸς τὸν κύκλον· πολλῷ ἄρα τὸ περιγραφόμενον [1] πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ συναμφότερον πρὸς τὸν κύκλον. Ὥςε τὸ περιγραφόμενον ἔλασσόν ἐςι τοῦ συναμφοτέρου. Καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ κύκλου, λοιπὰ τὰ περιλείμματα ἐλάσσονά [m] ἐςι τοῦ B χωρίου.

PROP. VIII. Theor.

Si cono iſoſceli pyramis inſcribatur æquilateram baſim habens, ejus ſuperficies, excepta baſe, æqualis eſt triangulo baſim quidem habenti æqualem ambitui baſis, altitudinem vero rectæ, quæ a vertice ad unum baſis latus normalis ducitur.

Sit conus iſoſceles, cujus baſis circulus ABΓ, eique inſcribatur pyramis æquilaterum habens triangulum ABΓ. Dico ejus ſuperficiem, baſe excepta, ei, quod diximus, triangulo æqualem eſſe.



Quoniam enim conus eſt iſoſceles, et baſis pyramidis æquilatera, triangulorum, quæ pyramidem continent, altitudines æquales ſibi invicem ſunt. Hæc autem triangula baſim quidem habent rectas AB, BΓ, ΓA, altitudinem vero eam, quam diximus. Quare hæc triangula, hoc eſt ſuperficies pyramidis, excepto triangulo ABΓ, æqualia ſunt triangulo baſim quidem habenti ipſis AB, BΓ, ΓA æqualem, altitudinem vero ei, quam diximus, rectæ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η΄.

Ἐὰν ἐν ἰσοσκελεῖ κώνῳ πυραμὶς ἐγγραφῇ, ἰσόπλευρον ἔχουσα βάσιν, ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐςὶ τριγώνῳ, βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ μίαν πλευρὰν τῆς βάσεως κάθετον ἀγομένην.

Ἔςω κῶνος ἰσοσκελὴς, οὗ βάσις ὁ ABΓ κύκλος, καὶ εἰς αὐτὸν ἐγγεγράφθω πυραμὶς ἰσόπλευρον [n] ἔχουσα τρίγωνον τὸ ABΓ. Λέγω ὅτι ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐςὶ τῷ εἰρημένῳ τριγώνῳ.

Ἐπεὶ γὰρ ἰσοσκελὴς ὁ κῶνος, καὶ ἰσόπλευρος ἡ βάσις τῆς πυραμίδος, τὰ ὕψη τῶν περιεχόντων τὴν πυραμίδα, ἴσα ἐςὶν ἀλλήλοις. Καὶ βάσιν μὲν ἔχει τὰ τρίγωνα, τὰς AB, BΓ, ΓA, ὕψος δὲ, τὸ εἰρημένον. Ὥςε τὰ τρίγωνα ἴσα ἐςὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην ταῖς AB, BΓ, ΓA, ὕψος δὲ τὴν εἰρημένην εὐθεῖαν, τουτέςιν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τοῦ ABΓ τριγώνου.

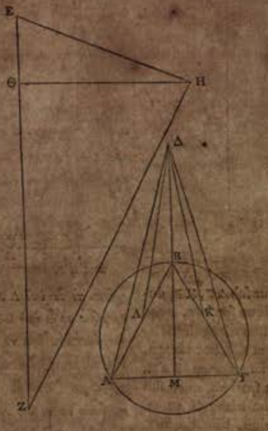
[1] πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει· ὅπερ τὸ συναμφότερον πρὸς τὸν κύκλον, ex MS. [m] εἰσι [n] ἔχουσα βάσιν τὸ ABΓ

ΣΑΦΕΣΤΕΡΟΝ ΑΛΛΩΣ Η ΔΕΙΞΙΣ.

* Ἔστω κῶνος ἰσοσκελὴς, ἧς βάσις μὲν ὁ ΑΒΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν κῶνον πυραμὶς, βάσιν μὲν ἔχουσα ἰσόπλευρον τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΑ, ΔΓ, ΔΒ·

Λέγω ὅτι τὰ ΑΔΒ, ΑΔΓ, ΒΔΓ τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τριγώνῳ, ὃ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, ἡ δὲ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν καθετὸς, ἴση τῇ καθέτῳ τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν ΒΓ ἀγομένῃ.

Ἤχθωσαν γὰρ καθετοὶ αἱ ΔΚ, ΔΛ, ΔΜ. Αὗται ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. Καὶ κείσθω τρίγωνον τὸ ΕΖΗ, ἔχον τὴν μὲν ΕΖ βάσιν τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἴσην, τὴν δὲ ΗΘ κάθετον τῇ ΔΛ ἴσην. Ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΔΚ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΔΒΓ τριγώνου· ἔστι δὲ καὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΔΛ διπλάσιον τοῦ ΑΒΔ τριγώνου· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΔΜ διπλάσιον τοῦ ΑΔΓ τριγώνου· τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, τουτέστι τῆς ΕΖ, καὶ τῆς ΔΛ, τουτέστι τῆς ΗΘ, διπλάσιον τῶν ΑΔΒ, ΒΔΓ, ΑΔΓ τριγώνων. Ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ ΕΖ, ΗΘ διπλάσιον τοῦ ΕΖΗ τριγώνου. Ἴσον ἄρα τὸ ΕΖΗ τρίγωνον τοῖς ΑΔΒ, ΒΔΓ, ΑΔΓ τριγώνοις.



CLARIOR ALIA DEMONSTRATIO.

Sit conus iſoſceles, cujus quidem baſis circulus ΑΒΓ, vertex vero punctum Δ, et cono pyramis inſcribatur, baſim habens æquilaterum triangulum ΑΒΓ, et jungantur ΔΑ, ΔΓ, ΔΒ:

Dico triangula ΑΔΒ, ΑΔΓ, ΒΔΓ æqualia eſſe triangulo, cujus quidem baſis æqualis eſt ambitui trianguli ΑΒΓ; normalis vero, quæ a vertice ad baſim ducitur, ei æqualis, quæ ducitur a puncto Δ ad ΒΓ.

Ducantur enim normales ΔΚ, ΔΛ, ΔΜ. Hæ igitur æquales ſibi invicem ſunt. Et ponatur triangulum ΕΖΗ, habens baſim ΕΖ ambitui trianguli ΑΒΓ æqualem, normalem vero ΗΘ æqualem ipſi ΔΛ. Quoniam igitur ſpatium, quod ſub ΒΓ, ΔΚ continetur, duplum eſt trianguli ΔΒΓ: et ſpatium quidem, quod ſub ΑΒ, ΔΛ continetur, duplum eſt trianguli ΑΒΔ; ſpatium vero, quod continetur ſub ΑΓ, ΔΜ, duplum trianguli ΑΔΓ; ideo ſpatium, quod continetur ſub ambitu trianguli ΑΒΓ, hoc eſt ΕΖ, et ſub ΔΛ, hoc eſt ΗΘ, duplum eſt triangulorum ΑΔΒ, ΒΔΓ, ΑΔΓ. Eſt autem et ſpatium, quod ſub ΕΖ, ΗΘ continetur, duplum trianguli ΕΖΗ. Æquale eſt igitur triangulum ΕΖΗ triangulis ΑΔΒ, ΒΔΓ, ΑΔΓ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

Ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.

Ἔστω κῶνος, ἧς βάσις ὁ ΑΒΓ κύκλος, καὶ πυραμὶς περιγεγράφθω, ὥστε τὴν βάσιν αὐτῆς, τουτέστι τὸ ΔΕΖ πολύγωνον περιγεγραμμένον περὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον εἶναι· λέγω ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ τριγώνῳ.

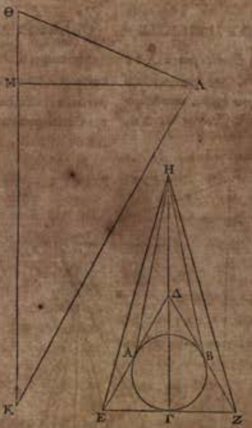
PROP. IX. Theor.

Si cono iſoſceli pyramis circumſcribatur, ſuperficies pyramidis, baſe excepta, æqualis eſt triangulo baſim quidem habenti æqualem ambitui baſis, altitudinem vero lateri coni.

Sit conus, cujus baſis circulus ΑΒΓ, eique pyramis circumſcribatur, ita ut ejus baſis, hoc eſt polygonum ΔΕΖ circulo ΑΒΓ circumſcriptum ſit: dico ſuperficiem pyramidis, baſe excepta, ei, quod diximus, triangulo æqualem eſſe.

* Ὅτι

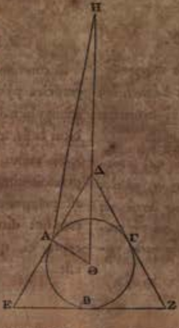
Quoniam enim axis coni recta eſt ad baſim, hoc eſt ad circulum ΑΒΓ, quæque a centro circuli ad contactus rectæ junguntur normales ſunt ad contingentes; erunt utique et quæ junguntur a coni vertice ad contactus normales ad rectas ΔΕ, ΖΕ, ΖΔ. Igitur ΗΑ, ΗΒ, ΗΓ, quas diximus, normales æquales ſibi invicem ſunt: ſunt enim coni latera. Ponatur triangulum ΘΚΛ, æqualem quidem habens ΘΚ ambitui trianguli ΔΕΖ, normalem vero ΛΜ æqualem ipſi ΗΑ. Quoniam igitur ſpatium quidem, quod ſub ΔΕ, ΑΗ continetur, duplum eſt trianguli ΕΔΗ; ſpatium vero, quod continetur ſub ΔΖ, ΗΒ, duplum trianguli ΔΖΗ; denique ſpatium, quod continetur ſub ΕΖ, ΓΗ, duplum trianguli ΕΗΖ; ideo ſpatium, quod ſub ΘΚ, et ΑΗ, hoc eſt ΜΛ, continetur, duplum eſt triangulorum ΕΔΗ, ΖΔΗ, ΕΗΖ. Eſt autem et ſpatium, quod ſub ΘΚ, ΛΜ continetur, duplum trianguli ΛΚΘ. Propterea ſuperficies pyramidis, baſe excepta, triangulo æqualis eſt baſim quidem habenti æqualem ambitui trianguli ΔΕΖ, altitudinem vero lateri coni.



Ἐπεὶ γὰρ ὁ ἄξων τοῦ κώνου ὀρθός ἐστι πρὸς τὴν βάσιν, τουτέστι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον, καὶ αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύμεναι εὐθεῖαι κάθετοί εἰσιν ἐπὶ τὰς ἐφαπτομένας· ἔσονται ἄρα καὶ αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου ἐπὶ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύμεναι κάθετοι ἐπὶ τὰς ΔΕ, ΖΕ, ΖΔ. Αἱ ΗΑ, ΗΒ, ΗΓ ἄρα, αἱ εἰρημέναι, κάθετοι ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις· πλευραὶ γάρ εἰσι τοῦ κώνου. Κείσθω δὴ τὸ τρίγωνον τὸ ΘΚΛ, ἴσην ἔχον τὴν μὲν ΘΚ τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΔΕΖ τριγώνου, τὴν δὲ ΛΜ κάθετον ἴσην τῇ ΗΑ. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὑπὸ ΔΕ, ΑΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΕΔΗ τριγώνου· τὸ δὲ ὑπὸ ΔΖ, ΗΒ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΔΖΗ τριγώνου· τὸ δὲ ὑπὸ ΕΖ, ΓΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΕΗΖ τριγώνου· ἔστιν ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς ΘΚ καὶ τῆς ΑΗ, τουτέστι τῆς ΜΛ, [p] διπλάσιον τῶν ΕΔΗ, ΖΔΗ, ΕΗΖ τριγώνων. Ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΚ, ΛΜ, διπλάσιον τοῦ ΛΚΘ τριγώνου. Διὰ τοῦτο δὴ ἴση ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΔΕΖ, ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.

EUTOCIUS.

Quæ a vertice ad puncta Α, Β, Γ rectæ junguntur, ad contingentes ipſas normales ſunt. Intelligatur enim conus ſeorſum deſcriptus, cujus vertex ſit punctum Η, et centrum baſis punctum Θ. Ducatur autem ad punctum Α a puncto quidem Θ, ΘΑ; a puncto vero Η, ΗΑ. Dico ΗΑ ad ΔΕ normalem eſſe. Quoniam enim ΗΘ recta eſt ad planum circuli, omnia etiam plana, quæ per ipſum aguntur, recta ad idem planum ſunt. Quare triangulum ΗΘΑ rectum eſt ad baſim. At vero ad communem planorum ſectionem ΘΑ ducta eſt in eorum altero ad rectos angulos ΔΕ. Igitur ΔΕ normalis eſt ad planum ΗΘΑ; ideoque etiam ad ΗΑ. Eodem modo demonſtrabitur etiam rectas, quæ a vertice ad puncta Γ, Β junguntur, ad ΔΖ, ΕΖ normales eſſe. Illud autem ſciendum eſt, optime in ſuperiore Theoremate additum eſſe, oportere omnino inſcriptam pyramidem æquilateram baſim habere. Neque enim aliter, quæ a vertice ad baſis la-



[q] Αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ Α, Β, Γ ἐπιζευγνύμεναι κάθετοί εἰσιν ἐπ' αὐτάς. Νοείσθω γὰρ χωρὶς ὁ κῶνος, καὶ ἔστω κορυφὴ μὲν αὐτοῦ τὸ Η, κέντρον δὲ τῆς βάσεως αὐτοῦ τὸ Θ. Καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Α ἐπεζεύχθω ἡ ΘΑ· ἀπὸ δὲ τοῦ Η, ἡ ΗΑ. Λέγω ὅτι ἡ ΗΑ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΗΘ κάθετός ἐστι πρὸς τὸ τοῦ κύκλου ἐπίπεδον, καὶ πάντα τὰ δι' αὐτῆς ἐπίπεδα, πρὸς τὸ αὐτὸ ὀρθά ἐστι. Ὥστε καὶ τὸ ΗΘΑ τρίγωνον ὀρθόν ἐστι πρὸς τὴν βάσιν. Καὶ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων τῇ ΘΑ πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων ἡ ΔΕ. Ἡ ἄρα ΔΕ τῷ ΗΘΑ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν· ὥστε καὶ πρὸς τὴν ΗΑ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσονται καὶ αἱ ἐπὶ τὰ Γ, Β ἐπιζευγνύμεναι ἀπὸ τῆς κορυφῆς κάθετοι εἶναι ἐπὶ τὰς ΔΖ, ΕΖ. Ἐπιστῆσαι δὲ χρή, ὅτι ἐπὶ μὲν τοῦ πρὸ τούτου καλῶς πρόκειται, τὸ δεῖν πάντως τὴν ἐγγραφομένην πυραμίδα ἰσόπλευρον ἔχειν τὴν βάσιν. Οὐκ ἄλλως γὰρ αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰς τῆς βά-

[p] διπλάσιον τοῦ ΑΚΘ τριγώνου [q] εἶναι

σιας πλευρὰς ἴσας ἀδύνατο εἶναι. Ἐπὶ δὲ τοῦ προκειμένου ἐ προσέθηκεν τὸ εἶναι ἰσόπλευρον τὴν βάσιν, διὰ τὸ δείκνυσθαι, κἂν ὁποῖόν τι ᾖ, τὸ αὐτὸ ἀκολουθεῖν.

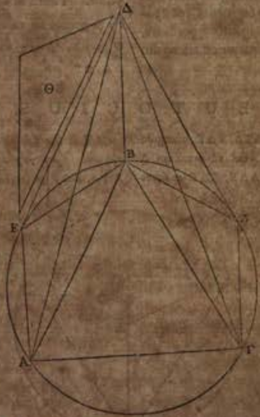
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι΄.

Ἐὰν κώνου τινὸς ἰσοσκελοῦς εἰς τὸν κύκλον, ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου, εὐθεῖα γραμμὴ ἐμπέσῃ ἀπὸ δὲ τῶν περάτων αὐτῆς εὐθεῖαι γραμμαὶ ἀχθῶσιν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου, τὸ περιληφθὲν τρίγωνον, ὑπό τε τῆς ἐμπεσούσης καὶ τῶν ἐπιζευχθεισῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν, ἔλασσον ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, τῆς μεταξὺ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν ἐπιζευχθεισῶν.

Ἔστω κώνου ἰσοσκελοῦς βάσις ὁ ΑΒΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ, καὶ διήχθω τις εἰς αὐτὸν εὐθεῖα ἡ ΑΓ· καὶ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ Α, Γ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΓ. Λέγω ὅτι τὸ ΑΔΓ τρίγωνον ἔλασσόν ἐστι τῆς ἐπιφανείας τῆς κωνικῆς, τῆς μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΓ.

Τετμήσθω ἡ ΑΒΓ περιφέρεια δίχα κατὰ τὸ Β, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΓΒ, ΔΒ. Ἔσται δὴ τὰ ΑΒΔ, ΒΓΔ τρίγωνα μείζονα τοῦ ΑΔΓ τριγώνου. Ὧι δὴ ὑπερέχει τὰ εἰρημένα τρίγωνα τοῦ ΑΔΓ τριγώνου, ἔστω τὸ Θ. Τὸ δὴ Θ ἤτοι τῶν ΑΒ, ΒΓ τμημάτων ἔλασσόν ἐστιν, ἢ οὔ. Ἔστω μὴ ἔλασσον πρότερον. Ἐπεὶ οὖν δύο εἰσὶν ἐπιφάνειαι, ἥτε κωνικὴ ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΒ, μετὰ τοῦ ΑΕΒ τμήματος, καὶ ἡ τοῦ ΑΔΒ τριγώνου, τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαι τὴν περίμετρον τοῦ τριγώνου τοῦ ΑΔΒ, μείζων ἔσται ἡ περιλαμβάνουσα τῆς περιλαμβανομένης. Μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΒ μετὰ τοῦ ΑΕΒ τμήματος, τοῦ ΑΒΔ τριγώνου. Ὁμοίως δὴ καὶ ἡ μεταξὺ τῶν ΒΔ, ΔΓ, μετὰ τοῦ ΓΖΒ τμήματος, μείζων ἐστὶ τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. Ὅλη ἄρα ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια μετὰ τοῦ Θ χωρίου ἐστὶ μείζων τῶν εἰρημένων τριγώνων. Τὰ δὲ εἰρημένα τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε ΑΔΓ τριγώνῳ, καὶ τῷ Θ χωρίῳ· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ Θ χωρίον. Λοιπὴ ἄρα ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια, ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΓ, μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου.

Ἔστω δὴ τὸ Θ ἔλασσον τῶν ΑΒ, ΒΓ τμημάτων. Τέμνοντες δὴ τὰς ΑΒ, ΒΓ περιφερείας δίχα, καὶ τὰς ἡμισείας αὐτῶν δίχα, λείψομεν τμήματα ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Θ χωρίου. Λελείφθω τὰ



tera rectæ junguntur, æquales eſſe poſſent. At contra in hoc Theoremate nulla de baſi æquilatera mentio facta eſt; eo quod, quæcunque tandem ſit, idem prorſus eveniat.

PROP. X. Theor.

Si in coni cujuſdam iſoſcelis circulum, qui coni eſt baſis, recta linea inciderit, junganturque ab ejus terminis rectæ lineæ ad coni verticem; quod ſub ea, quæ incidit, iiſque, quæ ad verticem junctæ ſunt triangulum continetur, minus erit coni ſuperficie, quæ inter eas, quæ ad verticem junctæ ſunt, interjicitur.

Sit coni iſoſcelis baſis circulus ΑΒΓ, cujus vertex punctum Δ; et incidat in eumdem recta quædam ΑΓ; et jungantur a vertice ad puncta Α, Γ, ΑΔ, ΔΓ. Dico triangulum ΑΔΓ minus eſſe coni ſuperficie, quæ interjicitur inter ΑΔ, ΔΓ.

Secetur circumferentia ΑΒΓ in duas æquas partes in puncto Β, et jungantur ΑΒ, ΓΒ, ΔΒ. Erunt utique triangula ΑΒΔ, ΒΓΔ majora triangulo ΑΔΓ. Quo autem excedunt ea, quæ diximus, triangula triangulum ΑΔΓ, hoc ſit Θ. Ac Θ quidem aut minus eſt ſegmentis ΑΒ, ΒΓ, aut non minus. Sit primo non minus. Quoniam igitur duæ ſunt ſuperficies, altera coni, quæ inter ΑΔ, ΔΒ interjicitur, una cum ſegmento ΑΕΒ, altera trianguli ΑΔΒ, eæque ambitum trianguli ΑΔΒ eumdem terminum habent, major utique eſt quæ comprehendit quam quæ comprehenditur. Major eſt igitur coni ſuperficies, quæ inter ΑΔ, ΔΒ interjicitur, una cum ſegmento ΑΕΒ, triangulo ΑΒΔ. Pariter autem et quæ interjicitur inter ΒΔ, ΔΓ, una cum ſegmento ΓΖΒ, major eſt triangulo ΒΔΓ. Tota igitur coni ſuperficies, una cum ſpatio Θ, major eſt iis, quæ diximus, triangulis. Æqualia autem ſunt ea, quæ diximus, triangula triangulo ΑΔΓ, et ſpatio Θ: commune auferatur ſpatium Θ. Reliqua igitur coni ſuperficies, quæ inter ΑΔ, ΔΓ interjicitur, major eſt triangulo ΑΔΓ.

Sit autem ſpatium Θ minus ſegmentis ΑΒ, ΒΓ. Si itaque circumferentiæ ΑΒ, ΒΓ in duas æquas partes ſecentur, earumque dimidiæ in duas item æquas partes, idque continuo fiat, relinquentur ſegmenta minora ſpatio Θ. Relin-

quantur quæ rectis inſiſtunt ΑΕ, ΕΒ, ΒΖ, ΖΓ; et jungantur ΔΕ, ΔΖ. Rurſus igitur eadem ratione ſuperficies quidem coni, quæ interjicitur inter ΑΔ, ΔΕ, una cum eo, quod ipſi ΑΕ inſiſtit ſegmento major eſt triangulo ΑΔΕ; quæ vero interjicitur inter ΕΔ, ΔΒ, una cum ſegmento, quod inſiſtit ipſi ΕΒ, major eſt triangulo ΕΔΒ. Superficies igitur coni, quæ inter ΑΔ, ΔΒ interjicitur, una cum ſegmentis ΑΕ, ΕΒ, major eſt triangulis ΑΔΕ, ΕΒΔ. Et quoniam triangula ΑΕΔ, ΔΕΒ majora ſunt triangulo ΑΒΔ, quemadmodum demonſtratum eſt, multo magis ſuperficies coni, quæ inter ΑΔ, ΔΒ interjicitur, una cum iis, quæ ipſis ΑΕ, ΕΒ inſiſtunt, ſegmentis, major eſt triangulo ΑΔΒ. Eadem vero ratione et ſuperficies, quæ inter ΒΔ, ΔΓ interjicitur, una cum iis, quæ ipſis ΒΖ, ΖΓ inſiſtunt, ſegmentis, major eſt triangulo ΒΔΓ. Tota igitur ſuperficies, quæ inter ΑΔ, ΔΓ interjicitur, una cum iis, quæ diximus, ſegmentis, major eſt triangulis ΑΒΔ, ΔΒΓ. Et hæc quidem triangula æqualia ſunt triangulo ΑΔΓ, et ſpatio Θ; quæ vero diximus ſegmenta, ea ſpatio Θ minora ſunt. Reliqua igitur ſuperficies, quæ inter ΑΔ, ΔΓ interjicitur, major eſt triangulo ΑΔΓ.

ἐπὶ τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΒΖ, ΖΓ εὐθειῶν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΕ, ΔΖ. Πάλιν τοίνυν κατὰ τὰ αὐτὰ, ἡ μὲν ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΕ, μετὰ τοῦ ἐπὶ τῆς ΑΕ τμήματος, μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΔΕ τριγώνου· ἡ δὲ μεταξὺ τῶν ΕΔ, ΔΒ μετὰ τοῦ ἐπὶ τῆς ΕΒ τμήματος, μείζων ἐστὶ τοῦ ΕΔΒ τριγώνου. Ἡ ἄρα ἐπιφάνεια, ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΒ μετὰ τῶν ΑΕ, ΕΒ τμημάτων, μείζων ἐστὶ τῶν ΑΔΕ, ΕΒΔ τριγώνων. Ἐπεὶ δὲ τὰ ΑΕΔ, ΔΕΒ τρίγωνα μείζονά ἐστι τοῦ ΑΒΔ τριγώνου, καθὼς δέδεικται, πολλῷ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου, ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΒ, μετὰ τῶν ἐπὶ τῶν ΑΕ, ΕΒ τμημάτων, μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΔΒ τριγώνου. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΒΔ, ΔΓ, μετὰ τῶν [1] ἐπὶ τῶν ΒΖ, ΖΓ, μείζων ἐστὶ τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. Ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια, ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΓ, μετὰ τῶν εἰρημένων τμημάτων, μείζων ἐστὶ τῶν ΑΒΔ, ΔΒΓ τριγώνων. Ταῦτα δὲ ἐστιν ἴσα τῷ ΑΔΓ τριγώνῳ, καὶ τῷ Θ χωρίῳ, ὧν τὰ εἰρημένα τμήματα ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίου. Λοιπὴ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΓ, μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου.

EUTOCIUS.

Majora ſunt igitur triangula ΑΒΔ, ΒΔΓ triangulo ΑΔΓ. Quoniam enim angulus, qui ad punctum Δ conſtituitur, ſolidus eſt, anguli ΑΔΒ, ΒΔΓ majores ſunt angulo ΑΔΓ. Quod ſi a vertice ad punctum baſis medium rectam junxerimus, puta ΔΕ, quæ normalis eſt ad ΑΓ; major utique erit angulus ΑΔΒ angulo ΑΔΕ. Itaque conſtituatur angulus ΓΔΖ angulo ΑΔΒ æqualis; poſitaque ΔΖ æquali ipſi ΔΓ, jungatur ΓΖ. Quoniam igitur duo latera duobus lateribus æqualia ſunt, et angulus angulo; triangulum ΑΒΔ æquale eſt triangulo ΓΔΖ, quod quidem triangulo ΑΔΕ eſt majus. Igitur etiam triangulum ΑΒΔ majus eſt triangulo ΑΔΕ. Pariter vero etiam triangulum ΔΒΓ eſt majus triangulo ΔΕΓ. Majora ſunt igitur duo triangula ΑΔΒ, ΔΒΓ triangulo ΑΔΓ.



Μείζονα ἄρα ἐστὶ τὰ ΑΒΔ, ΒΔΓ τρίγωνα τοῦ ΑΔΓ τριγώνου. Ἐπεὶ γὰρ στερεὰ γωνία ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Δ, αἱ ὑπὸ ΑΔΒ, ΒΔΓ μείζους εἰσὶ τῆς ὑπὸ ΑΔΓ. Καὶ ἐὰν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν διχοτομίαν τῆς βάσεως ἐπιζεύξωμεν, ὡς τὴν ΔΕ κάθετον γινομένην ἐπὶ τὴν ΑΓ, ἔσται ἡ ὑπὸ ΑΔΒ μείζων τῆς ὑπὸ ΑΔΕ. Συνεστάτω οὖν τῇ ὑπὸ ΑΔΒ ἴση ἡ ὑπὸ ΓΔΖ· καὶ κείσθω τῆς ΔΖ ἴση τῇ ΔΓ, ἐπεζεύχθω ἡ ΓΖ. Ἐπεὶ αἱ δύο δυσὶν ἴσαι, ἀλλὰ καὶ γωνία γωνίᾳ· καὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΓΔΖ τριγώνῳ, μείζονι ὄντι τοῦ ΑΔΕ. Καὶ τὸ ΑΒΔ ἄρα τρίγωνον τοῦ ΑΔΕ μεῖζόν ἐστιν. Ὁμοίως [2] δὲ καὶ τὸ ΔΒΓ τοῦ ΔΕΓ. Δύο ἄρα τὰ ΑΔΒ, ΔΒΓ, τοῦ ΑΔΓ μείζονά ἐστιν.*

PROP. XI. Theor.

Si rectæ ducantur contingentes circulum, qui coni eſt baſis, quæ in eodem ac circulus plano ſint ſibique invicem occurrant; junganturque a contactibus et occurſu rectæ lineæ ad coni verticem; quæ ſub contingentibus, iiſque, quæ ad verticem junctæ ſunt, triangula continentur, majora ſunt coni ſuperficie, quæ inter eaſdem interjicitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιά.

Ἐὰν ἐπιψαύουσαι ἀχθῶσι τοῦ κύκλου, [3] ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι τῷ κύκλῳ, καὶ συμπίπτωσιν ἀλλήλαις, ἀπὸ δὲ τῶν ἁφῶν καὶ τῆς συμπτώσεως ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου εὐθεῖαι ἀχθῶσι, τὰ περιεχόμενα τρίγωνα ὑπὸ τῶν ἐπιψαυουσῶν καὶ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν, μείζονά ἐστι τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας, τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν.

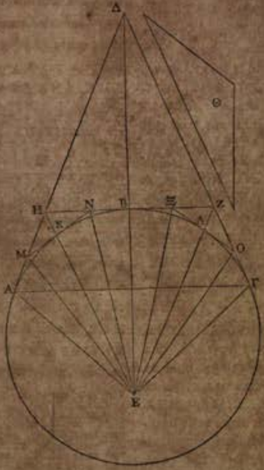
[1] ἐπὶ τῶν, hæc et ſequentia uſque ad εἰρημένων in MS. deſunt. [2] δὲ [3] ἴσου βάσις

* Hæc demonſtratio Eutocii non valet, ſed res ipſa ſatis patet.

Ἔστω κῶνος οὗ βάσις μὲν ὁ ΑΒΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Ε σημεῖον, καὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτόμεναι ἤχθωσαν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, αἱ ΑΔ, ΔΓ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ε σημείου, ὅ ἐστι κορυφὴ τοῦ κώνου, ἐπὶ τὰ Α, Δ, Γ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ, ΕΔ, ΕΓ· λέγω δὲ, ὅτι τὰ ΑΔΕ, ΔΕΓ τρίγωνα μείζονά ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΓΕ εὐθειῶν, καὶ τῆς ΑΒΓ περιφερείας.

Ἤχθω γὰρ ἡ ΗΒΖ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου, καὶ παράλληλος οὖσα τῇ ΑΓ, δίχα τμηθείσης τῆς ΑΒΓ περιφερείας κατὰ τὸ Β· καὶ ἀπὸ τῶν Η, Ζ ἐπὶ τὸ Ε ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΕ, ΖΕ. Καὶ ἐπεὶ μείζους εἰσὶν αἱ ΗΔ, ΔΖ τῆς ΗΖ, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ ΗΑ, ΖΓ. Ὅλαι ἄρα αἱ ΑΔ, ΔΓ μείζους εἰσὶ τῶν ΑΗ, ΗΖ, ΖΓ. Καὶ ἐπεὶ αἱ ΑΕ, ΕΒ, ΕΓ πλευραί εἰσι τοῦ κώνου, ἴσαι εἰσὶ, διὰ τὸ ἰσοσκελῆ εἶναι τὸν κῶνον. Ὁμοίως δὲ καὶ καθετοί εἰσιν, ὡς ἐδείχθη ἐν τῷ λήμματι· τὰ δὲ ὑπὸ τῶν καθέτων καὶ τῶν βάσεων τῶν ΑΕΔ, ΔΓΕ τριγώνων μείζονά ἐστι τῶν ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τριγώνων. Εἰσὶ γὰρ αἱ μὲν ΑΗ, ΗΖ, ΖΓ ἐλάσσους τῶν ΓΔ, ΔΑ· τὰ δὲ ὕψη αὐτῶν ἴσα· φανερὸν γὰρ, *ὅτι ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ὀρθοῦ κώνου ἐπὶ τὴν ἐπαφὴν τῆς βάσεως ἐπιζευγνυμένη, καθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην. Ὧ δὴ μείζονά ἐστι τὰ ΑΕΔ, ΔΓΕ τρίγωνα, τῶν ΑΕΗ, ΗΕΖ, ΖΕΓ *τριγώνων, ἔστω τὸ Θ χωρίον. Τὸ δὴ Θ χωρίον, ἤτοι ἔλαττόν ἐστιν τῶν περιλειμμάτων τῶν ΑΗΒ, ΒΖΓ, ἢ οὐκ ἔλαττον. Ἔστω πρότερον οὐκ ἔλαττον. Ἐπεὶ οὖν εἰσιν ἐπιφάνειαι σύνθετοι, ἥτε τῆς πυραμίδος τῆς ἐπὶ βάσεως τοῦ ΗΑΓΖ τραπεζίου, κορυφὴν ἐχούσης τὸ Ε, καὶ ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια, ἡ μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΕΓ μετὰ τοῦ ΑΒΓ τμήματος, καὶ πέρας ἔχουσι, τὴν αὐτὴν περίμετρον τοῦ ΑΕΓ τριγώνου· δῆλον ὡς ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τοῦ ΑΕΓ τριγώνου, μείζων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας μετὰ τοῦ τμήματος τοῦ ΑΒΓ. Κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΑΒΓ τμῆμα. Λοιπὰ ἄρα τὰ τρίγωνα τὰ ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ, μετὰ τῶν ΑΗΒ, ΒΖΓ περιλειμμάτων, μείζονά ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΕΓ. Τῶν δὲ ΑΗΒ,

Sit conus, cujus quidem baſis circulus ΑΒΓ, vertex vero punctum Ε; et ducantur ΑΔ, ΔΓ contingentes circulum ΑΒΓ, quæ in eodem ac ipſe plano ſint; junganturque a puncto Ε, quod coni vertex eſt, ad puncta Α, Δ, Γ, ΕΑ, ΕΔ, ΕΓ: dico triangula ΑΔΕ, ΔΕΓ majora eſſe coni ſuperficie, quæ interjicitur inter rectas ΑΕ, ΓΕ, et circumferentiam ΑΒΓ.



Ducatur enim ΗΒΖ circulum contingens, eademque parallela rectæ ΑΓ, ſecta utique in duas æquas partes circumferentia ΑΒΓ in puncto Β; et jungantur a punctis Η, Ζ ad punctum Ε ΗΕ, ΖΕ. Et quoniam majores ſunt ΗΔ, ΔΖ quam ΗΖ, communes addantur ΗΑ, ΖΓ. Totæ igitur ΑΔ, ΔΓ majores ſunt quam ΑΗ, ΗΖ, ΖΓ. Et quoniam ΑΕ, ΕΒ, ΕΓ ſunt coni latera, et quidem iſoſcelis, æquales ſibi invicem ſunt. Sunt autem pariter et normales, quemadmodum in lemmate demonſtratum eſt; quæque ſub normalibus, et baſibus triangulorum ΑΕΔ, ΔΕΓ ſpatia continentur, majora ſunt ſpatiis, quæ continentur ſub normalibus, et baſibus triangulorum ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ. Nam baſes quidem ΑΗ, ΗΖ, ΖΓ minores ſunt baſibus ΓΔ, ΔΑ; altitudines vero æquales: cum manifeſtum ſit, rectam, quæ a coni recti vertice ad baſis contactum ducitur, contingenti normalem eſſe. Quo autem majora ſunt triangula ΑΕΔ, ΔΓΕ triangulis ΑΕΗ, ΗΕΖ, ΖΕΓ, hoc ſit ſpatium Θ. Ac ſpatium quidem Θ aut minus eſt reliquis circumjectis ſegmentis ΑΗΒ, ΒΖΓ, aut non minus. Sit primo non minus. Quoniam igitur duæ ſunt compoſitæ ſuperficies, altera pyramidis, cujus eſt baſis trapezium ΗΑΓΖ, vertex punctum Ε; altera coni quæ interjicitur inter ΑΕ, ΕΓ, una cum ſegmento ΑΒΓ, eæque eumdem ambitum trianguli ΑΕΓ terminum habent; conſtat pyramidis ſuperficiem, excepto triangulo ΑΕΓ, majorem eſſe ſuperficie coni, quæ inter ΑΕ, ΕΓ interjicitur una cum ſegmento ΑΒΓ. Commune auferatur ſegmentum ΑΒΓ. Reliqua igitur triangula ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ, una cum reliquis circumjectis ſegmentis ΑΗΒ, ΒΖΓ, majora ſunt ſuperficie coni, quæ inter ΑΕ, ΕΓ interjicitur.

* ἄρα

* In hoc loco in MS. hiatus eſt.

Non eſt autem minus ſpatium Θ reliquis circumjectis ſegmentis ΑΗΒ, ΒΖΓ. Multo igitur magis triangula ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ, una cum ſpatio Θ, majora ſunt ſuperficie coni, quæ inter ΑΕ, ΕΓ interjicitur. Triangula autem ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ, una cum ſpatio Θ, eadem ſunt quæ triangula ΑΕΔ, ΔΕΓ. Igitur triangula ΑΕΔ, ΔΕΓ majora ſunt ea, quam diximus, coni ſuperficie. Sit autem ſpatium Θ minus reliquis circumjectis ſegmentis. Si igitur continuo ſegmentis polygona circumſcribantur, ſectis pariter in duas æquas partes reliquis circumferentiis, ductiſque rectis contingentibus, ſegmenta quædam relinquentur, quæ ſpatio Θ minora erunt. Relinquantur, eaque ſint ΑΜΚ, ΚΝΒ, ΒΞΛ, ΛΟΓ minora ſpatio Θ; et jungantur rectæ ad punctum Ε. Rurſus manifeſtum eſt, triangula ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ triangulis ΑΕΜ, ΜΕΝ, ΝΕΞ, ΞΕΟ, ΟΕΓ majora fore. Baſes enim baſibus majores ſunt, et altitudo æqualis. Rurſus etiam pariter pyramis, quæ baſim quidem habet polygonum ΑΜΝΞΟΓ, verticem vero punctum Ε, excepto triangulo ΑΕΓ, ſuperficiem habet majorem coni ſuperficie, quæ inter ΑΕ, ΕΓ interjicitur, una cum ſegmento ΑΒΓ. Commune auferatur ſegmentum ΑΒΓ. Reliqua igitur triangula ΑΕΜ, ΜΕΝ, ΝΕΞ, ΞΕΟ, ΟΕΓ, una cum reliquis circumjectis ſegmentis ΑΜΚ, ΚΝΒ, ΒΞΛ, ΛΟΓ, majora erunt coni ſuperficie, quæ inter ΑΕ, ΕΓ interjicitur. Sed reliquis quidem, quæ diximus, circumjectis ſegmentis majus eſt ſpatium Θ; triangulis vero ΑΕΜ, ΜΕΝ, ΝΕΞ, ΞΕΟ, ΟΕΓ demonſtratum eſt majora eſſe triangula ΑΕΗ, ΗΕΖ, ΖΕΓ. Multo igitur magis triangula ΑΕΗ, ΗΕΖ, ΖΕΓ, una cum ſpatio Θ, hoc eſt triangula ΑΔΕ, ΔΕΓ, majora ſunt coni ſuperficie, quæ inter rectas ΑΕ, ΕΓ interjicitur.

ΒΖΓ περιλημμάτων ἐκ ἔλασσόν ἐςι τὸ Θ χωρίον. Πολλῷ ἄρα τὰ ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τρίγωνα μετὰ τῦ Θ, μείζονα [a] ἔσαι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΕΓ. Ἀλλὰ τὰ ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τρίγωνα μετὰ τῦ Θ, ἐςὶ τὰ ΑΕΔ, ΔΕΓ τρίγωνα. Τὰ ἄρα ΑΕΔ, ΔΕΓ τρίγωνα, μείζονα ἔσαι τῆς εἰρημένης κωνικῆς ἐπιφανείας. Ἔσω δὴ τὸ Θ ἔλασσον τῶν περιλημμάτων. Ἀεὶ δὴ περιγράφοντες πολύγωνα περὶ τὰ τμήματα, ὁμοίως δίχα τεμνομένων τῶν περιλειπομένων περιφερειῶν, καὶ ἀγομένων ἐφαπτομένων, λείψομέν τινα ἀποτμήματα, [c] ἃ ἔσαι ἐλάσσονα τῦ Θ χωρίυ. Λελείφθω, καὶ ἔσω τὰ ΑΜΚ, ΚΝΒ, ΒΞΛ, ΛΟΓ ἐλάσσονα ὄν τὰ τῦ Θ χωρίυ, καὶ ἐπεζεύχθω ἐπὶ τὸ Ε. Πάλιν φανερὸν, ὅτι τὰ ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τρίγωνα, τῶν ΑΕΜ, ΜΕΝ, ΝΕΞ, ΞΕΟ, ΟΕΓ τριγώνων ἔσαι μείζονα. Αἵτε γὰρ βάσεις τῶν βασέων εἰσὶ μείζες, [e] τὸ δὲ ὕψος ἴσον. Ἔτι δὲ πάλιν ὁμοίως μείζονα ἔχει ἐπιφάνειαν ἡ πυραμὶς, ἣ βάσιν μὲν ἔχουσα τὸ ΑΜΝΞΟΓ πολύγωνον, κορυφὴν δὲ τὸ Ε, χωρὶς τῦ ΑΕΓ τριγώνυ, τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΕΓ, μετὰ τῦ ΑΒΓ τμήματος. Κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΑΒΓ τμῆμα. Λοιπὰ ἄρα τὰ ΑΕΜ, ΜΕΝ, ΝΕΞ, ΞΕΟ, ΟΕΓ τρίγωνα, μετὰ τῶν ΑΜΚ, ΚΝΒ, ΒΞΛ, ΛΟΓ περιλημμάτων μείζονα ἔσαι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΕΓ. Ἀλλὰ τῶν μὲν εἰρημένων περιλημμάτων μεῖζον ἐςὶ τὸ Θ χωρίον· τῶν δὲ ΑΕΜ, ΜΕΝ, ΝΕΞ, ΞΕΟ, ΟΕΓ τριγώνων μείζονα ἐδείχθη τὰ ΑΕΗ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τρίγωνα. Πολλῷ ἄρα τὰ ΑΕΗ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τρίγωνα, μετὰ τῦ Θ χωρίυ, τυτέςι τὰ ΑΔΕ, ΔΕΓ τρίγωνα, μείζονά ἐςι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΕΓ εὐθειῶν.

EUTOCIUS.

Ducatur enim ΗΒΖ circulum contingens, eademque parallela rectæ ΑΓ, ſecta in duas æquas partes circumferentia ΑΒΓ in puncto Β. Quæ enim hoc pacto ducta fuerit, hanc parellelam eſſe ipſi ΑΓ facile demonſtrabitur, junctis a centro Θ rectis ΘΑ, ΘΔ, ΘΓ. Quoniam enim æqualis eſt ΑΔ ipſi ΔΓ, communiſque ΔΘ, duo latera duobus lateribus æqualia ſunt. Æqualis eſt autem etiam baſis ΑΘ baſi ΘΓ: igitur etiam angulus angulo æqualis eſt. At vero anguli ΗΒΔ, ΔΒΖ ſunt recti: ducta enim ΘΒ eſt a centro ad contactum. Eſt igitur etiam reliquus angulus ΔΗΒ reliquo angulo ΔΖΒ æqualis. Propterea ΗΔ ipſi ΔΖ æqualis eſt: ideoque ΖΗ ipſi ΑΓ parallela.

Si igitur ſegmento polygona circumſcribantur, ſectis pariter in duas æquas partes reliquis circumferentiis, ductiſque rectis contingentibus, ſegmenta quædam relinquentur minora ſpatio Θ. Ad inſcripta quod attinet, demonſtratum eſt in elementis, triangula ſegmentis in-

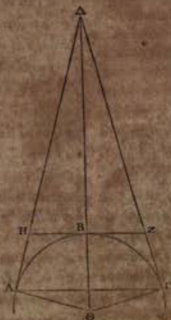
[a] Ἤχθω γὰρ ἡ ΗΒΖ ἐφαπτομένη τῦ κύκλυ, καὶ παράλληλος ἔσω τῇ ΑΓ, δίχα τμηθείσης τῆς ΑΒΓ περιφερείας κατὰ τὸ Β. Ὅτι γὰρ [b] ἡ οὕτως ἀγομένη παράλληλός ἐςι τῇ ΑΓ δειχθήσεται, ἀπὸ τῦ κέντρυ τοῦ Θ ἐπιζευχθεισῶν τῶν ΘΑ, ΘΔ, ΘΓ. Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐςὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ, καὶ κοινὴ ἡ ΔΘ, δύο δυσὶν ἴσαι. Ἀλλὰ καὶ βάσις ἡ ΑΘ βάσει τῇ ΘΓ· καὶ γωνία ἄρα γωνίᾳ ἐςὶν ἴση. Εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΗΒΔ, ΔΒΖ γωνίαι ὀρθαί· ἀπὸ γὰρ τῦ κέντρυ ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπέζευκται ἡ ΘΒ. Ὥςε καὶ λοιπὴ ἡ ὑπὸ ΔΗΒ, λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΖΒ ἐςὶν ἴση. Καὶ διὰ τοῦτο ἡ ΗΔ τῇ ΔΖ ἴση ἐςίν· ὥςε παράλληλός ἐςιν ἡ ΖΗ τῇ ΑΓ.

Περιγράφοντες δὲ πολύγωνα περὶ * τὸ τμῆμα, ὁμοίως δίχα τεμνομένων τῶν περιλειπομένων περιφερειῶν, καὶ ἀγομένων ἐφαπτομένων, λείψομέν τινα ἀποτμήματα ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίυ. Ἐπὶ μὲν τῶν ἐγγραφομένων, δέδεικται ἐν τῇ στοιχειώσει, ὅτι τὰ ἐγγραφόμενα τρίγωνα [c] εἰς τμήματα μείζονα

[d] ΤΝΑ MS. deſunt. [c] ἃ ἔσαι [f] εἰς τὰ τμήματα [e] τὸ δὲ ὕψος in MS. deſunt. [a] ἄχθω [b] ἡ οὕτως ἀγομένη παράλληλός ἐςι τῇ

* Forte τὰ τμήματα.

ἐστιν, ἢ τὸ ἥμισυ τῶν καθ' ἑαυτὰ τμημάτων. Καὶ διὰ τοῦτο δυνατόν ἐστι, τέμνοντας τὰς περιφερείας δίχα καὶ ἐπιζευγνύντας εὐθείας, καταλείπειν τινὰ ἀποτμήματα ἐλάσσονα τοῦ δοθέντος χωρίου. Ἐπὶ δὲ τῶν περιγραφῶν, οὐκέτι τοῦτο δέδεικται ἐν τῇ στοιχειώσει. Ἐπεὶ δὲ ἐν τῷ θεωρήματι τοῦτό φησι, ὃ καί ἐστιν αὐτὸ συλλογίσασθαι διὰ τοῦ ζ' θεωρήματος, δεικτέον ὅτι τὸ ἐφαπτόμενον ἀφαιρεῖ τρίγωνον μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ καθ' ἑαυτὸ περιλείμματος. Οἷον ὡς ἐπὶ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς, ὅτι τὸ ΗΔΖ τρίγωνον μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ περιλείμματος τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ, καὶ τῆς ΑΒΓ περιφερείας. Τῶν γὰρ αὐτῶν ἐπιζευγμένων, ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΔΒΖ, μείζων ἐστὶν ἡ ΔΖ τῆς ΒΖ. Ἡ δὲ ΖΒ τῇ ΖΓ ἴση, ἐφάπτονται γὰρ ἑκατέρα αὐτῶν. Καὶ [d] ἡ ΔΖ ἐστὶ τῆς ΖΓ μείζων. Ὥστε καὶ τὸ ΔΒΖ τρίγωνον μεῖζόν ἐστι τοῦ ΒΖΓ τριγώνου, ὑπὸ γὰρ τὸ αὐτὸ ὕψος εἰσίν· πολλῷ ἄρα τοῦ ΒΖΓ περιλείμματος μεῖζόν ἐστι. Διὰ τὰ αὐτὰ δὲ, καὶ τὸ ΔΒΗ τοῦ ΒΗΑ μεῖζον. Ὅλον ἄρα τὸ ΔΗΖ μεῖζόν ἐστιν, ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΑΔΓ περιλείμματος.



ſcripta majora eſſe quam dimidium ſegmentorum, in quibus conſtituta ſunt. Propterea fieri poteſt, ut ſectis in duas æquas partes circumferentiis, ductiſque rectis, ſegmenta quædam dato ſpatio minora relinquantur. Quod vero attinet ad circumſcripta, hoc nondum in elementis demonſtratum eſt. Quoniam igitur in hac propoſitione id dicit, quod per ſeptimam colligendo conſequi licet; oportet demonſtrare contingentem triangulum auferre majus quam dimidium ſegmenti, in quo conſtitutum eſt. Nimirum in eadem figura, triangulum ΗΔΖ majus eſſe quam dimidium ſegmenti, quod a rectis ΑΔ, ΔΓ, et circumferentia ΑΒΓ comprehenditur. Etenim ductis iiſdem rectis, quoniam rectus eſt angulus ΔΒΖ, major eſt ΔΖ quam ΒΖ. At vero ΖΒ æqualis eſt ipſi ΖΓ: utraque enim contingit. Igitur major eſt etiam ΔΖ quam ΖΓ. Quare etiam triangulum ΔΒΖ majus eſt triangulo ΒΖΓ; quippe ſub eadem altitudine ſunt; multoque magis ſegmento ΒΖΓ. Eadem ratione triangulum etiam ΔΒΗ majus eſt ſegmento ΒΗΑ. Totum igitur triangulum ΔΗΖ majus eſt quam dimidium ſegmenti ΑΔΓ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβ'.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ ὀρθοῦ κυλίνδρου δύο εὐθεῖαι ὦσιν, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου, ἡ μεταξὺ τῶν εὐθειῶν, μείζων ἐστὶ τοῦ παραλληλογράμμου, τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου εὐθειῶν, καὶ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰ πέρατα αὐτῶν.

Ἔστω κύλινδρος ὀρθὸς, οὗ βάσις μὲν ὁ ΑΒ κύκλος, ἀπεναντίον δὲ ὁ ΓΔ, καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΒΔ· λέγω ὅτι ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου.

Τετμήσθω γὰρ ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΓΔ [e] περιφερειῶν δίχα, κατὰ τὰ Ε, Ζ σημεῖα, καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ. Καὶ ἐπεὶ αἱ ΑΕ, ΕΒ [f] τῆς ΑΒ μείζους εἰσὶ, καί ἐστιν ἰσοϋψῆ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπ' αὐτῶν, μείζονα οὖν ἐστι τὰ παραλληλόγραμμα, ὧν αἱ βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, τοῦ ΑΒΔΓ παραλληλογράμμου. Τίνι ἄρα μεῖζόν ἐστιν, ἔστω τὸ Η χωρίον. Τὸ δὲ Η χωρίον ἤτοι ἔλασσόν ἐστι τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἐπιπέδων τμημάτων, ἢ οὐκ ἔλασσον. Ἔστω πρότερον μὴ ἔλασσον. Καὶ ἐπεὶ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ [g] τμήματα πέρας

PROP. XII. Theor.

Si in ſuperficie recti cylindri duæ fuerint rectæ, quæ inter rectas interjicitur cylindri ſuperficies major eſt parallelogrammo, quod ſub rectis continetur, quæ in cylindri ſuperficie ſunt, iiſque, quæ earumdem terminos jungunt.

Sit rectus cylindrus, cujus quidem baſis circulus ΑΒ, atque huic contrarius ΓΔ; et jungantur ΑΓ, ΒΔ: dico cylindricam ſuperficiem, quæ a rectis ΑΓ, ΒΔ ſecatur, parallelogrammo ΑΓΔΒ majorem eſſe.



Secetur enim utraque circumferentia ΑΒ, ΓΔ in duas æquas partes in punctis Ε, Ζ; et jungantur ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ. Et quoniam ΑΕ, ΕΒ majores ſunt quam ΑΒ, quæque ſuper iis conſtituuntur parallelogramma æque ſunt alta; majora ſunt parallelogramma, quorum quidem baſes ΑΕ, ΕΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri, parallelogrammo ΑΒΔΓ. Quo igitur majora ſunt, hoc ſit ſpatium Η. Ac ſpatium quidam Η aut minus eſt planis ſegmentis ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ, aut non minus. Sit primo non minus. Et quoniam cylindri ſuperficies, quæ a rectis ΑΓ, ΒΔ ſecatur, una cum ſegmentis ΑΕΒ, ΓΖΔ, planum parallelogrammi

[d] ἡ ΔΖ ἄρα   [e] In MS. περιφερειῶν deeſt.   [f] τῆς ΑΒ διαμέτρου μείζους   [g] τρίγωνα

ABΔΓ terminum habet; et ſuperficies item, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem baſes AE, EB, altitudo vero eadem quæ cylindri, una cum triangulis AEB, ΓZΔ, terminum habet planum parallelogrammi ABΔΓ; atque harum altera alteram comprehendit, et utraque ad eaſdem partes cava eſt. Ideo major eſt cylindri ſuperficies, quæ a rectis AΓ, BΔ ſecatur, una cum planis ſegmentis AEB, ΓZΔ, ſuperficie, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem baſes AE, EB, altitudo vero eadem quæ cylindri, una cum triangulis AEB, ΓZΔ. Communia auferantur triangula AEB, ΓZΔ. Reliqua igitur cylindrica ſuperficies, quæ a rectis AΓ, BΔ ſecatur, una cum planis ſegmentis AE, EB, ΓZ, ZΔ, major eſt ſuperficie, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem baſes AE, EB, altitudo vero eadem quæ cylindri. Parallelogramma autem, quorum quidem baſes AE, EB, altitudo vero eadem quæ cylindri, æqualia ſunt parallelogrammo AΓΔB, et ſpatio H. Reliqua igitur, quæ a rectis AΓ, BΔ ſecatur cylindrica ſuperficies, major eſt parallelogrammo AΓΔB. At vero ſpatium H minus ſit planis ſegmentis AE, EB, ΓZ, ZΔ. Secetur unaquæque circumferentiarum AE, EB, ΓZ, ZΔ in duas æquas partes in punctis Θ, K, Λ, M; et jungantur AΘ, ΘE, EK, KB, ΓΛ, ΛZ, ZM, MΔ. Non minora igitur dimidio planorum ſegmentorum AE, EB, ΓZ, ZΔ triangula auferuntur AΘE, EKB, ΓΛZ, ZMΔ. Itaque id ſi continuo fiat, ſegmenta quædam relinquentur, quæ ſpatio H minora erunt. Relinquantur, eaque ſint AΘ, ΘE, EK, KB, ΓΛ, ΛZ, ZM, MΔ. Pariter autem demonſtrabimus, parallelogramma, quorum quidem baſes AΘ, ΘE, EK, KB, altitudo vero eadem quæ cylindri, parallelogrammis, quorum quidem baſes AE, EB, altitudo vero eadem quæ cylindri, majora fore. Et quoniam cylindrica ſuperficies, quæ a rectis AΓ, BΔ ſecatur, una cum planis ſegmentis AEB, ΓZΔ, et ſuperficies item, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem baſes AΘ, ΘE, EK, KB, altitudo vero eadem quæ cylindri, una cum rectilineis AΘEKB, ΓΛZMΔ, terminum habent planum parallelogrammi AΓΔB; communia auferantur rectilinea AΘEKB, ΓΛZMΔ. Reliqua igitur cylindrica ſuperficies, quæ a rectis AΓ, BΔ ſecatur, una cum planis ſegmentis AΘ, ΘE, EK, KB, ΓΛ, ΛZ, ZM, MΔ, major eſt ſuperficie, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem baſes AΘ, ΘE, EK, KB, altitudo vero eadem quæ cylindri. Parallelogramma autem, quorum quidem baſes AΘ, ΘE, EK, KB, altitudo vero eadem quæ cylindri, paral-

ἔχει τὸ τοῦ ΑΒΔΓ παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια, ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ [b] τρίγωνα, πέρας ἔχει τὸ τοῦ ΑΒΔΓ παραλληλογράμμου ἐπίπεδον· καὶ ἑτέρα τὴν ἑτέραν περιλαμβάνει, καὶ ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαί εἰσι. Μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια, ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ ἐπίπεδα τμήματα τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν αἱ βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν ΑΕΒ, ΓΖΔ τριγώνων. Κοινὰ ἀφῃρήσθω τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ τρίγωνα. [l] Λοιπὴ ἂν ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἐπίπεδα τμήματα, μείζονά ἐστι τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, ἴσα ἐστὶ τῷ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμῳ, καὶ τῷ Η χωρίῳ. Λοιπὴ ἄρα ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου. Ἀλλὰ δὴ ἔστω ἔλασσον τὸ Η χωρίον τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἐπιπέδων τμημάτων. Καὶ τετμήσθω ἑκάστη τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ περιφερειῶν δίχα κατὰ τὰ Θ, Κ, Λ, Μ, σημεῖα· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ. Τῶν δὲ ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἄρα ἐπιπέδων τμημάτων ἀφαιρεῖται οὐκ ἔλασσον ἢ τὸ ἥμισυ, τὰ ΑΘΕ, ΕΚΒ, ΓΛΖ, ΖΜΔ τρίγωνα. Τούτου ἂν ἑξῆς γινομένου, καταληφθήσεταί τινα τμήματα, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ Η χωρίου. Καταλελείφθω, καὶ ἔστω τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ. Ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, μείζονα ἔσται τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ ἐπίπεδα τμήματα, πέρας ἔχει τὸ τοῦ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν ΑΘΕΚΒ, ΓΛΖΜΔ εὐθυγράμμων· κοινὰ ἀφῃρήσθω τὰ ΑΘΕΚΒ, ΓΛΖΜΔ εὐθύγραμμα. Λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ ἐπίπεδα τμήματα, μείζονά ἐστι τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, μείζονά ἐστι τῶν παραλληλογράμμων,

[b] ἐπίπεδα

[l] λοιπὴ ἄρα

ὧν βάσεις μὲν αἱ Α Ε, Ε Β, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια, ὑπὸ τ̃ Α Γ, Β Δ εὐθειῶν, καὶ τὰ Α Θ, Θ Ε, Ε Κ, Κ Β, Γ Λ, Λ Ζ, Ζ Μ, Μ Δ ἐπίπεδα τμήματα, μείζονά ἐςι τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ Α Ε, Ε Β, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Τὰ δὲ παραλληλόγραμμα ὧν βάσεις μὲν αἱ Α Ε, Ε Β, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, ἴσα ἐςὶ τῷ Α Γ Δ Β παραλληλογράμμῳ, καὶ τῷ Η χωρίῳ. Καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια, ὑπὸ τ̃ Α Γ, Β Δ εὐθειῶν, καὶ τὰ Α Θ, Θ Ε, Ε Κ, Κ Β, Γ Λ, Λ Ζ, Ζ Μ, Μ Δ ἐπίπεδα τμήματα, μείζονά ἐςι τ̃ Α Γ Β Δ παραλληλογράμμου, καὶ τ̃ Η χωρίου. Ἀφαιρεθέντα δὲ τὰ Α Θ, Θ Ε, Ε Κ, Κ Β, Γ Λ, Λ Ζ, Ζ Μ, Μ Δ τμήματα τ̃ Η χωρίου ἐλάσσονα. [k] Λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν Α Γ, Β Δ εὐθειῶν, [l] μείζων ἐςὶ τ̃ Α Γ Δ Β παραλληλογράμμου.

lelogrammis, quorum quidem baſes Α Ε, Ε Β, altitudo vero eadem quæ cylindri, majora ſunt. Igitur etiam cylindrica ſuperficies, quæ a rectis Α Γ, Β Δ ſecatur, una cum planis ſegmentis Α Θ, Θ Ε, Ε Κ, Κ Β, Γ Λ, Λ Ζ, Ζ Μ, Μ Δ, major eſt parallelogrammis, quorum quidem baſes Α Ε, Ε Β, altitudo vero eadem quæ cylindri. Parallelogramma autem, quorum quidem baſes Α Ε, Ε Β, altitudo vero eadem quæ cylindri, parallelogrammo Α Γ Δ Β, et ſpatio Η æqualia ſunt. Igitur etiam cylindrica ſuperficies, quæ a rectis Α Γ, Β Δ ſecatur, una cum planis ſegmentis Α Θ, Θ Ε, Ε Κ, Κ Β, Γ Λ, Λ Ζ, Ζ Μ, Μ Δ, major eſt parallelogrammo Α Γ Δ Β, et ſpatio Η. Quæ vero ſegmenta auferuntur Α Θ, Θ Ε, Ε Κ, Κ Β, Γ Λ, Λ Ζ, Ζ Μ, Μ Δ ſpatio Η minora ſunt. Reliqua igitur, quæ a rectis Α Γ, Β Δ ſecatur, cylindrica ſuperficies major eſt parallelogrammo Α Γ Δ Β.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγ΄.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ δύο εὐθεῖαι ὦσιν, ἀπὸ δὲ τῶν περάτων τῶν εὐθειῶν ἀχθῶσιν τινὲς ἐπιψαύουσαι τῶν κύκλων, [m] αἱ εἰσὶ βάσεις τοῦ κυλίνδρου, ἐν τῷ ἐπιπέδῳ αὐτῶν οὖσαι, καὶ συμπίπτωσι, τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπό τε τῶν ἐπιψαυουσῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου, μείζονα ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου, τῆς μεταξὺ τῶν εὐθειῶν τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου.

Ἔςω κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ βάσις ὁ Α Β Γ κύκλος, καὶ [n] ἔςωσαν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ δύο εὐθεῖαι, ὧν πέρατα τὰ Α, Γ· ἀπὸ δὲ τῶν Α, Γ ἤχθωσαν ἐπιψαύουσαι τοῦ κύκλου, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Η. Νοείσθωσαν δὲ καὶ ἐν τῇ ἑτέρᾳ βάσει τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τῶν περάτων τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ εὐθειῶν ἠγμέναι ἐπιψαύουσαι τοῦ κύκλου. Δεικτέον ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ἐπιψαυουσῶν, καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου, μείζονά ἐςι τῆς κατὰ τὴν Α Β Γ περιφέρειαν ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου.

Ἤχθω γὰρ ἡ Ε Ζ ἐπιψαύουσα, καὶ ἀπὸ τῶν Ε, Ζ σημείων ἤχθωσάν τινες εὐθεῖαι παρὰ τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου, ἕως τῆς ἐπιφανείας τῆς ἑτέρας βάσεως. Τὰ δὴ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν Α Η, Η Γ, καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου, μείζονά ἐςι τῶν παραλληλογράμμων τῶν περιεχομένων ὑπό τε τῶν Α Ε, Ε Ζ, Ζ Γ, [o] καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου. Ἐπεὶ γὰρ αἱ Ε Η, Η Ζ τῆς Ε Ζ μείζους εἰσὶ, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ Α Ε, Ζ Γ. Ὅλαι ἄρα αἱ Η Α, Η Γ μείζους εἰσὶ τῶν Α Ε, Ε Ζ, Ζ Γ. Ὧ δὴ μείζονά ἐςιν, ἔςω τὸ Κ χωρίον. Τοῦ δὴ Κ χωρίου τὸ ἥμισυ ἤτοι μεῖζον ἐςὶ τῶν σχημάτων, τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν Α Ε, Ε Ζ, Ζ Γ εὐθειῶν, καὶ τῶν Α Β, Β Γ περιφερειῶν, ἢ οὔ. Ἔςω πρότερον μεῖζον. Τῶν

PROP. XIII. Theor.

Si in ſuperficie recti cujuſdam cylindri duæ fuerint rectæ, et ducantur ab earum terminis rectæ quædam contingentes circulos, qui cylindri ſunt baſes, quæ in ejuſdem plano ſint, ſibique invicem occurrant; quæ ſub contingentibus, et lateribus cylindri parallelogramma continentur cylindri ſuperficie majora erunt, quæ inter rectas, quæ in ſuperficie ſunt, interjicitur.

Sit recti cujuſdam cylindri baſis circulus Α Β Γ, et in ejuſdem ſuperficie duæ ſint rectæ, quarum termini puncta Α, Γ; ducanturque a punctis Α, Γ rectæ circulum contingentes, quæ in eodem plano ſint, ſibique in puncto Η invicem occurrant. Intelligantur autem et in altera cylindri baſe a rectarum, quæ in ſuperficie ſunt, terminis ductæ eſſe rectæ circulum contingentes. Oportet demonſtrare, parallelogramma, quæ ſub contingentibus et cylindri lateribus continentur, cylindri ſuperficie majora eſſe, quæ ſuper circumferentia Α Β Γ conſtituitur.

Ducatur Ε Ζ circulum contingens, et a punctis Ε, Ζ rectæ quædam ducantur ſecundum axem cylindri uſque ad alterius baſis ſuperficiem. Quæ autem parallelogramma ſub Α Η, Η Γ, et cylindri lateribus continentur, parallelogrammis majora ſunt, quæ continentur ſub Α Ε, Ε Ζ, Ζ Γ, et lateribus item cylindri. Quoniam enim Ε Η, Η Ζ majores ſunt quam Ε Ζ, communes addantur Α Ε, Ζ Γ. Totæ igitur Η Α, Η Γ majores ſunt quam Α Ε, Ε Ζ, Ζ Γ. Quo autem majora ſunt, hoc ſit ſpatium Κ. Ac ſpatii quidem Κ dimidium aut majus eſt figuris, quæ ſub rectis Α Ε, Ε Ζ, Ζ Γ, et circumferentiis Α Β, Β Γ continentur, aut non majus. Sit primò majus. Jam

[k] λοιπὴ [l] μείζων ἐςὶ παραλληλογράμμου [m] αἵ εἰσι βάσεις [n] ἔςω [o] καὶ τῶν πλευρῶν

ſuperficiei, quæ ex parallelogrammis componitur, quæ ſuper A E, E Z, Z Γ conſtituuntur, ac trapeziis tum A E Z Γ, tum eidem in altera cylindri baſe contrario, terminus eſt ambitus parallelogrammi, quod ſuper recta A Γ conſtituitur. Eſt autem etiam ſuperficiei, quæ componitur ex cylindri ſuperficie, quæ conſtituitur ſuper circumferentia A B Γ, et ſegmentis tum A B Γ, tum eidem contrario, terminus idem ambitus. Hæ igitur, quas diximus, ſuperficies eumdem in plano terminum habent, ac utraque ad eaſdem partes cava eſt, alteraque alteram aliqua quidem comprehendit, cætera vero communia habet. Minor eſt igitur quæ comprehenditur. Igitur communibus ablatis tum ſegmento A B Γ, tum eidem contrario, minor eſt cylindri ſuperficies, quæ ſuper circumferentia A B Γ conſtituitur, ſuperficie, quæ ex parallelogrammis componitur, quæ ſuper A E, E Z, Z Γ conſtituuntur, atque ex figuris tum A E B, B Z Γ, tum iiſdem contrariis. Horum autem, quæ diximus, parallelogrammorum ſuperficies, una cum iis, quas diximus, figuris, minores ſunt ſuperficie parallelogrammorum, quæ ſuper A H, H Γ conſtituuntur. Nam una cum ſpatio K, quod figuris majus eſt, iiſdem erunt æquales. Conſtat igitur parallelogramma, quæ ſub A H, Γ H, et cylindri lateribus continentur, majora eſſe cylindri ſuperficie, quæ ſuper circumferentia A B Γ conſtituitur. Quod ſi ſpatium K figuris, quas diximus, majus non fuerit, rectæ ducentur circuli figuram contingentes ita ut reliquæ figuræ circumjectæ dimidio ſpatii K minores evadant; cæteraque eadem, qua ſupra, ratione demonſtrabuntur.

Hiſce vero demonſtratis, manifeſtum quidem eſt ex iis, quæ ſupra dicta ſunt, ſi cono iſoſceli pyramis inſcribatur, ſuperficiem pyramidis, excepta baſe, minorem eſſe conica ſuperficie.

Unumquodque enim triangulorum, quæ pyramidem continent, minus eſt conica ſuperficie, quæ inter latera trianguli interjicitur. Quare tota etiam ſuperficies pyramidis, excepta baſe, minor eſt coni ſuperficie, baſe item excepta.

Item ſi coni iſoſceli pyramis circumſcribatur, ſuperficiem pyramidis, excepta baſe, majorem eſſe coni ſuperficie, baſe item excepta, quæ illi contermina eſt.

Illud quoque manifeſtum eſt ex iis, quæ demonſtrata ſunt, ſi cylindro recto priſma inſcri-



δὲ ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῶν παραλληλογράμμων τῶν κατὰ τὰς Α Ε, Ε Ζ, Ζ Γ, καὶ τοῦ Α Ε Ζ Γ τραπεζίου, καὶ τοῦ κατεναντίον αὐτοῦ [p] ἐν τῇ ἑτέρᾳ βάσει τοῦ κυλίνδρου, πέρας ἐστὶν ἡ περίμετρος τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ κατὰ τὴν Α Γ. Ἔστι δὲ καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου, τῆς κατὰ Α Β Γ περιφέρειαν, καὶ τῶν τμημάτων τοῦ τε Α Β Γ, καὶ τοῦ [q] ἀπεναντίον αὐτοῦ, πέρας ἡ αὐτὴ περίμετρος. Αἱ δὲ εἰρημέναι ἐπιφάνειαι τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαι τυγχάνουσιν, ὅπερ ἐστὶν ἐν ἐπιπέδῳ, καί εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ τινὰ μὲν περιλαμβάνει ἡ ἑτέρα αὐτῶν, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχουσιν. Ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ περιλαμβανομένη. Ἀφαιρεθέντων οὖν κοινῶν τοῦ τε Α Β Γ τμήματος, καὶ τοῦ ἀπεναντίον αὐτοῦ, ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου, ἡ κατὰ τὴν Α Β Γ [r] περιφέρειαν, τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας, ἔκ τε τῶν παραλληλογράμμων τῶν κατὰ τὰς Α Ε, Ε Ζ, Ζ Γ, καὶ τῶν σχημάτων τῶν Α Ε Β, Β Ζ Γ, καὶ τῶν ἀπεναντίον αὐτῶν. Αἱ δὲ τῶν εἰρημένων [s] παραλληλογράμμων ἐπιφάνειαι μετὰ τῶν εἰρημένων σχημάτων, ἐλάσσους εἰσὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, τῶν κατὰ τὰς Α Η, Η Γ. Μετὰ γὰρ τοῦ Κ μείζονος ὄντος τῶν σχημάτων ἴσαι ἦσαν αὐταῖς. Δῆλον οὖν ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν Α Η, Γ Η, καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου, μείζονά [t] ἐστι τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς κατὰ τὴν Α Β Γ [u] περιφέρειαν. Εἰ δὲ μή ἐστι μεῖζον τὸ ἥμισυ τοῦ Κ χωρίου τῶν εἰρημένων σχημάτων, ἀχθήσονται εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι [w] τοῦ κύκλου σχήματος, ὥστε γενέσθαι τὰ περιλειπόμενα σχήματα ἐλάσσονα τοῦ ἡμίσεος τοῦ Κ· καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς ἔμπροσθεν δειχθήσεται.

Τούτων δὲ δεδειγμένων, φανερὸν ὅτι μὲν τῶν προειρημένων ὅτι ἐὰν εἰς κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας.

Ἕκαστον γὰρ τῶν περιεχόντων τὴν πυραμίδα τριγώνων ἔλασσόν ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, τῆς μεταξὺ τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν. Ὥστε καὶ ὅλη ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, χωρὶς τῆς βάσεως.

Καὶ ὅτι ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, χωρὶς τῆς βάσεως, κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκείνῳ.

Φανερὸν δὲ ἐκ τῶν ἀποδεδειγμένων, [x] ὅτι τε ἐὰν εἰς κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια

[p] ἑτέρᾳ βάσει, ſic MS. [q] ἀπεναντίον, ſic MS. [r] περιφερείας [s] παραλληλογράμμων ἐπιφάνειαι μετὰ τῶν εἰρημένων ex MS. [t] ἐστὶ [u] περιφερείας [w] τοῦ σχήματος [x] ἔτι

τοῦ πρίσματος, ἡ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου, χωρὶς τῆς βάσεως.

Ἐλάσσον γὰρ ἕκαστον παραλληλόγραμμον τοῦ πρίσματός ἐστι τῆς καθ' αὑτὸ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφανείας.

[y] Καὶ ὅτι ἐὰν περὶ κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος ἡ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη, μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου, χωρὶς τῆς βάσεως.

batur, ſuperficiem priſmatis, quæ ex parallelogrammis componitur, minorem eſſe cylindri ſuperficie, excepta baſe.

Minus eſt enim unumquodque priſmatis parallelogrammum ea, quæ ſuper idem conſtituitur, cylindri ſuperficie.

Item ſi cylindro recto priſma circumſcribatur, ſuperficiem priſmatis, quæ ex parallelogrammis componitur, majorem eſſe cylindri ſuperficie, baſe excepta.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδ'.

Παντὸς κυλίνδρου ὀρθοῦ ἡ ἐπιφάνεια, χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου, καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου.

Ἔστω κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ βάσις ὁ Α κύκλος· καὶ ἔστω τῇ μὲν διαμέτρῳ τοῦ Α κύκλου ἴση ἡ ΓΔ, τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κυλίνδρου ἡ ΕΖ. [z] Ἐχέτω δὲ μέσον λόγον τῶν ΔΓ, ΕΖ, ἡ Η, καὶ κείσθω κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ Η, ὁ Β. Δεικτέον ὅτι ὁ Β κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου, χωρὶς τῆς βάσεως.

Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος, ἤτοι μείζων ἐστὶν, ἢ ἐλάσσων. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων. Δύο δὴ μεγεθῶν ὄντων ἀνίσων, τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου, καὶ τοῦ Β κύκλου, δυνατόν ἐστιν εἰς τὸν Β κύκλον ἰσόπλευρον πολύγωνον ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὸν Β κύκλον. Νοείσθω δὴ περιγεγραμμένον, καὶ ἐγγεγραμμένον, καὶ περὶ τὸν Α κύκλον περιγεγράφθω εὐθύγραμμον, ὅμοιον τῷ περὶ τὸν Β περιγεγραμμένῳ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τοῦ εὐθυγράμμου πρίσμα, ἔσται δὴ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένον. Ἔστω δὴ καὶ τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου, τοῦ περὶ τὸν Α κύκλον, ἴση ἡ ΚΔ,

PROP. XIV. Theor.

Cujuſlibet recti cylindri ſuperficies, excepta baſe, æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis eſt inter latus cylindri, et diametrum baſis cylindri.

Sit recti cujuſdam cylindri baſis circulus A: et ſit diametro quidem circuli A æqualis ΓΔ, lateri vero cylindri, EZ. Media autem proportionalis inter ΔΓ, EZ ſit H; et ponatur circulus B, cujus ea, quæ ex centro, ipſi H eſt æqualis. Oportet demonſtrare circulum B cylindri ſuperficiei, excepta baſe, æqualem eſſe.

Si enim non eſt æqualis, aut major eſt, aut minor. Sit primo, ſi fieri poteſt, minor. Duæ autem cum ſint magnitudines inæquales, ſuperficies cylindri, et circulus B, fieri poteſt, ut circulo B æquilaterum polygonum inſcribatur, itemque aliud circumſcribatur, ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam ſuperficies cylindri ad circulum B, Intelligatur autem circumſcriptum inſcriptumque eſſe; et circulo A ei, quod circulo B circumſcriptum eſt, ſimile rectilineum circumſcribatur; et a rectilineo deſcribatur priſma, quod quidem cylindro circumſcriptum erit. Porro ambitui rectilinei circulo A circumſcripti æqualis ſit KΔ, eidemque KΔ æqualis AZ: dimidia



[y] In MS. καὶ deeſt.

[z] ἔχετω

autem ipſius ΓΔ ſit ΓΤ. Atque erit triangulum quidem ΚΔΤ æquale rectilineo circulo Α circumſcripto; quoniam baſim habet ejus ambitui æqualem, et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro circuli Α. Parallelogrammum vero ΕΛ æquale ſuperficiei priſmatis cylindro circumſcripti; quoniam continetur ſub cylindri latere, rectaque ambitui baſis ipſius priſmatis æquali. Ponatur autem ipſi ΕΖ æqualis ΕΡ. Æquale eſt igitur triangulum ΖΡΛ parallelogrammo ΕΛ: quare etiam priſmatis ſuperficiei. Et quoniam, quæ circulis Α, Β circumſcripta ſunt, rectilinea ſimilia ſunt, eamdem inter ſe invicem rationem habebunt, quam eæ, quæ ex centris, poteſtate. Habebit igitur triangulum ΚΤΔ ad rectilineum, circulo Β circumſcriptum eamdem rationem, quam ΤΔ ad Η poteſtate. Æquales ſunt enim iis, quæ ex centro, ΤΔ, et Η. Sed quam rationem habet ΤΔ ad Η poteſtate, hanc habet ΤΔ ad ΡΖ longitudine. Eſt enim Η media proportionalis inter ΤΔ, ΡΖ; quippe quæ media etiam inter ΓΔ, ΕΖ proportionalis eſt. Quo tandem pacto? Quoniam enim æqualis eſt ΔΤ ipſi ΤΓ, et ΡΕ ipſi ΕΖ; ideo ΓΔ ipſius ΤΔ, et ΡΖ ipſius ΡΕ eſt dupla. Ut igitur ΔΓ ad ΔΤ, ita ſe habet ΡΖ ad ΖΕ. Quod igitur ſpatium ſub ΓΔ, ΕΖ continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΤΔ, ΡΖ. Spatio autem, quod ſub ΓΔ, ΕΖ continetur æquale eſt quadratum, quod deſcribitur ab Η. Igitur etiam ſpatio, quod continetur ſub ΤΔ, ΡΖ, æquale eſt quadratum, quod ab Η deſcribitur. Ut igitur ΤΔ ad Η, ita ſe habet Η ad ΡΖ. Ut igitur ΤΔ ad ΡΖ, ita ſe habet quadratum, quod a ΤΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab Η. Si enim tres fuerint rectæ invicem proportionales, ut prima ad tertiam, ita ſe habet figura, quæ deſcribitur a prima, ad figuram, quæ ſecunda ſimilis ſimilique modo deſcribitur. Quam autem rationem habet ΤΔ ad ΡΖ longitudine, hanc habet triangulum ΚΤΔ ad triangulum ΡΛΖ; quoniam ΚΔ, ΛΖ æquales invicem ſunt. Eamdem igitur rationem habet triangulum ΚΤΔ ad rectilineum circulo Β circumſcriptum, quam triangulum ΚΤΔ ad triangulum ΡΖΛ. Æquale eſt igitur triangulum ΖΛΡ rectilineo circulo Β circumſcripto. Quare etiam ſuperficies priſmatis cylindro circumſcripti circumſcripto circulo Β rectilineo eſt æqualis. Et quoniam circumſcriptum circulo Β rectilineum ad inſcriptum eidem circulo minorem rationem habet, quam ſuperficies cylindri Α ad circulum Β; etiam ſuperficies priſmatis cylindro circumſcripti ad rectilineum circulo Β inſcriptum rationem

καὶ τῇ ΚΔ ἴση ἡ ΛΖ· τῆς δὲ ΓΔ ἡμίσεια ἔστω ἡ ΓΤ. Ἔσται δὴ τὸ ΚΔΤ τρίγωνον, ἴσον τῷ περιγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ περὶ τὸν Α κύκλον· ἐπειδὴ βάσιν μὲν ἔχει τῇ περιμέτρῳ ἴσην, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Α κύκλου. Τὸ δὲ ΕΛ παραλληλόγραμμον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος, τοῦ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένου· ἐπειδὴ περιέχεται ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου, καὶ τῆς ἴσης τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως τοῦ πρίσματος. Κείσθω δὴ τῇ ΕΖ ἴση ἡ ΕΡ. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΡΛ τρίγωνον, τῷ ΕΛ παραλληλογράμμῳ· ὥστε καὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ εὐθύγραμμα τὰ περὶ τοὺς Α, Β κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον * τὰ εὐθύγραμμα, ὅνπερ αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει. Ἕξει ἄρα τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ περὶ τὸν Β κύκλον εὐθύγραμμον, λόγον, ὃν ἡ ΤΔ πρὸς τὴν Η δυνάμει. Αἱ γὰρ ΤΔ, Η, ἴσαι εἰσὶ ταῖς ἐκ τῶν κέντρων. Ἀλλ' ὃν ἔχει λόγον [a] ἡ ΤΔ πρὸς τὴν Η δυνάμει, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ μήκει. Ἡ γὰρ Η τῶν ΤΔ, ΡΖ μέση ἐστὶ [b] ἀνὰ λόγον, διὰ τὸ καὶ τῶν ΓΔ, ΕΖ. Πῶς δὲ τοῦτο; Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶ ἡ μὲν ΔΤ τῇ ΤΓ, ἡ δὲ ΡΕ τῇ ΕΖ· διπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ τῆς ΤΔ, καὶ ἡ ΡΖ, τῆς ΡΕ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΓ πρὸς ΔΤ, οὕτως ἡ ΡΖ πρὸς ΖΕ. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΕΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΤΔ, ΡΖ. Τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΕΖ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Η. Καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΤΔ, ΡΖ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Η. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΤΔ πρὸς Η, [c] οὕτως ἡ Η πρὸς ΡΖ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ, [d] οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΤΔ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η. Ἐὰν γὰρ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνὰ λόγον ὦσιν, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας εἶδος, τὸ ὅμοιον, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΡΛΖ· ἐπειδήπερ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΚΔ, ΛΖ. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον, ὅνπερ τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΡΖΛ τρίγωνον. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΛΡ τρίγωνον, τῷ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ. Ὥστε καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος τοῦ περὶ τὸν Α κύλινδρον περιγεγραμμένου, τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ περὶ τὸν Β κύκλον ἴση ἐστί. Καὶ ἐπεὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον, τὸ περὶ τὸν Β κύκλον, πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ κύκλῳ, τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Α κυλίνδρου πρὸς τὸν Β κύκλον, ἐλάσσονα λόγον ἕξει καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος, τοῦ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένου, πρὸς τὸ εὐθύ-

[a] ἡ ΤΔ Η Ζ δυνάμει [b] ἀνάλογον [c] ὡς [d] In MS. οὕτως deeſt.

* τὰ εὐθύγραμμα, videri poſſint e margine in textum migraſſe. Sane ab Eutocio in ſuo Commentario elegantius omittuntur.

γραμμον τὸ ἐν τῷ Β τῷ κύκλῳ γεγραμμένον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὸν Β κύκλον· καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν κύλινδρον, μείζων οὖσα δέδεικται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου· [s] τὸ δὲ γεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ Β κύκλῳ, ἔλασσόν ἐστι τοῦ Β κύκλου. Οὐκ ἄρα ἐστὶν ὁ Β κύκλος ἐλάσσων τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου. Ἔστω δή, εἰ δυνατόν, μείζων. Πάλιν δὴ νοείσθω εἰς τὸν Β κύκλον εὐθύγραμμον ἐγγεγραμμένον, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸν Β κύκλον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν Α κύκλον πολύγωνον, ὅμοιον τῷ εἰς τὸν Β κύκλον ἐγγεγραμμένῳ· καὶ πρίσμα ἀναγεγράφθω ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου. Καὶ πάλιν ἡ Κ Δ ἴση ἔστω τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου, τοῦ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένου, καὶ ἡ Ζ Δ ἴση αὐτῇ ἔστω. Ἔσται δὴ τὸ μὲν Κ Τ Δ τρίγωνον μεῖζον τοῦ εὐθυγράμμου, τοῦ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένου· διότι βάσιν μὲν ἔχει τὴν περίμετρον αὐτοῦ, ὕψος δὲ μεῖζον τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἀγομένης καθέτου· τὸ δὲ Ε Λ παραλληλόγραμμον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος, [t] τῇ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένῃ, διότι περιέχεται ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου, καὶ τῆς ἴσης τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου, ὅ ἐστι βάσις τοῦ πρίσματος. Ὥστε καὶ τὸ Ρ Λ Ζ τρίγωνον, ἴσον ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ εὐθύγραμμα τὰ ἐν τοῖς Α, Β κύκλοις ἐγγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων αὐτῶν δυνάμει. Ἔχει δὲ καὶ τὰ Κ Τ Δ, Ζ Ρ Λ τρίγωνα πρὸς ἄλληλα, λόγον, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων δυνάμει. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Β ἐγγεγραμμένον, καὶ τὸ Κ Τ Δ τρίγωνον πρὸς τὸ Λ Ζ Ρ τρίγωνον. Ἔλασσον δέ ἐστι τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, τοῦ Κ Τ Δ τριγώνου. Ἔλασσον ἄρα καὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Β κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, τοῦ Ζ Ρ Λ τριγώνου. Ὥστε καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ πρίσματος τοῦ ἐν τῷ κυλίνδρῳ ἐγγεγραμμένου. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐπεὶ γὰρ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον περὶ τὸν Β κύκλον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ὁ Β κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, καὶ ἐναλλάξ· μεῖζον δέ ἐστι τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὸν Β κύκλον τοῦ Β κύκλου· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ Β κύκλῳ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου. Ὥστε καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ πρίσματος. Οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ὁ Β κύκλος τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου. Ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. Ἴσος ἄρα ἐστί.

habet minorem quam ſuperficies cylindri ad circulum B: et permutando: quod fieri non poteſt. Nam ſuperficies quidem priſmatis cylindro circumſcripti major eſt, quemadmodum demonſtravimus, cylindri ſuperficie; rectilineum vero circulo B inſcriptum minus eſt circulo B. Non eſt igitur minor circulus B cylindri ſuperficie. Sit autem, ſi fieri poteſt, major. Ac rurſus intelligatur rectilineum circulo inſcriptum, itemque aliud circumſcriptum eſſe, ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam circulus B ad ſuperficiem cylindri; et circulo A ei, quod circulo B inſcriptum eſt ſimile polygonum inſcribatur; et ab inſcripto circulo polygono deſcribatur priſma. Rurſus etiam ambitui rectilinei circulo A inſcripti æqualis ſit K Δ, eidemque æqualis Z Λ. Erit autem triangulum quidem K T Δ majus rectilineo circulo A inſcripto; quoniam baſim habet ejuſdem ambitui æqualem, et altitudinem majorem normali, quæ a centro ad unum polygoni latus ducitur; parallelogrammum vero E Λ æquale ſuperficiei priſmatis, quæ ex parallelogrammis componitur; quoniam ſub cylindri latere continetur, rectaque ambitui rectilinei, quod ipſius priſmatis eſt baſis, æquali. Quare etiam triangulum P Λ Z æquale eſt priſmatis ſuperficiei. Et quoniam, quæ circulis A, B inſcripta ſunt, rectilinea ſimilia ſunt, eamdem inter ſe invicem rationem habebunt, quam eæ, quæ ex eorum centris, poteſtate. Habent autem etiam triangula K T Δ, Z P Λ inter ſe invicem eamdem rationem, quam eæ, quæ ex circulorum centris, poteſtate. Eamdem igitur rationem habet rectilineum circulo A inſcriptum ad inſcriptum circulo B rectilineum, quam triangulum K T Δ ad triangulum Λ Z P. Minus eſt autem rectilineum circulo A inſcriptum triangulo K T Δ. Minus eſt igitur et inſcriptum circulo B rectilineum triangulo Z P Λ. Quare etiam minus ſuperficie priſmatis cylindro inſcripti. Quod fieri non poteſt. Quoniam enim minorem rationem habet circumſcriptum circulo B rectilineum ad inſcriptum, quam circulus B ad ſuperficiem cylindri, itemque permutando; majuſque eſt circumſcriptum circulo B rectilineum eodem circulo B; ideo rectilineum circulo B inſcriptum eſt majus cylindri ſuperficie. Quare etiam majus ſuperficie priſmatis. Non eſt igitur major circulus B cylindri ſuperficie. Demonſtratum eſt autem neque minorem eſſe. Igitur eſt æqualis.

[s] τοῦτο δὲ

[t] τῇ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων

EUTOCIUS.

Intelligatur autem circumſcriptum, inſcriptumque eſſe circulo B; et circulo A ei, quod circulo B circumſcriptum eſt, ſimile rectilineum circumſcribatur. Quomodo ſane polygonum dato circulo inſcribendum ſit inſcripto alteri circulo ſimile, cum ipſum per ſe pateat, traditum etiam eſt a Pappo in Commentario, quod in Elementa conſcripſit. Quomodo vero polygonum dato circulo circumſcribendum ſit ſimile circumſcripto alteri circulo, nondum eſt traditum; quod nunc quidem præſtandum eſt. Inſcribatur enim circulo A polygonum ei ſimile, quod circulo B inſcriptum fuit: et circulo item A polygonum circumſcribatur ei ſimile, quod ſibimetipſi fuit inſcriptum; prorſus ut in quarto theoremate. Atque idem hoc polygonum ſimile fuerit illi, quod inſcriptum fuit circulo B.

Et quoniam, quæ circulis A, B inſcripta ſunt, rectilinea ſimilia ſunt, eamdem inter ſe invicem rationem habebunt, quam eæ, quæ ex cencentris, poteſtate. Hoc quidem de inſcriptis in Elementis demonſtratum eſt: de circumſcriptis vero, quod nondum factum eſt, hoc pacto demonſtrabitur.

Intelligantur enim ſeorſum deſcripta eſſe polygona cum circumſcripta, tum inſcripta; ductæque a circulorum centris KE, KM, ΛΘ, ΛN. Manifeſtum autem eſt ipſas KE, ΛΘ ex centris circulorum eſſe, qui circa circumſcripta polygona deſcripti ſunt: atque habere ſeſe invicem poteſtate, ut polygona circumſcripta. Et quoniam anguli KEM, ΛΘN dimidii ſunt angulorum, qui in polygonis ſunt; conſtat, cum polygona ſimilia ſint, æquales invicem eſſe. At vero qui anguli, ad puncta M, N, ſunt recti. Triangula igitur KEM, ΛΘN ſunt æquiangula. Itaque ſe habebunt ut KE ad ΛΘ, ita KM ad ΛN; ideoque et quæ ab ipſis quadrata deſcribuntur. Ut autem quadratum, quod a KE deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΛ, ita habent ſeſe invicem circumſcripta polygona. Igitur etiam ut quadratum, quod a KM deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛN, ita habent ſeſe invicem polygona circumſcripta.



Eamdem igitur rationem habet triangulum KTΔ ad rectilineum circulo B circumſcriptum, quam triangulum KTΔ ad triangulum ZPA. Quoniam enim circumſcripta circulis A, B rectilinea ita habent ſeſe invicem, ut eæ, quæ ex centris poteſtate; hoc eſt, ut TΔ ad H poteſtate; hoc eſt, ut TΔ ad PZ longitudine; hoc eſt, ut triangulum KTΔ ad triangulum ZPA: æquale autem eſt triangulum KTΔ rectilineo circulo A circumſcripto. Ideo ut triangulum KTΔ ad rectilineum circulo B circumſcriptum, ita ſe habet idem triangulum KTΔ ad triangulum ZPA.

Igitur permutando minorem rationem habet ſuperficies priſmatis ad ſuperficiem cylindri, quam rectilineum circulo B inſcriptum ad circulum B; quod eſt abſurdum. Si enim fiat, ut ſuperficies priſmatis ad ſuperficiem cylindri, ita rectilineum circulo B inſcriptum ad aliud quoddam ſpatium; id erit minus circulo B, atque ad hoc rectilineum circulo inſcriptum majorem rationem habet, quam ad circulum. Nimirum ſuperficies priſ-

Νοείσθω δὲ εἰς τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον, [g] καὶ ἐγγεγραμμένον, καὶ περὶ τὸν Α κύκλον περιγεγράφθω εὐθύγραμμον, ὅμοιον τῷ περὶ τὸν Β περιγεγραμμένῳ. Ὅπως μὲν οὖν ἐστιν εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι, ὅμοιον τῷ ἑτέρῳ ἐγγεγραμμένῳ, δῆλον· εἴρηται δὲ καὶ Πάππῳ εἰς τὸ Ὑπόμνημα τῶν Στοιχείων. Περὶ* δὲ τὸν δοθέντα κύκλον πολύγωνον περιγράψαι ὅμοιον τῷ περὶ ἕτερον κύκλον περιγεγραμμένῳ, οὐκ ἔτι ὁμοίως ἔχομεν εἰρημένον, ὅπερ νῦν λεκτέον. Τῷ γὰρ εἰς τὸν Β κύκλον ἐγγεγραμμένῳ, ὅμοιον εἰς τὸν Α ἐγγεγράφθω, καὶ περὶ αὐτὸν τὸν Α ὅμοιον τῷ εἰς αὐτὸν, ὡς ἐν τῷ δ' Θεωρήματι. Καὶ ἔσαι ὅμοιον καὶ τῷ περὶ τὸν Β περιγεγραμμένῳ.

Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ εὐθύγραμμα, τὰ περὶ τοὺς Α, Β κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ὅνπερ αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει. Τὸ τοιοῦτον, ἐπὶ μὲν τῶν ἐγγεγραμμένων, δέδεικται ἐν τῇ Στοιχειώσει· ἐπὶ δὲ τῶν περιγεγραμμένων οὐκ ἔτι. Δειχθήσεται δὲ οὕτως.

Νοείσθωσαν γὰρ χωρὶς τὰ περιγεγραμμένα καὶ ἐγγεγραμμένα εὐθύγραμμα· καὶ ἀπὸ τῶν κέντρων τῶν κύκλων ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΕ, ΚΜ, ΛΘ, ΛΝ. Φανερὸν δὲ ὅτι αἱ ΚΕ, ΛΘ ἐκ τῶν κέντρων [h] εἰσὶ τῶν περὶ τὰ περιγεγραμμένα πολύγωνα κύκλων· καὶ πρὸς ἀλλήλας [i] ἔχουσι δύναμιν, ὡς τὰ περιγεγραμμένα πολύγωνα. Καὶ ἐπεὶ αἱ ὑπὸ ΚΕΜ, ΛΘΝ ἡμίσειαι [k] εἰσι τῶν ἐν τοῖς πολυγώνοις [l] γωνιῶν, ὁμοίων ὄντων τῶν πολυγώνων, δῆλον ὅτι καὶ αὐταὶ ἴσαι εἰσίν. Ἀλλὰ καὶ αἱ πρὸς τοῖς Μ, Ν ὀρθαί. Ἰσογώνια ἄρα τὰ ΚΕΜ, ΛΘΝ τρίγωνα. Καὶ ἔσαι ὡς ἡ ΚΕ πρὸς ΛΘ, ἡ ΚΜ πρὸς ΛΝ· ὥστε καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΚΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΛ, οὕτως τὰ περιγεγραμμένα πρὸς ἄλληλα. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΝ, οὕτως τὰ περιγεγραμμένα πρὸς ἄλληλα.

Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον, τὸ περὶ τὸν Β κύκλον, ὅνπερ τὸ ΚΤΔ τρίγωνον [m] πρὸς τὸ ΖΡΑ τρίγωνον. Ἐπεὶ γὰρ τὰ περὶ τοὺς Α, Β κύκλους εὐθύγραμμα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει, τουτέστιν ἡ [n] ΤΔ πρὸς Η δυνάμει, τουτέστιν ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ μήκει, τουτέστιν ὡς τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΡΑ· ἴσον δὲ τὸ ΚΤΔ τῷ περὶ τὸν Α κύκλον περιγεγραμμένῳ. Ἔσται ἄρα ὡς τὸ ΚΤΔ πρὸς τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον, οὕτως τὸ αὐτὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΡΑ τρίγωνον.

Ἐναλλὰξ ἄρα ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ πρίσμα πρὸς τὸν κύλινδρον, ἤπερ τὸ ἐγγεγραμμένον εἰς τὸν Β κύκλον πολύγωνον πρὸς τὸν Β κύκλον· ὅπερ ἄτοπον. Ἐὰν γὰρ ποιήσωμεν ὡς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ πρίσματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, οὕτως τὸ ἐγγεγραμμένον εἰς τὸν Β κύκλον πρὸς ἄλλο τι, ἔσται πρὸς ἔλασσον τοῦ Β κύκλου, πρὸς ὃ μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἐγγεγραμμένον, ἤπερ πρὸς τὸν κύκλον. Τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ

[g] ἐγγεγραμμένον ex MS. [h] εἰσὶ ex MS. [i] εἰσὶ [k] εἰσὶ ex MS. [l] γωνιῶν ex MS. [m] πρὸς τὸ ΖΡΑ τρίγωνον ex MS. [n] ΤΑ

* Περὶ δὲ &c.—Malim, Ὅπως δὲ περὶ &c.

πρίσματος, πρὸς τὴν τοῦ κυλίνδρου ἐπιφάνειαν, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὸν κύκλον. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐλάσσονα. Ὅπερ ἄτοπον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε'.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς, χωρὶς τῆς βάσεως, ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κώνου, καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου.

Ἔστω κῶνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ Α κύκλος· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἔστω ἡ Γ. Τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου ἔστω ἴση ἡ Δ, τῶν δὲ Γ, Δ μέση ἀνάλογον ἡ Ε. Ὁ δὲ Β κύκλος ἐχέτω τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ Ε ἴσην. Λέγω ὅτι ὁ Β κύκλος ἐστὶν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, χωρὶς τῆς βάσεως.

Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. Ἔστω πρότερον ἐλάσσων. Ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα, ἥτε ἐπιφάνεια τοῦ κώνου, καὶ ὁ Β κύκλος, καὶ μείζων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου. Δυνατὸν ἄρα, εἰς τὸν Β κύκλον πολύγωνον ἰσόπλευρον ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Β κύκλον. Νοείσθω δὴ καὶ περὶ τὸν Α κύκλον πολύγωνον περιγεγραμμένον, ὅμοιον τῷ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένῳ· καὶ ἀπὸ τοῦ περὶ τὸν Α κύκλον περιγεγραμμένου πολυγώνου πυραμὶς ἀνεστάτω ἀναγεγραμμένη, τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα τῷ κώνῳ. Ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα τὰ περὶ τοὺς Α, Β κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει πρὸς ἀλλήλας· τουτέστιν, ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς Ε δυνάμει, τουτέστιν ἡ Γ πρὸς Δ μήκει. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον περὶ τὸν Α κύκλον, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς περιγεγραμμένης περὶ τὸν κῶνον. Ἡ μὲν γὰρ Γ ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου καθέτῳ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου, ἡ * δὲ Δ τῇ πλευρᾷ τοῦ κώνου. Κοινὸν δὲ ὕψος ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου, πρὸς τὰ ἡμίση τῶν ἐπιφανειῶν. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Α κύκλον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον, καὶ αὐτὸ τὸ εὐθύγραμμον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος * περιγεγραμμένης περὶ τὸν κῶνον. Ὥστε ἴση ἐστὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένῳ. Ἐπεὶ οὖν ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον, περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Β κύκλον, ἐλάσσονα λόγον



* δὲ ex MS.

matis ad ſuperficiem cylindri majorem rationem habet, quam rectilineum circulo inſcriptum ad circulum. Demonſtratum autem eſt rationem habere etiam minorem. Quod eſt abſurdum.

PROP. XV. Theor.

Cujuſlibet coni iſoſcelis, excepta baſe, ſuperficies æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis eſt inter coni latus, eamque, quæ ex centro circuli, qui coni eſt baſis.

Sit conus iſoſceles, cujus baſis circulus A; ſitque ea, quæ ex centro, Γ. Lateri autem coni æqualis ſit Δ; mediaque inter Γ, Δ proportionalis E. Denique circulus B habeat eam, quæ ex centro, ipſi E æqualem. Dico circulum B coni ſuperficiei, excepta baſe, æqualem eſſe.

Si enim non eſt æqualis, aut major eſt, aut minor. Sit primo minor. Duæ autem ſunt magnitudines inæquales, ſuperficies coni, et circulus B, majorque coni ſuperficies. Fieri igitur poteſt, ut circulo B polygonum æquilaterum inſcribatur, inſcriptoque ſimile aliud item circumſcribatur, ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam ſuperficies coni ad circulum B. Intelligatur circumſcriptum etiam eſſe circulo A polygonum ei ſimile, quod circulo B circumſcriptum eſt; atque excitetur a polygono circulo A circumſcripto pyramis eumdem ac conus verticem habens. Quoniam igitur, quæ circulis A, B circumſcripta ſunt, polygona ſimilia ſunt, eamdem inter ſe invicem rationem habent, quam eæ, quæ ex centris, poteſtate; hoc eſt quam Γ habet ad E poteſtate; ſive Γ ad Δ longitudine. Quam autem rationem habet Γ ad Δ longitudine, hanc habet circumſcriptum circulo A polygonum ad ſuperficiem piramidis cono circumſcriptam. Nam Γ quidem æqualis eſt normali, quæ a centro ad unum polygoni latus ducitur; Δ vero lateri coni. Communis autem ſuperficierum altitudo, quarum dimidia ſunt, circumſcriptum circulo A polygonum, et ſuperficies pyramidis cono circumſcriptæ, eſt polygoni ambitus. Eamdem igitur rationem habet circumſcriptum circulo A rectilineum ad rectilineum circulo B circumſcriptum, quam idem rectilineum ad ſuperficiem pyramidis cono circumſcriptæ. Quare ſuperficies pyramidis rectilineo circulo B circumſcripto æqualis eſt. Quoniam igitur minorem rationem habet circumſcriptum circulo B rectilineum ad inſcriptum, quam ſuperficies coni ad

* τῆς περιγεγραμμένης

circulum B; minorem utique rationem habebit ſuperficies pyramidis cono circumſcriptæ ad rectilineum circulo B inſcriptum, quam ſuperficies coni ad circulum B: quod fieri non poteſt. Nam ſuperficies quidem pyramidis major eſt, quemadmodum demonſtravimus, coni ſuperficie; rectilineum vero circulo B inſcriptum minus eſt circulo B. Non eſt igitur minor circulus B coni ſuperficie. Dico autem neque majorem eſſe. Sit enim, ſi fieri poteſt, major. Ac rurſus intelligatur polygonum circulo B inſcriptum, itemque aliud circumſcriptum eſſe, ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam circulus B ad coni ſuperficiem. Intelligatur item inſcriptum eſſe circulo A polygonum ei ſimile, quod circulo B inſcriptum eſt; atque excitetur ab eodem pyramis eumdem ac conus verticem habens. Quoniam igitur, quæ circulis A, B inſcripta ſunt, rectilinea ſimilia ſunt, eamdem inter ſe invicem rationem habent, quam eæ quæ ex centris, poteſtate. Eamdem igitur rationem habet polygonum ad polygonum, quam Γ ad Δ longitudine. Habet autem Γ ad Δ majorem rationem, quam polygonum circulo A inſcriptum ad ſuperficiem pyramidis cono inſcriptæ. Nam ea, quæ ex centro circuli A majorem ad coni latus rationem habet, quam recta, quæ a centro ad unum polygoni latus normalis ducitur, ad rectam quæ ducitur normalis a coni vertice ad latus item polygoni. Habet igitur majorem rationem polygonum circulo A inſcriptum ad polygonum inſcriptum circulo B, quam idem polygonum ad pyramidis ſuperficiem. Major eſt igitur ſuperficies pyramidis polygono circulo B inſcripto. Habet autem minorem rationem circumſcriptum circulo B polygonum ad inſcriptum, quam circulus B ad ſuperficiem coni. Habet igitur multo magis circumſcriptum circulo B polygonum ad ſuperficiem pyramidis cono inſcriptæ minorem rationem, quam circulus B ad coni ſuperficiem, quod fieri non poteſt. Nam circumſcriptum quidem polygonum majus eſt circulo B; ſuperficies vero pyramidis cono inſcriptæ minor eſt coni ſuperficie. Neque igitur major eſt circulus B coni ſuperficie. Demonſtratum eſt autem neque minorem eſſe. Igitur eſt æqualis.

ἕξει ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῆς περὶ τὸν κῶνον περιγεγραμμένης, πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ B κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν B κύκλον· ὅπερ ἀδύνατον. Ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος μείζων οὖσα δέδεικται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου· τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ B κύκλῳ, ἔλασσόν ἐστι τοῦ B κύκλου. Οὐκ ἄρα ὁ B κύκλος ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου. Λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ μείζων. Εἰ γὰρ δυνατόν ἐστιν, ἔστω μείζων. Πάλιν δὴ νοείσθω εἰς τὸν B κύκλον πολύγωνον ἐγγεγραμμένον, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, τοῦ ὃν ἔχει ὁ B κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου· καὶ εἰς τὸν A κύκλον νοείσθω ἐγγεγραμμένον πολύγωνον, ὅμοιον τῷ εἰς τὸν B κύκλον ἐγγεγραμμένῳ· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπ' αὐτοῦ πυραμὶς τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα τῷ κώνῳ. Ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ ἐν [q] τοῖς A, B ἐγγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει πρὸς ἀλλήλας. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, καὶ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ μήκει. Ἡ δὲ Γ πρὸς τὴν Δ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ A κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς ἐγγεγραμμένης εἰς τὸν κῶνον. Ἡ γὰρ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ A κύκλου πρὸς [r] τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀγομένη κάθετος ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου [s] πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου, κάθετον ἀγομένην ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ A κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ B ἐγγεγραμμένον, ἢ αὐτὸ τὸ πολύγωνον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος. Μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, τοῦ ἐν τῷ B πολυγώνου ἐγγεγραμμένου. Ἐλάσσονα δὲ λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν B κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ὁ B κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου. Πολλῷ ἄρα τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν B κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς ἐν τῷ κώνῳ ἐγγεγραμμένης ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ B κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου, ὅπερ ἀδύνατον. Τὸ μὲν γὰρ περιγεγραμμένον πολύγωνον μεῖζόν ἐστι τοῦ B κύκλου· ἡ δὲ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῆς ἐν τῷ κώνῳ, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου. Οὐκ [t] ἄρα οὐδὲ μείζων ἐστὶν ὁ κύκλος B τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου. Ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. Ἴσος ἄρα.

EUTOCIUS.

Γ vero ad Δ majorem rationem habet, quam polygonum circulo A inſcriptum ad ſuperficiem pyramidis cono inſcriptæ. Quæ enim ex centro circuli, hæc ad coni latus majorem rationem habet, quam quæ a centro circuli ad polygoni latus normalis ducitur, ad eam, quæ

Ἡ δὲ Γ πρὸς τὴν Δ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ A κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς ἐγγεγραμμένης εἰς τὸν κῶνον. Ἡ γὰρ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετος ἀγομένη ἐπὶ μίαν πλευ-

[q] ταῖς A B κύκλοις [r] τὸν ex MS. [s] πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου in MS. deſunt. [t] ἄρα ex MS.

ρὰς τοῦ πολυγώνου, πρὸς τὴν ὅσα τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου κάθετον ἀγομένην ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου. [a] Νοείσθω γὰρ χωρὶς ἡ ἐν τῷ ῥητῷ καταγραφῇ, καὶ εἰς τὸν Α κύκλον ἐγγεγραμμένον πολύγωνον τὸ ΖΘΚ· καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ Α, ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου τὴν ΘΚ, κάθετος ἤχθω ἡ ΑΗ. Φανερὸν δὴ ὅτι τὸ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ πολυγώνου, καὶ τῆς ΑΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ πολυγώνου. Νοείσθω δὴ καὶ ἡ τοῦ κώνου κορυφὴ τὸ Λ σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὸ Η ἐπεζευγμένη [b] ἡ ΛΗ ἡ κάθετος γίνεται ἐπὶ τὴν ΘΚ, ὡς ἐδείχθη ἐν τῷ λήμματι τοῦ θ' θεωρήματος. Ἐπεὶ οὖν ἰσόπλευρόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον πολύγωνον, ἔστι δὲ καὶ ἰσοσκελὴς ὁ κῶνος, αἱ ἀπὸ τοῦ Λ ἐφ' ἑκάστην τῶν πλευρῶν τοῦ πολυγώνου ἀγόμεναι κάθετοι, ἴσαι εἰσὶ τῇ ΛΗ. Ἑκάστη γὰρ αὐτῶν δύναται τό τε ἀπὸ τοῦ ἄξονος καὶ τὸ ἴσον τῇ ΑΗ. Διὰ δὴ ταῦτα καὶ τὸ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ΛΗ, διπλάσιόν ἐστι τῆς ἐπιφανείας τῆς πυραμίδος. Τὸ γὰρ ὑφ' ἑκάστης πλευρᾶς, καὶ τῆς ἀπὸ τῆς κορυφῆς καθέτου ἐπ' αὐτὴν [c] ἀγομένης ἴσης τῇ ΛΗ, διπλάσιόν ἐστι τοῦ καθ' ἑαυτὴν τριγώνου. Ὥστε ἐστὶν ὡς ἡ ΛΗ πρὸς ΗΑ, οὕτως τὸ πολύγωνον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος, [d] κοινοῦ ὄντος τοῦ περιμέτρου τοῦ πολυγώνου [e] λαμβανομένου. Ἀχθείσης δὲ τῆς ΗΝ παρὰ τὴν ΜΛ, ἔσται ὡς ἡ ΑΜ πρὸς ΜΛ, ἡ ΑΗ πρὸς ΗΝ. Ἡ δὲ ΑΗ πρὸς ΗΝ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὴν ΗΛ· μείζων γὰρ ἡ ΛΗ τῆς ΗΝ. Καὶ ἡ ΑΜ ἄρα πρὸς ΜΛ, τουτέστιν ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΑΗ πρὸς ΗΛ· τουτέστιν ἤπερ τὸ πολύγωνον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος.

ducitur a coni vertice ad latus item polygoni. Intelligatur enim figura, quæ huc pertinet, ſeorſum deſcripta eſſe; inſcriptumque circulo A polygonum ZΘK: et ducatur a centro circuli A ad polygoni latus ΘK normalis AH. Manifeſtum quidem eſt ſpatium, quod ſub polygoni ambitu, et ſub AH continetur, polygoni eſſe duplum. Itaque intelligatur coni vertex eſſe punctum Λ; junctaque a puncto Λ ad H ΛH, quæ normalis utique eſt ad ΘK; quemadmodum in lemmate noni theorematis demonſtratum eſt. Quoniam igitur inſcriptum polygonum æquilaterum, conuſque iſoſceles eſt; quæ a puncto Λ ad unumquodque polygoni latus normales ducuntur ipſi ΛH æquales ſunt. Harum enim unaquæque poteſt quadrata, quæ cum ab axe, tum a recta ipſi AH æquali deſcribuntur. Propterea et ſpatium, quod ſub polygoni ambitu, et ſub ΛH continetur, duplum eſt ſuperficiei pyramidis. Quod enim ſpatium ſub unoquoque latere, rectaque ipſi ΛH æquali, quæ a vertice ad ipſum latus ducitur, continetur; id duplum eſt trianguli, quod ſub ipſa conſtituitur. Quare ut ΛH ad HA, ita ſe habet polygonum, ad pyramidis ſuperficiem; ſumpto utique polygoni ambitu pro communi altitudine. Itaque ducta HN ipſi MΛ parallela; ut AM ad MΛ, ita ſe habebit AH ad HN. Habet autem AH ad HN majorem rationem, quam ad HΛ: major eſt enim ΛH quam HN. Habet igitur etiam AM ad MΛ; hoc eſt Γ ad Δ; majorem rationem, quam AH ad HΛ; hoc eſt quam polygonum ad pyramidis ſuperficiem.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιϛ'.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ κώνου.

Ἔστω κῶνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ Α κύκλος. Ἔστω δὲ τῇ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Α, ἴση ἡ Β· τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου, ἡ Γ. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Α κύκλον, καὶ ἡ Γ πρὸς τὴν Β.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν Β, Γ μέση ἀνάλογον ἡ Ε, καὶ ἐκκείσθω κύκλος ὁ Δ, ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ Ε. Ὁ Δ ἄρα κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. Τοῦτο γὰρ ἐδείχθη ἐν τῷ πρὸ τούτου. Ἐδείχθη δὲ ὁ Δ κύκλος πρὸς τὸν Α κύκλον, λόγον ἔχων τὸν αὐτόν, τῷ τῆς Γ πρὸς Β μήκει. Ἑκάτερος γὰρ ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς Ε πρὸς Β δυνάμει· διὰ [f] τὸ τοὺς κύκλους πρὸς ἀλλήλους εἶναι, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τε-

PROP. XVI. Theor.

Cujuſlibet coni iſoſcelis ſuperficies eamdem ad baſim rationem habet, quam latus coni ad eam, quæ ex centro baſis coni.

Sit conus iſoſceles, cujus baſis circulus A. Sit autem ei quidem, quæ ex centro circuli A, æqualis B; lateri vero coni æqualis Γ. Oportet demonſtrare, coni ſuperficiem eamdem ad circulum A rationem habere, quam Γ ad B.



Sumatur enim media inter B, Γ proportionalis E; et ponatur circulus Δ habens eam, quæ ex centro, ipſi E æqualem. Æqualis eſt igitur circulus Δ coni ſuperficiei. Hoc enim in ſuperiore theoremate demonſtratum eſt. Demonſtratum eſt autem circulum Δ eamdem ad circulum A rationem habere, quam Γ ad B longitudine. Utraque enim ratio eadem eſt quæ ipſius E ad B poteſtate: eo quod circuli ſe

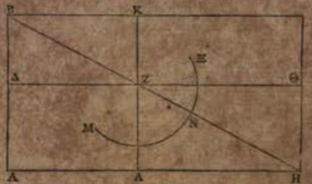
[a] νοείσθω [b] ἡ ΑΗ ὅτι κάθετος γάρ ἐστι ἐπὶ τὴν ΘΚ [c] ἀγομένης, ſic MS. [d] κοινῆς οὔσης [e] λαμβανομένης [f] ταῦτα

invicem habent, ut quadrata, quæ a diametris deſcribuntur; pariterque etiam ut quadrata, quæ deſcribuntur ab iis, quæ ex circulorum centris. Quod enim de diametris, idem etiam de eorum dimidiis dicendum eſt. At vero iis, quæ ex centris, ipſæ B, E æquales ſunt. Conſtat igitur ſuperficiem coni eamdem ad circulum A rationem habere, quam Γ ad B longitudine.

τράγωνα πρὸς ἄλληλα, ὁμοίως ᾗ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων. Αἱ γὰρ αἱ διάμετροι, καὶ τὰ ἡμίση, τουτέστιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων. Ταῖς δὲ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶν, αἱ Β, Ε. Δῆλον οὖν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου, πρὸς τὸν Α κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ Γ πρὸς Β μήκει.

LEMMA.

Sit parallelogrammum B A H, ejuſque diameter B H. Secetur latus B A utcunque in puncto Δ: et ducatur per punctum Δ parallela ipſi A H, Δ Θ; et per punctum Z ipſi B A parallela, K Λ. Dico ſpatium, quod ſub B A, A H continetur, æquale eſſe ſpatio, quod continetur ſub B Δ, Δ Z; ſpatioque, quod continetur ſub Δ A, et utraque ſimul Δ Z, A H.



Quoniam enim ſpatium quidem, quod ſub B A, A H continetur, totum eſt ſpatium B H; ſpatium vero, quod continetur ſub B Δ, Δ Z, eſt ſpatium B Z; denique ſpatium, quod continetur ſub Δ A, et utraque ſimul Δ Z, A H, eſt gnomon M N Ξ: nam ſpatium, quod continetur ſub Δ A, A H æquale eſt ſpatio K H; eo quod complementum K Θ æquale eſt complemento Δ Λ: et ſpatium, quod continetur ſub Δ A, Δ Z, æquale eſt ſpatio Δ Λ. Ideo totum ſpatium B H, nempe illud, quod ſub B A, A H continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub B Δ, Δ Z, et gnomoni M N Ξ; qui quidem ſpatio, quod ſub Δ A, et utraque ſimul A H, Δ Z continetur, æqualis eſt.

ΛΗΜΜΑ.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΒΑΗ, καὶ διάμετρος αὐτοῦ ἔστω ἡ ΒΗ. Τετμήσθω ἡ ΒΑ πλευρὰ ὡς ἔτυχεν κατὰ τὸ Δ, καὶ διὰ τοῦ Δ ἤχθω παράλληλος τῇ ΑΗ, ἡ ΔΘ· διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΒΑ, ἡ ΚΛ. Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ ΒΑ, ΑΗ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, [b] καὶ ὑπὸ ΔΑ, καὶ συναμφοτέρου τῆς [c] ΔΖ, ΑΗ. Ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν ὑπὸ ΒΑ, ΑΗ, ὅλον ἐστὶ τὸ ΒΗ· τὸ δὲ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, τὸ ΒΖ· τὸ δὲ ὑπὸ ΔΑ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΑΗ, ὁ ΜΝΞ γνώμων· τὸ μὲν γὰρ ὑπὸ ΔΑ, ΑΗ, ἴσον ἐστὶ τῷ ΚΗ· διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ΚΘ παραπλήρωμα, τῷ ΔΛ παραπληρώματι· τὸ δὲ ὑπὸ ΔΑ, ΔΖ, τῷ ΔΛ. Ὅλον ἄρα τὸ ΒΗ, ὅπερ ἐστὶ τὸ ΒΑ, ΑΗ, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ΜΝΞ γνώμονι, ὅς ἐστιν ἴσος τὸ ὑπὸ ΔΑ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΑΗ, ΔΖ.

EUTOCIUS.

Et quoniam ſpatium, quod ſub B A, A H continetur, æquale eſt tum ſpatio, quod continetur ſub B Δ, Δ Z, tum ſpatio, quod continetur ſub A Δ, et utraque ſimul Δ Z, A H; eo quod Δ Z parallela eſt ipſi A H. Quoniam enim Δ Z ipſi A H eſt parallela; ut B A ad A H, ita ſe habet B Δ ad Δ Z. Propterea ſpatium, quod ſub extremis B A, Δ Z continetur, ſpatio æquale eſt, quod continetur ſub mediis B Δ, A H. Quod autem ſpatium ſub B A, Δ Z continetur, id, per primum theorema ſecundi Elementorum libri, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub B Δ, Δ Z; et ſpatio, quod continetur ſub A Δ, Δ Z. Igitur etiam ſpatium, quod continetur ſub B Δ, A H, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub B Δ, Δ Z; et ſpatio, quod continetur ſub A Δ, Δ Z. Commune addatur ſpatium, quod ſub Δ A, A H continetur. Igitur ſpatium, quod ſub B Δ, A H continetur, una cum ſpatio, quod continetur ſub Δ A, A H; quod quidem illud eſt, quod ſub B A, A H continetur; æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub B Δ, Δ Z; et ſpatio, quod continetur ſub A Δ, Δ Z; et adhuc ſpatio, quod continetur ſub A Δ, A H.

Καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΗ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ τῆς ΑΔ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΑΗ, διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΔΖ τῇ ΑΗ. Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΔΖ τῇ ΑΗ, ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΗ, ἡ ΒΔ πρὸς ΔΖ. Καὶ διὰ τοῦτο τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων τῶν ΒΑ, ΔΖ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων τῶν ΒΔ, ΑΗ. Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΔΖ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΖ· διὰ τὸ πρῶτον θεώρημα τοῦ β´ βιβλίου τῶν Στοιχειώσεων. Καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΑΗ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ ΑΔ, ΔΖ. Κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ ΔΑ, ΑΗ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΔ, ΑΗ, μετὰ τοῦ ὑπὸ ΔΑ, ΑΗ, ὅπερ ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΒΑ, ΑΗ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ ΑΔ, ΔΖ, καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ ΑΔ, ΑΗ.

PROP. XVII. Theor.

Si conus iſoſceles plano ſecetur baſi parallelo, coni ſuperficiei, quæ inter parallela plana inter-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιζ´.

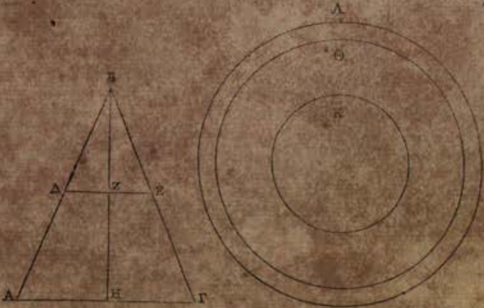
Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων

[b] καὶ τῷ ὑπὸ

[c] ΔΖΑΛ

[a] ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, ἴσος ἐςὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς τε πλευρᾶς τοῦ κώνου, τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, καὶ τῆς ἴσης ἀμφοτέραις ταῖς ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, τῶν ἐν τοῖς παραλλήλοις ἐπιπέδοις.

jicitur, æqualis eſt circulus, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis eſt inter coni latus, quod interjicitur inter parallela plana, et rectam utrique earum æqualem, quæ ex centris circulorum, qui in parallelis ſunt planis.



Ἔστω κῶνος, οὗ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον ἴσον τῷ Α Β Γ, καὶ τετμήσθω παραλλήλῳ ἐπιπέδῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν Δ Ε· ἄξων δὲ τοῦ κώνου ἔςω Β Η. Κύκλος δέ τις ἐκκείσθω, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέση ἀνάλογόν ἐςι τῆς τε Α Δ, καὶ συναμφοτέρου τῆς Δ Ζ, Η Α. Ἔςω δὲ κύκλος ὁ Θ. Λέγω ὅτι ὁ Θ κύκλος ἴσος ἐςὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, τῇ μεταξὺ τῶν Δ Ε, Α Γ.

Ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ Λ, Κ. Καὶ τοῦ μὲν Κ κύκλου ἡ ἐκ τοῦ κέντρου, δυνάσθω τὸ ὑπὸ Β Δ, Δ Ζ, τοῦ δὲ Λ, ἡ ἐκ τοῦ κέντρου, δυνάσθω τὸ ὑπὸ Β Α, Α Η. Ὁ μὲν ἄρα Λ κύκλος ἴσος ἐςὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ Α Β Γ κώνου· ὁ δὲ Κ κύκλος ἴσος ἐςὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ Δ Ε Β. Καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν Β Α, Α Η, ἴσον ἐςὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν Β Δ, Δ Ζ, καὶ τῷ ὑπὸ τῆς Α Δ, καὶ συναμφοτέρου τῆς Δ Ζ, Α Η, διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν Δ Ζ τῇ Α Η· ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ Α Β, Α Η δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου· τὸ δὲ ὑπὸ Β Δ, Δ Ζ δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Κ κύκλου· τὸ δὲ ὑπὸ τῆς Δ Α, καὶ συναμφοτέρου τῆς Δ Ζ, Α Η δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Θ. Τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου, ἴσον ἐςὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν Κ, Θ κύκλων. Ὥςε καὶ ὁ Λ κύκλος ἴσος ἐςὶ τοῖς Κ, Θ κύκλοις. Ἀλλ' ὁ μὲν Λ ἴσος ἐςὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ Β Α Γ κώνου. Ὁ δὲ Κ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ Δ Β Ε κώνου. Λοιπὴ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἡ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν Δ Ε, Α Γ, ἴση ἐςὶ τῷ Θ κύκλῳ.

Sit conus, cujus triangulum, quod per axem agitur, triangulo A B Γ æquale ſit; et ſecetur plano baſi parallelo, quod ſectionem faciat Δ E: ſitque coni axis B H. Ponatur autem quidam circulus, cujus ea, quæ ex centro, media ſit proportionalis inter A Δ, et utramque ſimul Δ Z, H A. Atque hic quidem circulus ſit Θ. Dico, circulum Θ coni ſuperficiei, quæ inter Δ E, A Γ interjicitur, æqualem eſſe.

Ponantur enim circuli Λ, K. Atque ea quidem, quæ ex centro circuli K, poſſit ſpatium, quod ſub B Δ, Δ Z continetur; quæ vero ex centro circuli Λ, ſpatium poſſit, quod continetur ſub B A, A H. Igitur circulus Λ æqualis eſt ſuperficiei coni A B Γ; et circulus K æqualis eſt ſuperficiei coni Δ E B. Et quoniam ſpatium, quod ſub B A, A H continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub B Δ, Δ Z, ſpatio quo, quod continetur ſub A Δ, et utraque ſimul Δ Z, A H; eo quod Δ Z ipſi A H eſt parallela; ac ſpatium quidem, quod ſub A B, A H continetur, ea poteſt quæ ex centro circuli Λ; ſpatium vero, quod continetur ſub B Δ, Δ Z, ea poteſt, quæ ex centro circuli K; denique ſpatium, quod continetur ſub Δ A, et utraque ſimul Δ Z, A H, ea poteſt, quæ ex centro circuli Θ. Ideo quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli Λ, æquale eſt quadratis, quæ deſcribuntur ab iis, quæ ex centris circulorum K, Θ. Quare etiam circulus Λ æqualis eſt circulis K, Θ. Æqualis eſt autem circulus quidem Λ ſuperficiei coni B A Γ; circulus vero K ſuperficiei coni Δ B E. Reliqua igitur, quæ inter parallela plana Δ E, A Γ interjicitur, coni ſuperficies circulo Θ eſt æqualis.

[a] τῇ ἐπιφανείᾳ.

LEMMATA.

1. Coni, qui æquales habuerint altitudines, eamdem quam baſes rationem habent. Et qui baſes habuerint æquales, eamdem quam altitudines habent rationem.

2. Si cylindrus plano ſecetur baſi parallelo, ut cylindrus ad cylindrum, ita ſe habet axis ad axem.

3. Coni eamdem quam cylindri rationem habent, qui eamdem ac cylindri baſim habuerint.

4. Æqualium conorum reciprocantur baſes, et altitudines. Et quorum baſes, et altitudines reciprocantur, hi ſunt æquales.

5. Et coni, quorum, quæ in baſibus ſunt, diametri eamdem quam axes, hoc eſt altitudines, rationem habuerint, rationem habent inter ſe invicem triplam rationis diametrorum, quæ ſunt in baſibus.

Hæc autem omnia ab iis, qui ante nos fuerunt, demonſtrata ſunt.

ΛΗΜΜΑΤΑ.

α΄. Οἱ κῶνοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς [e] βάσεσι. [f] Καὶ οἱ ἴσας ἔχοντες βάσεις, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς ὕψεσιν.

β΄. Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παρὰ τὴν βάσιν, ἔστιν ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, [g] ὡς ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.

γ΄. Τοῖς δὲ κυλίνδροις ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν οἱ κῶνοι, οἱ ἔχοντες τὰς αὐτὰς βάσεις τοῖς κυλίνδροις.

δ΄. [h] Καὶ τῶν ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. Καὶ ὧν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσί.

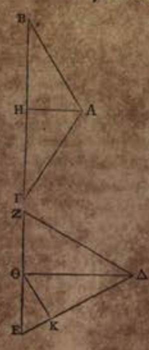
ε΄. Καὶ οἱ κῶνοι ὧν αἱ διάμετροι τῶν βάσεων, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τοῖς ἄξοσι, τουτέστι τοῖς ὕψεσι, πρὸς [i] ἀλλήλας ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.

Ταῦτα δὲ πάντα ὑπὸ τῶν πρότερον ἀπεδείχθη.

PROP. XVIII. Theor.

Si duo ſint coni iſoſceles, et alterius quidem ſuperficies alterius baſi æqualis ſit; quæ autem a centro baſis ad coni latus normalis ducitur, æqualis ſit altitudini, coni æquales erunt.

Sint duo coni iſoſceles ΑΒΓ, ΔΕΖ: et coni quidem ΑΒΓ baſis ſuperficiei coni ΔΕΖ æqualis ſit; altitudo autem ΑΗ æqualis ſit rectæ ΚΘ, quæ a baſis centro Θ ad unum coni latus, puta ΔΕ, normalis ducitur: dico conos æquales eſſe.



Quoniam enim æqualis eſt coni ΑΒΓ baſis ſuperficiei coni ΔΕΖ, et quæ æqualia ſunt, ea ad idem eamdem habent rationem; ideo ut coni ΒΑΓ baſis ad baſim coni ΔΕΖ, ita ſe habet ſuperficies coni ΔΕΖ ad baſim coni ΔΕΖ. Ut autem ſuperficies ad propriam baſim, ita ſe habet ΔΘ ad ΘΚ. Demonſtratum eſt enim, cujuſlibet coni iſoſcelis ſuperficiem eamdem ad baſim rationem habere, quam coni latus ad eam, quæ ex centro baſis; hoc eſt quam ΔΕ ad ΕΘ. Præterea ut ΕΔ ad ΘΕ, ita ſe habet ΔΘ ad ΘΚ. Æquiangula enim ſunt triangula. Æqualiſque ΘΚ ipſi ΑΗ. Ut igitur coni ΒΑΓ baſis ad baſim coni ΔΕΖ, ita ſe habet coni ΔΕΖ altitudo ad altitudinem coni ΑΒΓ. Conorum igitur ΑΒΓ, ΔΕΖ baſes, et altitudines reciprocantur. Eſt igitur conus ΒΑΓ cono ΔΕΖ æqualis.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιη΄.

Ἐὰν ὦσι δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου κώνου ἐπιφάνεια ἴση ᾖ τῇ τοῦ ἑτέρου βάσει, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου κάθετος ἀγομένη τῷ ὕψει ἴση ᾖ, ἴσοι ἔσονται οἱ κῶνοι.

Ἔστωσαν δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ· καὶ τοῦ ΑΒΓ ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ· τὸ δὲ ὕψος τὸ ΑΗ, ἴσον ἔστω τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ Θ, ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κώνου, οἷον ἐπὶ τὴν ΔΕ [k] καθέτῳ ἠγμένῃ τῇ ΚΘ· λέγω ὅτι ἴσοι εἰσὶν οἱ κῶνοι.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ βάσις τοῦ ΑΒΓ, τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ, τὰ δὲ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὡς ἄρα ἡ τοῦ ΒΑΓ βάσις, πρὸς τὴν τοῦ ΔΕΖ βάσιν, [l] οὕτως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΔΕΖ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΔΕΖ. Ἀλλ' ὡς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, [m] οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΘΚ. Ἐδείχθη γὰρ τοῦτο, ὅτι παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως, τουτέστι ἡ ΔΕ πρὸς ΕΘ. Ὡς δὲ ἡ ΕΔ πρὸς ΘΕ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ΘΚ. Ἰσογώνια γάρ ἐστι τὰ τρίγωνα. Ἴση δὲ ἐστὶν ἡ ΘΚ τῇ ΑΗ. Ὡς ἄρα ἡ βάσις τοῦ ΒΑΓ, πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΔΕΖ, [n] οὕτως τὸ ὕψος τοῦ ΔΕΖ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ ΑΒΓ. [o] Τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ἴσος ἄρα ἐστὶ ὁ ΒΑΓ τῷ ΔΕΖ κώνῳ.

[e] ὕψεσιν [f] καὶ οἱ ἴσας ἔχοντες βάσεις τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς ὕψεσιν in MS. deſunt. [g] In MS. ὡς deeſt. [h] καὶ τῶν ἴσων κώνων [i] ἀλλήλων [k] κάθετον [l] αἱ ἐπιφάνεια [m] αἱ ἡ ΕΘ [n] αἱ τὸ ὕψος [o] τοῦ

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιθ'.

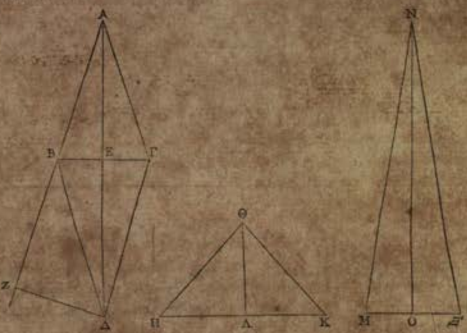
Παντὶ ῥόμβῳ ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένῳ, ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου κώνου τῶν περιεχόντων τὸν ῥόμβον, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου.

Ἔστω ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος ὁ ΑΒΓΔ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΓ κύκλος, ὕψος δὲ τὸ ΑΔ. Ἐκκείσθω δέ τις ἕτερος ὁ ΗΘΚ, τὴν μὲν βάσιν ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΒΓ κώνου ἴσην, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου καθέτῳ ἐπὶ τὴν ΑΒ, ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἠγμένῃ. Ἔστω δὲ ἡ ΔΖ, τὸ δὲ ὕψος τοῦ ΘΗΚ κώνου, ἔστω τὸ ΘΛ, ἴσον δή ἐστι τὸ ΘΛ τῇ ΔΖ. Λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ κῶνος τῷ ῥόμβῳ.

PROP. XIX. Theor.

Cuilibet ex iſoſcelibus conis compoſito rhombo æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat alterius ex conis, qui rhombum componunt, ſuperficiei æqualem; altitudinem vero æqualem rectæ, quæ ab alterius coni vertice ad unum coni alterius latus normalis ducitur.

Sit rhombus ex iſoſcelibus conis compoſitus ΑΒΓΔ, cujus baſis circulus, qui circa diametrum ΒΓ deſcribitur, et altitudo ΑΔ. Ponatur autem alius quidam conus ΗΘΚ baſim quidem habens ſuperficiei coni ΑΒΓ æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto Δ ad ΑΒ, aut eam, quæ ipſi in directo jacet, normalis ducitur. Ea ſit ΔΖ; et coni ΘΗΚ altitudo ſit ΘΛ, quæ quidem ipſi ΔΖ æqualis eſt. Dico conum rhombo æqualem eſſe.



Ἐκκείσθω γὰρ ἕτερος κῶνος ὁ ΜΝΞ, τὴν μὲν βάσιν ἔχων ἴσην τῇ βάσει τοῦ ΑΒΓ κώνου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΑΔ. Καὶ ἔστω τὸ ὕψος αὐτοῦ τὸ ΝΟ. Ἐπεὶ οὖν ἡ ΝΟ, τῇ ΑΔ ἴση ἐστὶν, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΝΟ πρὸς ΔΕ, [p] οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς ΔΕ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΔ πρὸς ΔΕ, οὕτως ὁ ΑΒΓΔ ῥόμβος πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον. Ὡς δὲ ἡ ΝΟ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ὁ ΜΝΞ κῶνος πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον, διὰ τὸ τὰς βάσεις αὐτῶν εἶναι ἴσας. Ὡς ἄρα ὁ ΜΝΞ κῶνος, πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον, οὕτως ὁ ΑΒΓΔ ῥόμβος, πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΜΝΞ, τῷ ΑΒΓΔ ῥόμβῳ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ, ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΗΘΚ· ὡς ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ, πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ βάσις τοῦ ΗΘΚ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΜΝΞ. Ἡ γὰρ βάσις τοῦ ΑΒΓ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΜΝΞ. Ὡς δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΕ, τουτέστιν ἡ ΑΔ πρὸς ΔΖ. Ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα. Ὡς ἄρα ἡ βάσις τοῦ ΗΘΚ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΜΝΞ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς ΔΖ. Ἴση δὲ ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΝΟ, ὑπέκειτο γάρ· ἡ δὲ ΔΖ τῇ ΛΘ. [q] Ὡς

Ponatur enim alius conus ΜΝΞ, qui baſim quidem habeat coni ΑΒΓ baſi æqualem, altitudinem vero æqualem ipſi ΑΔ. Altitudo coni illius ſit ΝΟ. Quoniam igitur ΝΟ æqualis eſt ipſi ΑΔ, ut ΝΟ ad ΔΕ, ita ſe habet ΑΔ ad ΔΕ. Ut autem ΑΔ ad ΔΕ, ita ſe habet rhombus ΑΒΓΔ ad conum ΒΓΔ. Ut autem ΝΟ ad ΔΕ ita ſe habet ΜΝΞ conus ad conum ΒΓΔ; eo quod eorum baſes ſunt æquales. Ut igitur conus ΜΝΞ ad conum ΒΓΔ, ita ſe habet rhombus ΑΒΓΔ ad conum ΒΓΔ. Æqualis eſt igitur conus ΜΝΞ rhombo ΑΒΓΔ. Et quoniam coni ΑΒΓ ſuperficies æqualis eſt baſi coni ΗΘΚ; ut coni ΑΒΓ ſuperficies ad propriam baſim, ita ſe habet baſis coni ΗΘΚ ad baſim coni ΜΝΞ. Baſis enim coni ΑΒΓ baſi coni ΜΝΞ eſt æqualis. Ut autem coni ΑΒΓ ſuperficies ad propriam baſim, ita ſe habet ΑΒ ad ΒΕ; hoc eſt ΑΔ ad ΔΖ. Triangula enim ſunt ſimilia. Ut igitur baſis coni ΗΘΚ ad baſim coni ΜΝΞ, ita ſe habet ΑΔ ad ΔΖ. Æqualis eſt autem ΑΔ ipſi ΝΟ, quippe quæ æqualis poſita eſt; et ΔΖ ipſi ΘΛ. Ut

[p] In MS. pro οὕτως ſemper eſt ὡς.

[q] ὡς ἄρα

igitur baſis coni H Θ K ad baſim coni M N Ξ, ita ſe habet altitudo N O ad altitudinem Θ Λ. Conorum igitur H Θ K, M N Ξ baſes, et altitudines reciprocantur. Igitur coni æquales ſunt. Demonſtratum autem eſt, conum M N Ξ æqualem eſſe rhombo A B Γ Δ: igitur etiam conus H Θ K rhombo A B Γ Δ eſt æqualis.

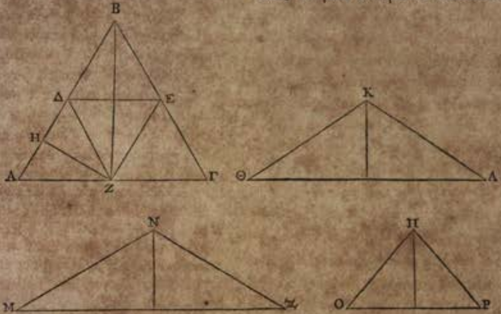
ἄρα ἡ βάσις τῦ Η Θ Κ πρὸς τὴν βάσιν τῦ Μ Ν Ξ, ὅτως τὸ Ν Ο ὕψος [1] πρὸς τὸ Θ Λ. Τῶν Η Θ Κ, Μ Ν Ξ ἄρα κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ἴσοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι. Ἐδείχθη δὲ ὁ Μ Ν Ξ ἴσος τῷ Α Β Γ Δ ῥόμβῳ· καὶ ὁ Η Θ Κ ἄρα κῶνος ἴσος ἐςὶ τῷ Α Β Γ Δ ῥόμβῳ.

PROP. XX. Theor.

Si conus iſoſceles plano ſecetur baſi parallelo; et ab eo, qui oritur, circulo conus deſcribatur verticem habens centrum baſis; quique oritur rhombus auferatur a toto cono; reſiduo æqualis erit conus, qui baſim quidem habeat coni ſuperficiei æqualem, quæ inter parallela plana interjicitur, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro baſis ad unum coni latus normalis ducitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κ΄.

Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ἀπὸ δὲ τοῦ γινομένου κύκλου, κῶνος ἀναγραφῇ κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον τῆς βάσεως, ὁ δὲ γινόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τῦ ὅλου κώνου, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔςαι κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως, ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.



Sit conus iſoceles A B Γ, planoque ſecetur baſi parallelo, quod ſectionem faciat Δ E. Centrum autem baſis ſit punctum Z, et a circulo, qui circa diametrum Δ E eſt, conus deſcribatur verticem habens punctum Z. Erit utique rhombus B Δ Z E ex iſoſcelibus conis compoſitus. Ponatur autem conus quidam K Θ Λ, cujus quidem baſis ſuperficiei, quæ inter Δ E, A Γ interjicitur, æqualis ſit, altitudo vero æqualis rectæ Z H, quæ a puncto Z ad A B normalis ducitur. Dico, ſi a cono A B Γ ablatus eſſe intelligatur rhombus B Δ Z E, conum Θ K Λ reſiduo æqualem fore.

Ἔςω κῶνος ἰσοσκελὴς ὁ Α Β Γ, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν Δ Ε. Κέντρον δὲ τῆς βάσεως ἔςω τὸ Ζ, καὶ ἀπὸ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν Δ Ε κύκλου, κῶνος ἀναγεγράφθω κορυφὴν ἔχων τὸ Ζ. Ἔςαι δὴ ῥόμβος ὁ Β Δ Ζ Ε, ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος. Ἐκκείσθω δή τις κῶνος ὁ Κ Θ Λ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἔςω ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν Δ Ε, Α Γ, τὸ δὲ ὕψος, ἀχθείσης ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου καθέτου ἐπὶ τὴν Α Β τῆς Ζ Η, ἔςω ἴσον τῇ Ζ Η. Λέγω ὅτι ἐὰν ἀπὸ τοῦ Α Β Γ κώνου νοηθῇ ἀφῃρημένος ὁ Β Δ Ζ Ε ῥόμβος, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔςαι ὁ Θ Κ Λ κῶνος.

Ponantur enim duo coni M N Ξ, O Π P ejuſmodi, ut coni quidem M N Ξ baſis coni A B Γ ſuperficiei æqualis ſit, et altitudo æqualis ipſi Z H; hinc autem conus M N Ξ æqualis eſt cono A B Γ. Si enim duo ſint coni iſoſceles, et alterius ſuperficies alterius baſi æqualis ſit, et amplius quæ a centro baſis ad coni latus normalis ducitur, æqualis ſit altitudini, coni æquales erunt. Coni vero O Π P baſis æqualis ſit ſuperficiei coni Δ B E,

Ἐκκείσθωσαν γὰρ [2] δύο κῶνοι οἱ Μ Ν Ξ, Ο Π Ρ, ὥςε τὴν μὲν τοῦ Μ Ν Ξ βάσιν ἴσην εἶναι τοῦ Α Β Γ κώνου τῇ ἐπιφανείᾳ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ Ζ Η· διὰ δὴ τοῦτο ἴσος ἐςὶν ὁ Μ Ν Ξ κῶνος τῷ Α Β Γ κώνῳ. Ἐὰν γὰρ ὦσι δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου ἐπιφάνεια ἴση ᾖ τῇ τοῦ ἑτέρου βάσει, ἔτι δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου ἀγομένη κάθετος, τῷ ὕψει ἴση, ἴσοι ἔσονται οἱ κῶνοι. Τὴν δὴ τοῦ Ο Π Ρ κώνου βάσιν ἴσην εἶναι τῇ

[1] πρὸς τὸ Θ Λ τοῦ Η Θ Κ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ Μ Ν Ξ, οὕτως τὸ Ν Ο ὕψος πρὸς τὸ Θ Λ. Τῶν Η Θ Κ, Μ Ν Ξ ἄρα κώνων ἀντιπεπόνθασιν [2] οἱ δύο κῶνοι

ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ κώνου, ὕψος δὲ τῇ ΖΗ· διὰ δὴ [1] ταῦτα ἴσος ἐστὶν ὁ ΟΠΡ κῶνος, τῷ ΒΔΖΕ ῥόμβῳ. Τοῦτο γὰρ προαποδέδεικται. Ἐπεὶ δὲ ἡ τοῦ ΑΒΓ κώνου ἐπιφάνεια σύγκειται ἔκ τε τῆς ΒΔΕ ἐπιφανείας, καὶ τῆς μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ· ἀλλ' ἡ μὲν τοῦ ΑΒΓ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ [2] ΜΝΞ κώνου· ἡ δὴ τοῦ ΔΒΕ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΟΠΡ· ἡ δὲ μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ, ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΘΚΛ. Ἡ ἄρα τοῦ ΜΝΞ βάσις ἴση [3] ἐστὶ βάσεσι τῶν ΘΚΛ, ΟΠΡ· καί εἰσιν οἱ κῶνοι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος. Ἴσος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ ΜΝΞ κῶνος τοῖς ΘΚΛ, ΟΠΡ κώνοις. Ἀλλ' ὁ μὲν ΜΝΞ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΑΒΓ κώνῳ, ὁ δὲ ΠΟΡ, τῷ ΒΔΕΖ ῥόμβῳ. Λοιπὸς ἄρα ὁ ΘΚΛ κῶνος, τῷ περιλείμματι ἴσος ἐστίν.

et altitudo æqualis ipſi ZH; atque hinc conus OΠP æqualis eſt rhombo BΔZE. Hoc enim ſupra demonſtratum eſt. Quoniam vero coni ABΓ ſuperficies componitur ex ſuperficie coni BΔE, atque ex ea, quæ inter ΔE, AΓ interjicitur: et coni quidem ABΓ ſuperficies æqualis eſt baſi coni MNΞ; ſuperficies vero coni ΔBE æqualis baſi coni OΠP; quæ denique inter ΔE, AΓ interjicitur, æqualis baſi coni ΘKΛ. Ideo baſis coni MNΞ conorum ΘKΛ, OΠP baſibus eſt æqualis: hi autem coni ſub eadem altitudine conſtituuntur. Æqualis eſt igitur conus MNΞ conis ΘKΛ, OΠP. Sed conus quidem MNΞ æqualis eſt cono ABΓ; conus vero ΠOP rhombo BΔEZ. Reliquus igitur conus ΘKΛ reſiduo eſt æqualis.

ΠΡΟΤ. κα'.

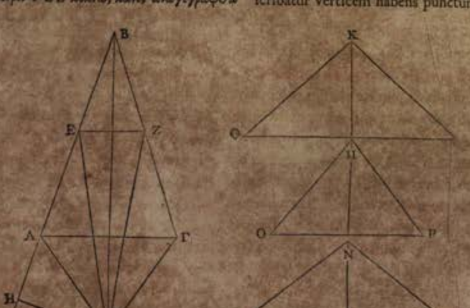
Ἐὰν ῥόμβου ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένου, ὁ ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου [4] κύκλου κῶνος ἀναγραφῇ, κορυφὴν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ ἑτέρῳ κώνῳ· ἀπὸ δὲ τοῦ ὅλου ῥόμβου ὁ γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται ὁ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

Ἔστω ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ τμηθήτω ὁ ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν ΕΖ, ἀπὸ δὲ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ κύκλου, κῶνος ἀναγεγράφθω

PROP. XXI. Theor.

Si rhombi ex iſoſcelibus conis compoſiti conus alter plano ſecetur baſi parallelo; et ab eo, qui oritur, circulo conus deſcribatur, eumdem atque alter conus verticem habens; quique oritur, rhombus a toto rhombo auferatur; reſiduo æqualis erit conus, qui baſim quidem habeat coni ſuperficiei æqualem, quæ inter parallela plana interjicitur, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a vertice coni alterius ad alterius coni latus normalis ducitur.

Sit rhombus ex iſoſcelibus conis compoſitus ABΓΔ; conuſque alter plano ſecetur baſi parallelo, quod ſectionem faciat EZ; et a circulo, qui circa diametrum EZ eſt, conus deſcribatur verticem habens punctum Δ. Orietur



τὴν κορυφὴν ἔχων τὸ Δ σημεῖον. Ἔσται δὴ γεγονὼς ῥόμβος ὁ ΕΒΖΔ, καὶ νοείσθω ἀφῃρημένος ἀπὸ τοῦ ὅλου ῥόμβου. Ἐκκείσθω δέ τις κῶνος ὁ ΘΚΛ, τὴν μὲν βάσιν ἴσην ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν ΑΓ, ΕΖ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου

utique rhombos EBZΔ, qui quidem intelligatur ablatus eſſe a toto rhombo. Ponatur autem conus quidam ΘKΛ, baſim quidem habens ſuperficiei, quæ inter AΓ, EZ interjicitur, æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a

[1] τούτοις [2] ΜΝΞ κώνου. Ἡ δὲ τοῦ ΔΒΕ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ in MS. deſunt. [3] ἐστὶ ταῖς βάσεσι [4] κώνου κύκλος

puncto Δ ad BA, aut eam, quæ ipſi in directo jacet, normalis ducitur. Dico, conum ΘKΛ ei, quod diximus, reſiduo æqualem eſſe.

Ponantur enim duo coni MNΞ, OΠP. Ac coni quidem MNΞ baſis coni ABΓ ſuperficiei æqualis ſit, et altitudo rectæ ΔH; æqualis eſt autem ex iis, quæ demonſtrata ſunt, conus MNΞ rhombo ABΓΔ; coni vero OΠP baſis æqualis ſit ſuperficiei coni EBZ, et altitudo rectæ item ΔH; eſt autem pariter conus OΠP rhombo EBZΔ æqualis. Quoniam vero coni ABΓ ſuperficies pariter componitur ex ſuperficie coni EBZ, atque ex ea, quæ inter EZ, AΓ interjicitur: et coni quidem ABΓ ſuperficies æqualis eſt baſi coni MNΞ; ſuperficies vero coni EBZ æqualis baſi coni OΠP; quæ denique inter EZ, AΓ interjicitur, æqualis baſi coni ΘKΛ: ideo baſis coni MNΞ conorum OΠP, ΘKΛ baſibus eſt æqualis. Hi autem coni ſub eadem altitudine conſtituuntur. Æqualis eſt igitur conus MNΞ conis ΘKΛ, OΠP. Sed conus quidem MNΞ æqualis eſt rhombo ABΓΔ; conus vero OΠP rhombo EBZΔ. Reliquus igitur conus ΘKΛ reſiduo eſt æqualis.

καθέτου ἀγομένη ἐπὶ τὴν BA, ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας αὐτῇ. Λέγω ὅτι ὁ ΘKΛ κῶνος ἴσος ἐςὶ τῷ εἰρημένῳ περιλείμματι.

Ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο κῶνοι, οἱ MNΞ, OΠP. Καὶ ἡ μὲν βάσις τοῦ MNΞ κώνου ἴση ἔςω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ABΓ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΔH· διὰ δὴ τὰ προδειχθέντα, ἴσος ἐςὶν ὁ MNΞ κῶνος τῷ ABΓΔ ῥόμβῳ· τοῦ δὲ OΠP κώνου, ἡ μὲν βάσις ἴση ἔςω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ EBZ κώνου, ὁ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΔH· ὁμοίως δὴ ἴσος ἐςὶν ὁ OΠP κῶνος τῷ EBZΔ ῥόμβῳ. Ἐπεὶ δὲ ὁμοίως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ABΓ κώνου, σύγκειται ἐκ τῆς τοῦ EBZ, καὶ τῆς μεταξὺ τῶν EZ, AΓ· ἀλλὰ ἡ μὲν τοῦ ABΓ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐςὶ τῇ βάσει τοῦ MNΞ, ἡ δὲ τοῦ EBZ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐςὶ τῇ βάσει τοῦ OPΠ κώνου, ἡ δὲ μεταξὺ τῶν EZ, AΓ ἴση ἐςὶ τῇ βάσει τοῦ ΘKΛ· ἡ ἄρα βάσις τοῦ MNΞ ἴση ἐςὶ ταῖς βάσεσι τῶν OΠP, ΘKΛ. Καί εἰσιν οἱ κῶνοι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος. Καὶ ὁ MNΞ ἄρα κῶνος ἴσος ἐςὶ τοῖς ΘKΛ, OΠP κώνοις. Ἀλλ' ὁ μὲν MNΞ κῶνος ἴσος ἐςὶ τῷ ABΓΔ ῥόμβῳ, ὁ δὲ OΠP κῶνος τῷ EBZΔ ῥόμβῳ. Λοιπὸς ἄρα ὁ κῶνος ὁ ΘKΛ, ἴσος ἐςὶ τῷ περιλείμματι τῷ λοιπῷ.

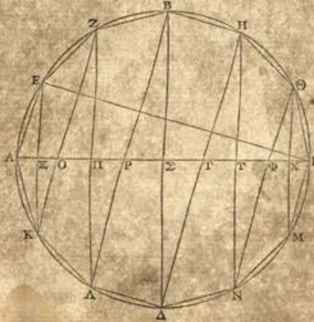
PROP. XXII. Theor.

Si circulo polygonum inſcribatur parilaterum idemque æquilaterum, rectæque ducantur polygoni latera jungentes, quæ unicuilibet ex iis, quæ duobus polygoni lateribus ſubjiciuntur, parallelæ ſint; quæ jungunt omnes polygoni latera, hæ ad circuli diametrum eamdem habent rationem, quam quæ dimidiis polygoni lateribus, præterquam uni, ſubjicitur, ad latus polygoni.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κβ'.

Ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ ἀρτιόπλευρόν τε καὶ ἰσόπλευρον, καὶ διαχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπιζευγνύουσαι τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου, ὥςε αὐτὰς παραλλήλους εἶναι μιᾷ ὁποιᾳοῦν τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν, αἱ ἐπιζευγνύουσαι πᾶσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τοῦτον ἔχουσι τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ὑποτείνουσα τὰς μιᾷ ἐλάσσονας τοῦ ἡμίσεως, πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου.

Sit circulus ABΓΔ; eique polygonum inſcribatur AEZBHΘΓMNΔΛK; et jungantur EK, ZΛ, BΔ, HN, ΘM. Conſtat utique haſce rectas ei parallelas eſſe, quæ duobus polygoni lateribus ſubjicitur. Dico igitur omnes, quas diximus, rectas eamdem ad circuli diametrum rationem habere, quam ΓE ad EA.



Ἔςω κύκλος ὁ ABΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ πολύγωνον ἐγγεγράφθω τὸ AEZBHΘΓMNΔΛK· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ EK, ZΛ, BΔ, HN, ΘM. Δῆλον δὴ ὅτι παράλληλοί εἰσι τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινούσῃ. Λέγω οὖν, ὅτι αἱ εἰρημέναι πᾶσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τὴν AΓ, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τῷ τῆς ΓE πρὸς EA.

Jungantur enim ZK, ΛB, HΔ, ΘN. Parallela igitur eſt ZK quidem ipſi EA; BΛ vero ipſi ZK; et amplius ΔH quidem ipſi BΛ; ΘN vero ipſi ΔH; denique ΓM ipſi ΘN. Et quoniam duæ ſunt rectæ parallelæ EA, KZ,

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ZK, ΛB, HΔ, ΘN. Παράλληλος ἄρα ἡ μὲν ZK τῇ EA, ἡ δὲ BΛ τῇ ZK· καὶ ἔτι ἡ μὲν ΔH τῇ BΛ, ἡ δὲ ΘN τῇ ΔH, καὶ ἡ ΓM τῇ ΘN. Καὶ ἐπεὶ δύο παράλληλοί εἰσιν αἱ

ΕΑ, ΚΖ, καὶ δύο διηγμέναι εἰσὶν αἱ ΕΚ, ΛΟ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΕΞ, πρὸς ΞΑ, ἡ ΚΞ πρὸς ΞΟ· ὡς δὲ ἡ ΚΞ πρὸς ΞΟ, ἡ ΖΠ πρὸς ΠΟ· ὡς δὲ ἡ ΖΠ πρὸς ΠΟ, ἡ ΛΠ πρὸς ΠΡ· ὡς δὲ ἡ ΛΠ πρὸς ΠΡ, οὕτως ἡ ΒΣ πρὸς ΣΡ· καὶ ἔτι ὡς ἡ μὲν ΒΣ πρὸς ΣΡ ἡ ΔΣ πρὸς ΣΤ· ὡς δὲ ἡ ΔΣ πρὸς ΣΤ, ἡ ΗΥ πρὸς ΥΤ· καὶ ἔτι ὡς ἡ μὲν ΗΥ πρὸς ΥΤ, ἡ ΝΥ πρὸς ΥΦ· ὡς δὲ ἡ ΝΥ πρὸς ΥΦ, ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ· καὶ ἔτι ὡς μὲν ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ, ἡ ΜΧ πρὸς ΧΓ. Καὶ πάντα ἄρα πρὸς πάντα ἐστὶν [y] ὡς εἷς τῶν λόγων πρὸς ἕνα. Ὡς ἄρα ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, οὕτως αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον. Ὡς δὲ ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ. Ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ, οὕτως πᾶσαι αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον.

ductæque item duæ ΕΚ, ΛΟ; ideo ut ΕΞ ad ΞΑ, ita ſe habet ΚΞ ad ΞΟ; et ut ΚΞ ad ΞΟ, ita ΖΠ ad ΠΟ; et ut ΖΠ ad ΠΟ, ita ΛΠ ad ΠΡ; et ut ΛΠ ad ΠΡ, ita ΒΣ ad ΣΡ; et amplius ut ΒΣ ad ΣΡ, ita ΔΣ ad ΣΤ; et ut ΔΣ ad ΣΤ, ita ΗΥ ad ΥΤ; et amplius ut ΗΥ ad ΥΤ, ita ΝΥ ad ΥΦ; et ut ΝΥ ad ΥΦ, ita ΘΧ ad ΧΦ; denique ut ΘΧ ad ΧΦ, ita ΜΧ ad ΧΓ. Igitur omnes ſe habent ad omnes, ut una ad unam. Ut igitur ΕΞ ad ΞΑ, ita ſe habent ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ ad diametrum ΑΓ. Ut autem ΕΞ ad ΞΑ, ita ſe habet ΓΕ ad ΕΑ. Ut igitur ΓΕ ad ΕΑ, ita ſe habent omnes ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ ad diametrum ΑΓ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κγʹ.

Ἐὰν εἰς τμῆμα κύκλου πολύγωνον ἐγγραφῇ τὰς πλευρὰς ἔχον, χωρὶς τῆς βάσεως, ἴσας καὶ ἀρτίους, ἀχθῶσιν δὲ εὐθεῖαι παρὰ τὴν βάσιν τοῦ τμήματος, τὰς πλευρὰς ἐπιζευγνύουσαι τοῦ πολυγώνου, αἱ ἀχθεῖσαι πᾶσαι καὶ ἡμίσεια τῆς βάσεως, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος, τὸν αὐτὸν λόγον ἕξουσιν, ὃν ἡ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἐπιζευγνυμένη, πρὸς τὴν τοῦ πολυγώνου πλευράν.

Εἰς γὰρ κύκλον τὸν ΑΒΓ, διήχθω τις εὐθεῖα ἡ ΑΓ, καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ πολύγωνον ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα ἀρτιόπλευρόν τε, καὶ ἴσας ἔχον τὰς πλευράς, χωρὶς τῆς βάσεως τῆς ΑΓ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΗ, ΕΘ, αἵ εἰσι παράλληλοι τῇ βάσει τοῦ τμήματος. Λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ πρὸς ΒΞ, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ.

Πάλιν γὰρ ὁμοίως ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΕ, ΑΘ· παράλληλοι ἄρα εἰσὶ τῇ ΒΖ. Διὰ δὴ ταῦτα ἐστὶν ὡς ἡ ΚΖ πρὸς ΚΒ, ἥτε ΗΚ πρὸς ΚΛ, καὶ ἡ ΕΜ πρὸς ΜΛ, καὶ ἡ ΜΘ πρὸς ΜΝ, καὶ ἡ ΞΑ πρὸς ΞΝ. Καὶ ὡς ἄρα πάντα πρὸς πάντα, εἷς τῶν λόγων πρὸς ἕνα. Ὡς ἄρα αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ [z] πρὸς ΒΞ, οὕτως ἡ ΖΚ πρὸς ΚΒ. Ὡς δὲ ἡ ΖΚ πρὸς ΚΒ, [a] οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ. Ὡς ἄρα ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ, [b] οὕτως αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ πρὸς ΒΞ.

PROP. XXIII. Theor.

Si circuli ſegmento polygonum inſcribatur latera habens, excepta baſe, æqualia numeroque paria, rectæque ducantur ſegmenti baſi parallelæ, polygoni latera jungentes; quæ ductæ ſunt omnes, et adhuc ipſius baſis dimidia ad ſegmenti altitudinem eamdem habent rationem, quam quæ a circuli diametro ad polygoni latus ducitur, ad latus polygoni.



Ducatur enim in circulo ΑΒΓ recta quædam ΑΓ; ſegmentoque ΑΒΓ ſuper ΑΓ polygonum inſcribatur latera habens, excepta baſe ΑΓ, æqualia numeroque paria; ducanturque ΖΗ, ΕΘ, quæ ſegmenti ipſius baſi parallelæ ſint. Dico, ut ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ ad ΒΞ, ita ſe habere ΔΖ ad ΖΒ.

Rurſus enim pariter jungantur ΗΕ, ΑΘ; quæ quidem ipſi ΖΒ parallelæ ſunt. Eadem vero ratione, ut ΚΖ ad ΚΒ, ita ſe habet tum ΗΚ ad ΚΛ, tum ΕΜ ad ΜΛ, tum ΜΘ ad ΜΝ, tum ΞΑ ad ΞΝ. Ut igitur omnes ad omnes, ita ſe habet una ad unam. Igitur ut ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ ad ΒΞ, ita ſe habet ΖΚ ad ΚΒ. Ut autem ΖΚ ad ΚΒ, ita ſe habet ΔΖ ad ΖΒ. Ut igitur ΔΖ ad ΖΒ, ita ſe habent ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ ad ΒΞ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κδʹ.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ

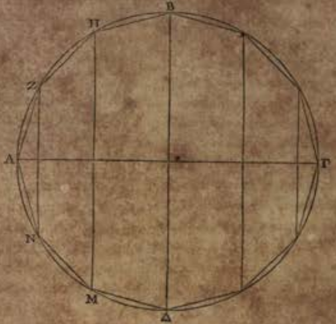
PROP. XXIV. Theor.

Sit in ſphæra maximus circulus ΑΒΓΔ; eique inſcribatur polygonum æquilaterum, et ip-

[y] ὡς τὸν λόγον [z] πρὸς ὃ [a] ὃ [b] ὃ

79854

ſius laterum multitudinem quaternarius metiatur. Sint autem AΓ, BΔ diametri. Quod ſi, manente diametro AΓ, circulus, in quo eſt polygonum, circumagatur, conſtat fore, ut ejus quidem circumferentia ſecundum ſphæræ ſuperficiem feratur; polygoni autem anguli, exceptis qui ad puncta A, Γ ſunt, ferantur ſecundum circulorum orbes, qui recti ad circulum ABΓΔ in ſphæræ ſuperficie deſcripti ſunt. Atque horum diametri erunt rectæ, quæ ipſi BΔ parallelæ polygoni angulos jungunt. Porro polygoni latera ſecundum conos quoſdam ferentur; nimirum latera quidem AZ, AN ſecundum coni ſuperficiem, cujus baſis circulus, qui circa diametrum ZN deſcribitur, et vertex punctum A. Latera vero ZH, MN ſecundum coni ſuperficiem, cujus baſis circulus, qui circa diametrum MH deſcribitur, et vertex punctum illud, in quo eadem ZH, MN producta ſecum invicem, et cum AΓ concurrunt; denique latera BH, MΔ ſecundum coni ſuperficiem, cujus baſis circulus, qui circa diametrum BΔ deſcribitur, et vertex illud punctum, in quo eadem BH, ΔM producta concurrunt ſecum invicem, et cum AΓ. Pariter et in altero ſemicirculo ferentur latera ſecundum coni ſuperficies hiſce itidem ſimiles. Atque ita quidem inſcripta erit ſphæræ quædam figura iis, quas diximus, ſuperficiebus comprehenſa, cujus ſuperficies minor erit ſphæræ ſuperficie. Diviſa enim ſphæra acto per BΔ plano, rectoque ad circulum ABΓΔ, ſuperficies cum alterius hemiſphærii, tum figuræ eidem inſcriptæ eoſdem in uno plano terminos habent; ſiquidem utriuſque ſuperficiei terminus eſt circumferentia circuli, qui rectus ad circulum ABΓΔ circa diametrum BΔ deſcribitur; et utraque ad eaſdem partes cava eſt, alteraque ab altera, et a plano, quod eoſdem ac ipſa terminos habet, comprehenditur. Pariter etiam figuræ, quæ in altero hemiſphærio eſt, ſuperficies minor eſt hemiſphærii ſuperficie. Tota igitur ſuperficies figuræ, quæ in ſphæra eſt, ſphæræ ſuperficie eſt minor.



ᾗ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρεῖσθαι ὑπὸ τετράδος. Αἱ δὲ AΓ, BΔ διάμετροι ἔστωσαν. Ἐὰν δὴ μενούσης τῆς AΓ διαμέτρου, περιενεχθῇ ὁ ABΓΔ κύκλος ἔχων τὸ πολύγωνον, δῆλον ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια αὐτοῦ κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐνεχθήσεται· αἱ δὲ τοῦ πολυγώνου γωνίαι, χωρὶς τῶν * πρὸς A, Γ σημείοις, κατὰ κύκλων περιφερειῶν ἐνεχθήσονται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας γεγραμμένων ὀρθῶν πρὸς τὸν ABΓΔ κύκλον. Διάμετροι δὲ αὐτῶν ἔσονται, αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου παρὰ τὴν BΔ οὖσαι. Αἱ δὲ τοῦ πολυγώνου πλευραὶ κατά τινων κώνων ἐνεχθήσονται· αἱ μὲν AZ, AN κατ' ἐπιφανείας κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ZN, κορυφὴ δὲ τὸ A σημεῖον. Αἱ δὲ ZH, MN κατά τινος κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν MH, κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ ZH, MN ἀλλήλαις τε καὶ τῇ AΓ· αἱ δὲ BH, MΔ πλευραὶ κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις μέν ἐστιν ὁ κύκλος, ὁ περὶ διάμετρον τὴν BΔ, ὀρθὸς πρὸς τὸν ABΓΔ κύκλον, κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον, καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ BH, ΔM, ἀλλήλαις τε καὶ τῇ ΓA. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμικυκλίῳ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, πάλιν ὁμοίων ταύταις. Ἔσται δή τι σχῆμα ἐγγραφόμενον ἐν τῇ σφαίρᾳ ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, τῶν προειρημένων, οὗ ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἔσται τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. Διαιρεθείσης γὰρ τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν BΔ ὀρθοῦ, πρὸς τὸν ABΓΔ κύκλον, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρου ἡμισφαιρίου, καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιφανειῶν πέρας ἐστὶ τοῦ κύκλου ἡ περιφέρεια, τοῦ περὶ διάμετρον τὴν BΔ ὀρθοῦ πρὸς τὸν ABΓΔ κύκλον· καί εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ περιλαμβάνεται αὐτῶν ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας, καὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχοντος αὐτῇ. Ὁμοίως δὲ καὶ τοῦ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμισφαιρίῳ σχήματος ἡ ἐπιφάνεια, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφανείας. Καὶ ὅλη οὖν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

EUTOCIUS.

Et multitudinem laterum polygoni quaternarius metiatur. Id demum in cauſa eſt cur quaternarium po-

Τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν τοῦ πολυγώνου μετρείσθω ὑπὸ τετράδος. Ὑπὸ τετράδος βούλεται μετρεῖσθαι τὰς πλευρὰς τοῦ

* πρὸς τοῖς AΓ

πολυγώνῳ, διὰ τὸ τῷ κύκλῳ κινουμένῳ περὶ τὴν ΑΓ διάμετρον, πάσας τὰς πλευρὰς κατὰ κωνικῆς φέρεσθαι ἐπιφανείας, χρήσιμον ἐσόμενον αὐτῷ ἐν τοῖς ἑξῆς τὸ τοιοῦτον. Μὴ γὰρ ὑπὸ τετράδος μετρουμένων τῶν πλευρῶν τοῦ πολυγώνου, κἂν ἀρτιόπλευρον ᾖ, οὐ πάσας δυνατὸν κατὰ κωνικῆς φέρεσθαι ἐπιφανείας· ὡς κατανοῆσαι ἔνεστιν ἐπὶ τῶν τοῦ ἑξαγώνου πλευρῶν, δύο γὰρ τὰς ἀπεναντίον αὐτοῦ παραλλήλους πλευρὰς κατὰ κυλινδρικῆς φέρεσθαι ἐπιφανείας συμβαίνει. Ὅπερ, ὡς εἴρηται, οὐ χρήσιμον αὐτῷ πρὸς τὰ ἑξῆς.

lygoni latera metiri velit, quod circumacto circulo diametrum AΓ, latera omnia ſecundum conicas ſuperficies ferantur; quod ipſi in iis, quæ ſequuntur, uſui futurum eſt. Niſi enim polygoni latera quaternarius metiatur, quamvis parilaterum ſit, fieri tamen non poteſt, ut omnia ſecundum conicas ſuperficies ferantur: quod in hexagoni lateribus videre licet, cujus duo oppoſita latera, quæ parallela ſibi invicem ſunt ſecundum cylindricam ſuperficiem feruntur. Hoc autem, ut diximus, ipſi in iis, quæ ſequuntur, uſui non eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κέ.

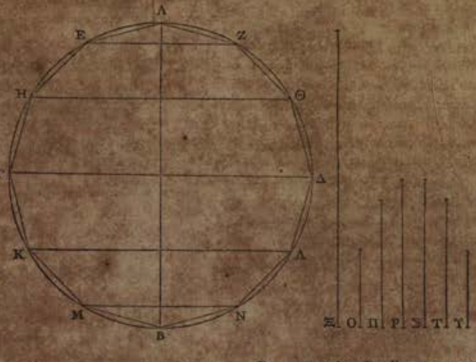
Ἡ τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς πλευρᾶς τοῦ σχήματος, καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς πλευρὰς [a] τοῦ πολυγώνου, ὡς τετραπλεύρους γίνεσθαι, καὶ παραλλήλους οὔσας τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινούσῃ εὐθείᾳ.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΓΒΔ, καὶ ἐν αὐτῷ πολύγωνον ἐγγεγράφθω ἰσόπλευρον, οὗ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετροῦνται· καὶ ἀπὸ τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου νοείσθω τι εἰς τὴν σφαῖραν ἐγγεγραφὲν σχῆμα· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ, παράλληλοι οὖσαι τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτεινούσῃ εὐθείᾳ. Κύκλος δή τις ἐκκείσθω ὁ Ξ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ, καὶ τῆς ἴσης ταῖς ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ. Λέγω ὅτι ὁ κύκλος οὗτος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ εἰς τὴν σφαῖραν ἐγγραφομένου σχήματος.

PROP. XXV. Theor.

Superficies figuræ ſphæræ inſcriptæ æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, poteſt ſpatium, quod ſub figuræ latere continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ polygoni latera jungunt, ita ut quadrilatera fiant, et parallelæ ſunt rectæ, quæ duobus polygoni lateribus ſubjicitur.

Sit in ſphæra maximus circulus ΑΓΒΔ, eique inſcribatur polygonum æquilaterum, cujus latera quaternarius metiatur; et intelligatur ab inſcripto polygono figura quædam in ſphæra deſcripta eſſe; junganturque ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ, quæ quidem rectæ, quæ duobus polygoni lateribus ſubjicitur, parallelæ ſint. Ponatur autem circulus quidam Ξ, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium, quod ſub ΑΕ, rectaque ipſis ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ æqualis continetur. Dico, hunc circulum figuræ ſphæræ inſcriptæ ſuperficiei æqualem eſſe.



Ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ. Καὶ τοῦ μὲν Ο, ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΑ, καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΕΖ· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Π, δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΕΖ, ΗΘ· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ, δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΗΘ, ΓΔ· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Σ, δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΓΔ, ΚΛ· ἡ δὲ ἐκ κέντρου τοῦ Τ, δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ, καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΚΛ, ΜΝ· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Υ, δυνάσθω τὸ περιε-

Ponantur enim circuli Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ. Atque ea, quæ ex centro circuli Ο, poſſit ſpatium, quod ſub ΕΑ, et dimidia ipſius ΕΖ; quæ ex centro circuli Π, poſſit ſpatium, quod continetur ſub ΕΑ, et dimidia ipſarum ΕΖ, ΗΘ; quæ ex centro circuli Ρ, poſſit ſpatium, quod continetur ſub ΕΑ, et dimidia ipſarum ΗΘ, ΓΔ; quæ ex centro circuli Σ, poſſit ſpatium, quod continetur ſub ΑΕ, et dimidia ipſarum ΓΔ, ΚΛ; quæ ex centro circuli Τ, poſſit ſpatium, quod continetur ſub ΑΕ, et dimidia ipſarum ΚΛ, ΜΝ; quæ denique ex centro circuli Υ, ſpatium poſſit, quod continetur ſub ΑΕ, et dimidia ip-

[a] τοῦ πολυγώνου τετραγώνου οὔσας

ſius MN. Hinc autem æqualis eſt circulus O ſuperficiei coni AEZ; circulus Π coni ſuperficiei, quæ interjicitur inter EZ, HΘ; circulus P ei, quæ interjicitur inter HΘ, ΓΔ; circulus Σ ei, quæ interjicitur inter ΔΓ, KΛ; et amplius circulus quidem T æqualis eſt ſuperficiei coni, quæ interjicitur inter KΛ, MN; circulus vero Υ coni MBN ſuperficiei eſt æqualis. Omnes igitur circuli inſcriptæ figuræ ſuperficiei æquales ſunt. Ac manifeſtum eſt eas, quæ ex circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ centris, poſſe ſpatium, quod ſub AE, ipſarumque EZ, HΘ, ΓΔ, KΛ, MN dimidiis ſemel atque iterum ſumptis continentur; quæ quidem totæ ſunt EZ, HΘ, ΓΔ, KΛ, MN. Quæ igitur ex circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ centris, hæ poſſunt ſpatium, quod continetur ſub AE, omnibuſque ſimul EZ, HΘ, ΓΔ, KΛ, MN. Poteſt autem, et quæ ex centro circuli Ξ, ſpatium, quod ſub AE, continetur, eaque, quæ ex omnibus ſimul componitur EZ, HΘ, ΓΔ, KΛ, MN. Poteſt igitur, quæ ex circuli Ξ centro, eas omnes quæ ex centris circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ. Æquales eſt igitur circulus Ξ circulis O, Π, P, Σ, T, Υ. Demonſtratum autem eſt, circulos O, Π, P, Σ, T, Υ figuræ, quam diximus, ſuperficiei æquales eſſe. Igitur etiam circulus Ξ figuræ ſuperficiei eſt æqualis.

χόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ, καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΜΝ. Διὰ δὴ ταῦτα ὁ μὲν Ο κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΕΖ κώνου· ὁ δὲ Π τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν ΕΖ, ΗΘ· ὁ δὲ Ρ τῇ μεταξὺ τῶν ΗΘ, ΓΔ· ὁ δὲ Σ τῇ μεταξὺ τῶν ΔΓ, ΚΛ· καὶ ἔτι ὁ μὲν Τ ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν ΚΛ, ΜΝ· ὁ δὲ Υ τῇ τοῦ ΜΒΝ κώνου ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστί. Οἱ πάντες ἄρα κύκλοι ἴσοι εἰσὶ τῇ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφανείᾳ. Καὶ φανερὸν ὅτι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλων, [e] δύνανται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ καὶ δὶς τῶν ἡμισειῶν τῆς ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ· αἱ ὅλαι εἰσὶν αἱ ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ. Αἱ ἄρα ἐκ τῶν κέντρων τῶν Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλων [f] δύνανται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ καὶ πασῶν τῶν ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ. Ἀλλὰ καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ξ κύκλου [g] δύναται τὸ ὑπὸ τῆς ΑΕ, καὶ τῆς συγκειμένης ἐκ πασῶν τῶν ΕΖ, ΕΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ. Ἡ ἄρα ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ξ κύκλου δύναται τὰς ἐκ τῶν κέντρων τῶν Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλων. Καὶ ὁ κύκλος ἄρα ὁ Ξ, ἴσος ἐστὶ τοῖς Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλοις. Οἱ δὲ Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλοι ἀπεδείχθησαν ἴσοι τῇ εἰρημένῃ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ. Καὶ ὁ Ξ ἄρα κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος.

PROP. XXVI. Theor.

Figuræ ſphæræ inſcriptæ ſuperficies, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur, minor eſt quadrupla circuli maximi omnium qui ſunt in ſphæra.

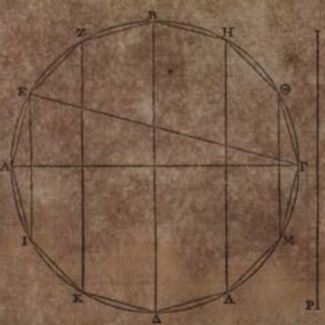
Sit in ſphæra maximus circulus ABΓΔ, eique polygonum inſcribatur pariangulum et æquilaterum, cujus latera quaternarius metiatur; et intelligatur ſuper id conſtituta eſſe ſuperficies, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur. Dico, inſcriptæ figuræ ſuperficiem minorem eſſe quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra.

Jungantur enim, quæ duobus polygoni lateribus ſubjiciuntur, rectæ EI, ΘM, eiſdemque parallelæ ZK, ΔB, HΛ. Ponatur autem circulus quidam P, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium, quod ſub EA, rectaque omnibus ſimul EI, ZK, BΔ, HΛ, ΘM æquali continetur. Æqualis eſt igitur hic circulus per id, quod ſupra demonſtratum eſt, figuræ, quam diximus, ſuperficiei. Et quoniam demonſtratum eſt, ut recta omnibus ſimul EI, ZK, BΔ, HΛ,

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κϛʹ.

Τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἡ ἐπιφάνεια, ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ ἐγγεγράφθω πολύγωνον ἀρτιόγωνον ἰσόπλευρον, οὗ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετροῦνται· καὶ ἐπ' αὐτοῦ νοείσθω ἐπιφάνεια ἡ ἀπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχομένη. Λέγω ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγραφέντος, ἐλάσσων ἐστὶ ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.



Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτείνουσαι τοῦ πολυγώνου, αἱ [h] ΕΙ, ΘΜ, καὶ ταύταις παράλληλοι αἱ ΖΚ, ΔΒ, ΗΛ. Ἐκκείσθω δέ τις κύκλος ὁ Ρ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ τῆς ΕΛ, καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ΕΙ, ΖΚ, ΒΔ, ΗΛ, ΘΜ. Διὰ δὴ τὸ προδειχθὲν ἴσος ἐστὶν ὁ κύκλος τῇ τοῦ εἰρημένου σχήματος ἐπιφανείᾳ. Καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ἴση πάσαις ταῖς ΕΙ, ΖΚ, ΒΔ, ΗΛ, ΘΜ, πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου τὴν ΑΓ,

[e] δύνανται [f] δύνανται [g] δύναται [h] ΕΙΘΜ

[i] οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς εἰρημέναις, καὶ τῆς ΕΑ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ κύκλου, [k] ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΕ. Ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπὸ ΑΓ, ΓΕ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ. Ἔλασσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ, τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ. Ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ τῆς ΑΓ· ὥστε ἡ διάμετρος τοῦ Ρ κύκλου, ἐλάσσων ἐστὶν ἡ διπλασία τῆς διαμέτρου τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. Καὶ δύο ἄρα τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου διάμετροι, μείζους εἰσὶ τῆς διαμέτρου τοῦ Ρ κύκλου· καὶ τὸ τετράκις ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, τουτέστι τῆς ΑΓ, μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς τοῦ Ρ κύκλου διαμέτρου. Ὡς δὲ τὸ τετράκις ἀπὸ τῆς ΑΓ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τοῦ Ρ κύκλου διαμέτρου, οὕτως τέσσαρες κύκλοι οἱ ΑΒΓΔ πρὸς τὸν Ρ κύκλον. Τέσσαρες ἄρα κύκλοι οἱ ΑΒΓΔ, μείζους εἰσὶ τοῦ Ρ κύκλου. Ὁ ἄρα κύκλος ὁ Ρ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος τοῦ μεγίστου κύκλου. Ὁ [l] δὲ Ρ κύκλος ἴσος ἐδείχθη τῇ εἰρημένῃ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος. Ἡ ἄρα ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος ἐλάσσων ἐστὶ ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ΘΜ æqualis ad circuli diametrum ΑΓ, ita ſe habere ΓΕ ad ΕΑ; ideo ſpatium, quod ſub recta iis omnibus, quas diximus, æquali, et ſub ΕΑ continetur; hoc eſt quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli Ρ, ſpatio eſt æquale, quod continetur ſub ΑΓ, ΓΕ. Spatium autem, quod continetur ſub ΑΓ, ΓΕ, minus eſt quadrato, quod deſcribitur ab ΑΓ. Igitur quadratum, quod ab ea, quæ ex centro circuli Ρ deſcribitur, minus eſt quadrato, quod deſcribitur ab ΑΓ. Minor eſt igitur ea quæ ex centro circuli Ρ, quam ΑΓ; ideoque circuli Ρ diameter minor dupla diametri circuli ΑΒΓΔ. Igitur etiam duæ circuli ΑΒΓΔ diametri majores ſunt diametro circuli Ρ; quadratumque quod a diametro circuli ΑΒΓΔ, hoc eſt ΑΓ, quater deſcribitur, majus eſt quadrato, quod deſcribitur a diametro circuli Ρ. Ut autem quadratum, quod ab ΑΓ quater deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a diametro circuli Ρ ita ſe habent quatuor circuli ΑΒΓΔ ad circulum Ρ. Igitur quatuor circuli ΑΒΓΔ majores ſunt circulo Ρ. Circulus igitur Ρ minor eſt quadruplo maximi circuli. Demonſtratum autem eſt, circulum Ρ figuræ, quam diximus, ſuperficiei æqualem eſſe. Igitur figuræ, quam diximus, ſuperficies minor eſt quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κζ'.

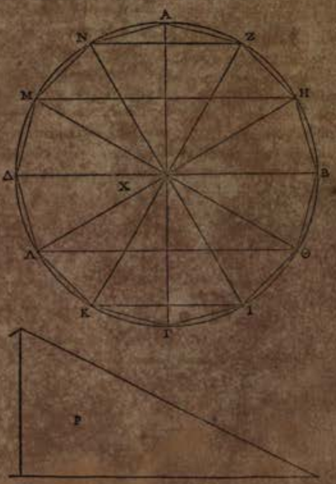
Τῷ ἐγγραφομένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι, τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν [m] ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον, τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος τοῦ ἐγγραφέντος ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος [n] δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

PROP. XXVII. Theor.

Figuræ ſphæræ inſcriptæ, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur, æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat inſcriptæ ſphæræ figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a ſphæræ centro ad unum polygoni latus normalis ducitur.

Ἔστω ἡ σφαῖρα καὶ ὁ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον. Ἔστω δὲ κῶνος ὀρθὸς ὁ Ρ, βάσιν μὲν ἔχων [o] ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ. Δεικτέον ὅτι ὁ κῶνος ὁ Ρ, ἴσος ἐστὶ τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι.

Ἀπὸ γὰρ τῶν κύκλων ὧν εἰσι διάμετροι αἱ ΖΝ, ΗΜ, ΘΛ, ΙΚ, κῶνοι ἀναγεγράφθωσαν, κορυφὴν ἔχοντες τὸ τῆς σφαίρας κέν-



Sit ſphæra, et maximus in ea circulus ΑΒΓΔ, eademque alia, quæ in ſuperiore theoremate. Sit autem Ρ conus rectus, baſim quidem habens inſcriptæ ſphæræ figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a ſphæræ centro ad unum polygoni latus normalis ducitur. Oportet demonſtrare conum Ρ figuræ ſphæræ inſcriptæ æqualem eſſe.

Deſcribantur a circulis, qui circa diametros ΖΝ, ΗΜ, ΘΛ, ΙΚ ſunt, coni verticem habentes ſphæræ centrum. Atque

[i] ὡς [k] καὶ ἐστὶ τῷ ὑπὸ [l] δὲ ex MS. [m] καὶ ἐστὶ [n] ὕψος δὲ καὶ τῇ [o] ἔχων τὴν ἐπιφάνειαν

erit ſolidus rhombus compoſitus tum ex cono, cujus quidem baſis eſt circulus, qui circa diametrum ZN deſcribitur, vertex vero punctum A; tum ex cono, cujus quidem baſis idem eſt circulus, vertex vero punctum X. Qui quidem rhombus cono eſt æqualis, qui baſim quidem habeat coni NAZ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto X ad AZ normalis ducitur. Rurſus etiam reſiduum rhombi, quod coni ſuperficie, quæ inter parallela plana per ZN, HM acta interjicitur, conorumque ZNX, HMX ſuperficiebus comprehenditur, æquale eſt cono, qui baſim quidem habeat coni ſuperficiei æqualem, quæ interjicitur inter parallela plana per ZN, HM acta, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto X ad ZH normalis ducitur. Hæc enim demonſtrata ſunt. Amplius vero etiam coni reſiduum, quod comprehenditur coni ſuperficie, quæ inter parallela plana per HM, BΔ acta interjicitur, et ſuperficie coni MHX, et adhuc circuli, qui circa diametrum BΔ deſcribitur, æquale eſt cono, qui baſim quidem habeat coni ſuperficiei, quæ inter parallela plana per HM, BΔ acta interjicitur æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto X ad BH normalis ducitur. Pariter et in altero hemiſphærio rhombus XKΓI, conorumque reſidua tot tantiſque conis æqualia erunt, quot quantique ii ſunt quos ſupra diximus. Itaque conſtat totam figuram ſphæræ inſcriptam omnibus, quos diximus, conis æqualem eſſe. Hi autem coni æquales ſunt cono P; quoniam conus P altitudinem quidem habet unicuique conorum, quos diximus, altitudini æqualem, baſim vero æqualem omnibus eorumdem baſibus. Conſtat igitur inſcriptam ſphæræ figuram expoſito cono eſſe æqualem.

τρον. Ἔσαι δὴ ῥόμβος στερεὸς ἐκ τε κώνου, οὗ βάσις μὲν ἐςὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ τὴν ZN, κορυφὴ δὲ τὸ A σημεῖον· καὶ τοῦ κώνου οὗ βάσις ὁ αὐτὸς κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ X σημεῖον. Καὶ ἴσος ἐςὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ NAZ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ X ἐπὶ τὴν AZ καθέτῳ ἠγμένῃ. Πάλιν δὲ καὶ τὸ περιλελειμμένον τοῦ ῥόμβου τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ZN, HM, καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κώνων τῶν τε ZNX, καὶ τοῦ HMX, ἴσον ἐςὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ZN, HM, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ X ἐπὶ τὴν ZH καθέτῳ ἠγμένῃ. Δέδεικται γὰρ ταῦτα. Ἔτι δὲ καὶ τὸ περιλειπόμενον τοῦ κώνου περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς HM, BΔ, καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ MHX κώνου, καὶ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν BΔ, ἴσον ἔσαι κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς HM, BΔ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ X ἐπὶ τὴν BH καθέτῳ ἠγμένῃ. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμισφαιρίῳ ὅ τε ῥόμβος ὁ XKΓI, καὶ τὰ περιλείμματα τῶν κώνων ἴσα ἔσαι τοσούτοις καὶ τηλικούτοις κώνοις, ὅσα καὶ πρότερον ἐρρήθησαν. Δῆλον οὖν ὅτι καὶ ὅλον τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ, ἴσον ἐςὶ πᾶσι τοῖς εἰρημένοις κώνοις. Οἱ δὲ κῶνοι ἴσοι εἰσὶ τῷ P κώνῳ· ἐπειδὴ ὁ P κῶνος ὕψος μὲν ἔχει ἑκάςῳ ἴσον τῶν εἰρημένων κώνων· βάσιν δὲ ἴσην πάσαις ταῖς βάσεσιν αὐτῶν. Δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐγγεγραμμένον ἴσον ἐςὶ τῷ ἐκκειμένῳ κώνῳ.

PROP. XXVIII. Theor.

Figura ſphæræ inſcripta, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur, minor eſt quadrupla coni, qui baſim quidem habeat circulo maximo omnium, qui ſunt in ſphæra, æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ.

Qui enim conus inſcriptæ ſphæræ figuræ eſt æqualis, baſim quidem habens figuræ inſcriptæ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro circuli ad unum inſcripti polygoni latus normalis ducitur, hic ſit P. Sit autem conus Ξ baſim quidem habens circulo ABΓΔ æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro circuli ABΓΔ.

Quoniam igitur conus P baſim quidem habet inſcriptæ ſphæræ figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto X ad AZ normalis ducitur; demonſtratumque eſt inſcriptæ figuræ ſuperficiem minorem eſſe

ΠΡΟΤ. κη'.

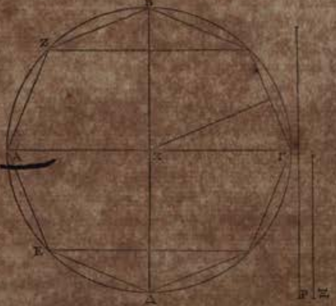
Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν, ἔλαττόν ἐςιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ κώνου, βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίςῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Ἔςω γὰρ ὁ γινόμενος κῶνος ἴσος τῷ σχήματι τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὴν βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώνου ὁ P. Ὁ δὲ κῶνος ὁ Ξ ἔςω, βάσιν ἔχων ἴσην τῷ ABΓΔ κύκλῳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ABΓΔ κύκλου.

Ἐπεὶ οὖν ὁ P κῶνος βάσιν ἔχει ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ * ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ X καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν AZ, ἐδείχθη δὲ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσων ἢ τετραπλασία τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ μεγίςου

* In MS. ἴσον deeſt.

κύκλῳ, ἐστὶν ἄρα ἡ τοῦ Ρ κώνου βάσις ἐλάσσων ἢ τετραπλασία τῆς βάσεως τοῦ Ξ κώνου. Ἔστι δὲ καὶ τὸ ὕψος τοῦ Ρ ἔλασσον τοῦ ὕψους τοῦ Ξ κώνου. Ἐπεὶ οὖν ὁ Ρ κῶνος τὴν μὲν βάσιν ἔχει ἐλάσσονα ἢ τετραπλασίαν τῆς τοῦ Ξ βάσεως, τὸ δὲ ὕψος ἔλασσον τοῦ ὕψους, δῆλον ὡς καὶ αὐτὸς ὁ Ρ κῶνος ἐλάσσων ἐστὶ ἢ τετραπλάσιος τοῦ Ξ κώνου. Ἀλλὰ καὶ ὁ Ρ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι. Τὸ ἄρα ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ Ξ κώνου.



quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra; ideo baſis coni P minor eſt quadrupla baſis coni Ξ. Minor eſt autem et coni P altitudo coni Ξ altitudine. Quoniam igitur conus P baſim quidem habet minorem quadrupla baſis coni Ξ, altitudinem vero minorem altitudine; conſtat eumdem conum P quadruplo coni Ξ minorem eſſe. Eſt autem conus P inſcriptæ figuræ æqualis. Igitur inſcripta figura minor eſt quadrupla coni Ξ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κθʹ.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, περὶ δὲ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος. Τὸ δὲ περὶ τὸν κύκλον περιγεγραμμένον πολύγωνον, κύκλος περιγεγραμμένος περιλαμβανέτω, περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον γινόμενος τῷ ΑΒΓΔ. μενούσης δὴ τῆς ΕΗ περιενεχθήτω τὸ ΕΖΗΘ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τό τε πολύγωνον καὶ ὁ κύκλος. Δῆλον οὖν ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας οἰσθήσεται· ἡ δὲ περιφέρεια τοῦ ΕΖΗΘ, κατ' ἄλλης ἐπιφανείας σφαίρας τὸ αὐτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ ἐλάσσονι οἰσθήσεται. Αἱ δὲ ἁφαὶ καθ' ἃς ἐπιψαύουσιν αἱ πλευραὶ, γράφουσι κύκλους ὀρθοὺς πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ. Αἱ δὲ γωνίαι τοῦ πολυγώνου χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς Ε, Η σημείοις, κατὰ κύκλων περιφερειῶν οἰσθήσονται, ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς μείζονος σφαίρας γεγραμμένων ὀρθῶν πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον, αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ πολυγώνου κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, καθάπερ † ἐπὶ * τοῦ πρώτου. Ἔσται οὖν τὸ σχῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν, περὶ μὲν

PROP. XXIX. Theor.

Sit in ſphæra maximus circulus ΑΒΓΔ; circuloque ΑΒΓΔ circumſcribatur polygonum æquiangulum et æquilaterum; et ipſius laterum multitudinem quaternarius metiatur. Circumſcriptum autem circulo polygonum circumſcriptus circulus comprehendat, cujus idem ſit centrum ac circuli ΑΒΓΔ; et manente ΕΗ, planum in quo polygonum ΕΖΗΘ, et circulus eſt, circumagatur. Conſtat igitur fore, ut circuli quidem ΑΒΓΔ circumferentia ſecundum ſphæræ ſuperficiem feratur; circumferentia vero circuli ΕΖΗΘ feratur ſecundum ſuperficiem alterius ſphæræ, cujus idem ſit ac minoris centrum. Porro contactus laterum polygoni circulos in minore ſphæra deſcribent ad circulum ΑΒΓΔ rectos. At polygoniam anguli, exceptis, qui ad puncta Ε, Η ſunt, ſecundum circumferentias circulorum ferentur, qui recti ad circulum ΕΖΗΘ in ſuperficie majoris ſphæræ deſcripti ſunt; latera vero ferentur ſecundum conicas ſuperficies, ut in priore theoremate. Quæ igitur figura ſub conicis ſuperficiebus comprehenditur, minori quidem ſphæræ circumſcripta erit, ma-



† ἐπὶ τοῦ πρώτου ex MS.

* Sive, τῷ πρὸ τούτου.

jori vero inſcripta. At vero circumſcriptæ figuræ ſuperficiem ſphæræ ſuperficie majorem eſſe, hoc pacto demonſtrabitur. Sit enim K Δ circuli alicujus eorum, qui in minore ſphæra ſunt, diameter; et K, Δ puncta, in quibus duo circumſcripti polygoni latera circulum A B Γ Δ contingunt. Diviſa autem ſphæra acto per K Δ plano, rectoque ad circulum A B Γ Δ, dividetur utique ab eodem plano et circumſcriptæ ſphæræ figuræ ſuperficies. Ac manifeſtum eſt ejuſmodi ſuperficies eoſdem in plano terminos habere; utriuſque enim terminus eſt circumferentia circuli, qui rectus ad circulum A B Γ Δ circa diametrum K Δ deſcribitur; et utramque ad eaſdem partes cavam eſſe, alteramque ab altera, et a plano, quod eoſdem ac ipſa terminos habet, comprehendi. Minor eſt igitur, quæ comprehenditur ſegmenti ſphærici ſuperficies, circumſcriptæ eidem ſegmento figuræ ſuperficie. Pariter etiam reliqui ſegmenti ſphærici ſuperficies minor eſt ſuperficie figuræ eidem ſegmento circumſcriptæ. Conſtat igitur totam ſuperficiem ſphæræ circumſcriptæ eidem figuræ ſuperficie minorem eſſe.

τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν περιγεγραμμένον, ἐν δὲ τῇ μείζονι ἐγγεγραμμένον. Ὅτι δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, οὕτως δειχθήσεται. Ἔστω γὰρ ἡ K Δ διάμετρος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ, τῶν K, Δ σημείων ὄντων, καθ᾽ ἃ ἅπτονται τοῦ A B Γ Δ κύκλου [1] αἱ δύο πλευραὶ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου. [2] Διῃρημένης δὴ τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν K Δ ὀρθοῦ πρὸς τὸν A B Γ Δ κύκλον, καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, διαιρεθήσεται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου. Καὶ φανερὸν ὅτι τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἐπιπέδῳ. Ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιφανειῶν πέρας ἐστὶν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια τοῦ περὶ διάμετρον τὴν K Δ, ὀρθοῦ πρὸς τὸν A B Γ Δ κύκλον, καὶ εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι. Καὶ περιλαμβάνεται ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας, καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης. Ἐλάσσων οὖν ἐστιν ἡ περιλαμβανομένη τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια, τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν. Ὁμοίως δὲ καὶ ἡ τοῦ λοιποῦ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν. Δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ὅλη ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν.

PROP. XXX. Theor.

Figuræ ſphæræ inſcriptæ ſuperficiei æqualis eſt circulus, cujus ea, quæ ex centro, poteſt ſpatium ei æquale, quod ſub uno polygoni latere continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ polygoni angulos jungunt, et parallelæ ſunt alicui earum, quæ duobus polygoni lateribus ſubjiciuntur.

Quæ enim circumſcribitur figura minori ſphæræ, eadem majori inſcribitur. Demonſtratum autem eſt inſcriptæ ſphæræ figuræ ſuperficiem, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur, æqualem eſſe circulum, cujus ea, quæ ex centro, poteſt ſpatium, quod ſub uno polygoni latere continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ polygoni angulos jungunt, et parallelæ ſunt alicui earum, quæ duobus polygoni lateribus ſubjiciuntur. Conſtat igitur id, quod ſupra poſitum eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λ'.

[1] Τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, οὔσαις παρά τινα τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν.

Τὸ γὰρ περιγεγραμμένον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν, ἐγγέγραπται εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν. Τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου ἐν τῇ σφαίρᾳ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν, δέδεικται ὅτι [2] τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶν ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου, καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, οὔσαις παρά τινα τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτεινουσῶν. Δῆλον οὖν ἐστι τὸ προειρημένον.

PROP. XXXI. Theor.

Circumſcriptæ ſphæræ figuræ ſuperficies major eſt quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra.

Sit enim ſphæra, et circulus, eademque alia, quæ antea dicta ſunt. Circulus autem Λ æqualis ſit ſuperficiei propoſitæ figuræ minori ſphæræ circumſcriptæ.

Quoniam igitur circulo E Z H Θ inſcriptum eſt polygonum æquilaterum et pariangulum;

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λα'.

Τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὴν σφαῖραν, ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

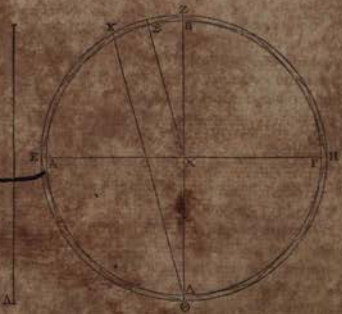
Ἔστω γὰρ ἥ τε σφαῖρα καὶ ὁ κύκλος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον προκειμένοις. Καὶ ὁ Λ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ ἔστω τοῦ προκειμένου περιγεγραμμένου περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν.

Ἐπεὶ οὖν ἐν τῷ E Z H Θ κύκλῳ πολύγωνον ἰσόπλευρον ἐγγέγραπται, καὶ ἀρτιογώνιον, αἱ ἐπιζευγνύουσαι

[1] αἱ δύο πλευραὶ in MS. deſunt. [2] διῃρημένης ſic MS.

[1] Τῆς ἐπιφανείας [2] τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ὁ κύκλος ἐστί.

τὰς τοῦ πολυγώνου γωνίας παράλληλοι οὖσαι τῇ ΘΖ, πρὸς τὴν ΖΘ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ΚΘ πρὸς ΚΖ. Ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου * καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΖΘ, ΘΚ. Ὥστε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ ΖΘ, ΘΚ. Μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου τῆς ΘΚ. Ἡ δὲ ΘΚ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου· διπλασία γάρ ἐστι τῆς ΧΣ, οὔσης ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. Δῆλον οὖν ὅτι μείζων ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος ὁ Λ κύκλος, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν, τοῦ μεγίστου κύκλου τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ.



quæ rectæ diametro ΘΖ parallelæ polygoni angulos jungunt, eamdem ad ΘΖ rationem habent, quam ΚΘ ad ΚΖ. Æquale eſt igitur ſpatium quod ſub uno polygoni latere continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ polygoni angulos jungunt, ſpatio, quod continetur ſub ΖΘ, ΘΚ. Quare ea, quæ ex centro circuli Λ poteſt ſpatium ei æquale, quod continetur ſub ΖΘ, ΘΚ. Igitur ea, quæ ex centro circuli Λ major eſt quam ΘΚ. ΘΚ autem æqualis eſt diametro circuli ΑΒΓΔ; quippe quæ dupla eſt rectæ ΧΣ, quæ ex centro circuli ΑΒΓΔ ducitur. Conſtat igitur circulum Λ, hoc eſt figuræ minori ſphæræ circumſcriptæ ſuperficiem, majorem eſſe quadrupla circuli maximi omnium qui ſunt in ſphæra.

EUTOCIUS.

Ἡ δὲ ΚΘ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. Ἐὰν γὰρ ἀπὸ τοῦ Χ ἐπιζεύξωμεν ἐπὶ τὸ σημεῖον, καθ' ὃ ἐφάπτεται ἡ ΚΖ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, νοούμενον τὸ Σ, ἐπιζεύξωμεν δὲ καὶ τὴν ΧΚ· ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΧΚ τῇ ΧΖ, εἰσὶ δὲ καὶ ὀρθαὶ αἱ πρὸς τῷ Σ· ἴση ἄρα ἡ ΚΣ τῇ ΣΖ. Ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ΖΧ τῇ ΧΘ ἴση. Παράλληλος ἄρα ἡ ΧΣ τῇ ΚΘ. Καὶ διὰ τοῦτο ἐστὶν ὡς ἡ ΘΖ πρὸς ΖΧ, οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς ΧΣ. Διπλῆ δὲ ἡ ΘΖ τῆς ΧΖ. Διπλῆ ἄρα καὶ ἡ ΚΘ τῆς ΧΣ ἐκ τοῦ κέντρου οὔσης τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου.

ΘΚ autem æqualis eſt diametro ciculi ΑΒΓΔ. Si enim recta jungatur a puncto Χ ad id punctum, in quo ΚΖ circulum ΑΒΓΔ contingit, quod Σ eſſe intelligatur; jungaturque pariter recta ΧΚ: quoniam æqualis eſt ΧΚ ipſi ΧΖ, quique anguli ad punctum Σ ſunt, recti; ideo etiam ΚΣ ipſi ΣΖ eſt æqualis. At vero æqualis etiam eſt ΖΧ ipſi ΧΘ. Parallela igitur eſt ΧΣ ipſi ΚΘ. Propterea, ut ΘΖ ad ΖΧ, ita ſe habet ΚΘ ad ΧΣ. Dupla eſt autem ΘΖ ipſius ΧΖ. Dupla eſt igitur etiam ΚΘ ipſius ΧΣ; quæ quidem ex centro eſt circuli ΑΒΓΔ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λβ΄.

Τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν, ἐγγέγραπται [a] ἐν τῇ μείζονι σφαίρᾳ. Τῷ δὲ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν, δέδεικται ἴσος κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, [b] ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἀγομένῃ. Αὕτη δέ ἐστιν ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας. Δῆλον οὖν ἐστι τὸ προτεθέν.

PROP. XXXII. Theor.

Figuræ minori ſphæræ circumſcriptæ æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat circulum figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ.

Quæ enim circumſcribitur figura minori ſphæræ, eadem majori inſcribitur. Demonſtratum autem eſt inſcriptæ figuræ, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur, æqualem eſſe conum, qui baſim quidem habeat circulum figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a ſphæræ centro ad unum polygoni latus normalis ducitur. Atque hæc quidem æqualis eſt ei, quæ ex centro minoris ſphæræ. Conſtat igitur id, quod ſupra poſitum eſt.

* καὶ ταῖς πάσαις [a] αὐτῇ [b] ὕψος δὲ τῇ

PROP. XXXIII. Theor.

Ex hoc autem manifeſtum eſt, figuram minori ſphæræ circumſcriptam majorem eſſe quadrupla coni, qui baſim quidem habeat circulo maximo omnium, qui ſunt in ſphæra, æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ.

Quoniam enim figuræ æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat ejuſdem ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ a centro ſphæræ ad unum polygoni latus normalis ducitur, hoc eſt ei, quæ e minoris ſphæræ centro; ſuperficies autem figuræ ſphæræ circumſcriptæ major eſt quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra. Ideo figura ſphæræ circumſcripta major erit quadrupla coni, qui baſim quidem habeat maximum circulum, altitudinem vero eam, quæ ex centro ſphæræ. Nam et qui ipſi æqualis eſt conus, major eſt quadruplo ejus, quem diximus, coni; cum et baſim habeat majorem quadrupla, et æqualem altitudinem.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λγ'.

Ἐκ τούτου δὲ φανερὸν, ὅτι τὸ σχῆμα τὸ περιγραφόμενον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν μεῖζόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον κώνου, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Ἐπειδὴ γὰρ ἴσος ἐστὶ τῷ σχήματι κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ, τουτέστι τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας· ἔστι δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν μείζων ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ. Μεῖζον ἄρα ἢ τετραπλάσιον ἔσται τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὴν σφαῖραν τοῦ κώνου, βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἐπειδὴ καὶ [*] ὁ κῶνος ἴσος αὐτῷ, μείζων ἢ τετραπλάσιος γίνεται τοῦ εἰρημένου· βάσιν τε γὰρ μείζονα ἢ τετραπλασίαν ἔχει, καὶ ὕψος ἴσον.

PROP. XXXIV. Theor.

Si ſphæræ figura inſcripta ſit, itemque alia circumſcripta, circumactis polygonis iis, quæ ſupra conſtructa ſunt, ſimilibus; circumſcriptæ figuræ ſuperficies ad ſuperficiem inſcriptæ rationem habet ejus duplam, quam habet latus circumſcripti maximo circulo polygoni ad latus polygoni eidem circulo inſcripti: ipſa autem figura circumſcripta ad inſcriptam rationem habet ejuſdem rationis triplam.

Sit in ſphæra maximus circulus ΑΒΓΔ; eique inſcribatur polygonum æquilaterum, et ipſius laterum multitudinem quaternarius metiatur; circumſcribatur item circulo polygonum aliud inſcripto ſimile, circumſcriptique polygoni latera circulum contingant in punctis circumferentiarum mediis, quæ ab inſcripti polygoni lateribus ſecantur. Sint autem ΕΗ, ΘΖ ejus circuli, qui circumſcriptum polygonum comprehendit, diametri ad angulos inter ſe invicem rectos ſimilique modo poſitæ ac diametri ΑΓ, ΒΔ: atque intelligantur junctæ eſſe ad oppoſitos polygoni angulos rectæ lineæ, quæ quidem ſibi invicem rectiſque ΒΖ, ΘΔ parallelæ erunt. Itaque, manente diametro ΕΗ, actiſque in orbem polygonorum ambitibus, circumſcribetur ſphæræ figura, aliaque item inſcribetur. Oportet igitur demonſtrare, circumſcriptæ figuræ ſuperficiem ad ſuperficiem inſcriptæ rationem habere ejus duplam, quam habet ΕΛ ad ΑΚ: ipſam autem figuram circumſcriptam ad inſcriptam habere rationem ejuſdem rationis triplam.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λδ'.

Ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ σχῆμα ἐγγεγραμμένον, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὑπὸ ὁμοίων πολυγώνων, τῶν αὐτῶν τρόπον τοῖς πρότερον κατεσκευασμένοις, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐπιφάνειαν, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου περὶ τὸν μέγιστον κύκλον, πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ· αὐτὸ δὲ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ σχῆμα [*] τὸ ἐγγεγραμμένον, τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

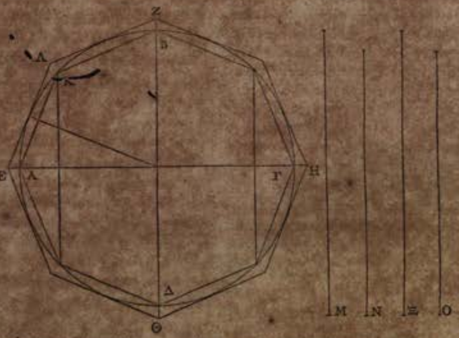
Ἔστω ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος· καὶ ἄλλο περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον, ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, αἱ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευραὶ ἐπιψαυέτωσαν τοῦ κύκλου κατὰ μέσα τῶν περιφερειῶν τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τῶν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου πλευρῶν. Αἱ δὲ ΕΗ, ΖΘ διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἔστωσαν ἀλλήλαις τοῦ κύκλου τοῦ περιλαμβάνοντος τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον, καὶ ὁμοίως κείμεναι ταῖς ΑΓ, ΒΔ διαμέτροις· καὶ νοείσθωσαν ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τὰς ἀπεναντίον γωνίας τοῦ πολυγώνου, αἳ γίγνονται ἀλλήλαις τε καὶ τῇ ΒΖ, ΘΔ παράλληλοι. Μενούσης δὴ τῆς ΕΗ διαμέτρου, καὶ περιενεχθεισῶν τῶν περιμέτρων τῶν πολυγώνων περὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν, τὸ μὲν περιγεγραμμένον σχῆμα ἔσται ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον. Δεικτέον οὖν ὅτι ἡ μὲν ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ· τὸ δὲ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

[*] ὁ κῶνος ὁ ἴσος

[*] τὸ ἐγγεγραμμένον, in MS. deſunt.

Ἔστω γὰρ ὁ μὲν Μ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὴν σφαῖραν· ὁ δὲ Ν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου. Δυνάται ἄρα τοῦ μὲν Μ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ΕΛ καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγεγραμμένου· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν, τὸ ὑπὸ τῆς ΑΚ καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις [b] τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα, ὅμοια ἂν εἴη καὶ τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ τῶν εἰρημένων γραμμῶν, τουτέστι τῶν ἐπὶ τὰς γωνίας, καὶ τῶν πλευρῶν τῶν πολυγώνων. Ὥστε τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν [c] πρὸς ἄλληλα ὃν ἔχουσιν αἱ τῶν πολυγώνων πλευραὶ δυνάμει. Ἀλλὰ καὶ ὃν ἔχει λόγον τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν εἰρημένων γραμμῶν, τοῦτον ἔχουσιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν Μ, Ν κύκλων πρὸς ἀλλήλας δυνάμει. Ὥστε καὶ αἱ τῶν Μ, Ν διάμετροι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς τῶν πολυγώνων πλευραῖς. Οἱ δὲ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους διπλασίονα λόγον ἔχουσι τῶν διαμέτρων· οἵτινες ἴσοι εἰσὶ ταῖς ἐπιφανείαις τοῦ περιγεγραμμένου, καὶ ἐγγεγραμμένου. Δῆλον οὖν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν, διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ.

Εἰλήφθωσαν δὴ δύο κῶνοι οἱ Ο, Ξ. Καὶ ἔστω ὁ μὲν Ξ κῶνος βάσιν ἔχων τὸν κύκλον ἴσον τῷ Μ, ὁ δὲ Ο βάσιν ἔχων τὸν κύκλον ἴσον τῷ Ν· ὕψος δὲ ὁ μὲν Ξ κῶνος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ὁ δὲ Ο τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ΑΚ κάθετον ἠγμένην. Ἴσος ἄρα ὁ μὲν Ξ κῶνος τῷ σχήματι τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὴν σφαῖραν, ὁ δὲ Ο τῷ ἐγγεγραμμένῳ. Δέδεικται γὰρ ταῦτα. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ, ὃν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὴν ΑΚ κάθετον ἠγμένην.



Sit enim circulus quidem M figuræ ſphæræ circumſcriptæ ſuperficiei æqualis; circulus autem N æqualis ſuperficiei figuræ inſcriptæ. Itaque ea, quæ ex centro circuli M, poteſt ſpatium, quod ſub E A continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ circumſcripti polygoni angulos jungunt: et ea, quæ ex centro circuli N, illud poteſt, quod continetur ſub A K, æqualique recta iis omnibus, quæ angulos jungunt polygoni inſcripti. Et quoniam polygona ſimilia ſunt, ſimilia utique erunt et ſpatia, quæ ſub rectis, quas diximus, hoc eſt iis, quæ polygonorum angulos jungunt, et ſub eorumdem lateribus continentur. Quare eamdem inter ſe invicem rationem habent, quam polygonorum latera poteſtate. Quam autem habent rationem ſpatia, quæ ſub iis, quas diximus, rectis continentur, hanc habent poteſtate inter ſe invicem eæ, quæ ex circulorum M, N centris. Habent igitur etiam circulorum M, N diametri inter ſe invicem eamdem rationem, quam polygonorum latera. Circuli autem inter ſe invicem rationem habent ejus duplam, quam habent diametri; æqualeſque ſunt ſuperficiebus figurarum tum circumſcriptæ tum inſcriptæ. Conſtat igitur, figuræ ſphæræ circumſcriptæ ſuperficiem ad ſuperficiem inſcriptæ rationem habere ejus duplam, quam habet E A ad A K.

Sumantur modo duo coni O, Ξ. Et conus quidem Ξ baſim habeat circulum circulo M æqualem; conus vero O baſim habeat circulum æqualem circulo N: at vero altitudinem habeat conus Ξ eam, quæ ex ſphæræ centro; et conus O rectam, quæ a centro ejuſdem ad A K normalis ducitur. Æqualis eſt igitur conus quidem Ξ figuræ ſphæræ circumſcriptæ; conus vero O inſcriptæ. Hæc enim demonſtrata ſunt. Et quoniam polygona ſimilia ſunt, eamdem habet rationem E A ad A K, quam ea, quæ ex centro ſphæræ ad eam, quæ a centro ſphæræ ad

[b] τὸ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου in MS. deſunt. [c] πρὸς ἄλληλα

Λ K normalis ducitur. Eamdem igitur rationem habet altitudo coni Ξ ad coni O altitudinem, quam E Λ ad Λ K. Habet autem etiam diameter circuli M ad circuli N diametrum eamdem rationem quam E Λ ad Λ K. Conorum igitur Ξ, O diametri, quæ in baſibus ſunt diametri eamdem habent rationem, quam altitudines. Igitur coni ſunt ſimiles: ac propterea conus Ξ ad conum O rationem habet ejus triplam, quam diameter circuli M habet ad diametrum circuli N. Conſtat igitur, etiam figuram circumſcriptam ad inſcriptam rationem habere ejus triplam, quam habet E Λ ad Λ K.

Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ὕψος τοῦ Ξ κώνου, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ο κώνου, ὃν ἡ ΕΛ πρὸς ΛΚ. Ἔχει δὲ καὶ ἡ διάμετρος τοῦ Μ κύκλου, πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ Ν κύκλου λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΕΛ πρὸς ΛΚ. Τῶν ἄρα Ξ, Ο κώνων αἱ διάμετροι τῶν βάσεων τοῖς ὕψεσι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον. Ὅμοιοι ἄρα εἰσί· καὶ διὰ τοῦτο τριπλασίονα λόγον ἔχει ὁ Ξ κῶνος πρὸς τὸν Ο κῶνον, ἤπερ ἡ διάμετρος τοῦ Μ κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ Ν κύκλου. Δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΛ πρὸς ΛΚ.

EUTOCIUS.

Habet autem etiam diameter circuli M ad diametrum circuli N eamdem rationem, quam E Λ ad Λ K. Si enim jungantur H Λ, et Γ K; cum anguli, qui ad puncta ſunt K et Λ, ſint recti, et Λ K ipſi Λ E parallela; æquiangulum utique eſt triangulum H Λ E triangulo Γ K Λ. Propterea, ut H Λ ad Λ E, ita ſe habet Γ K ad K Λ. Sed ut H Λ quidem ad Λ E, ita ſe habent rectæ omnes, quæ circumſcripti polygoni angulos jungunt, ad diametrum circuli, qui circumſcripto polygono circumſcriptus eſt; ut vero Γ K ad K Λ, ita rectæ omnes, quæ inſcripti polygoni angulos jungunt, ad diametrum circuli ΑΒΓΔ. Ut igitur rectæ omnes, quæ circumſcripti polygoni angulos jungunt ad diametrum circuli, qui eidem polygono circumſcriptus eſt, ita ſe habent rectæ omnes, quæ inſcripti polygoni angulos jungant, ad diametrum circuli ΑΒΓΔ. Ut autem diameter ad latus, ita ſe habet diameter ad latus; quoniam et ut H E ad E Λ, ita Γ Λ ad Λ K. Igitur etiam ex æquo, ut rectæ, quæ jungunt, omnes ad E Λ, ita ſe habent rectæ, quæ jungunt, omnes ad Λ K. Sed ut illæ quidem omnes ad latus E Λ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub omnibus, et ſub E Λ continetur; hoc eſt quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli M, ad quadratum, quod ab E Λ deſcribitur, ſumpta E Λ pro communi altitudine: ut vero hæ omnes ad Λ K, ita ſe habet ſpatium, quod ſub omnibus, et ſub Λ K continetur; hoc eſt quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli N, ad quadratum, quod ab Λ K deſcribitur, Λ K pariter pro communi altitudine ſumpta. Ut igitur quadratum, quod ab ea, quæ ex centro circuli M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab E Λ, ita ſe habet quadratum quod ab ea quæ ex centro circuli N deſcribitur ad quadratum quod deſcribitur ab Λ K. Igitur etiam ut ea, quæ ex centro circuli M ad E Λ, ita ſe habet ea quæ ex centro circuli N, ad Λ K. Et permutando, ut ea, quæ ex centro circuli M, ad eam, quæ ex centro circuli N, ita E Λ ad Λ K. Denique, ſumptis præcedentium duplis, ut diameter circuli M ad circuli N diametrum, ita E Λ ad Λ K.

Ἔχει δὲ καὶ ἡ διάμετρος τοῦ Μ κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ Ν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΕΛ πρὸς ΛΚ. Ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῶσιν αἱ ΗΛ, ΓΚ, [a] ὀρθῶν γωνιῶν τῶν πρὸς τοῖς Κ, Λ, καὶ παραλλήλου τῆς ΛΚ τῇ ΛΕ· ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΗΛΕ τρίγωνον [e] τῷ ΓΚΛ τριγώνῳ. Καὶ διὰ τοῦτο ἐστὶν ὡς ἡ ΗΛ πρὸς ΛΕ, οὕτως ἡ ΓΚ πρὸς ΚΛ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΗΛ πρὸς ΛΕ, οὕτως πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς τοῦ περιγεγραμμένου γωνίας, πρὸς τὴν τοῦ περὶ τὸ περιγεγραμμένον κύκλου διάμετρον· ὡς δὲ ἡ ΓΚ πρὸς ΚΛ, οὕτως πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς τοῦ ἐγγεγραμμένου γωνίας πρὸς τὴν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου διάμετρον. Ὡς ἄρα πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς τοῦ περιγεγραμμένου γωνίας, πρὸς τὴν τοῦ περὶ αὐτὸ κύκλου διάμετρον, οὕτως πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς τοῦ ἐγγεγραμμένου γωνίας, πρὸς τὴν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου διάμετρον. Ὡς δὲ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν πλευράν, οὕτως ἡ διάμετρος πρὸς τὴν πλευράν· ἐπεὶ καὶ ὡς ἡ ΗΕ πρὸς ΕΛ, οὕτως ἡ ΓΛ πρὸς ΛΚ. Καὶ δι' ἴσου ἄρα, ὡς πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι πρὸς τὴν ΕΛ, οὕτως πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι πρὸς τὴν ΛΚ. Ἀλλ' ὡς πᾶσαι πρὸς τὴν πλευρὰν τὴν ΕΛ, οὕτως τὸ ὑπὸ πασῶν καὶ τῆς ΕΛ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΛ, τῆς ΕΛ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης· ὡς δὲ πᾶσαι πρὸς τὴν ΛΚ, οὕτως τὸ ὑπὸ πασῶν καὶ τῆς ΛΚ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΛΚ· κοινοῦ ὕψους πάλιν λαμβανομένης τῆς ΛΚ. Ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΛ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν, πρὸς τὸ [f] ἀπὸ ΛΚ. Καὶ ὡς ἄρα αὐτὴ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ πρὸς τὴν ΕΛ, οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν πρὸς τὴν ΛΚ. Ἐναλλὰξ [g] ἄρα ὡς ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ, πρὸς τὴν ἐκ κέντρου τοῦ Ν, οὕτως ἡ ΕΛ πρὸς ΛΚ. Καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ διπλάσια, ὡς ἡ διάμετρος τοῦ Μ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ Ν, ἡ ΕΛ πρὸς ΛΚ.

PROP. XXXV. Theor.

Cujuſlibet ſphæræ ſuperficies quadrupla eſt circuli maximi omnium, qui ſunt in ipſa.

Sit enim ſphæra aliqua, et circulus A maximi circuli quadruplus. Dico, circulum A ſphæræ ſuperficiei æqualem eſſe.

Si enim non eſt æqualis, aut major eſt, aut minor. Sit primo ſphæræ ſuperficies major circulo. Duæ autem ſunt magnitudines inæquales, ſuper-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λε΄.

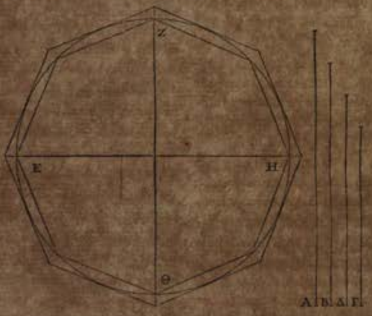
Πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ.

[h] Ἔστω γὰρ σφαῖρά τις, καὶ ἔστω τετραπλάσιος τοῦ μεγίστου κύκλου ὁ Α. Λέγω ὅτι ὁ Α ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶν, ἢ ἐλάσσων. Ἔστω πρότερον μείζων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ κύκλου. [i] Ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα, ἥ τε ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας, καὶ ὁ

[a] ὀρθῶν - - - - γωνιῶν [e] τῷ ΓΚΛ τριγώνῳ in MS. deſunt. [f] In MS. ἀπὸ deeſt. [g] In MS. ἄρα deeſt.
[h] Ὡς γάρ [i] Ἔστι δὲ δύο μεγέθη ἄνισα, ἥ τε ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας in MS. deſunt.

Α κύκλος. Δυνατὸν ἄρα ἐστὶ λαβεῖν δύο εὐθείας ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα, λόγον ἔχειν ἐλάσσονα τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας πρὸς τὸν κύκλον. Εἰλήφθωσαν αἱ Β, Γ, καὶ τῶν Β, Γ μέση ἀνάλογον ἔστω ἡ Δ. Νοείσθω δὲ καὶ ἡ σφαῖρα ἐπιπέδῳ τετμημένη διὰ τοῦ κέντρου κατὰ τὸν ΕΖΗΘ κύκλον· νοείσθω δὲ καὶ ὡς τὸν κύκλον ἐγγεγραμμένον καὶ περιγεγραμμένον πολύγωνον, ὥστε ὅμοιον εἶναι τὸ περιγεγραμμένον τῷ ἐγγεγραμμένῳ πολυγώνῳ, καὶ τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ ὃν ἔχει ἡ Β πρὸς τὴν Δ. Καὶ ὁ διπλάσιος ἄρα λόγος τοῦ διπλασίου λόγου ἐστὶν ἐλάσσων. Καὶ τοῦ μὲν τῆς Β πρὸς Δ, διπλάσιός ἐστι ὁ τῆς Β πρὸς τὴν Γ· τῆς δὲ πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου, διπλάσιος ὁ τῆς ἐπιφανείας [h] περιγεγραμμένου στερεοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Ἡ ἐπιφάνεια ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, πρὸς τὴν [i] ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας πρὸς τὸν Α κύκλον. Ὅπερ ἄτοπον. Ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας μείζων ἐστίν, ἡ δὲ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος τοῦ Α κύκλου ἐλάσσων ἐστί. Δέδεικται γὰρ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσων τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ἢ τετραπλασία· τοῦ δὲ μεγίστου κύκλου τετραπλάσιός ἐστιν ὁ Α κύκλος. Οὐκ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας μείζων ἐστὶ τοῦ Α κύκλου. Λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. Εἰ γὰρ δυνατὸν ἔστω· καὶ ὁμοίως εὑρήσθωσαν αἱ Β, Γ εὐθεῖαι, ὥστε τὴν Β πρὸς Γ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας, καὶ τῶν Β, Γ μέση ἀνάλογον ἡ Δ. Καὶ ἐγγεγράφθω καὶ περιγεγράφθω πάλιν πολύγωνον, ὥστε τὴν πλευρὰν τοῦ περιγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ τῆς Β πρὸς Δ. Καὶ τὰ διπλάσια ἄρα. Ἡ ἐπιφάνεια ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ Α κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας. Ὅπερ ἄτοπον. Ἡ μὲν γὰρ τοῦ περιγεγραμμένου ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ Α κύκλου· ἡ δὲ τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσων τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. [m] Οὐκ



ficies ſphæræ, et circulus A. Fieri igitur poteſt, ut inæquales duæ rectæ ſumantur, ita ut major ad minorem rationem habeat minorem, quam ſphæræ ſuperficies ad circulum. Sumantur B, Γ; mediaque inter B, Γ proportionalis ſit Δ. Intelligatur autem ſphæra ſecta eſſe plano per centrum acto ſecundum circulum ΕΖΗΘ; circuloque polygonum inſcriptum, circumſcriptumque eſſe, ita ut circumſcriptum inſcripto ſimile ſit, et circumſcripti latus ad latus inſcripti minorem rationem habeat, quam B ad Δ. Igitur dupla etiam ratio dupla ratione eſt minor. Ac rationis quidem ipſius B ad Δ dupla eſt ratio ipſius B ad Γ; rationis vero lateris circumſcripti polygoni ad latus inſcripti dupla ratio ſuperficiei circumſcripti ſolidi ad ſuperficiem inſcripti. Igitur figuræ ſphæræ circumſcriptæ ſuperficies, ad ſuperficiem inſcriptæ minorem rationem habet, quam ſphæræ ſuperficies ad circulum A. Quod eſt abſurdum. Superficies enim figuræ ſphæræ circumſcriptæ major eſt ſphæræ ſuperficie; ſuperficies vero inſcriptæ minor eſt circulo A. Demonſtratum enim eſt, inſcriptæ figuræ ſuperficiem minorem eſſe quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra: circulus autem A maximi circuli eſt quadruplus. Non eſt igitur major ſphæræ ſuperficies circulo A. Dico autem, neque minorem eſſe. Sit enim, ſi fieri poteſt, minor: pariterque rectæ inveniantur B, Γ ita ut B ad Γ rationem habeat minorem, quam circulus A ad ſphæræ ſuperficiem; mediaque inter B, Γ proportionalis ſit Δ. Rurſus autem inſcribatur, et circumſcribatur polygonum, ita ut circumſcripti latus ad latus inſcripti minorem rationem habeat, quam B ad Δ. Igitur dupla etiam harum rationum alterum alterius minora ſunt. Circumſcriptæ igitur polygonæ ſuperficies ad ſuperficiem inſcriptæ minorem rationem habet, quam circulus A ad ſphæræ ſuperficiem. Quod eſt abſurdum. Superficies enim figuræ circumſcriptæ major eſt circulo A; ſuperficies vero inſcriptæ minor ſphæræ ſuperficie. Neque igi-

[h] τοῦ περιγεγραμμένου

[i] In MS ἐπιφάνειαν deeſt.

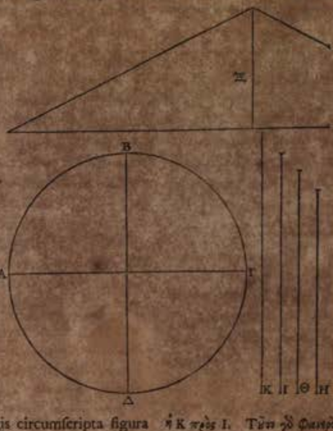
[m] Οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας in MS. deſunt.

tur minor eſt ſphæræ ſuperficies circulo A. Demonſtratum autem eſt neque majorem eſſe. Æqualis eſt igitur ſphæræ ſuperficies circulo A, hoc eſt quadruplo maximi circuli.

PROP. XXXVI. Theor.

Quælibet ſphæra coni eſt quadrupla, baſim quidem habentis circulo maximo omnium, qui ſunt in ſphæra, æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ.

Sit enim ſphæra aliqua, et maximus in ea circulus ABΓΔ. Si igitur ſphæra quadrupla non eſt ejus, quem diximus, coni, ſit ea, ſi fieri poteſt, major quadrupla. Sit autem conus Ξ baſim quidem habeas quadruplam circuli ABΓΔ, altitudinem vero ei æqualem, quæ ex centro ſphæræ. Major eſt igitur ſphæra cono Ξ. Duæ autem erunt magnitudines inæquales ſphæra, et conus. Fieri igitur poteſt, ut inæquales duæ rectæ ſumantur, ita ut major ad minorem rationem habeat, quam ſphæra ad conum Ξ. Hæ ſint, K, H. Sumptæque aliæ item duæ, ita ut K æque excedat I, atque I excedit Θ, et Θ excedit H. Intelligatur autem inſcriptum eſſe circulo ABΓΔ polygonum, cujus laterum multitudinem quaternarius metiatur, itemque aliud circumſcriptum ſimile inſcripto, ut in ſuperioribus theorematibus; et circumſcripti polygoni latus ad latus inſcripti minorem rationem habeat, quam K ad I. Ac ſint AΓ, BΔ diametri inter ſe invicem ad angulos rectos. Si igitur, manente diametro AΓ, planum, in quo polygona ſunt, circumagatur, inſcribetur ſphæræ figura, aliaque item circumſcribetur: et circumſcripta ad inſcriptam rationem habebit ejus triplam, quam habet latus polygoni circulo ABΓΔ circumſcripti ad latus inſcripti. Habet autem latus ad latus minorem rationem, quam K ad I. Habet igitur circumſcripta figura ad inſcriptam rationem minorem ejus tripla, quam habet K ad I. At vero etiam K ad H rationem habet tripla ejus majorem quam habet K ad I. Hoc enim ex lemmatibus manifeſtum eſt. Multo igitur magis circumſcripta figura



ἄρα ἐστὶ ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ Α κύκλου. Ἐδείχθη δὲ, ὅτι οὐδὲ μείζων. Ἡ ἄρα ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἴση ἐστὶ τῷ Α κύκλῳ, τουτέστι τῷ τετραπλασίῳ τοῦ μεγίστου κύκλου.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λϛʹ.

Πᾶσα σφαῖρα τετραπλασία ἐστὶ κώνου, βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Ἔστω γὰρ σφαῖρά τις, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ. Εἰ οὖν μή ἐστιν ἡ σφαῖρα τετραπλασία τοῦ εἰρημένου κώνου, ἔστω, εἰ δυνατὸν, μείζων ἢ τετραπλασία. Ἔστω δὴ ὁ Ξ κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τετραπλασίαν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Μείζων οὖν ἐστιν ἡ σφαῖρα τοῦ Ξ κώνου. Ἔσται δὴ δύο μεγέθη ἄνισα, ἥτε σφαῖρα καὶ ὁ κῶνος. Δυνατὸν οὖν δύο εὐθείας λαβεῖν ἀνίσους, ὥστ' ἔχειν τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον * ἐλάσσονα, ἢ ὃν ἔχει ἡ σφαῖρα πρὸς τὸν Ξ κῶνον. Ἔστωσαν οὖν αἱ Κ, Η. Αἱ δὲ Ι, Θ εἰλήφθωσαν, ὥστε τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχειν, τὴν Κ τῆς Ι, καὶ τὴν Ι τῆς Θ, καὶ τὴν Θ τῆς Η. Νοείσθω δὲ καὶ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ἐγγεγραμμένον πολύγωνον, οὗ τὸ πλῆθος τῶν πλευρῶν μετρείσθω ὑπὸ τετράδος, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, καθάπερ ἐπὶ τῶν πρότερον· ἡ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω τοῦ ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς Ι. Καὶ ἔστωσαν αἱ ΑΓ, ΒΔ διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις. Εἰ οὖν μενούσης τῆς ΑΓ διαμέτρου, περιενεχθείη τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τὰ πολύγωνα, ἔσται τὸ σχῆμα τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὸ δὲ περιγεγραμμένον· καὶ ἕξει τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον, ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον. Ἡ δὲ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Κ πρὸς τὴν Ι. Ὥστε τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον τὸν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τριπλασίονα τοῦ Κ πρὸς Ι. Ἔχει δὲ καὶ ἡ Κ πρὸς Η μείζονα λόγον, ἢ τριπλάσιον οὗ ἔχει ἡ Κ πρὸς Ι. Τοῦτο γὰρ φανερὸν διὰ λημμάτων. Πολ-

* In MS. ἐλάσσονα deeſt.

λῷ ἄρα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τοῦ ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς Η. Ἡ δὲ Κ πρὸς Η ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ σφαῖρα πρὸς τὸν Ξ κῶνον καὶ ἐναλλάξ. Ὅπερ ἀδύνατον. Τὸ γὰρ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον μεῖζόν ἐστι τῆς σφαίρας, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον ἔλασσον τοῦ Ξ κώνου· διότι ὁ μὲν Ξ κῶνος τετραπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ ΑΒΓΔ κύκλῳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον τοῦ εἰρημένου κώνου, ἢ τετραπλάσιον. Οὐκ ἄρα μείζων ἢ τετραπλασία ἡ σφαῖρα τοῦ εἰρημένου. Ἔστω, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων ἢ τετραπλασία· ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ἡ σφαῖρα τοῦ Ξ κώνου. Εἰλήφθωσαν δὴ αἱ Κ, Η εὐθεῖαι, ὥστε τὴν Κ μείζονα εἶναι τῆς Η, καὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν πρὸς αὐτὴν, τοῦ ὃν ἔχει ὁ Ξ κῶνος πρὸς τὴν σφαῖραν. Καὶ αἱ Θ, Ι ἐκκείσθωσαν καθὼς πρότερον, καὶ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον νοείσθω πολύγωνον ἐγγεγραμμένον, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὴν πλευρὰν τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤπερ ἡ Κ πρὸς Ι· καὶ τὰ ἄλλα κατεσκευάσμενα τὸν αὐτὸν τρόπον τοῖς πρότερον. Ἕξει ἄρα καὶ τὸ περιγεγραμμένον στερεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον, ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Ἡ δὲ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Κ πρὸς Ι. Ἕξει οὖν τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἐλάσσονα λόγον ἢ τριπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ Κ [a]πρὸς τὸν Ι. Ἡ δὲ Κ πρὸς τὴν Η μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τριπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς τὴν Ι. Ὥστε ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ἡ Κ πρὸς τὴν Η. Ἡ δὲ Κ πρὸς τὴν Η, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ Ξ κῶνος πρὸς τὴν σφαῖραν. Ὅπερ ἀδύνατον. Τὸ μὲν γὰρ ἐγγεγραμμένον ἔλασσόν ἐστι τῆς σφαίρας, τὸ δὲ περιγεγραμμένον μεῖζον τοῦ Ξ κώνου. Οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία ἡ σφαῖρα τοῦ κώνου, οὗ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ ΑΒΓΔ κύκλῳ, ὕψος δὲ τὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ μείζων. Τετραπλασία ἄρα.

ad inſcriptam minorem rationem habet, quam K ad H. K autem ad H minorem habet rationem, quam ſphæra ad conum Ξ: et permutando. Quod fieri non poteſt. Circumſcripta enim figura major eſt ſphæra; inſcripta autem minor cono Ξ; eo quod conus quidem Ξ quadruplus eſt coni, qui baſim habeat circulo ΑΒΓΔ æqualem, et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ; figura vero inſcripta minor eſt quadrupla ejus, quem diximus, coni. Non eſt igitur ſphæra minor quadrupla coni ejus, quem diximus. Sit minor, ſi fieri poteſt, quadrupla: et ſphæra quidem minor eſt cono Ξ. Sumantur autem rectæ K, H, ita ut K major ſit quam H, et minorem ad ipſam rationem habeat, quam conus Ξ ad ſphæram. Exponantur item, ut ſupra, Θ, I; circuloque ΑΒΓΔ intelligatur polygonum inſcriptum, itemque aliud circumſcriptum eſſe, ita ut circumſcripti latus ad latus inſcripti minorem rationem habeat quam K ad I: aliaque demum eodem, quo ſupra modo conſtructa ſint. Igitur circumſcripta figura ſolida ad inſcriptam rationem habebit ejus triplam, quam habet latus polygoni circulo ΑΒΓΔ circumſcripti ad latus inſcripti. Habet autem latus ad latus minorem rationem, quam K ad I. Habebit igitur circumſcripta figura ad inſcriptam rationem minorem ejus tripla, quam habet K ad I. At vero etiam K ad H majorem rationem habet tripla ejus quam habet K ad I. Igitur circumſcripta figura ad inſcriptam minorem rationem habet, quam K ad H. K autem ad H minorem habet rationem, quam conus Ξ ad ſphæram. Quod fieri non poteſt. Inſcripta enim figura minor eſt ſphæra; circumſcripta vero major cono Ξ. Neque igitur minor eſt ſphæra quadrupla coni, qui baſim quidem habeat circulo ΑΒΓΔ æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ. Demonſtratum autem eſt, neque majorem eſſe. Eſt igitur quadrupla.

EUTOCIUS.

Αἱ δὲ Ι, Θ εἰλήφθωσαν, ὥστε τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχειν, τὴν Κ τῆς Ι, καὶ τὴν Ι τῆς Θ, καὶ τὴν Θ τῆς Η. Τὸ προκείμενόν ἐστι, δύο δοθεισῶν εὐθειῶν δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν ἀριθμητικῇ ἀναλογίᾳ, ὃ ταυτόν ἐστι τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχειν. [b]Πάνυ δὴ τοῦτο οὕτως. Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΓΚ ἄνισοι· καὶ ἀφαιρεθείσης ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσης τῇ ΓΚ, τῆς ΒΔ, ἡ λοιπὴ ἡ ΑΔ τετμήσθω τριχῆ

Sumptæque aliæ item duæ I, Θ; ita ut K æque excedat I, atque I excedit Θ, et Θ excedit H. Nimirum hoc propoſitum eſt: Datis duabus rectis, duas proportionales medias ſecundum arithmeticam proportionem invenire; hoc eſt hujuſmodi, quod eodem recidit, ut æqualiter ſe invicem excedant. Id autem hoc plane modo conficitur. Sint datæ duæ rectæ, eademque inæquales ΑΒ, ΓΚ: ablataque ab ΑΒ ipſi ΓΚ æquali ΒΔ,

[a] πρὸς τὸν Ι. Ἡ δὲ Κ in MS. deſunt. [b] Πάντως

quæ reliqua eſt ΑΔ in tres æquas partes ſecetur in punctis Ε, Ζ: ponantur æquales alteri quidem ΕΒ, Η; alteri vero ΒΖ, Θ. Atque hæ duæ Η, Θ propoſitum conficient. Dico porro ΑΒ ad ΓΚ rationem habere majorem ejus tripla, quam habet eadem ΑΒ ad Η. Ut enim ΑΒ ad Η, ita fiat Η ad aliam quamdam Λ. Et quoniam qua ſui parte ΑΒ excedit Η, hac ſui parte etiam Η excedit Λ: et pars ipſius ΑΒ major eſt eadem ipſius Η parte; ideo majore ΑΒ excedit Η, quam Η excedat Λ. Qua vero parte ΑΒ excedit Η, eadem Η excedit Θ. Igitur majore Η excedit Θ, quam Η excedat Λ: ideoque Λ major eſt quam Θ. Quod ſi rurſus ut Η ad Λ, ita fiat Λ ad Μ; multo magis hæc major erit quam ΓΚ. Et quoniam quatuor rectæ ΑΒ, Η, Λ, Μ continuo proportionales ſunt; ΑΒ ad Μ rationem habet ejus triplam, quam habet ΑΒ ad Η. Quare ΑΒ ad ΓΚ rationem habet majorem ejus tripla, quam habet eadem ΑΒ ad Η.



κατὰ τὰ Ε, Ζ· καὶ τῇ μὲν ΕΒ ἴση κείσθω ἡ Η, τῇ δὲ ΒΖ ἴση ἡ Θ. Ἔσονται δὴ αἱ Η, Θ ποιοῦσαι τὸ προκείμενον. Λέγω δὲ ὅτι καὶ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΚ μείζονα ἢ τριπλασίονα λόγον ἔχει, τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΑΒ πρὸς τὴν Η. Γεγονέτω γὰρ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν Η, οὕτως ἡ Η πρὸς ἄλλην τινὰ τὴν Λ. Καὶ ἐπεὶ ᾧ μέρει ἑαυτῆς ἡ ΑΒ ὑπερέχει τῆς Η, τούτῳ καὶ ἡ Η ἑαυτῆς ὑπερέχει τῆς Λ· τὸ δὲ αὐτὸ μέρος τῆς ΑΒ μεῖζόν ἐστι τοῦ μέρους τῆς Η· μείζονι ἄρα ὑπερέχει ἡ ΑΒ τῆς Η, [q] ἤπερ ἡ Η τῆς Λ. Τῷ δὲ αὐτῷ ὑπερέχει ἡ ΑΒ τῆς Η, καὶ ἡ Η τῆς Θ. Μείζονι ἄρα ὑπερέχει ἡ Η τῆς Θ, ἤπερ ἡ Η τῆς Λ· ὥστε μείζων ἡ Λ, τῆς Θ. Ἐὰν δὲ πάλιν ποιήσωμεν ὡς τὴν Η πρὸς τὴν Λ, οὕτως τὴν Λ πρὸς Μ, πολλῷ μείζων ἔσται τῆς ΓΚ. Καὶ ἐπεὶ τέσσαρες εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, Η, Λ, Μ, ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσι, ἡ ΑΒ πρὸς τὴν Μ, τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς Η. Ὥστε ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΚ μείζονα ἢ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὴν Η.

PROP. XXXVII. Theor.

Hiſce vero demonſtratis, manifeſtum eſt, quemlibet cylindrum, qui baſim quidem habeat circulo maximo omnium, qui ſunt in ſphæra, æqualem, altitudinem vero æqualem ſphæræ diametro, ſeſquialterum eſſe ſphæræ: ipſius autem ſuperficiem, una cum baſibus, ſphæræ ſuperficiei eſſe ſeſquialteram.

Nam cylindrus quidem, quem diximus, ſexcuplex eſt coni, qui eamdem ac ipſe baſim habeat, et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro: ſphæra autem demonſtrata eſt ejuſdem coni eſſe quadrupla. Conſtat igitur cylindrum ſeſquialterum eſſe ſphæræ. Rurſus, quoniam demonſtratum eſt, cylindri ſuperficiem, exceptis baſibus, circulo æqualem eſſe, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis eſt inter latus cylindri, et baſis diametrum: cylindri autem, quem diximus, ſphæræ circumſcripti latus æquale eſt diametro baſis; conſtat utique mediam illam proportionalem baſis diametro æqualem eſſe. Circulus autem, qui habeat eam, quæ ex centro, baſis diametro æqualem, quadruplus eſt ipſius baſis, hoc eſt circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra. Igitur cylindri ſuperficies, exceptis baſibus, erit circuli maximi quadrupla. Tota igitur cylindri ſuperficies, una cum baſibus, ſexcuplex erit maximi circuli. Eſt autem ſphæræ ſuperficies quadrupla maximi circuli. Igitur tota cylindri ſuperficies ſphæræ ſuperficiei eſt ſeſquialtera.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κζ.

Προδεδειγμένων δὲ τούτων, φανερὸν ὅτι πᾶς κύλινδρος, βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, ἡμιόλιός [r] ἐστι τῆς σφαίρας· [s] καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ μετὰ τῶν βάσεων ἡμιόλια τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

Ὁ μὲν γὰρ κύλινδρος ὁ προειρημένος ἑξαπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτήν, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου· ἡ δὲ σφαῖρα δέδεικται τοῦ αὐτοῦ κώνου τετραπλασία οὖσα. Δῆλον οὖν, ὅτι ὁ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας. Πάλιν, ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου, χωρὶς τῶν βάσεων, ἴση δέδεικται κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέση ἀνάλογόν ἐστι τῆς τοῦ κυλίνδρου πλευρᾶς, καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως· τοῦ δὲ εἰρημένου κυλίνδρου περὶ τὴν σφαῖραν, ἡ πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως, δῆλον ὅτι ἡ μέση αὐτῶν ἀνάλογον, ἴση γίνεται τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως. Ὁ δὲ κύκλος ὁ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων ἴσην τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως, τετραπλάσιός ἐστι τῆς βάσεως, τουτέστι τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ. Ἔσται ἄρα καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου, χωρὶς τῶν βάσεων, τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου. Ὅλη ἄρα μετὰ τῶν βάσεων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἑξαπλασία ἔσται τοῦ μεγίστου κύκλου. Ἔστι δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου. Ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἡμιόλιά ἐστι τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

PROP. XXXVIII. Theor.

Figuræ ſphæræ ſegmento inſcriptæ ſuperficies æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro,

ΠΡΟΤ. κη.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας, ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ

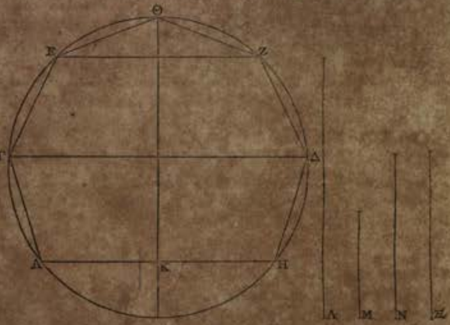
q ἤπερ ἡ Η τῆς Λ. Τῷ δὲ αὐτῷ ὑπερέχει ἡ ΑΒ τῆς Η in MS. deſunt. r ἐπὶ s καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ μετὰ τῶν βάσεων ἡμιόλια τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ex MS.

κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ τμήματι τοῦ μεγίστου κύκλου, καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς [1] παραλλήλοις τῇ βάσει τοῦ τμήματος, σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς τοῦ τμήματος βάσεως.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ τμῆμα, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΑΗ κύκλος. Ἐγγεγράφθω σχῆμα εἰς αὐτὸ, οἷον εἴρηται, περιεχόμενον ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν· καὶ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΗΘ, καὶ ἀρτιόπλευρον πολύγωνον τὸ ΑΓΕΘΖΔΗ, χωρὶς τῆς ΑΗ πλευρᾶς. Καὶ εἰλήφθω κύκλος ὁ Λ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΑΓ πλευρᾶς, καὶ ὑπὸ πασῶν τῶν ΕΖ, ΓΔ, καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως, τουτέστι τῆς ΑΚ. Δεικτέον * οὖν, ὅτι ὁ Λ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ.

poteſt ſpatium ei æquale, quod continetur ſub uno latere polygoni maximi circuli ſegmento inſcripti, rectaque iis omnibus æquali, quæ ſegmenti ipſius baſi parallelæ ſunt, una cum dimidia baſis ſegmenti.

Sit ſphæra, et in ipſa ſegmentum, cujus baſis circulus, qui circa AH deſcribitur. Inſcribatur eidem figura, qualis dicta eſt, conicis ſuperficiebus comprehenſa; et maximus circulus AHΘ, et polygonum parilaterum AΓEΘZΔH, latere AH excepto. Sumatur autem circulus Λ, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium ei æquale, quod continetur ſub latere AΓ, et ſub omnibus EZ, ΓΔ, et amplius ſub dimidia baſis, hoc eſt AK. Oportet igitur demonſtrare, circulum Λ figuræ ſuperficiei æqualem eſſe.



Εἰλήφθω γὰρ κύκλος ὁ Μ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΘ πλευρᾶς, καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΕΖ. Γίνεται δὴ ὁ Μ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὴν ΕΖ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Θ σημεῖον. Εἰλήφθω δὲ καὶ ἄλλος ὁ Ν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΕΓ, καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρου τῆς ΕΖ, ΓΔ. Ἔσται οὗτος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΕΖ, ΓΔ. Καὶ ἄλλος ὁμοίως ὁ Ξ εἰλήφθω κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΓ καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρου τῶν ΓΔ, ΑΗ. Καὶ αὐτὸς οὖν ἴσος ἐστὶ τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΑΗ, ΓΔ. Πάντες οὖν οἱ κύκλοι ἴσοι ἔσονται τῇ ὅλῃ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ· καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων αὐτῶν ἴσον δυνήσονται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ μιᾶς πλευρᾶς τῆς ΑΓ, καὶ τῆς ἴσης ταῖς ΕΖ, ΓΔ, καὶ τῇ ἡμισείᾳ τῆς βάσεως τῇ ΑΚ. Ἠδύνατο δὲ καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου, ἴσον τῷ

Sumatur circulus M, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium, quod continetur ſub latere EΘ, et dimidia ipſius EZ. Æqualis eſt igitur circulus M coni ſuperficiei, cujus quidem baſis circulus, qui circa EZ deſcribitur, vertex vero punctum Θ. Sumatur item alius circulus N, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium, quod continetur ſub EΓ, et dimidia utriuſque EZ, ΓΔ. Æqualis hic erit coni ſuperficiei, quæ inter parallela plana interjicitur per EZ, ΓΔ acta. Pariter alius ſumatur circulus Ξ, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium, quod continetur ſub AΓ, et dimidia utriuſque ΓΔ, AH. Æqualis eſt igitur hic quoque coni ſuperficiei, quæ interjicitur inter parallela plana acta per AH, ΓΔ. Omnes igitur circuli æquales erunt toti figuræ ſuperficiei; quæque ex eorum centris poterunt ſpatium ei æquale, quod continetur ſub uno latere AΓ, rectaque ipſis EZ, ΓΔ, et dimidiæ baſis AK æquali. Poterat autem ea quoque, quæ ex cen-

[1] παραλλήλαις

* In MS. οὖν deeſt.

tro circuli A huic ipſi æquale ſpatium. Igitur circulus A æqualis eſt circulis M, N, Ξ. Quare etiam inſcriptæ figuræ ſuperficiei.

αὐτῷ χωρίῳ. Ὁ ἄρα Α κύκλος ἴσος ἔσαι τοῖς Μ, Ν, Ξ κύκλοις. Ὥστε καὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος.

PROP. XXXIX. Theor.

Secetur ſphæra plano non per centrum acto, et maximus in ea circulus A E Z id ipſum, a quo ſecatur, planum ad rectos angulos ſecans: inſcribaturque ſegmento A B Γ polygonum æquilaterum et parilaterum, baſe A B excepta. Si igitur, pariter ac in ſuperioribus theorematibus, figura, manente Γ Z, circumagatur, anguli quidem Δ, E, A, B ſecundum circulos, quorum diametri Δ E, A B; latera vero figuræ ſecundum conicas ſuperficies ferentur. Atque orietur ſolida figura conicis ſuperficiebus comprehenſa, baſim quidem habens circulum, cujus diameter A B, verticem vero punctum Γ. Pariter autem ac in ſuperioribus theorematibus, ſuperficiem habebit minorem ſegmenti, a quo comprehenditur, ſuperficie. Idem eſt enim tam ſegmenti quam figuræ terminus circumferentia circuli, cujus diameter A B: et utraque harum ſuperficierum ad eaſdem partes cava eſt, alteraque ab altera comprehenditur.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ λθ΄.

Τετμήσθω σφαῖρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἐπιπέδῳ, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ Α Ε Ζ, τέμνων πρὸς ὀρθὰς τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον· καὶ ἐγγεγράφθω [v] εἰς τὸ Α Β Γ τμῆμα πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον, χωρὶς τῆς βάσεως τῆς Α Β. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον, μενούσης τῆς Γ Ζ, περιενεχθῇ τὸ σχῆμα, αἱ μὲν Δ, Ε, Α, Β γωνίαι κατὰ κύκλων οἰσθήσονται, ὧν διάμετροι αἱ Δ Ε, Α Β· αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ σχήματος, κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας. Καὶ ἔσαι τὸ γενηθὲν σχῆμα στερεὸν ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, βάσιν μὲν ἔχον κύκλον οὗ διάμετρος ἡ Α Β, κορυφὴν δὲ τὸ Γ. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον, τὴν ἐπιφάνειαν ἐλάσσονα ἕξει, τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τῆς περιλαμβανούσης. Τὸ γὰρ αὐτὸ πέρας αὐτῶν ἐστιν ἐν ἐπιπέδῳ τοῦ τε τμήματος, καὶ τοῦ σχήματος [z] ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ Α Β· καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι ἀμφότεραι εἰσὶν αἱ ἐπιφάνειαι, καὶ περιλαμβάνεται ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας.

PROP. XL. Theor.

Superficies figuræ ſphæræ ſegmento inſcriptæ minor eſt circulo, cujus ea quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti.

Sit ſphæra, et maximus in ea circulus A B Z E. Sit item in ſphæra ſegmentum, cujus baſis circulus, qui circa diametrum A B deſcribitur; eique inſcribatur figura, quam diximus. Circuli autem ſegmento inſcribatur polygonum; et reliqua eadem fiant, quæ ſupra; ducto ſphæræ diametro Θ Λ, junctiſque Λ E, Θ Λ. Denique ſit circulus M, cujus ea, quæ ex centro, ſit ipſi Λ Θ æqualis. Oportet demonſtrare, circulum M majorem eſſe figuræ ſuperficie.



Demonſtratum eſt enim figuræ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cujus ea, quæ ex centro, poteſt ſpatium ei æquale, quod ſub E Θ, omnibuſque E Z, Γ Δ, K Λ continetur. At vero illud quoque demonſtratum eſt, ſpatium, quod ſub E Θ, omnibuſque E Z, Γ Δ, K Λ continetur, æquale eſſe ſpatio, quod continetur ſub E Λ, et K Θ: et ſpatium, quod continetur ſub E Λ, et K Θ, minus eſt quadrato, quod ab Λ Θ deſcribitur; eo

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μ΄.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

Ἔσω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ Α Β Ζ Ε. Καὶ ἔσω τμῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ, [y] οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν Α Β· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τὸ εἰρημένον σχῆμα. Καὶ ἐν τῷ τμήματι τοῦ κύκλου πολύγωνον, καὶ τὰ λοιπὰ τὰ αὐτὰ, διαμέτρου μὲν τῆς σφαίρας οὔσης τῆς Θ Λ, ἐπιζευγμένων δὲ τῶν Λ Ε, Θ Α. Καὶ ἔσω κύκλος ὁ Μ [a] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου [b] ἴση ἔσω τῇ Λ Θ. Δεικτέον ὅτι ὁ Μ κύκλος μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ σχήματος ἐπιφανείας.

Ἡ γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος δέδεικται ἴση οὖσα κύκλῳ, [c] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς Ε Θ, καὶ τῶν Ε Ζ, Γ Δ, Κ Α. Τὸ δὲ ὑπὸ τῆς Ε Θ, καὶ τῶν Ε Ζ, Γ Δ, Κ Α δέδεικται ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν Ε Λ, Κ Θ περιεχομένῳ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν Ε Λ, Κ Θ, ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς Λ Θ· καὶ γὰρ τοῦ

[v] εἰς τὸ τμῆμα πολύγωνον [z] ἡ περιφάνεια [y] ὅτω [a] ὅτων [b] ἴσα ὄντα τῇ [c] ὅτως in MS. ut ſemper pro οὗ.

ὑπὸ ΛΘ, ΘΚ, * ἴσου ὄντος τῷ ἀπὸ ΘΑ. Φανερὸν οὖν ὅτι ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ὅς ἐστιν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ. Δῆλον ἄρα, ὅτι ὁ Μ κύκλος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος.

quod quadrato, quod ab ΑΘ deſcribitur, æquale eſt ſpatium, quod continetur ſub ΛΘ, et ΘΚ. Manifeſtum eſt igitur eam, quæ ex centro circuli, qui figuræ ſuperficiei æqualis eſt, minorem ea eſſe, quæ ex centro circuli Μ. Itaque conſtat, circulum Μ majorem eſſe figuræ ſuperficie.

E U T O C I U S.

Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΕΘ, καὶ τῶν ΕΖ, ΓΔ, ΚΛ δέδεικται ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΕΛ, ΚΘ. Ἐν γὰρ τῷ τρίτῳ καὶ εἰκοστῷ θεωρήματι δέδεικται, ὅτι αἱ ΕΖ, ΓΔ, ΚΛ, πρὸς τὴν ΘΚ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ΛΕ πρὸς ΕΘ. Ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν μέσων. Τὸ δὲ ὑπὸ ΕΛ, ΚΘ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΘΑ· καὶ γὰρ τοῦ ὑπὸ ΛΘ, ΘΚ, ἴσου ὄντος τῷ ἀπὸ ΘΑ, ὡς ἔστι δῆλον, ἐπιζευγνυμένης τῆς ΑΛ, καὶ διὰ τοῦτο ὁμοίου γινομένου τοῦ ΘΑΚ τριγώνου τῷ ΘΑΛ. Ἔστι γὰρ ὡς ἡ ΛΘ πρὸς ΘΑ, ἡ ΑΘ πρὸς ΘΚ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς μέσης.

Sed demonſtratum eſt ſpatium, quod continetur ſub ΕΘ, omnibuſque ΕΖ, ΓΔ, ΚΛ, æquale eſſe ſpatio, quod continetur ſub ΕΛ, et ΚΘ. Demonſtratum eſt enim in theoremate vigeſimo tertio omnes ΕΖ, ΓΔ, ΚΛ ad ΘΚ eamdem rationem habere, quam ΛΕ ad ΕΘ. Quare ſpatium, quod ſub extremis continetur, id ſpatio æquale eſt, quod continetur ſub mediis. At vero ſpatium, quod ſub ΕΛ, ΚΘ continetur, minus eſt quadrato, quod a ΘΑ deſcribitur; quippe eo quoque eſt minus, quod continetur ſub ΛΘ, ΘΚ; quadratoque, quod a ΘΑ deſcribitur, eſt æquale: hoc autem manifeſtum eſt, ſi ΑΛ jungatur, et propterea triangulum ΘΑΚ triangulo ΘΑΛ ſimile fiat. Ut enim ΛΘ ad ΘΑ, ita ſe habet ΑΘ ad ΘΚ: ſpatiumque, quod ſub extremis continetur, quadrato æquale eſt, quod a media deſcribitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μα'.

Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμήματι, ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, σὺν τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν τὴν αὐτὴν ἔχοντι τῷ σχήματι, κορυφὴν δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν ᵃ πλευρὰν τῶν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένην.

Ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ τμῆμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ ΑΒΓ· καὶ κέντρον τὸ Ε. Καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα πολύγωνον ἀρτιόπλευρον, χωρὶς τῆς ΑΓ, ὁμοίως τοῖς πρότερον καὶ, μενούσης τῆς ΒΕ, περιενεχθεῖσα ἡ σφαῖρα ποιείτω σχῆμά τι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον. καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ, κῶνος ἀναγεγράφθω κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον. Καὶ εἰλήφθω κῶνος ὁ Κ, βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ Ε κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένην. Δεικτέον ὅτι ὁ Κ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ᵇ σχήματι, σὺν τῷ κώνῳ τῷ ΑΕΓ.

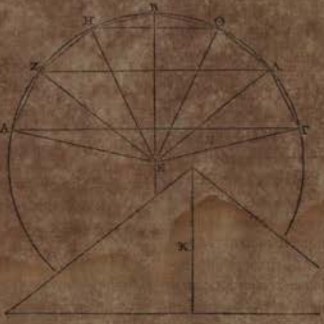
Ἀναγεγράφθωσαν δὲ καὶ κῶνοι ἀπὸ τῶν κύ-

PROP. XLI. Theor.

Figura ſegmento inſcripta, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur, una cum cono qui baſim quidem habeat eamdem ac figura, verticem vero ſphæræ centrum, æqualis eſt cono, qui baſim quidem habeat figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro ſphæræ ad unum polygoni latus normalis ducitur.

Sit enim ſphæra, et maximus in ea circulus; ſegmentumque minus ſemicirculo, ΑΒΓ; centrumque Ε. Inſcribatur autem ſegmento ΑΒΓ, pariter ac in ſuperioribus theorematibus, polygonum æquilaterum, latere ΑΓ excepto: et ſphæra, manente ΒΕ, circumacta figuram quamdam efficiat conicis ſuperficiebus comprehenſam; et a circulo, qui circa diametrum ΑΓ eſt, conus deſcribatur verticem habens ſphæræ centrum. Sumatur porro conus Κ, baſim quidem habens figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro Ε ad unum polygoni latus normalis ducitur. Oportet demonſtrare, conum Κ figuræ, quam diximus, una cum cono ΑΕΓ, æqualem eſſe.

Deſcribantur coni etiam a circulis, qui



* ἴσου ὄντος τῷ ἀπὸ ΘΑ in MS. deſunt. ᵃ πλευρὰν τῷ ᵇ τμήματι

circa diametros ΗΘ, ΖΛ ſunt, verticem habentes punctum Ε. Itaque rhombus quidem ſolidus ΗΒΘΕ æqualis eſt cono, cujus baſis æqualis eſt coni ΗΒΘ ſuperficiei, et altitudo rectæ, quæ a puncto Ε ad ΗΒ normalis ducitur. Reſiduum vero, quod comprehenditur ſuperficie, quæ inter parallela plana per ΗΘ, ΖΛ acta interjicitur, et conicis ſuperficiebus ΖΕΛ, ΗΕΘ, æquale eſt cono, cujus baſis æqualis eſt ſuperficiei, quæ interjicitur inter parallela plana acta per ΗΘ, ΖΛ, et altitudo rectæ, quæ a puncto Ε ad ΖΗ normalis ducitur. Rurſus reſiduum, quod comprehenditur ſuperficie, quæ inter parallela plana per ΖΓ, ΑΛ acta interjicitur, et conicis ſuperficiebus ΑΕΓ, ΖΕΛ, æquale eſt cono, cujus baſis æqualis eſt ſuperficiei, quæ interjicitur inter parallela plana acta per ΖΛ, ΑΓ, et altitudo rectæ, quæ a puncto Ε ad ΖΛ normalis ducitur. Igitur coni, quos diximus, æquales ſunt figuræ, una cum cono ΑΕΓ: et altitudinem quidem habent rectæ æqualem, quæ a puncto Ε ad unum polygoni latus normalis ducitur, baſes vero æquales figuræ ΑΖΗΒΘΛΓ ſuperficiei. Habet autem etiam conus Κ eamdem altitudinem, et baſim figuræ ſuperficiei æqualem. Igitur conus Κ æqualis eſt iis, quos diximus, conis. Demonſtratum autem eſt, conos, quos diximus, æquales eſſe cum figuræ, tum cono ΑΕΓ. Igitur etiam conus Κ cum figuræ tum cono ΕΑΓ eſt æqualis.

Hinc autem manifeſtum eſt, conum, qui baſim quidem habeat circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circuferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti; altitudinem vero æqualem ei, quæ ex ſphæræ centro; inſcripta figura, una cum cono, majorem eſſe. Conus enim, quem diximus, major eſt cono figuræ ipſi æquali, una cum cono baſim quidem habente ipſius ſegmenti baſim, verticem vero ſphæræ centrum; nimirum cono baſim quidem habente figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro ad unum polygoni latus normalis ducitur. Major eſt enim, ut demonſtratum eſt, baſis baſe, et altitudo altitudine.

PROP. XLII. Theor.

Sit ſphæra, et maximus in ea circulus ΑΒΓ, a quo ſegmentum ſecetur minus ſemicirculo, id nempe, quod ΑΒ ſecat. Centrum autem ſit Δ; junganturque a centro Δ ad puncta Α, Β rectæ ΑΔ, ΔΒ; eique, qui inde oritur, ſectori polygonum circumſcribatur, et polygono circulus. Habebit ſane eumdem centrum atque circulus ΑΒΓ. Quod ſi polygonum, manente ΕΚ, circumactum eodem reſtituatur, unde moveri cœpit; circumſcriptus circulus ſecundum ſphæræ ſuperficiem

κλων τῶν περὶ διαμέτρους τὰς ΗΘ, ΖΛ, κορυφὴν ἔχοντες τὸ Ε σημεῖον. Οὐκοῦν ὁ μὲν ΗΒΘΕ ῥόμβος στερεὸς ἴσος ἐστὶ κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΗΒΘ κώνου, τὸ ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΗΒ ἀγομένῃ καθέτῳ. Τὸ δὲ περίλειμμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΗΘ, ΖΛ, καὶ τῶν κωνικῶν τῶν ΖΕΛ, ΗΕΘ, ἴσον ἐστὶ κώνῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΗΘ, ΖΛ, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΖΗ καθέτῳ ἠγμένῃ. Πάλιν τὸ περίλειμμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΖΛ, ΑΓ, καὶ τῶν κωνικῶν τῶν ΑΕΓ, ΖΕΛ, ἴσον ἐστὶ κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΖΛ, ΑΓ, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΖΛ καθέτῳ ἠγμένῃ. Οἱ δὴ εἰρημένοι κῶνοι ἴσοι ἔσονται τῷ σχήματι, καὶ μετὰ τοῦ ΑΕΓ κώνου· καὶ ὕψος μὲν ἴσον ἔχουσι τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ, τὰς δὲ βάσεις[f] ἴσους τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΖΗΒΘΛΓ σχήματος. Ἔχει δὲ καὶ ὁ Κ κῶνος τὸ αὐτὸ ὕψος, καὶ βάσιν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος τοῖς εἰρημένοις κώνοις. Οἱ δὲ εἰρημένοι κῶνοι ἐδείχθησαν ἴσοι τῷ σχήματι, καὶ τῷ ΑΕΓ κώνῳ. Καὶ ὁ Κ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ τε σχήματι, καὶ τῷ ΕΑΓ κώνῳ.

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, μείζων ἐστὶ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος σὺν τῷ κώνῳ. Ὁ γὰρ προειρημένος κῶνος μείζων ἐστὶ τοῦ κώνου τοῦ ἴσου σχήματι, σὺν τῷ κώνῳ[g] τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν βάσιν τοῦ τμήματος, τὴν δὲ κορυφὴν πρὸς τῷ κέντρῳ, τουτέστι τὴν βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὴ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ. Ἥ τε γὰρ βάσις τῆς βάσεως μείζων ἐστὶ, δέδεικται γὰρ τοῦτο, καὶ τὸ ὕψος τοῦ ὕψους.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μβ'.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω ἔλασσον ἡμικυκλίου ὃ ἀποτέμνει ἡ ΑΒ. Καὶ κέντρον τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ Δ ἐπὶ τὰ Α, Β ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΒ· καὶ περὶ τὸν γενηθέντα τομέα περιγεγράφθω πολύγωνον, καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος. Ἕξει δὴ, αὐτὸ κέντρον τῷ ΑΒΓ κύκλῳ. Ἐὰν δὴ, μενούσης τῆς ΕΚ, περιενεχθὲν τὸ πολύγωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὁ περιγεγραμμένος κύκλος κατὰ ἐπιφανείας

[f] ἴσας [g] τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι

εἰσθήσεται σφαίρας· καὶ αἱ γωνίαι τοῦ πολυγώνου κύκλους [h] γράψουσιν, ὧν αἱ διάμετροι ἐπιζευγνύουσι τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, οὖσαι παράλληλοι τῇ ΑΒ. Τὰ δὲ σημεῖα καθ' ἃ ἅπτονται τοῦ ἐλάσσονος κύκλου αἱ τοῦ πολυγώνου πλευραὶ, κύκλους γράφουσιν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ, ὧν διάμετροι ἔσονται αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς ἁφὰς, παράλληλοι οὖσαι τῇ ΑΒ· αἱ δὲ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν εἰσθήσονται. Καὶ ἔσται τὸ περιγραφὲν σχῆμα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΖΗ κύκλος. Ἡ δὲ τοῦ εἰρημένου σχήματος ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ἐπιφανείας, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΑΒ κύκλος.

feretur; et anguli polygoni circulos deſcribent, quorum diametri ipſi A B parallelæ polygoni angulos jungunt. At puncta, in quibus polygoni latera minorem circulum contingunt, deſcribent circulos in minore ſphæra, quorum diametri ſunt rectæ, quæ ipſi A B parallelæ jungunt contactus: ipſa autem latera ferentur ſecundum conicas ſuperficies. Atque ita figura circumſcribetur conicis ſuperficiebus comprehenſa, cujus baſis erit circulus, qui circa diametrum Z H deſcribitur. Figuræ autem, quam diximus, ſuperficies major eſt ſuperficie minoris ſegmenti, cujus baſis eſt circulus, qui deſcribitur circa diametrum A B.



Ἤχθωσαν γὰρ ἐφαπτόμεναι αἱ ΑΜ, ΒΝ. Κατὰ κωνικῆς ἄρα ἐπιφανείας οἰσθήσονται, καὶ τὸ σχῆμα τὸ γενηθὲν ὑπὸ τοῦ πολυγώνου τοῦ ΑΜΘΕΛΝΒ, ἕξει μείζονα τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος [i] ἐστί. Πέρας γὰρ ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ τῷ αὐτῷ ἔχουσιν τὸν περὶ διάμετρον [k] τὴν ΑΒ κύκλον, καὶ περιλαμβάνεται τὸ τμῆμα ὑπὸ τοῦ σχήματος. Ἀλλ' ἡ γεγενημένη ὑπὸ τῶν ΖΜ, ΗΝ ἐπιφάνεια κώνου, μείζων ἐστὶ τῆς γεγενημένης ὑπὸ τῶν ΜΑ, ΝΒ· ἡ μὲν γὰρ ΖΜ τῆς ΜΑ μείζων ἐστὶ, ὑπὸ γὰρ ὀρθὴν ὑποτείνει, ἡ δὲ ΝΗ τῆς ΝΒ. Ὅταν δὲ τοῦτο ᾖ, μείζων ἐστὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας. Ταῦτα γὰρ δέδεικται ἐν τοῖς λήμμασι. Δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.

Ducantur enim contingentes A M, B N. Ferentur utique ſecundum conicam ſuperficiem: quæ a polygono fit et figura, AMΘEΛNB, ſuperficiem habebit majorem ſphæræ ſegmento, cujus baſis eſt circulus, qui deſcribitur circa diametrum A B. Nam terminum in uno eodemque plano circulum habent, qui deſcribitur circa diametrum A B; ſegmentumque a figura comprehenditur. At vero coni ſuperficies, quæ fit a rectis Z M, H N major eſt ea, quæ fit a M A, N B; cum Z M major ſit quam M A, utpote quæ recto angulo ſubjicitur, et N H quam N B. Quod ſi aliquando contigerit, ſuperficies major eſt ſuperficie. Hæc enim in lemmatibus demonſtrata ſunt. Manifeſtum eſt igitur, circumſcriptæ figuræ ſuperficiem ſuperficie ſegmenti minoris ſphæræ majorem eſſe.

E U T O C I U S.

Ἕξει δὲ καὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ ΑΒΓ κύκλῳ. Ἐὰν γὰρ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπὶ τὰ Θ, Ε, Λ ἴσαι ἔσονται, διὰ τὸ καὶ τὰς ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνυμένας εὐθείας καθέτους εἶναι ἐπὶ τὰς ἐφαπτομένας, καὶ αὐτὰς δὲ τὰς ἐφαπτομένας δίχα τέμνεσθαι πρὸς τῇ ἁφῇ.

Ὅταν δὲ τοῦτο ᾖ, μείζων ἐστὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΜΖ κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας φέρεται, κατὰ κολούρου κώνου ἐπιφανείας οἰσθήσεται, ᾗ ἴσος ἐστὶ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς τε ΖΜ, καὶ τῆς ἡμισείας

Habebit ſane eumdem centrum, atque circulus ABΓ. Si enim a puncto Δ ad Θ, E, Λ, rectæ jungantur, æquales erunt; eo quod quæ ab eodem Δ ad contactus junguntur, normales ad contingentes ſunt, ipſaſque contingentes in duas æquas partes ad contactum ſecant.

Quando vero hoc contigerit, ſuperficies major eſt ſuperficie. Quoniam enim M Z ſecundum conicam ſuperficiem fertur, feretur utique ſecundum ſuperficiem coni mutili, cui circulus æqualis eſt, cujus ea, quæ ex centro, media eſt proportionalis inter Z M, et dimidiam

[h] γράψουσι [i] In MS. ἐστὶ deeſt [k] τὸν [l] μείζων γάρ

utriuſque ſimul Z H, et M N. Pariter vero ſuperficiei coni mutili, quæ ex M A oritur, æqualis eſt circulus, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis eſt inter M A, et dimidiam utriuſque ſimul A B, et M N. Ac Z M quidem major eſt quam M A; Z H vero major quam A B. Igitur major eſt etiam media quam media, hoc eſt ſuperficies quam ſuperficies. Quæ igitur ſuperficies rectis Z M, N H concluditur, major eſt ſuperficie, quæ concluditur rectis M A, N B.

 συναμφοτέρῳ τῆς Z H καὶ τῆς M N. Ὁμοίως δὲ καὶ τῇ ὑπὸ τῆς M A γινομένῃ [m] κολούρου κώνου ἐπιφανείᾳ, ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον [n] λόγον ἔχει τῆς M A καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρου τῆς A B καὶ M N. Καί ἐστιν ἡ μὲν Z M μείζων τῆς M A, ἡ δὲ Z H τῆς A B. Μείζων ἄρα καὶ ἡ μέση τῆς μέσης, ὥστε καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας. Ἡ ἄρα ὑπὸ Z M, N H μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ M A, N B ἐπιφανείας.

PROP. XLIII. Theor.

Ac manifeſtum eſt, figuræ ſectori circumſcriptæ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cujus ea, quæ ex centro, poteſt ſpatium, quod continetur ſub uno polygoni latere, et rectis omnibus, quæ polygoni angulos jungunt, et amplius dimidia baſis ejus, quod diximus, polygoni.

Quæ enim circumſcribitur figura ſectori, eadem majoris ſphæræ ſegmento inſcribitur. Hoc autem ex iis conſtat, quæ ſupra ſcripta ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μγ΄.

Καὶ φανερὸν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος τοῦ περὶ τὸν τομέα, ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου, καὶ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν πασῶν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, [o] καὶ τῆς ἐπὶ ἡμισείας τῆς βάσεως τοῦ εἰρημένου πολυγώνου.

Τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα τῷ τομεῖ, ἐγγεγραμμένον σχῆμά ἐστιν εἰς τὸ τμῆμα τῆς μείζονος σφαίρας. Τοῦτο δὲ δῆλον, διὰ τὸ προγεγραμμένον.

PROP. XLIV. Theor.

Figuræ ſegmento circumſcriptæ ſuperficies major eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti.

Sit enim ſphæra, et maximus in ea circulus Λ Δ B Γ, et centrum E. Circumſcribatur autem ſectori polygonum Λ Z K, et huic ipſi circulus; et oriatur figura, ut ſupra. Sit etiam circulus N, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium ei æquale, quod continetur ſub uno polygoni latere, rectiſque omnibus, quæ angulos jungunt, una cum dimidia ipſius K Λ. Atque hoc, quod diximus, ſpatium æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub M Θ, et ſub Z H, quæ quidem eſt ſegmenti majoris ſphæræ altitudo. Hoc enim ſupra demonſtratum eſt. Igitur ea, quæ ex centro circuli N, poteſt ſpatium ei æquale, quod ſub M Θ et H Z continetur. At vero H Z major eſt quam Δ Ξ, quæ altitudo eſt minoris ſegmenti. Si enim jungatur K Z, parallela erit rectæ Δ Λ. Eſt autem etiam

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μδ΄.

Τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος τῷ τομεῖ ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἠγμένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

Ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ μέγιστος κύκλος ἐπ᾽ αὐτῆς ὁ Λ Δ B Γ, καὶ κέντρον τὸ E. Καὶ περὶ τὸν τομέα περιγεγράφθω τὸ Λ Z K πολύγωνον, καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος περιγεγράφθω· καὶ γεγονέτω σχῆμα, καθάπερ πρότερον. Καὶ ἔστω κύκλος ὁ N, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου, καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς K Λ. Ἀλλὰ τὸ εἰρημένον χωρίον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῆς M Θ καὶ Z H, ἥ δή ἐστιν ὕψος τοῦ τμήματος τῆς μείζονος σφαίρας. Τοῦτο γὰρ προδέδεικται. Τοῦ ἄρα N κύκλου ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ M Θ, H Z περιεχομένῳ. [p] Ἀλλ᾽ ἡ μὲν H Z μείζων ἐστὶ τῆς Δ Ξ, ἥ ἐστιν ὕψος τοῦ ἐλάσσονος τμήματος. Ἐὰν γὰρ ἐπιζεύξωμεν τὴν K Z, ἔσται παράλληλος τῇ Δ Λ.



[m] Συλλόγῳ [n] λόγον ἐστὶ [o] καὶ ἐπὶ τῆς ἡμισείας [p] καὶ ἄλλο μὲν

Ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΚΛ παράλληλος, καὶ κοινὴ ἡ ΖΕ. Ὅμοιον ἄρα τὸ ΖΚΗ τρίγωνον τῷ ΔΛΞ τριγώνῳ. Καί ἐστι μείζων ἡ ΖΚ τῆς ΛΔ. Μείζων ἄρα καὶ ἡ ΖΗ τῆς ΔΞ. Ἴση δὲ ἡ ΜΘ τῇ διαμέτρῳ τῇ ΓΔ. Ἐὰν [1] γὰρ ἐπιζευχθῇ ἡ Ε, Ο, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΜΟ τῇ ΟΖ, ἡ δὲ ΘΕ τῇ ΕΖ, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΟ τῇ ΜΘ. Διπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΘ τῆς ΕΟ. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΓΔ διπλασίων ἐστὶ τῆς ΕΟ. Ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΘ τῇ ΓΔ. Τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΔΞ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΛΔ. Ἡ ἄρα τοῦ σχήματος τοῦ ΚΖΛ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος, ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ. Ὁ γὰρ Ν κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν τομέα σχήματος.

AB ipſi KΛ parallela, et ZE communis. Igitur ſimile eſt triangulum ZKH triangulo ΔΛΞ. Major eſt autem ZK quam ΛΔ. Major eſt igitur etiam ZH quam ΔΞ. Præterea MΘ diametro ΓΔ eſt æqualis. Si enim jungatur E, O, cum MO æqualis ſit rectæ OZ, et ΘE rectæ EZ, parallela utique eſt EO ipſi MΘ. Igitur MΘ ipſius EO eſt dupla. Dupla eſt autem etiam ΓΔ ipſius EO. Eſt igitur MΘ æqualis ipſi ΓΔ. Denique ſpatium quod ſub ΓΔ, ΔΞ continetur, æquale eſt quadrato, quod ab ΛΔ deſcribitur. Igitur figuræ KZΛ ſuperficies major eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti; ejus ſcilicet, qui circa diametrum AB deſcribitur. Nam circulus N æqualis eſt ſuperficiei figuræ ſectori circumſcriptæ.

EUTOCIUS.

Ἡ ἄρα τοῦ σχήματος τοῦ ΚΖΛ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ κύκλου, καὶ τὰ ἑξῆς. Ἀμφιδόξως δοκεῖ συνῆχθαι τὸ προκείμενον· λέγοιτο δ᾽ ἂν σαφῶς οὕτως. Ἐπειδὴ ὁ Ν κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν δύναται τὸ ὑπὸ ΜΘ, ΖΗ, τὸ δὲ ὑπὸ ΜΘ, ΖΗ, μεῖζον τοῦ ὑπὸ ΓΔ, ΔΞ· ἡ μὲν γὰρ ΜΘ ἴση δέδεικται τῇ ΓΔ, ἡ δὲ ΖΗ μείζων τῆς ΔΞ· ὁ Ν ἄρα κύκλος μείζων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ ΓΔ, ΔΞ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΓΔ, ΔΞ, ἴσον τῷ ἀπὸ ΔΛ. Ὁ ἄρα Ν κύκλος, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου, μείζων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔΛ.

Figuræ igitur KZΛ ſuperficies major eſt circulo; et quæ ſequuntur. Subobſcure id collegiſſe videtur; quod clarius hoc pacto colligas. Quoniam circulus N æqualis eſt ſuperficiei figuræ; quæque ex centro circuli N, poteſt ſpatium, quod ſub MΘ, ZH continetur, idque majus eſt ſpatio, quod continetur ſub ΓΔ, ΔΞ; demonſtratum eſt enim MΘ æqualem eſſe ipſi ΓΔ, et ZH majorem quam ΔΞ; ideo circulus N major eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, poteſt ſpatium, quod continetur ſub ΓΔ, ΔΞ. Quod autem ſpatium ſub ΓΔ, ΔΞ continetur, id quadrato æquale eſt, quod a ΔΛ deſcribitur. Igitur circulus N, hoc eſt circumſcriptæ figuræ ſuperficies, major eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, ipſi ΔΛ eſt æqualis.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ με΄.

Γίνεται δὴ καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸν τομέα σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον, ἴσον κώνῳ οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν πλευρὰν καθέτῳ ἠγμένῃ, ἣ δὴ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα τῷ τομεῖ, ἐγγεγραμμένον ἐστὶν εἰς τὸ τμῆμα τῆς μείζονος σφαίρας, ἧς κέντρον ἐστὶ τὸ αὐτό. Δῆλον οὖν τὸ λεγόμενόν ἐστιν ἐκ τοῦ προγεγραμμένου.

PROP. XLV. Theor.

Quinetiam figura ipſa ſectori circumſcripta, una cum cono, cujus baſis eſt circulus, qui circa diametrum KΛ deſcribitur, et vertex ipſius centrum, æqualis eſt uno, cujus baſis æqualis eſt ſuperficiei figuræ, et altitudo rectæ, quæ a centro ad latus normalis ducitur; quæ quidem æqualis eſt ei, quæ ex centro ſphæræ.

Quæ enim circumſcribitur figura ſectori, eadem ſegmento majoris ſphæræ, cujus idem eſt centrum, inſcribitur. Conſtat igitur quod dictum eſt ex iis, quæ ſupra ſcripta ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μϛ΄.

Ἐκ τούτου δὲ φανερὸν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ, μεῖζόν ἐστι κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου.

PROP. XLVI. Theor.

Hinc autem manifeſtum eſt, circumſcriptam figuram, una cum cono, majorem eſſe cono, qui baſim quidem habeat circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti minoris ſphæræ ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti; altitudinem vero rectam ei æqualem, quæ ex centro ſphæræ.

[1] γὰρ ex MS.

[1] ἐπεὶ

Qui enim conus figuræ, una cum cono, æqualis fuerit, hic baſim quidem habebit majorem eo, quem diximus, circulo; altitudinem vero ei æqualem, quæ ex centro minoris ſphæræ.

PROP. XLVII. Theor.

Sit rurſus ſphæra, et maximus in ea circulus, et ſegmentum minus ſemicirculo ABΓ; et centrum punctum Δ: et ſectori ABΓ inſcribatur polygonum æquiangulum, et huic ſimile aliud circumſcribatur, lateraque lateribus parallela ſint. Circumſcribatur item circumſcripto polygono circulus: et pariter ac in ſuperioribus theorematibus circuli, manente HB, circumacti figuras efficiant conicis ſuperficiebus compreheníàs. Oportet demonſtrare, circumſcriptæ figuræ ſuperficiem ad ſuperficiem figuræ inſcriptæ rationem habere ejus duplam, quam latus circumſcripti polygoni habet ad latus polygoni inſcripti: figuram autem ipſam, una cum cono, rationem habere ejuſdem rationis triplam.

Sit enim circulus M, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium ei æquale, quod continetur ſub uno polygoni latere circumſcripti, et rectis omnibus, quæ angulos jungunt, et amplius dimidia ipſius EZ. Atque erit circulus M circumſcriptæ figuræ ſuperficiei æqualis. Sumatur autem etiam circulus N, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium ei æquale, quod continetur ſub uno inſcripti polygoni latere, rectiſque omnibus, quæ angulos jungunt, una cum dimidia ipſius AΓ. Atque erit hic circulus æqualis ſuperficiei figuræ inſcriptæ. Sed ea, quæ diximus, ſpatia ſeſe habent invicem ut quadratum, quod a latere EK deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a latere AΛ. Ut igitur polygonum ad polygonum, ita ſe habet circulus M ad circulum N. Manifeſtum eſt igitur, circumſcriptæ figuræ ſuperficiem ad ſuperficiem figuræ inſcriptæ rationem habere ejus duplam, quam habet EK ad AΛ; eamdem ſcilicet, quam polygonum habet ad polygonum.

Sit rurſus conus Ξ baſim quidem habens circulo M æqualem, altitudinem vero æqualem ei,



Ὁ γὰρ ἴσος κῶνος τῷ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, τὴν μὲν βάσιν μείζονα ἕξει τοῦ εἰρημένου κύκλου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.

ΠΡΟΤ. μζʹ.

Ἔστω πάλιν σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ τμῆμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ ABΓ· καὶ κέντρον τὸ Δ· καὶ εἰς τὸν ABΓ τομέα ἐγγεγράφθω πολύγωνον ἀρτιόγωνον, καὶ τούτῳ ὅμοιον περιγεγράφθω, καὶ παράλληλοι ἔστωσαν αἱ πλευραὶ ταῖς πλευραῖς. Καὶ κύκλος περιγεγράφθω περὶ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον· καὶ ὁμοίως τοῖς πρότερον, μενούσης τῆς HB, περιενεχθέντες οἱ κύκλοι, ποιήσουσι σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα. Δεικτέον ὅτι ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνειαν, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢ πλευρὰ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου· τὸ δὲ σχῆμα, σὺν τῷ κώνῳ, τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ.

Ἔστω γὰρ ὁ M κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου, καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας, καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς EZ. *Ἔσται δὴ ὁ M κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Εἰλήφθω δὴ καὶ ὁ N κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου, †καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς AΓ. Ἔσται δὴ καὶ οὗτος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Ἀλλὰ τὰ εἰρημένα χωρία ἐστὶ πρὸς ἄλληλα, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς EK πλευρᾶς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς AΛ πλευρᾶς. Καὶ ὡς ἄρα τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, ὁ M κύκλος πρὸς τὸν N κύκλον. Φανερὸν οὖν ὅτι καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ EK πρὸς τὴν AΛ· τὸν δὲ αὐτὸν, ὃν καὶ τὸ πολύγωνον.

Ἔστω πάλιν κῶνος ὁ Ξ βάσιν μὲν ἔχων τῷ M ἴσην, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαί-

* ἴση

† ἢ πᾶσι τῶν

ρας. Ἴσος δὴ ἐδείχθη ὁ κῶνος τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΕΖ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ. Καὶ ἔστω ἄλλος κῶνος ὁ Ο, βάσιν μὲν ἴσην ἔχων τῷ Ν, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν ΑΛ κάθετον ἠγμένην. Ἔσται δὴ καὶ οὗτος ἴσος τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ κέντρον. Ταῦτα γὰρ πάντα προγέγραπται. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, [*]οὕτως ἡ ΑΛ πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ Δ ἐπὶ τὴν ΑΛ κάθετον ἠγμένην· ἐδείχθη δὲ ὡς ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ΑΛ, [*]οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου, καὶ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον· ἔσται ἄρα ὡς ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ Ξ, πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ Ο, οὕτως τὸ ὕψος τοῦ Ξ κώνου, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ο κώνου. Ὅμοιοι [*]ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι. Ὁ Ξ ἄρα κῶνος πρὸς τὸν Ο κῶνον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον. Φανερὸν οὖν ὅτι καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ.

quæ ex centro minoris ſphæræ. Æqualis eſt igitur hic conus figuræ circumſcriptæ, una cum cono, cujus baſis eſt circulus, qui circa EZ deſcribitur, et vertex punctum Δ. Sit alius conus O baſim quidem habens circulo N æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto Δ ad AΛ normalis ducitur. Et hic quidem conus æqualis erit figuræ inſcriptæ, una cum cono, cujus baſis eſt circulus, qui circa diametrum AΓ deſcribitur, et vertex punctum Δ. Hæc enim omnia antea ſcripta ſunt. Et quoniam ut EK ad eam, quæ ex centro minoris ſphæræ, ita ſe habet AΛ ad rectam, quæ a centro Δ ad AΛ normalis ducitur; demonſtratum autem eſt, ut EK ad AΛ, ita ſe habere eam, quæ ex centro circuli M, ad eam, quæ ex centro circuli N, et diametrum ad diametrum; ideo ut diameter circuli, qui baſis eſt coni Ξ, ad diametrum circuli, qui coni O eſt baſis, ita ſe habebit coni Ξ altitudo ad altitudinem coni O. Coni igitur ſimiles ſunt. Igitur conus Ξ ad conum O rationem habet ejus triplam, quam diameter habet ad diametrum. Manifeſtum igitur eſt, circumſcriptam figuram, una cum cono, ad figuram inſcriptam, una cum cono, rationem habere ejus triplam, quam EK habet ad AΛ.

E U T O C I U S.

Ἀλλὰ τὰ εἰρημένα χωρία πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΚ πλευρᾶς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΛ πλευρᾶς. Ἐπεὶ γὰρ ἐπιζευχθείσης τῆς ΔΛΚ, παράλληλός ἐστιν ἡ ΕΚ τῇ ΑΛ, ἔστιν ὡς [*]ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ, ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ. Ὡς δὲ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ, ἡ ΕΖ πρὸς ΑΓ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ, ἡ ΕΖ πρὸς ΑΓ· καὶ ἡμίσεια τῆς ΕΖ πρὸς τὴν ἡμίσειαν τῆς ΑΓ. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας τῶν πολυγώνων δειχθήσεται, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον πρὸς ἀλλήλας, ὃν ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ. Καὶ ὡς ἄρα ἓν πρὸς ἕν, οὕτως ἅπαντα πρὸς ἅπαντα. Ὡς ἄρα ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ, οὕτως πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς τοῦ περιγεγραμμένου γωνίας μετὰ τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως τοῦ μείζονος τμήματος, πρὸς πάσας τὰς ἐπιζευγνυούσας τὰς τοῦ ἐγγεγραμμένου γωνίας, μετὰ τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως τοῦ ἐλάσσονος τμήματος. Ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΚ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΛ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῆς ΕΚ καὶ πασῶν, πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς ΑΛ καὶ πασῶν. Τὰ γὰρ ὅμοια εὐθύγραμμα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. Καὶ τοῦ μὲν τῆς ΕΚ πρὸς ΑΛ λόγου διπλασίων ὁ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΚ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΛ. Τῶν δὲ ἐπιζευγνυουσῶν τὰς τοῦ μείζονος, πρὸς τὰς ἐπιζευγνυούσας τὰς τοῦ [*]ἐλάσσονος, διπλασίων ἐστὶν ὁ τοῦ ὑπὸ τῆς ΕΚ, καὶ πασῶν, πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς ΑΛ καὶ πασῶν. Ὅμοια γὰρ καὶ ταῦτα, διὰ τὸ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχειν.

Sed ea, quæ diximus, ſpatia ſeſe habent invicem, ut quadratum, quod a latere EK deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a latere AΛ. Si enim jungatur ΔΛK, cum EK parallela ſit ipſi AΛ, ut EΔ ad ΔA, ita ſe habet EK ad AΛ. Ut autem EΔ ad ΔA, ita ſe habet EZ ad AΓ. Igitur et ut EK ad AΛ, ita ſe habet EZ ad AΓ; dimidiaque ipſius EZ ad dimidiam ipſius AΓ. Pariter de cæteris omnibus, quæ polygonorum angulos jungunt, illud demonſtrabitur; eamdem inter ſe invicem rationem habere, quam EK ad AΛ. Igitur ut una ad unam, ita etiam omnes ad omnes. Ut igitur EK ad AΛ, ita ſe habent omnes, quæ circumſcripti polygoni angulos jungunt, una cum dimidia baſi majoris ſegmenti, ad omnes, quæ angulos jungunt inſcripti polygoni, una cum dimidia baſi ſegmenti minoris. Quare et ut quadratum, quod ab EK deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AΛ, ita ſpatium, quod ſub EK, omnibuſque ſimul continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub AΛ, ſimulque item omnibus. Quæ enim rectilinea ſimilia ſunt, hæc duplam reſpondentium ſibi invicem laterum rationem habent. Ac rationis quidem ipſius EK ad AΛ dupla eſt ratio quadrati, quod ab EK deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AΛ. Rationis vero rectarum omnium, quæ majoris polygoni angulos jungunt, ad rectas omnes, quæ angulos jungunt polygoni minoris, dupla eſt ratio ſpatii, quod ſub EK, omnibuſque ſimul continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub AΛ, ſimulque item omnibus. Nam hæc quoque ſpatia ſimilia ſunt, quippe quæ latera habent proportionalia.

[*] οὕτως ex MS. [*] οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου in MS. deſunt. [*] ἄρα ex MS. [*] ΕΔ πρὸς ΔΛ ex MS. [*] ἐλάττονος

Atque ut EK ad eam, quæ ex centro minoris ſphæræ, ita ſe habet AΛ ad rectam, quæ a centro ad AΛ normalis ducitur. Si enim recta a centro ad contactum juncta fuerit; erit utique, quæ juncta fuit recta, ad utramque EK, AΛ normalis. Atque ut EΔ ad ΔA, hoc eſt EK ad AΛ, ita ſe habebit quæ a centro ad contactum juncta eſt; nimirum ea, quæ ex centro minoris ſphæræ, ad eam, quæ ducta a centro ad AΛ normalis fuerit.

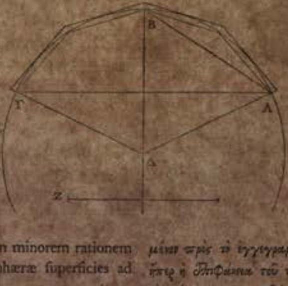
Demonſtratum autem eſt, ut EK ad AΛ, ita ſe habere eam, quæ ex centro circuli M, ad eam, quæ ex centro circuli N. Quoniam nimirum demonſtratum eſt, ut polygonum ad polygonum, ita ſe habere circulum M ad circulum N; hoc eſt quadratum, quod ab ea quæ ex centro circuli M deſcribitur, ad quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli N.

PROP. XLVIII. Theor.

Cujuſlibet ſegmenti ſphæræ, hemiſphærio minoris, ſuperficies æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſphæræ ſegmenti.

Sit ſphæra, et maximus in ea circulus ABΓ, ſegmentumque minus hemiſphærio, cujus baſis circulus, qui circa AΓ deſcribitur, ad circulum ABΓ rectus: et ſumatur circulus Z, cujus ea, quæ ex centro, ſit rectæ AB æqualis. Oportet demonſtrare, ſegmenti ABΓ ſuperficiem circulo Z æqualem eſſe.

Si enim non eſt æqualis, major ſit ſuperficies circulo Z: et ſumatur centrum Δ; et rectæ a centro Δ ad puncta A, Γ junctæ producantur. Duæ autem cum ſint magnitudines inæquales, ſuperficies ſegmenti, et circulus Z, ſectori ABΓ inſcribatur polygonum æquilaterum et æquiangulum, itemque aliud huic ſimile circumſcribatur; ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam ſegmenti ſphæræ ſuperficies ad circulum. Circumacto autem, ut antea, circulo, duæ erunt figuræ conicis ſuperficiebus comprehenſæ; altera quidem circumſcripta, altera vero inſcripta: et circumſcriptæ figuræ ſuperficies ſe habebit ad ſuperficiem inſcriptæ, ut circumſcriptum polygonum ad inſcriptum. Utraque enim ratio dupla eſt ejus, quam habet latus polygoni circumſcripti ad latus inſcripti.



Καί ἐστιν ὡς ἡ EK πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, οὕτως ἡ AΛ πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν AΛ κάθετον ἠγμένην. Ἐὰν γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζεύξωμεν εὐθεῖαν, [a] ἔσται ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἐπ᾽ ἀμφοτέρας τὰς EK, AΛ. [b] Καὶ ἔσται ὡς ἡ EΔ πρὸς ΔA, τουτέστιν ἡ EK πρὸς AΛ, [c] ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφήν, τουτέστιν ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν AΛ κάθετον.

Ἐδείχθη δὲ ὡς ἡ EK πρὸς AΛ, οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N κύκλου. Ἐπεὶ δέδεικται ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, οὕτως ὁ M κύκλος πρὸς τὸν N, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μή.

Παντὸς τμήματος σφαίρας, ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου, ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ μέγιστος ἐν αὐτῇ κύκλος ὁ ABΓ, καὶ τμῆμα ἐν αὐτῇ ἔλασσον ἡμισφαιρίου, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν AΓ κύκλος, πρὸς ὀρθὰς ὢν τῷ ABΓ κύκλῳ· καὶ εἰλήφθω κύκλος ὁ Z, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ AB. [d] Δεῖ δεῖξαι ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ABΓ τμήματος, ἴση ἐστὶ τῷ Z κύκλῳ.

Εἰ γὰρ μή, ἔστω μείζων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Z κύκλου· καὶ εἰλήφθω τὸ Δ κέντρον· καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ [e] τὰ A, Γ ἐπιζευχθεῖσαι ἐκβεβλήσθωσαν. Καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ τμήματος, καὶ τοῦ Z κύκλου, ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ABΓ τομέα πολύγωνον ἰσόπλευρον καὶ [f] ἀρτιογώνιον, καὶ ἄλλο τούτῳ ὅμοιον περιγεγράφθω· ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας [g] πρὸς τὸν κύκλον. Περιενεχθέντος δὲ τοῦ κύκλου, ὡς καὶ πρότερον, ἔσται δύο σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα, ὧν τὸ μὲν περιγεγραμμένον, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον· καὶ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἔσται, ὡς τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον. Ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων διπλάσιός ἐστι τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευρά, πρὸς

[a] ἔσαι [b] καὶ ἔσαι ὡς ἡ EΔ [c] ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθεῖσαν, τουτέστιν [d] Δεῖ δεῖξαι ex MS. [e] τ [f] ἀρτιόγωνον [g] πρὸς τὸν Z κύκλον.

τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευράν. Ἀλλὰ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ τοῦ εἰρημένου τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὸν Ζ κύκλον· μείζων δέ ἐστιν ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας τοῦ τμήματος. Καὶ ἡ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια ἄρα μείζων ἐστὶ τοῦ Ζ κύκλου. Ὅπερ ἀδύνατον. Δέδεικται γὰρ ἡ εἰρημένη τοῦ σχήματος ἐπιφάνεια ἐλάσσων οὖσα τοῦ τηλικούτου κύκλου. Ἔστω πάλιν ὁ κύκλος μείζων τῆς ἐπιφανείας· καὶ ὁμοίως περιγεγράφθω καὶ ἐγγεγράφθω ὅμοια πολύγωνα· καὶ τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω, τοῦ ὃν ἔχει ὁ κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ σχήματος. Οὐκ ἄρα μείζων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Ζ κύκλου. Ἐδείχθη δὲ ὡς οὐδὲ ἐλάσσων. Ἴση ἄρα.

Circumſcriptum autem polygonum ad inſcriptum minorem rationem habet, quam ejus, quod diximus, ſegmenti ſuperficies ad circulum Z; majorque eſt circumſcriptæ figuræ ſuperficies ſuperficie ſegmenti. Igitur etiam inſcriptæ figuræ ſuperficies major eſt circulo Z. Quod fieri non poteſt. Demonſtratum enim eſt, figuræ, quam diximus, ſuperficiem minorem eſſe hujuſmodi circulo. Sit rurſus circulus major ſuperficie: pariterque circumſcribantur, inſcribanturque ſimilia polygona; et circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam circulus ad figuræ ſuperficiem. Non eſt igitur minor ſuperficies circulo Z. Demonſtratum autem eſt, neque majorem eſſe. Eſt igitur æqualis.

EUTOCIUS.

Ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων διπλάσιός ἐστι τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Ἐδείχθη γὰρ ἐν τῷ πρὸ τούτου, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ ἴσου τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ ἴσου τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου, οὕτως ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Οἱ δὲ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους ἐν διπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐκ τῶν κέντρων. Καὶ ἡ ἐπιφάνεια ἄρα πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Utraque enim ratio dupla eſt ejus, quam habet latus polygoni circumſcripti ad latus inſcripti. Illud enim in ſuperiore theoremate demonſtratum eſt: ut ea, quæ ex centro circuli circumſcripti polygoni ſuperficiei æqualis, ad eam, quæ ex centro circuli æqualis ſuperficiei polygoni inſcripti, ita ſe habere circumſcripti polygoni latus ad latus polygoni inſcripti. Circuli autem duplam earum, quæ ex centro, inter ſe invicem rationem habent. Igitur etiam ſuperficies ad ſuperficiem duplam habent rationem lateris ad latus.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μθʹ.

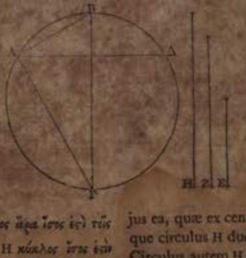
[a] Ἐὰν μεῖζον ἡμισφαιρίου ᾖ τμῆμα, ὁμοίως αὐτοῦ ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

Ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ νοείσθω τετμημένη ἐπιπέδῳ ὀρθῷ, τῷ κατὰ τὴν ΑΔ· καὶ τὸ ΑΒΔ ἔλασσον ἔστω [b] ἡμισφαιρίου. Καὶ διάμετρος ἡ ΒΓ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΔ· καὶ ἀπὸ τῶν ΒΓ ἐπὶ τὸ Α ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΑ, ΑΓ. Καὶ ἔστω ὁ μὲν Ε κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ· ὁ δὲ Ζ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΓ· ὁ δὲ Η κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΓΒ. Καὶ ὁ Η κύκλος ἄρα ἴσος ἐστὶ τοῖς δυσὶ κύκλοις τοῖς Ε, Ζ. Ὁ δὲ Η κύκλος ἴσος ἐστὶν ὅλῃ τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας· ἐπειδήπερ ἑκατέρα

PROP. XLIX. Theor.

Quod ſi majus hemiſphærio ſegmentum ſit, pariter ejus ſuperficies æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ quæ a vertice ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti.

Sit enim ſphæra, et maximus in ea circulus: et intelligatur recto plano ſecta eſſe per AΔ acto; ſegmentumque ABΔ minus ſit hemiſphærio. Diameter autem BΓ rectus ſit ad AΔ; et jungantur a punctis B, Γ ad A rectæ BA, AΓ. Porro ſit circulus quidem E, cujus ea, quæ ex centro, æqualis ſit ipſi AB; circulus vero Z, cujus ea, quæ ex centro, æqualis ſit ipſi AΓ: denique circulus H, cujus ea, quæ ex centro, æqualis ſit ipſi ΓB. Itaque circulus H duobus circulis E, Z eſt æqualis. Circulus autem H æqualis eſt toti ſphæræ ſuperficiei; quoniam utraque ſuperficies quadrupla



[a] Καὶ ἐὰν

[b] ἡμισφαιρίου

eſt circuli, qui circa diametrum B Γ deſcribitur; et circulus E æqualis ſuperficiei ſegmenti A B Δ; hoc enim de minore hemiſphærio demonſtratum eſt. Reliquus igitur circulus Z æqualis eſt ſuperficiei ſegmenti A Γ Δ; quod quidem ſegmentum majus eſt hemiſphærio.

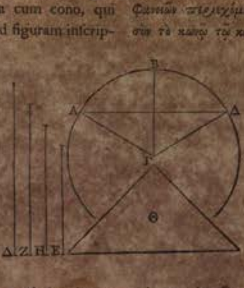
τετραπλασία ἐςὶ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΓ κύκλου· ὁ δὲ Ε κύκλος ἴσος ἐςὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΒΔ τμήματος, δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐπὶ τοῦ ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου. Λοιπὸς ἄρα ὁ Ζ κύκλος ἴσος ἐςὶ τῇ τοῦ ΑΓΔ τμήματος ἐπιφανείᾳ, ὃ δή ἐςι μεῖζον ἡμισφαιρίου.

PROP. L. Theor.

Cujuſlibet ſphæræ ſectori æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat ſuperficiei ſphæræ ſegmenti, quod in ſectore eſt, æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ.

Sit ſphæra, et maximus in ea circulus A B Δ; et centrum, punctum Γ. Sit autem conus, qui baſim quidem habeat circulum æqualem ſuperficiei, quæ ſecundum A B Δ circumferentiam eſt, altitudinem vero rectam æqualem ipſi B Γ. Oportet demonſtrare, ſectorem A B Γ Δ ei, quem diximus, cono æqualem eſſe.

Si enim non eſt æqualis, major ſit ſector cono: ponaturque conus Θ, qualis dictus eſt. Duæ autem cum ſint magnitudines inæquales, ſector, et conus Θ, inveniantur duæ lineæ Δ, E, quarum major ſit Δ; habeatque Δ ad E minorem rationem, quam ſector ad conum. Sumantur item duæ lineæ Z, H, ita ut Δ æque excedat Z, atque Z excedit H, et H excedit E: planoque circuli ſectori circumſcribatur polygonum æquilaterum et pariangulum, itemque aliud huic ſimile inſcribatur; ita ut circumſcripti latus ad latus inſcripti minorem rationem habeat, quam Δ ad Z. Circumacto autem, pariter ac in ſuperioribus theorematibus, circulo, duæ oriantur figuræ conicis ſuperficiebus comprehenſæ. Igitur circumſcripta figura, una cum cono, qui verticem habet punctum Γ, ad figuram inſcriptam, una cum eodem cono, rationem habet ejus triplam, quam habet circumſcripti polygoni latus ad latus polygoni inſcripti. Circumſcripti autem latus ad latus inſcripti minorem rationem habet, quam Δ ad Z. Igitur circumſcripta ſolida figura, quam diximus, ad inſcriptam rationem habebit minorem ejus tripla, quam habet Δ ad Z. Habet autem Δ ad E rationem majorem ejus tripla, quam Δ habet ad Z. Habet igitur circumſcripta ſectori ſolida figura ad figuram inſcriptam minorem rationem, quam



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ν'.

Παντὶ τομεῖ σφαίρας ἴσος ἐςὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ κατὰ τὸν τομέα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Ἔςω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιςος κύκλος ὁ ΑΒΔ, καὶ κέντρον τὸ Γ. Καὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον, τὸν ἴσον τῇ κατὰ τὴν ΑΒΔ περιφέρειαν ἐπιφανείᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ΒΓ. Δεικτέον ὅτι ὁ τομεὺς ὁ ΑΒΓΔ ἴσος ἐςὶ τῷ εἰρημένῳ κώνῳ.

Εἰ γὰρ μὴ, ἔςω μείζων ὁ τομεὺς τοῦ κώνου· καὶ κείσθω ὁ Θ κῶνος, οἷος εἴρηται. Δύο δὴ μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, τοῦ τομέως καὶ τοῦ Θ κώνου, εὑρήσθωσαν δύο γραμμαὶ αἱ Δ, Ε, μείζων δὲ ἡ Δ τῆς Ε, καὶ ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω ἡ Δ πρὸς Ε, ἤπερ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον. Καὶ εἰλήφθωσαν δύο γραμμαὶ αἱ Ζ, Η, ὅπως τῷ ἴσῳ ὑπερέχῃ ἡ Δ τῆς Ζ, καὶ ἡ Ζ τῆς Η, καὶ ἡ Η τῆς Ε· καὶ περὶ τὸν ἐπίπεδον τομέα τοῦ κύκλου περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευρον, καὶ ἀρτιογώνιον, καὶ τούτῳ ὅμοιον ἐγγεγράφθω, [k]ὅπως ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰ ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου, τοῦ ὃν ἔχει ἡ Δ πρὸς Ζ. Καὶ ὁμοίως τοῖς πρότερον περιενεχθέντος τοῦ κύκλου, γεγενήσθω δύο σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα. Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον, σὺν τῷ κώνῳ τῷ κορυφὴν ἔχοντι τὸ Γ σημεῖον, πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει, τοῦ ὃν ἔχει ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Ἀλλὰ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Δ πρὸς Ζ. Ἐλάσσονα λόγον ἄρα ἕξει, ἢ τριπλάσιον, τὸ εἰρημένον ςερεὸν σχῆμα τοῦ τῆς Δ πρὸς Ζ. Ἡ δὲ Δ πρὸς Ε μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τριπλάσιον τοῦ τῆς Δ πρὸς Ζ. Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον σχῆμα ςερεὸν τῷ τομεῖ, πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἡ Δ πρὸς

[k] ὅπως ex MS.

E. Ἡ δὲ Δ πρὸς E ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον. [l] Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον τῷ τομεῖ σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον [m] ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον. Καὶ ἐναλλάξ. Μεῖζον δέ ἐστι τὸ περιγεγραμμένον στερεὸν σχῆμα τοῦ τμήματος. Καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον ἄρα σχῆμα ἐν τῷ τομεῖ, μεῖζόν ἐστι τοῦ Θ κώνου. Ὅπερ ἀδύνατον. Δέδεικται γὰρ ἐν τοῖς ἄνω, ἔλασσον ὂν τοῦ τηλικούτου κώνου, τουτέστι τοῦ ἔχοντος βάσιν μὲν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἐπιζευγνυμένῃ εὐθείᾳ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος· ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ εἰρημένος κῶνος ὁ Θ· βάσιν τε γὰρ ἔχει κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος, τουτέστι τῷ εἰρημένῳ κύκλῳ, καὶ ὕψος ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Οὐκ ἄρα ὁ στερεὸς τομεὺς μείζων ἐστὶ τοῦ Θ κώνου. Ἔστω δὴ πάλιν ὁ Θ κῶνος τοῦ στερεοῦ τομέως μείζων· πάλιν δὴ ὁμοίως ἡ Δ πρὸς τὴν E, μείζων αὐτῆς οὖσα, ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω, τοῦ ὃν ἔχει ὁ κῶνος πρὸς τὸν τομέα. Καὶ ὁμοίως εἰλήφθωσαν αἱ Z, H, ὥστε εἶναι τὰς δύο πλευρὰς τὰς αὐτάς· καὶ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν ἐπίπεδον τομέα πολυγώνου ἀρτιογωνίου ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω, τοῦ ὃν ἔχει ἡ Δ πρὸς τὴν Z· καὶ γεγενήσθω τὰ περὶ τὸν στερεὸν τομέα στερεὰ σχήματα. Ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὸν τομέα στερεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τοῦ ὃν ἡ Δ πρὸς E· καὶ τοῦ ὃν ἔχει ὁ Θ κῶνος πρὸς τὸν τομέα. Ὥστε καὶ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἐγγεγραμμένον στερεὸν ἐν τῷ τμήματι πρὸς τὸ περιγεγραμμένον. Μείζων δέ ἐστιν ὁ τομεὺς τοῦ ἐγγεγραμμένου εἰς αὐτὸν σχήματος. [n] Μείζων ἄρα ὁ Θ κῶνος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Δέδεικται γὰρ τοῦτο, ὅτι ὁ τηλικοῦτος κῶνος ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὸν τομέα. Ἴσος ἄρα ὁ τομεὺς τῷ Θ κώνῳ.

Δ ad E. Δ autem ad E minorem rationem habet, quam ſolidus ſector ad conum Θ. Igitur circumſcripta ſectori ſolida figura ad figuram inſcriptam minorem habet rationem, quam ſolidus ſector ad conum Θ. Et permutando. Major eſt autem circumſcripta ſolida figura ſectore. Major eſt igitur etiam figura ſectori inſcripta cono Θ. Quod fieri non poteſt. Demonſtratum enim eſt in ſuperioribus theorematibus, cono ejuſmodi minorem eſſe; nempe illo, qui baſim quidem habeat circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti; altitudinem vero eam, quæ ex centro ſphæræ. Hic autem conus eſt, quem diximus Θ; quippe baſim habet circulum æqualem ſuperficiei ſegmenti; hoc eſt ei, quem diximus, circulo; et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ. Non eſt igitur ſolidus ſector major cono Θ. Rurſus autem conus Θ major ſit ſolido ſectore: pariterque Δ ad E, cujus major eſt Δ, minorem rationem habeat, quam conus ad ſectorem. Et ſumatur pariter Z, H, ita duo latera eadem ſint; et latus polygoni parianguli plano ſectori circumſcripti ad latus inſcripti minorem rationem habeat, quam Δ ad Z; orianturque circa ſolidum ſectorem ſolidæ figuræ. Eodem igitur modo demonſtrabimus, circumſcriptam ſolido ſectori figuram ad figuram inſcriptam minorem rationem habere, quam Δ ad E; et quam conus Θ ad ſectorem. Quare etiam ſector ad conum minorem habet rationem, quam inſcripta ſegmento ſolida figura ad figuram circumſcriptam. Major eſt autem ſector inſcripta eidem figura. Major eſt igitur conus Θ figura circumſcripta. Quod fieri non poteſt. Illud enim demonſtratum eſt, ejuſmodi conum figura ſectori circumſcripta minorem eſſe. Eſt igitur ſector cono Θ æqualis.

E U T O C I U S.

Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον στερεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον. Εἰ γὰρ τὸ περιγεγραμμένον στερεὸν πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα ἢ τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἡ Δ πρὸς Z· ἡ δὲ Δ πρὸς E μείζονα ἢ τριπλασίονα· τὸ ἄρα περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Δ πρὸς

Circumſcripta igitur ſectori ſolida figura ad inſcriptam minorem rationem habet, quam ſolidus ſector ad conum Θ. Si enim circumſcripta ſolida figura ad inſcriptam minorem rationem habet ejus tripla, quam habet Δ ad Z; Δ vero ad E tripla hujus rationis majorem; circumſcripta figura ad inſcriptam minorem utique rationem habet,

[l] ἢ τὸ [m] ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον in MS. deſunt. [n] Μείζων ἄρα ὁ Θ κῶνος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος in MS. deſunt.

quam Δ ad E. Habet autem Δ ad E minorem rationem quam ſector ad conum. Habet igitur etiam circumſcripta figura ad inſcriptam rationem minorem, quam ſector ad conum.

Eutocii Aſcalonitæ commentarius in primum Archimedis librum de ſphæra, et cylindro, ex editione ab Iſidoro Mileſio Mechanico præceptore noſtro recognita.

E. Ἡ δὲ Δ πρὸς [a] Ε ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον. Καὶ τὸ περιγεγραμμένον ἄρα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον.

[b] Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα εἰς τὸ πρῶτον τῶν Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, ἐκδόσεως παρανεγνωσμένης παρὰ τοῦ Μιλησίου Μηχανικοῦ Ἰσιδώρου ἡμετέρου διδασκάλου.

[a] Ἐλάσσονα λόγον ἔχει in MS. deſunt.

[b] Hic Commentariorum finis in MS. non invenitur.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ

ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ,

ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS

DE SPHÆRA ET CYLINDRO

LIBER SECUNDUS,

CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ.

ΠΡΟΤΕΡΟΝ μὲν [d] ἀπέστειλάς μοι γράψαι τῶν προβλημάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν αὐτὸς τὰς προτάσεις ἀπέστειλα Κόνωνι. Συμβαίνει δὲ αὐτῶν τὰ πλεῖστα γράφεσθαι διὰ τῶν θεωρημάτων, ὧν πρότερον ἀπέστειλά σοι τὰς ἀποδείξεις· ὅτι τε πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ· καὶ δὴ ὅτι παντὸς [a] τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, [b] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως ἀγομένῃ· καὶ δὴ ὅτι πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστι τῷ μεγέθει τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἡμιολία τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας· καὶ δὴ ὅτι πᾶς τομεὺς στερεὸς ἴσος ἐστὶ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ ἐν τῷ τομεῖ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ὅσα μὲν ὦν τῶν θεωρημάτων καὶ προβλημάτων γράφεται [c] διὰ τούτων θεωρημάτων, ἐν τῷδε τῷ βιβ-

ARCHIMEDES DOSITHEO SAL.

ANTEA quidem mandaſti mihi, ut quorum problematum propoſitiones ipſe ad Cononem miſeram, horum demonſtrationes conſcriberem. Contingit autem, ut plurima ex his per theoremata exponantur, quorum antea ad te miſi demonſtrationes: cujuſmodi eſt illud, cujuſlibet ſphæræ ſuperficiem quadruplam eſſe circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra; itemque illud, cujuſlibet ſegmenti ſphæræ ſuperficiei æqualem eſſe circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ lineæ, quæ a vertice ſegmenti ad baſis circumferentiam ducitur; quinetiam illud, cujuſlibet ſphæræ cylindrum, qui baſim quidem habeat circulum maximum omnium, qui ſunt in ſphæra, altitudinem vero æqualem ſphæræ diametro, magnitudine ſeſquialterum eſſe ſphæræ; ipſius autem ſuperficiem ſphæræ ſuperficiei eſſe ſeſquialteram: illud denique, quemlibet ſectorem ſolidum æqualem eſſe cono, qui baſim quidem habeat circulum æqualem ſuperficiei ſegmenti ſphæræ, quod eſt in ſectore, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ. Quæcunque igitur theoremata et problemata per theo-

[a] In MS. τμήματα deeſt. [b] ὧν [c] δι' αὐτῶν τούτων

[d] Forte ἀπέστειλας.

mata iſta exponuntur, hoc in libro conſcripta ad te miſi: quæcunque vero per aliam inveniuntur contemplationem, quæ tum ad helicas tum ad conoidas pertinent, dabo operam ut ad te quamprimum mittam. Problematum autem hoc primum erat,

λιῳ γράψας ἀπέςαλκά σοι· ὅσα δὲ δι' ἄλλης εὑρίσκονται θεωρίας, τά τε περὶ ἑλίκων καὶ τὰ περὶ τῶν κωνοειδῶν, πειράσομαι διὰ τάχους ἀποςεῖλαι. Τὸ δὲ πρῶτον ἦν τῶν προβλημάτων, τόδε,

PROP. I. Prob.

Data ſphæra, planum ſpatium invenire ſphæræ ſuperficiei æquale.

Hoc vero manifeſtum eſt; cum ex iis, quæ diximus, theorematibus demonſtratum ſit. Quadruplum enim circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra, cum planum ſpatium eſt, tum ſphæræ ſuperficiei æquale.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

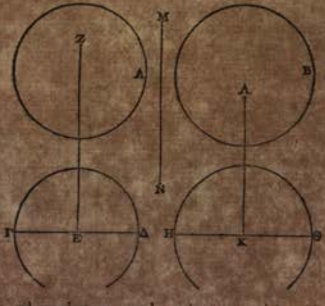
Σφαίρας δοθείσης, ἐπίπεδον χωρίον εὑρεῖν, ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

Ἔςι δὲ τοῦτο φανερὸν, δεδειγμένον ἐκ τῶν προειρημένων θεωρημάτων. Τὸ γὰρ τετραπλάσιον τοῦ μεγίςου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ἐπίπεδόν τι χωρίον ἐςὶ, καὶ ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

PROP. II. Prob.

Alterum hoc erat: dato cono, vel cylindro, ſphæram invenire cono, vel cylindro æqualem.

Sit datus conus, vel cylindrus A, et ipſi A æqualis ſphæra B: et ponatur coni, vel cylindri A ſeſquialter cylindrus ΓΖΔ; ſphæræ autem B ſeſquialter cylindrus, cujus baſis circulus, qui circa diametrum ΗΘ deſcribitur, axis vero ΚΛ ſphæræ B diametro æqualis. Æqualis eſt igitur cylindrus E cylindro K. Æqualium autem cylindrorum baſes et altitudines reciprocantur. Ut igitur circulus E ad circulum K, hoc eſt, ut quadratum, quod a ΓΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΗΘ: ita ſe habet ΚΛ ad EZ. Æqualis eſt autem ΚΛ ipſi ΗΘ. Qui enim cylindrus ſeſquialter eſt ſphæræ diametro æqualem; circulusque K maximus eſt omnium, qui ſunt in ſphæra. Ut igitur quadratum, quod a ΓΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΗΘ, ita ſe habet ΗΘ ad EZ. Sit modo quadrato quod deſcribitur ab ΗΘ æquale ſpatium, quod continetur ſub ΓΔ, MN. Ut igitur ΓΔ ad MN, ita ſe habet quadratum, quod a ΓΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΗΘ; hoc eſt ΗΘ ad EZ. Et permutando, ut ΓΔ ad ΗΘ, ita ſe habet ΗΘ ad MN, et MN ad EZ. Utraque autem ΓΔ, EZ data eſt. Datæ ſunt igitur inter datas duas rectas ΓΔ, EZ proportionales mediæ ΗΘ, MN. Utraque igitur ΗΘ, MN eſt data.



Componetur autem problema hoc pacto. Sit datus conus, vel cylindrus A. Oportet autem cono vel cylindro A æqualem ſphæram invenire.

ΠΡΟΤ. β'.

Τὸ δεύτερον ἦν· κώνου δοθέντος, ἢ κυλίνδρου, σφαῖραν εὑρεῖν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ ἴσην.

Ἔςω ὁ διδόμενος κῶνος ἢ κύλινδρος ὁ Α, καὶ τῷ Α ἴση ἡ Β σφαῖρα· καὶ κείσθω τοῦ Α κώνου ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος ὁ ΓΖΔ, τῆς δὲ Β σφαίρας ἡμιόλιος κύλινδρος, [d] οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΗΘ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ ΚΛ ἴσος τῇ διαμέτρῳ τῆς Β σφαίρας. Ἴσος ἄρα ἐςὶν ὁ Ε κύλινδρος τῷ Κ κυλίνδρῳ. Τῶν δὲ ἴσων κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις ταῖς ὕψεσιν. Ὡς ἄρα ὁ Ε κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον, τουτέςιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς ΕΖ. Ἴση δὲ ἡ ΚΛ τῇ ΗΘ. Ὁ γὰρ ἡμιόλιος κύλινδρος τῆς σφαίρας ἴσον ἔχει τὸν ἄξονα τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, καὶ ὁ Κ κύκλος μέγιςός ἐςι τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ. Ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΘ, [e] οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΕΖ. Ἔςω τῷ ἀπὸ ΗΘ ἴσον τὸ ὑπὸ ΓΔ, ΜΝ. Ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς ΜΝ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΘ, τουτέςι ἡ ΗΘ πρὸς ΕΖ. Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΗΘ, [f] οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΜΝ, καὶ ἡ ΜΝ πρὸς ΕΖ. Καί ἐςι δοθεῖσα ἑκατέρα τῶν ΓΔ, ΕΖ. Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΓΔ, ΕΖ, δύο μέσαι ἀνάλογον εἰσὶν αἱ ΗΘ, ΜΝ. Δοθεῖσα ἄρα ἑκατέρα [g] τῶν ΗΘ, ΜΝ.

Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως. Ἔςω δὴ ὁ δοθεὶς κῶνος, ἢ κύλινδρος ὁ Α. Δεῖ δὲ τῷ Α κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ ἴσην σφαῖραν εὑρεῖν.

[d] ὧν [e] ἢ [f] ἢ [g] τῶν τῆς ΗΘ

Ἔςω τῷ Α κώνῳ, ἢ κυλίνδρῳ, ἡμιόλιος κύλινδρος, [h] οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ ΕΖ. Καὶ εἰλήφθω τῶν ΓΔ, ΕΖ δύο μέσαι ἀνάλογον, αἱ ΗΘ, ΜΝ· ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΓΔ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτω τὴν ΗΘ πρὸς τὴν ΜΝ, καὶ τὴν ΜΝ πρὸς τὴν ΕΖ· καὶ νοείσθω κύλινδρος, [h] οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΗΘ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ ΚΛ ἴσος τῇ ΗΘ διαμέτρῳ. Λέγω δὴ ὅτι ἴσος ἐςὶν ὁ Ε κύλινδρος τῷ Κ κυλίνδρῳ.

Καὶ ἐπεί ἐςιν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΗΘ, ἡ ΜΝ πρὸς ΕΖ· καὶ ἐναλλὰξ, καὶ ἴση ἡ ΗΘ τῇ ΚΛ. Ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς ΜΝ, τουτέςιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΘ, οὕτως ὁ Ε κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον· ὡς ἄρα ὁ Ε κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΕΖ. Τῶν ἄρα Ε, Κ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ἴσος ἄρα ὁ Ε κύλινδρος τῷ Κ κυλίνδρῳ. Ὁ δὲ Κ κύλινδρος τῆς σφαίρας, ἧς διάμετρος ἡ ΗΘ ἡμιόλιός ἐςι. Καὶ ἡ σφαῖρα ἄρα ἧς ἡ διάμετρος ἴση ἐςὶ τῇ ΗΘ, τουτέςιν ἡ Β, ἴση ἐςὶ τῷ Α κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ.

Sit coni vel cylindri A ſeſquialter cylindrus, cujus baſis circulus, qui circa diametrum ΓΔ, deſcribitur, et axis EZ. Sumanturque inter ΓΔ, EZ duæ proportionales mediæ ΗΘ, ΜΝ; ita ut quemadmodum ΓΔ ad ΗΘ, ita ſe habeat ΗΘ ad ΜΝ, et ΜΝ ad EZ: atque intelligatur cylindrus, cujus baſis circulus, qui circa diametrum ΗΘ deſcribitur, et axis ΚΛ diametro ΗΘ æqualis. Dico cylindrum E cylindro K æqualem eſſe.

Quoniam enim ut ΓΔ ad ΗΘ, ita ſe habet ΜΝ ad EZ; itemque permutando, æqualiſque eſt ΗΘ ipſi ΚΛ. Ideo ut ΓΔ ad ΜΝ, hoc eſt ut quadratum, quod a ΓΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΗΘ, ita ſe habet circulus E ad circulum K; et ut circulus E ad circulum K, ita ΚΛ ad EZ. Cylindrorum igitur E, K baſes et altitudines reciprocantur. Æqualis eſt igitur cylindrus E cylindro K. Cylindrus autem K ſphæræ, cujus diameter ΗΘ, eſt ſeſquialter. Igitur etiam ſphæra, cujus diameter ipſi ΗΘ eſt æqualis, hoc eſt ſphæra B, æqualis eſt cono, vel cylindro A.

EUTOCIUS.

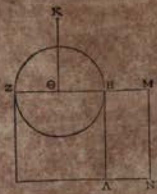
Σαφῶς ἡμῖν τῶν ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ θεωρημάτων γεγραμμένων, ἀκόλουθον ἂν εἴη κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἐν τοῖς δευτέροις θεωρήμασι σπουδάσαι. Φησὶ δὲ πρῶτον ἐν τῷ β' θεωρήματι· εἰλήφθω τοῦ δοθέντος κώνου, ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος. Τοῦτο δὲ διχῶς δυνατόν ἐστιν [i] εἰπεῖν, ἤτοι τῆς βάσεως τῆς αὐτῆς σωζομένης ἐν ἀμφοτέροις, ἢ τοῦ ὕψους. Καὶ ἵνα σαφέστερον γένηται τὸ λεγόμενον, νοείσθω κῶνος, ἢ κύλινδρος, οὗ βάσις μὲν ὁ Α κύκλος, ὕψος δὲ ὁ ΑΓ. Καὶ δέον ἔςω αὐτοῦ κώνου ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιον κύλινδρον εὑρεῖν. Ὑποκείσθω δὲ πρότερον ὁ ΑΓ κύλινδρος, καὶ προσεκβεβλήσθω τὸ ΑΓ ὕψος τοῦ κυλίνδρου, καὶ κείσθω τῆς ΑΓ ἡμίσεια ἡ ΓΔ. Ἡ ἄρα ΑΔ ἡμιολία ἐςὶ τῆς ΑΓ. Ἐὰν δὲ νοήσωμεν κύλινδρον, βάσιν μὲν ἔχοντα τὸν Α κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΑΔ εὐθεῖαν, ἡμιόλιος [k] ἔςαι τοῦ προτεθέντος τοῦ ΑΓ. Οἱ γὰρ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ὕψη. Εἰ δὲ κῶνος εἴη ὁ ΑΓ, τεμόντες τὴν ΑΓ δίχα, ὡς κατὰ τὸ Ε, ἐὰν πάλιν νοήσωμεν κύλινδρον βάσιν μὲν ἔχοντα τὸν Α κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΑΕ, ἔςαι ἡμιόλιος τοῦ ΑΓ. Ὁ γὰρ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν Α κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΑΓ εὐθεῖαν, τοῦ μὲν ΑΓ κώνου τριπλάσιός ἐςι, τοῦ δὲ ΑΕ κυλίνδρου διπλάσιος. Ὥςε δῆλον, ὅτι καὶ ὁ ΑΕ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐςι τοῦ ΑΓ κώνου. Οὕτως μὲν οὖν, τῆς αὐτῆς βάσεως σωζομένης, ἔν τε τῷ προτεθέντι, καὶ ἐν τῷ λαμβανομένῳ, γενήσεται τὸ πρόβλημα. Ἔςαι δὲ καὶ, τῆς βάσεως διαφόρου τυγχανούσης, τοῦ δὲ ἄξονος τοῦ αὐτοῦ μένοντος, τὸ αὐτὸ ποιεῖν. Ἔςω γὰρ πάλιν κῶνος ἢ κύλινδρος,



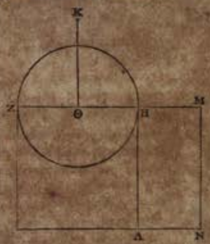
Cum, quæ primo in libro ſunt, theoremata ſatis, opinor, perſpicue a nobis ſint explicata, ſequitur, ut ea quoque, quæ ſunt in ſecundo, eadem cura perſequamur. Ac primum quidem hoc in ſecundo theoremate dicit: ſumatur cylindrus dati coni, vel cylindri ſeſquialter. Hoc autem poteſt duobus dici modis; nimirum ſervata in utroque eadem vel baſe, vel altitudine. Quod ut clarius fiat, intelligatur conus, aut cylindrus, cujus quidem baſis ſit circulus A, altitudo vero AΓ. Oporteat autem cylindrum invenire coni, aut cylindri hujus ſeſquialterum. Ponatur primo AΓ cylindrus eſſe; productaque ejus altitudine AΓ, abſcindatur ΓΔ ipſius AΓ dimidia. Eſt igitur AΔ ſeſquialtera ipſius AΓ. Itaque ſi intelligatur cylindrus baſim quidem habens circulum A, altitudinem vero rectam AΔ, ſeſquialter erit propoſiti cylindri AΓ. Qui enim coni, et cylindri ſuper eadem baſe conſtituti ſunt, hi ſeſe habent invicem ut altitudines. Quod ſi AΓ conus fuerit, ſecta AΓ in duas æquas partes in puncto E, ſi rurſus intelligatur cylindrus baſim quidem habens circulum A, altitudinem vero AE, hic erit coni AΓ ſeſquialter. Cylindrus enim baſim quidem habens circulum A, altitudinem vero rectam AΓ, coni quidem AΓ eſt triplus, cylindri vero AE duplus. Quare conſtat cylindrum AE ſeſquialterum eſſe coni AΓ. Atque ita quidem, eadem in utroque cum propoſito tum ſumpto baſe ſervata, problema conficietur. Quinetiam ſi baſis diverſa, et altitudo eadem fuerit, hoc ipſum fiet. Sit enim rurſus conus, aut cylindrus, cujus quidem baſis circulus

[h] ὧν [i] ποιεῖν [k] ἔςω

Z H, altitudo vero recta Θ K: oporteat autem cylindrum invenire, coni aut cylindri hujus ſeſquialterum, cujus altitudo ſit ipſi Θ K æqualis. Deſcribatur a circuli diametro Z H quadratum Z Λ; productaque Z H, abſcindatur ejus dimidia H M; compleaturque parallelogrammum Z N. Seſquialterum igitur eſt cum Z N ipſius Z Λ, tum M Z ipſius Z H. Conſtituatur modo quadratum Ξ Π parallelogrammo Z N æquale; deſcribaturque circa unum ejuſdem latus Ξ O, velut diametrum, circulus. Erit utique circulus Ξ O circuli Z H ſeſquialter. Circuli enim ſeſe habent invicem ut quadrata, quæ a diametris deſcribuntur. Itaque ſi rurſus intelligatur cylindrus baſim quidem habens circulum Ξ O, altitudinem vero ipſi Θ K æqualem; ſeſquialter erit cylindri, cujus quidem baſis circulus Z H, altitudo vero recta Θ K. Quod ſi conus fuerit, iiſdem pariter confectis, conſtitutoque quadrato tertiæ parti parallelogrammi Z N æquali, cujuſmodi eſt Ξ Π, circuloque circa ejuſdem latus Ξ O deſcripto; ſi intelligatur cylindrus ab hoc circulo excitatus eſſe altitudinem habens Θ K, hic erit propoſiti coni ſeſquialter. Quoniam enim parallelogrammum Z N quadrati quidem Ξ Π eſt triplum, quadrati vero Z Λ ſeſquialterum; erit utique idem Z Λ ipſius Ξ Π duplum. Propterea et circulus circuli, et cylindrus cylindri duplus erit. At vero cylindrus baſim quidem habens circulum Z H, altitudinem vero Θ K, triplus eſt coni circa eamdem baſim, et altitudinem deſcripti. Quare et cylindrus baſim quidem habens circulum Ξ O, altitudinem vero ipſi Θ K æqualem, ſeſquialter eſt coni propoſiti. Jam ſi oportuerit neque altitudinem, neque baſim eamdem eſſe, problema duobus pariter modis conficietur. Qui enim quæritur cylindrus, habuerit utique aut baſim, aut altitudinem datæ cuidam æqualem. Ac quæ data eſt, ſit primum baſis, puta circulus Ξ O. Oporteat autem cylindrum invenire, quem a baſe Ξ O excites, dati coni, aut cylindri ſeſquialterum. Sumatur eo, quo ſupra diximus, modo cylindrus Φ T dati coni, aut cylindri ſeſquialter, eamdemque atque propoſitus baſim habens: et fiat, ut quadratum quod a Ξ O deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a T T, ita cylindri Φ T altitudo ad P Σ. Igitur cylindrus, qui a baſe Ξ O excitatur, altitudinem habens P Σ cylindro Φ T æqualis eſt: reciprocantur enim inter ſe













ᾗ βάσις ὁ Z H κύκλος, ὕψος δὲ ἡ Θ K εὐθεῖα, ᾧ δεῖ ἴσον ἡμιόλιον [l] κύλινδρον εὑρεῖν, [m] ὕψος ἔχοντα ἴσον τῇ Θ K. Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς Z H διαμέτρου τοῦ κύκλου τετράγωνον τὸ Z Λ; καὶ προσεκβεβλήσθω τῆς Z H, [n] αὐτῆς ἡμίσεια ἡ H M· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ Z N παραλληλόγραμμον. Τὸ ἄρα Z N ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ Z Λ, καὶ ἡ M Z [o] τῆς Z H. Συνεστάτω δὲ τῷ Z N παραλληλογράμμῳ ἴσον τετράγωνον τὸ Ξ Π· καὶ περὶ διάμετρον μίαν τῶν πλευρῶν αὐτοῦ ὁ Ξ O κύκλος περιγεγράφθω. [p] Ἔσται δὴ ὁ Ξ O ἡμιόλιος τοῦ Z H. Οἱ γὰρ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα. Καὶ ἐὰν πάλιν νοηθῇ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν Ξ O κύκλον, ὕψος δὲ ἴσον τῇ Θ K, [q] ἔσται ἡμιόλιος τοῦ κυλίνδρου [r] ὃ βάσις μὲν ὁ Z H κύκλος, ὕψος δὲ ἡ Θ K. Εἰ δὲ κῶνος εἴη, ὁμοίως τὰ πάντα ποιήσαντες, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ Z N παραλληλογράμμου ἴσον συστησάμενοι τετράγωνον, ὡς τὸ Ξ Π· καὶ περὶ τὴν πλευρὰν αὐτοῦ Ξ O κύκλον γράψαντες, ἐὰν νοήσωμεν ἀπ' αὐτοῦ κύλινδρον ὕψος ἔχοντα τὴν Θ K· ἕξομεν αὐτὸν ἡμιόλιον τοῦ προτεθέντος κώνου. Ἐπεὶ γὰρ τὸ Z N παραλληλόγραμμον τοῦ Ξ Π τετραγώνου τριπλάσιον, τοῦ δὲ Z Λ ἡμιόλιον· τὸ Z Λ τοῦ Ξ Π [s] ἔσται διπλάσιον. Καὶ διὰ τοῦτο [t] καὶ ὁ κύκλος τοῦ κύκλου διπλάσιος, καὶ ὁ κύλινδρος τοῦ κυλίνδρου. Ἀλλ' ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν Z H κύκλον, ὕψος δὲ τὴν Θ K, τριπλάσιός ἐστι τοῦ, περὶ τὴν αὐτὴν βάσιν καὶ ὕψος τὸ αὐτὸ κώνου. Ὥστε καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν Ξ O κύκλον, ὕψος δὲ ἴσον τῇ Θ K, ἡμιόλιός ἐστι τοῦ προκειμένου κώνου. Εἰ [t] ἢ δέοι μήτε τὸν ἄξονα τὸν αὐτὸν εἶναι, μήτε τὴν βάσιν, γίνεται τὸ πρόβλημα πάλιν διχῶς. Ἢ γὰρ τὴν βάσιν ἕξει ἴσην τῇ δοθείσῃ, ἢ τὸν ἄξονα ὁ ποριζόμενος κύλινδρος. Ἔστω γὰρ πρότερον ἡ βάσις δεδομένη, ὡς ὁ Ξ O κύκλος. Καὶ δέον ἔστω κύλινδρον εὑρεῖν ἡμιόλιον τοῦ δοθέντος κώνου, ἢ κυλίνδρου, ἀπὸ βάσεως τῆς Ξ O. Εἰλήφθω, ὡς προείρηται, τοῦ δοθέντος κώνου, ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος, βάσιν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ προτεθέντι ὁ Φ T· καὶ γεγονέτω ὡς τὸ ἀπὸ τῆς Ξ O, πρὸς τὸ [u] ἀπὸ T T, οὕτως τὸ ὕψος τοῦ Φ T πρὸς [w] τὴν P Σ. Ἔσται ἄρα ὁ κύλινδρος ὁ ἀπὸ τῆς Ξ O βάσεως, ὕψος ἔχων τὴν P Σ, ἴσος τῷ Φ T· ἀντιπεπόνθασι γὰρ αἱ βάσεις [x] τοῖς ὕψεσι· καὶ γένοιτ' ἂν εἴη τὸ ἐπι-

[l] In MS. κύλινδρον deest. [m] κείσθω αὐτῆς ἡμίσεια ἡ H M· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ Z N in MS. deſunt. [n] τῆς Z H [o] ἔστω [p] ἴσω [q] οὕτω [r] ἔστω [s] In MS. καὶ deeſt. [t] δὲ ex MS. [u] ἀπὸ τοῦ T T [w] τὴν P O ἴσω [x] ταῖς

ταγμα. Εἰ δὲ μὴ ἡ βάσις ᾖ δεδομένη, ἀλλὰ ὁ ἄξων, τῷ αὐτῷ λόγῳ ποιηθέντος τοῦ Φ Υ, γενήσεται τὰ τῆς προτάσεως.

invicem bases, et altitudines; confectumque eſt quod propoſitum fuit. Sin autem quæ data eſt, non baſis ſed altitudo fuerit; quæſito eadem ratione cylindro Φ Υ, quod propoſitum eſt conficietur.

ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ β΄.

Τούτου ληφθέντος, ἐπεὶ δι' ἀναλύσεως αὐτοῦ προέβη τὰ τοῦ προβλήματος, λήξασαν τὴν ἀνάλυσιν εἰς τὸ δεῖν δύο δοθεισῶν δύο μέσας ἀνάλογον προσευρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, φησὶν ἐν τῇ συνθέσει, εὑρήσθωσαν. Τὴν δὲ εὕρεσιν τούτων, ὑπ' αὐτοῦ μὲν γεγραμμένην οὐδὲ ὅλως εὑρίσκομεν. Πολλῶν δὲ κλεινῶν ἀνδρῶν γραφαῖς [y] ἐντυχήκαμεν, τὸ πρόβλημα τοῦτο ἐπαγγελλομέναις, ὧν τὴν Εὐδόξου τοῦ Κνιδίου παρῃτησάμεθα [z] γράφειν. Ἐπειδή φησι μὲν ἐν προοιμίοις διὰ καμπύλων γραμμῶν αὐτὴν ηὑρηκέναι, ἐν δὲ τῇ ἀποδείξει πρὸς τῷ μὴ κεχρῆσθαι καμπύλαις γραμμαῖς· ἀλλὰ καὶ διῃρημένην ἀναλογίαν [a] εὑρὼν, ὡς συνεχεῖ χρῆται· ὅπερ ἦν ἄτοπον ὑπονοεῖν. Τί λέγω περὶ Εὐδόξου, ἀλλ' οὐδὲ τῶν καὶ μετρίως περὶ γεωμετρίαν ἀναστρεφομένων; Ἵνα δὲ ἡ τῶν εἰς ἡμᾶς ἐληλυθότων ἀνδρῶν ἔννοια ἐμφανὴς γένηται, ὁ ἑκάστου τῆς εὑρέσεως τρόπος καὶ ἐνταῦθα γραφήσεται.

IN SECUNDI THEOREMATIS COMPOSITIONEM.

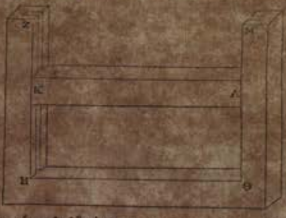
Sumpto eo, ex cujus reſolutione, quæ ad problema pertinent, fluxerunt; cum reſolutio ipſa eo demum exierit, ut inter datas duas rectas duæ proportionales mediæ proportione continua inveniendæ ſint; illud in compoſitione dicit, inveniantur. Quo autem pacto eaſdem ipſe invenerit, compertum plane mihi non eſt. Cum autem in multorum illuſtrium virorum ſcripta inciderim, in quibus plures problematis hujus conficiendi rationes traduntur, unam Eudoxi Gnidii rejeci. Quippe quum in Proœmiis per curvas lineas illam ſe inveniſſe dicat, nullas in demonſtratione curvas lineas adhibet; diſcretaque, quam inſtituit, proportione tamquam continua utitur; quod abſurdum utique erat cogitaſſe. Quid de Eudoxo dico, cum de illis quoque dici poſſit, qui mediocriter in Geometria verſati ſunt? Ut autem eorum intelligentia, quorum ſcripta ad nos pervenerunt, cognoſcatur, qua quiſque ratione Problema illud confecerit, deinceps ſcribetur.

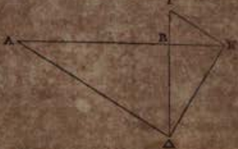
ΩΣ ΠΛΑΤΩΝ.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ Α Β, Β Γ, πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. Ἐκβεβλήσθωσαν ἐπ' εὐθείας ἐπὶ τὰ Δ, Ε. Καὶ κατεσκευάσθω ὀρθὴ γωνία ἡ ὑπὸ Ζ Η Θ· καὶ ἐν ἑνὶ σκέλει, οἷον τῷ Ζ Η, κινείσθω κανὼν ὁ Κ Λ ἐν σωλῆνί τινι ὄντι ἐν τῷ Ζ Η οὕτως, ὥστε παράλληλον αὐτὸν διαμένειν τῷ Η Θ. [b] Ἔσται δὲ τοῦτο, ἐὰν καὶ ἕτερον κανόνιον νοηθῇ συμφυὲς τῷ Θ Η, παράλληλον δὲ τῷ Ζ Η, ὡς τὸ Θ Μ. Σωληνισθεισῶν [c] γὰρ τῶν ἄνωθεν ἐπιφανειῶν τῶν Ζ Η, Θ Μ σωλῆσι πελεκινοειδέσι, καὶ τύλων συμφυῶν γενομένων τῷ Κ Λ εἰς τοὺς εἰρημένους σωλῆνας, [d] ἔσται ἡ κίνησις τοῦ Κ Λ παράλληλος ἀεὶ τῷ Η Θ. Τούτων οὖν κατεσκευασμένων, κείσθω τὸ ἓν σκέλος τῆς γωνίας Ζ Η Θ τυχὸν τὸ Η Θ, ψαῦον τοῦ Γ· καὶ μεταφερέσθω ἥτε γωνία, καὶ ὁ Κ Λ κανὼν, ἐπὶ τοσοῦτον, ἄχρις ἂν [e] ᾖ τὸ μὲν Η σημεῖον ἐπὶ τῆς Β Ε εὐθείας ᾖ, τοῦ Η Θ σκέλους ψαύοντος τοῦ Γ· ὁ δὲ Κ Λ κανὼν κατὰ μὲν τὸ Κ [f] ψαύῃ τῆς Β Δ εὐθείας, κατὰ δὲ τὸ λοιπὸν μέρος τοῦ Α. Ὥστε εἶναι, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς καταγραφῆς, τὴν μὲν ὀρθὴν γωνίαν θέσιν ἔχουσαν, ὡς τὴν ὑπὸ Γ Ε Δ· τὸν δὲ Κ Λ κανόνα θέσιν ἔχειν, οἵαν ἔχει ἡ Δ Α. Τούτων γὰρ [g] γενομένων ἔσται τὸ προκείμενον. Ὀρθῶν γὰρ οὐσῶν τῶν πρὸς [h] τοῖς Δ, Ε, ἐστὶν ὡς ἡ Γ Β πρὸς Β Ε, ἡ Ε Β πρὸς Β Δ, καὶ ἡ Δ Β πρὸς Β Α.

QUA PLATO.

Datis duabus rectis, duas proportionales medias proportione continua invenire. Sint datæ duæ rectæ, A B, B Γ ad angulos inter ſe invicem rectos, quas inter duas proportionales medias invenire oporteat. Producantur in directum ad puncta Δ, E. Conſtruatur autem rectus angulus Z H Θ: cujus in uno crure, puta Z H, per ſtrigem aliquam, quæ ducta in ipſo ſit, regula K Λ ita moveatur, ut cruri alteri H Θ parallela maneat. Hoc vero fiet, ſi ipſi Θ H intelligatur regula alia inſerta eſſe cruri Z H parallela, cujuſmodi eſt Θ M. Cum enim ſtriatæ deſuper ſint ſuperficies Z H, Θ M ſtrigibus ſecuriclatis; compactis utique in regulam K Λ ligneis clavis, iiſdemque in eas, quas diximus, ſtriges inſertis; K Λ ipſi H Θ parallela continuo movebitur. His ita confectis, admoveatur utrumlibet crus anguli Z H Θ, H Θ ad punctum Γ: et tum angulus, tum regula K Λ uſque eo transferatur; donec, crure H Θ per punctum Γ tranſeunte, punctum quidem H ſuper rectam B E cadat; regula vero K Λ ab una parte, puncto ipſius K, rectam B Δ, et ab altera rectam Δ A contingat. Nimirum figuræ hujus ſpecies exhibeatur: ita ut rectus quidem angulus eodem, quo Γ E Δ, ſitu jaceat; regula vero K Λ eodem, quo recta Δ A. Hæc enim ſi ita fiant, quod propoſitum eſt conficietur. Nam anguli, qui ad puncta ſunt Δ, E cum ſint recti; ut Γ B ad B E, ita ſe habuerit tum E B ad Δ B, tum B Δ ad B A.





[y] ἐντετυχήκαμεν [z] γραφὴν [a] εὑρεῖν [b] ἔςω [c] εὐθειῶν [d] ἔςαι [e] In MS. ἡ deest. [f] ψαύει [g] γενομένων ἔςω [h] τοῖς Δ Ε

QUA HERO

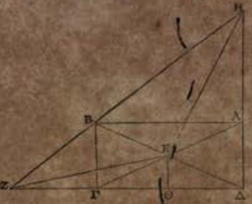
In Mechanicis inſtitutionibus, librisque de telis fabricandis.

Sint datæ duæ rectæ A B, B Γ, quas inter duas proportionales medias invenire oporteat. Ponantur ita inter ſe invicem, ut rectum, qui ad punctum B eſt, angulum comprehendant: et compleatur parallelogrammum; junganturque A Γ, B Δ. Manifeſtum igitur eſt eaſdem, rectæ cum ſint, in duas æquas partes ſeſe invicem ſecare. Qui enim circulus circa earum alteram deſcribitur, hic per alterius quoque extrema tranſibit; eo quod parallelogrammum rectangulum eſt. Producantur ΔΓ, Δ A ad puncta Z, H: atque intelligatur regula Z B H circa clavum aliquem ligneum moveri puncto B infixum. Moveatur autem uſque eo circa hunc clavum, donec æquales abſciderit rectas, quæ a puncto E ducuntur; hoc eſt E H, E Z. Intelligatur vero eas abſcidiſſe ubi primum ad ſitum pervenerit Z B H; atque ſint, ut dictum eſt, E H, E Z. Ducatur modo a puncto E ad Γ Δ normalis E Θ. Secat utique ipſam Γ Δ in duas æquas partes. Quoniam igitur Γ Δ in duas æquas partes in puncto Θ ſecatur, eidemque apponitur Γ Z; ſpatium quod ſub Δ Z Γ continetur, una cum quadrato, quod a Γ Θ deſcribitur, quadrato æquale eſt, quod deſcribitur a Θ Z. Commune addatur quadratum, quod deſcribitur ab E Θ. Quod igitur ſpatium ſub Δ Z Γ continetur, una cum quadratis, quæ a Γ Θ, Θ E deſcribuntur, id æquale eſt quadratis, quæ deſcribuntur a Z Θ, Θ E. Æquale autem eſt quadratis quidem, quæ a Γ Θ, Θ E deſcribuntur, quadratum, quod a Γ E deſcribitur; quadratis vero, quæ deſcribuntur a Z Θ, Θ E, quadratum, quod deſcribitur ab E Z. Quod igitur ſpatium ſub Δ Z Γ continetur, una cum quadrato, quod a Γ E deſcribitur, id æquale eſt quadrato, quod deſcribitur ab E Z. Eadem ratione demonſtrabitur, etiam ſpatium, quod ſub Δ H A continetur, una cum quadrato, quod ab A E deſcribitur, æquale eſſe quadrato, quod deſcribitur ab E H. Æqualis eſt autem tum A E ipſi E Γ, tum H E ipſi E Z. Igitur etiam ſpatium, quod ſub Δ Z Γ continetur, ſpatio æquale eſt, quod continetur ſub Δ H A. At vero ſi ſpatium, quod ſub extremis continetur, ſpatio æquale ſit, quod continetur ſub mediis, quatuor hæ rectæ proportionales invicem ſunt. Igitur, ut Z Δ ad Δ H, ita ſe habet A H ad Γ Z. Ut autem Z Δ ad Δ H, ita ſe habet tum Z Γ ad Γ B, tum B A ad A H. Ductæ enim ſunt in triangulo Z Δ H parallelæ alteri quidem lateri Δ H, Γ B; alteri vero Δ Z, A B. Ut igitur B A ad A H, ita ſe habet A H ad Γ Z, et Γ Z ad Γ B. Proportionales igitur mediæ inter A B, B Γ ſunt A H, Z Γ: quæ invenîendæ proponebantur.

ΩΣ ΗΡΩΝ

Ἐν Μηχανικαῖς εἰσαγωγαῖς, καὶ ἐν τοῖς Βελοποιϊκοῖς.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ Α Β, Β Γ, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. Κείσθωσαν ὥστε ὀρθὴν γωνίαν περιέχειν τὴν πρὸς τῷ Β, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ Β Δ παραλληλόγραμμον, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ Α Γ, Β Δ. Φανερὸν δὴ, ὅτι ἴσαι εἰσὶ δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας. Ὁ γὰρ περὶ μίαν αὐτῶν γραφόμενος κύκλος ἥξει καὶ διὰ τῶν περάτων τῆς ἑτέρας, διὰ τὸ ὀρθογώνιον εἶναι τὸ παραλληλόγραμμον. Ἐκβεβλήσθωσαν αἱ Δ Γ, Δ Α ἐπὶ τὰ Ζ, Η, καὶ νοείσθω κανόνιον ὡς τὸ Ζ Β Η, κινούμενον περί τινα τύλον μένοντα πρὸς τῷ Β. Καὶ κινείσθω ἕως ἀποτέμνει ἴσας τὰς ἀπὸ τοῦ Ε, τουτέστι τὰς Ε Η, Ε Ζ. Καὶ νοείσθω ἀποτεμὸν, καὶ θέσιν ἔχον τὴν Ζ Β Η, [i] ἴσων, ὡς εἴρηται, γινομένων τῶν Ε Η, Ε Ζ. Ἤχθω δὲ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν Γ Δ κάθετος ἡ Ε Θ. Δίχα δὲ τέμνει, [k] δῆλον ὅτι τὴν Γ Δ. Ἐπεὶ οὖν δίχα τέμνεται ἡ Γ Δ κατὰ τὸ Θ, καὶ πρόσκειται ἡ Γ Ζ, τὸ ὑπὸ Δ Ζ Γ μετὰ τοῦ ἀπὸ Γ Θ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ Θ Ζ. Κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ Ε Θ. Τὸ ἄρα ὑπὸ Δ Ζ Γ μετὰ τῶν ἀπὸ Γ Θ, Θ Ε, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ Ζ Θ, Θ Ε. Καὶ ἔστι τοῖς μὲν ἀπὸ Γ Θ, Θ Ε, ἴσον τὸ ἀπὸ Γ Ε· τοῖς δὲ ἀπὸ Ζ Θ, Θ Ε, ἴσον τὸ ἀπὸ Ε Ζ. Τὸ ἄρα ὑπὸ Δ Ζ Γ μετὰ τοῦ ἀπὸ Γ Ε, ἴσον τῷ ἀπὸ Ε Ζ. Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ Δ Η Α μετὰ τοῦ ἀπὸ Α Ε, [l] ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ Ε Η. Καὶ ἔστιν ἴση ἡ μὲν Α Ε τῇ Ε Γ, ἡ δὲ Η Ε τῇ Ε Ζ. Καὶ τὸ ὑπὸ Δ Ζ Γ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ Δ Η Α. Ἐὰν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσι. Ἔστιν ἄρα ὡς Ζ Δ πρὸς Δ Η, οὕτως ἡ Α Η πρὸς Γ Ζ· Ἀλλ' ὡς ἡ Ζ Δ πρὸς Δ Η, οὕτως ἡ Ζ Γ πρὸς Γ Β, καὶ ἡ Β Α πρὸς Α Η. Τριγώνου γὰρ τοῦ Ζ Δ Η παρὰ μίαν μὲν τὴν Δ Η, ἦκται ἡ Γ Β, παρὰ δὲ τὴν Δ Ζ ἡ Α Β. Ὡς ἄρα ἡ Β Α πρὸς Α Η, οὕτως ἡ Α Η πρὸς Γ Ζ, καὶ ἡ Γ Ζ πρὸς Γ Β. Τῶν ἄρα Α Β, Β Γ μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ Α Η, Γ Ζ· ὅπερ ἔδει εὑρεῖν.



QUA PHILO BYZANTINUS.

Sint datæ duæ rectæ A B, B Γ, quas inter duas proportionales medias invenire oporteat. Ponantur ita inter ſe invicem, ut rectum, qui ad punctum B eſt, angulum comprehendant: et juncta A Γ, deſcribatur circa ipſam ſemicirculus A B E Γ: ducanturque A Δ, et Γ Z, altera quidem ad B A, altera vero ad Γ B, utraque ad angulos rectos. Admoveatur autem ad punctum B regula rectas abſcindens A Δ, Γ Z: eademque moveatur uſque eo circa id punctum, donec quæ recta a puncto B ad Δ du-

ΩΣ ΦΙΛΩΝ Ο ΒΥΖΑΝΤΙΟΣ.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ Α Β, Β Γ, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. Κείσθωσαν, ὥστε ὀρθὴν γωνίαν περιέχειν τὴν πρὸς τῷ Β· καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς Α Γ, γεγράφθω περὶ [m] αὐτὴν ἡμικύκλιον τὸ Α Β Ε Γ· καὶ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν, τῇ μὲν Β Α, ἡ Α Δ, τῇ δὲ Β Γ ἡ Γ Ζ. Καὶ παρακείσθω κανὼν κινούμενος πρὸς τῷ Β, τέμνων τὰς Α Δ, Γ Ζ· καὶ κινείσθω περὶ μὲν τὸ Β, ἄχρις ἂν ἡ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ Δ

[i] ἴσων [k] δηλονότι [l] ἴσον τὸ [m] αὐτὸν

ἴση γένηται τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὸ Ζ, τουτέστι τῇ μεταξὺ τῆς τε περιφερείας τοῦ κύκλου καὶ τῆς ΓΖ. Νενοήσθω δὲ ἔχων τὸ κανόνιον θέσιν, ἣν [a] ἔχει ἡ ΔΒΕΖ, ἴσης οὔσης, ὡς εἴρηται, τῆς ΔΒ τῇ ΕΖ. Λέγω ὅτι αἱ ΑΔ, ΓΖ μέσαι ἀνάλογόν εἰσι τῶν ΑΒ, ΒΓ. Νενοήσθωσαν γὰρ ἐκβεβλημέναι αἱ ΔΑ, ΖΓ, καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Θ. Φανερὸν δὴ ὅτι παραλλήλων οὐσῶν τῶν ΒΑ, ΖΘ, ἡ πρὸς [b] τῷ Θ γωνία ὀρθή ἐστι· καὶ ὁ ΑΕΓ κύκλος ἀναπληρούμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Θ. Ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΒ τῇ ΕΖ, καὶ τὸ ὑπὸ ΕΔΒ ἄρα [c] ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΒΖΕ. Ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ΕΔΒ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΘΔΑ· ἑκάτερον γὰρ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ἀπὸ τοῦ Δ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΒΖΕ ἴσον τῷ ὑπὸ ΘΖΓ· ἑκάτερον γὰρ ὁμοίως ἴσον ἐστὶ [d] τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ἀπὸ τοῦ Ζ. Ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ ΘΔΑ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΘΖΓ· καὶ διὰ τοῦτο ἐστὶν ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΘΖ, οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς ΔΑ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΔ πρὸς ΘΖ, οὕτως ἥ τε ΒΓ πρὸς ΓΖ, καὶ ἡ ΔΑ πρὸς ΑΒ. Τριγώνου γὰρ τοῦ ΔΘΖ, παρὰ μὲν τὴν ΔΘ, ἦκται ἡ ΒΓ, παρὰ δὲ τὴν ΘΖ [e] ἡ ΒΑ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΖΓ, ἡ ΓΖ πρὸς ΔΑ καὶ ἡ ΔΑ πρὸς ΑΒ· ὅπερ προέκειτο δεῖξαι.



cipitur rectæ æqualis fiat, quæ ducitur a puncto E ad Z; nempe illi, quæ inter circumferentiam circuli, et ΓZ interjicitur. Itaque intelligatur regula hæc ad ſitum perveniſſe ΔBEZ, ubi primum fuerit ΔB ipſi EZ, ut dictum eſt, æqualis. Dico rectas AΔ, ΓZ medias inter AB, BΓ proportionales eſſe. Intelligantur enim productæ eſſe rectæ ΔA, ZΓ, eædemque in puncto Θ concurriſſe. Manifeſtum utique eſt, cum BA, ZΘ parallelæ ſint, angulum, qui ad punctum Θ eſt, rectum eſſe: ideoque fore, ut ſi circulus AEΓ perficiatur, per id punctum tranſeat. Quoniam igitur æqualis eſt BΔ ipſi EZ, æquale etiam eſt ſpatium, quod ſub EΔB continetur, ſpatio, quod continetur ſub BZE. Æquale autem eſt ſpatium quidem, quod ſub EΔB continetur, ſpatio, quod continetur ſub ΘΔA: utrumque enim quadrato eſt æquale, quod a recta, quæ circulum a puncto Δ contingit, deſcribitur. Spatium vero, quod ſub BZE continetur, ſpatio, quod continetur ſub ΘZΓ: utrumque enim pariter quadrato eſt æquale, quod a recta deſcribitur, quæ circulum contingit a puncto Z. Igitur etiam ſpatium, quod ſub ΘΔA continetur, ſpatio æquale eſt, quod continetur ſub ΘZΓ: et propterea ut ΔΘ ad ΘZ, ita ſe habet ΓZ ad ΔA. Ut autem ΘΔ ad ΘZ, ita ſe habet tum BΓ ad ΓZ, tum ΔA ad AB. Ductæ enim ſunt in triangulo ΔΘZ parallelæ alteri quidem lateri ΔΘ, BΓ; alteri vero ΘZ, BA. Ut igitur BΓ ad ZΓ, ita ſe habet ΓZ ad ΔA et ΔA ad AB: quod demonſtrandum proponebatur.

Ἰστέον δὲ, ὅτι ἡ τοιαύτη κατασκευὴ σχεδὸν ἡ αὐτή ἐστι τῇ ὑπὸ [f] Ἥρωνος κατασκευῇ. Τὸ γὰρ ΒΘ παραλληλόγραμμον ταυτόν ἐστι τῷ τῆς τοῦ Ἥρωνος κατασκευῆς, καὶ αὐταὶ αἱ προσεκβεβλημέναι πλευραὶ αἱ ΘΑ, ΘΓ, καὶ ὁ περὶ τὸ Β κινούμενος κανών. Ταύτῃ δὲ μόνον διαφέρει, ὅτι ἐκεῖ μὲν μέχρι τοσούτου ἐκινοῦμεν περὶ τὸ Β τὸν κανόνα, ἄχρις ὡς αἱ ἀπὸ τῆς διχοτομίας τῆς ΑΓ, τουτέστι τοῦ Κ, ἴσαι ὑπ' αὐτοῦ ἀποτέμνονται πρὸς ταῖς ΘΔ, ΘΖ ἐπιζευγνύμεναι, ὡς [g] αἱ ΚΔ, ΚΖ· ἐνταῦθα δὲ ἄχρις ὡς ἡ ΔΒ ἴση γένηται τῇ ΕΖ. Ἐφ' ἑκατέρας δὲ κατασκευῆς τὸ αὐτὸ ἀκολουθεῖ. Τὸ δὲ νῦν εἰρημένον πρὸς χρῆσιν εὐθετώτερον· τὰς γὰρ ΔΒ, ΕΖ ἴσας τηρεῖν ἔστι, διῃρημένου τοῦ ΔΖ κανόνος εἰς ἴσα καὶ συνεχῆ. Πολὺ γὰρ εὐκολώτερον τοῦ καρκίνῳ διαπειράζειν τὰς ἀπὸ τοῦ Κ ἴσας πρὸς [h] τὰς Δ, Ζ.

Illud vero ſciendum eſt, conſtructionem hanc eamdem fere, quæ Hieronis, eſſe. Nam parallelogrammum BΘ idem eſt atque illud Hieronis; eædemque ſunt productæ rectæ ΘA, ΘΓ; itemque regula, quæ circa punctum B movetur. Hoc uno inter ſe differunt, quod regula in illa quidem uſque eo circa punctum B movebatur, donec rectas æquales abſcinderet, quæ a puncto rectam AΓ in duas æquas partes ſecante, hoc eſt K, ad ΘΔ, ΘZ ducuntur, cujuſmodi ſunt KΔ, KZ; in hac vero eo uſque movetur, donec ΔB ipſi EZ æqualis fiat. Cæterum in utraque res eodem recidit. Sed altera, quam modo diximus, uſui accommodatior eſt: cum obtineatur, ut ΔB, EZ æquales deprehendantur, regula in æquas partes eaſque continuas diviſa. Quod ſane longe facilius eſt, quam circino explorare, an quæ a puncto K ad Δ, Z ducuntur, æquales ſint.

ὩΣ ΑΠΟΛΛΩΝΙΟΣ.

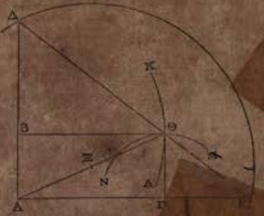
Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν, αἱ ΒΑΓ, ὀρθὴν περιέχουσαι γωνίαν τὴν πρὸς τῷ Α. [i] Καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Β, διαστήματι δὲ τῷ ΑΓ, κύκλου [k] περιφέρεια γεγράφθω ἡ ΚΘΛ· καὶ πάλιν κέντρῳ [l] τῷ Γ, καὶ διαστήματι τῷ ΑΒ, κύκλου περιφέρεια γεγράφθω ἡ ΜΘΝ, καὶ τεμνέτω τὴν ΚΘΛ κατὰ τὸ Θ, καὶ ἐπι-

QUA APOLLONIUS.

Sint datæ duæ rectæ, quas inter duas proportionales medias invenire oporteat, BAΓ: eædemque rectum, qui ad punctum A eſt, angulum comprehendant. Deſcribatur centro quidem B, intervallo vero AΓ circumferentia circuli KΘΛ: ruſuſque centro Γ, et intervallo AB circumferentia circuli MΘN; quæ quidem priorem illam KΘΛ in puncto Θ ſecet; et jungantur ΘA,

[a] ἔχει ἡ ΔΒΕΖ, ἴσης οὔσης ὡς εἴρηται τῆς ΔΒ τῇ ΕΖ. Λέγω ὅτι in MS. deſunt. [b] τὸ Γ [c] In MS. ἴσον deeſt. [d] τῷ ex MS. [e] Ἥρωνος. Τὸ γὰρ ΒΘ παραλληλόγραμμον τὸ αὐτό ἐστι τῷ ὑπὸ τῆς Ἥρωνος κατασκευῆς καὶ αἱ προσεκβαλλόμεναι [f] τὸ ΚΖ [g] Hæc in MS. deſunt. [h] ἡ ex MS. [i] περιφέρεια [k] τῷ Δ [l] περιφέρεια

ΘΒ, ΘΓ. Parallelogrammum igitur eſt ΒΓ, ejuſque diameter ΘΑ. Secetur ΘΑ in duas æquas partes in puncto Ξ: centroque Ξ circulus deſcribatur qui rectas ΑΒ, ΑΓ ſecet ad puncta Δ, Ε productas; ita ut puncta Δ, Ε, et Θ in directo jaceant. Hoc autem fiet, ſi regula rectas ΑΔ, ΑΕ ſecans uſque eo circa punctum Θ moveatur, donec rectæ, quæ a puncto Ξ ad Δ, Ε ducuntur, æquales fiant.



Hoc enim quando contigerit, confectum erit quod quæritur. Nam conſtructio eadem quæ Hieronis, et Philonis eſt. Quare conſtat eamdem quoque demonſtrationem huic convenire.

QUA DIOCLES IN LIBRO DE IGNIARIIS.

Ducantur in circulo duæ diametri ad angulos inter ſe invicem rectos ΑΒ, ΓΔ: et abſcindantur ab utraque parte puncti Β æquales duæ circuli circumferentiæ ΕΒ, ΒΖ: ductaque per punctum Ζ recta ΖΗ ipſi ΑΒ parallela, jungatur ΔΕ. Dico rectas ΖΗ, ΗΔ duas eſſe proportionales medias inter ΓΗ, ΗΘ. Ducatur enim per punctum Ε ipſi ΑΒ parallela ΕΚ. Æqualis eſt igitur tum ΕΚ ipſi ΖΗ, tum ΚΓ ipſi ΗΔ. Quod quidem manifeſtum fuerit, rectis lineis a puncto Λ ad Ε, et Ζ junctis. Æquales enim ſunt anguli ΓΛΕ, ΖΛΔ; iique recti, qui ad puncta ſunt Κ et Η. Igitur omnia etiam omnibus æqualia ſunt; cum ΛΕ ipſi ΛΖ ſit æqualis; ideoque etiam reliqua ΓΚ reliquæ ΗΔ. Quoniam igitur ut ΔΚ ad ΚΕ, ita ſe habet ΔΗ ad ΗΘ; et ut ΔΚ ad ΚΕ, ita ΕΚ ad ΚΓ; media enim inter ΔΚ, ΚΓ proportionalis eſt ΕΚ; ideo ut ΔΚ ad ΚΕ, et ΕΚ ad ΚΓ, ita ſe habet ΔΗ ad ΗΘ. Æqualis eſt autem tum ΔΚ ipſi ΓΗ, tum ΚΕ ipſi ΖΗ, tum ΚΓ ipſi ΗΔ. Ut igitur ΓΗ ad ΗΖ, ita ſe habet ΖΗ ad ΗΔ, et ΔΗ ad ΗΘ. Itaque ſi ab utraque puncti Β parte æquales ſumantur circumferentiæ ΜΒ, ΒΝ; et per punctum Ν ducatur ΝΞ ipſi ΑΒ parallela; jungaturque ΔΜ, erunt rurſus inter ΓΞ, ΞΟ proportionales mediæ ΝΞ, ΞΔ. Ductis autem hoc pacto pluribus parallelis, iiſque continuis inter puncta Β, Δ; poſitiſque circumferentiis iis, quæ inter has, et punctum Β interjiciuntur, æqualibus aliis a puncto Β ad Γ circumferentiis; junctiſque ordine a puncto Δ ad alia puncta eodem modo, quo ΔΕ, ΔΜ junctæ ſunt, rectis lineis: ſecabuntur utique parallelæ, quæ inter puncta Β, Δ interjiciuntur, in aliquibus punctis, cujuſmodi ſunt in appoſita figura Ο, Θ. Quæ puncta ſi admota regula juncta rectis lineis fuerint, deſcribetur in circulo quædam linea, in qua ſumpto quolibet puncto, ductaque per ipſum recta



ζεύχθωσαν αἱ ΘΑ, ΘΒ, ΘΓ. [illegible] τὸ ΒΓ, διάμετρος [illegible] ἡ ΘΑ. Τετμήσθω δίχα ἡ ΘΑ τῷ Ξ, καὶ κέντρῳ τῷ Ξ γεγράφθω κύκλος τέμνων τὰς ΑΒ, ΑΓ ἐκβληθείσας κατὰ τὰ Δ, Ε· ὥστε [illegible] Δ, Ε ἐπ' εὐθείας [illegible] Θ. Ὅπερ ἂν γίνοιτο [illegible] κανονίου κινουμένου περὶ τὸ Θ, τέμνοντος τὰς ΑΔ, ΑΕ, καὶ παραγομένου ἐπὶ τοσοῦτον, ἄχρις ἂν αἱ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὰ Δ, Ε ἴσαι γίνωνται.

Τοῦτο [illegible] ἔσται τὸ ζητούμενον. Ἡ γὰρ αὐτὴ [illegible] Ἥρωνος καὶ Φίλωνος γεγραμμένῃ. Καὶ [illegible] ἡ αὐτὴ ἁρμόσει.

ΩΣ ΔΙΟΚΛΗΣ ΕΝ ΤΩ ΠΕΡΙ ΠΥΡΙΩΝ.

[illegible] ἤχθωσαν δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς αἱ ΑΒ, ΓΔ· [illegible] ἴσαι ἀπειλήφθωσαν ἐφ' ἑκάτερα τοῦ Β αἱ ΕΒ, ΒΖ· [illegible] διὰ τοῦ Ζ παράλληλος τῇ ΑΒ, ἤχθω ἡ ΖΗ, [illegible] ἡ ΔΕ. Λέγω ὅτι τῶν ΓΗ, ΗΘ δύο μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΖΗ, ΗΔ. Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Ε τῇ ΑΒ παράλληλος ἡ ΕΚ. Ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΕΚ τῇ ΖΗ, ἡ δὲ ΚΓ τῇ ΗΔ. Ἔσται γὰρ τοῦτο δῆλον, ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὰ Ε, Ζ ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν. Ἴσαι γὰρ γίνονται αἱ ὑπὸ ΓΛΕ, ΖΛΔ, καὶ ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς Κ, Η. Καὶ πάντα ἄρα πᾶσιν, [b] διὰ τὸ τὴν ΛΕ τῇ ΛΖ ἴσην εἶναι· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΓΚ τῇ ΗΔ ἴση ἐστίν. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΔΚ πρὸς ΚΕ, ἡ ΔΗ πρὸς ΗΘ· ἀλλ' ὡς ἡ ΔΚ πρὸς ΚΕ, ἡ ΕΚ πρὸς ΚΓ· μέση γὰρ ἀνάλογον ἡ ΕΚ τῶν ΔΚ, ΚΓ· ὡς ἄρα ἡ ΔΚ πρὸς ΚΕ, καὶ ἡ ΕΚ πρὸς ΚΓ, οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς ΗΘ. Καί ἐστιν ἴση ἡ μὲν ΔΚ τῇ ΓΗ, ἡ δὲ ΚΕ τῇ ΖΗ, ἡ δὲ ΚΓ τῇ ΗΔ. Ὡς ἄρα ἡ ΓΗ πρὸς ΗΖ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΔ, καὶ ἡ ΔΗ πρὸς ΗΘ. Ἐὰν δὲ παρὰ ἑκάτερα τοῦ Β ληφθῶσι περιφέρειαι ἴσαι [c] ΜΒ, ΒΝ· καὶ διὰ μὲν τοῦ Ν παράλληλος ἀχθῇ τῇ ΑΒ ἡ ΝΞ, ἐπιζευχθῇ δὲ ἡ ΔΜ, ἔσονται πάλιν τῶν ΓΞ, ΞΟ μέσαι ἀνάλογον αἱ ΝΞ, ΞΔ. Πλειόνων οὖν οὕτως καὶ συνεχῶν παραλλήλων ἐκβληθεισῶν μεταξὺ τῶν Β, Δ, καὶ ταῖς ἀπολαμβανομέναις ὑπ' αὐτῶν περιφερείαις πρὸς τῷ Β ἴσων τεθεισῶν ἀπὸ τοῦ Β ὡς ἐπὶ τὸ Γ, καὶ ἐπὶ τὰ γενόμενα σημεῖα ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν ἀπὸ τοῦ Δ, ὡς τῶν [d] ὁμοίων ταῖς ΔΕ, ΔΜ· τμηθήσονται αἱ παράλληλοι αἱ μεταξὺ τῶν Β, Δ κατά τινα σημεῖα, [e] ὡς ἐπὶ τῆς προκειμένης καταγραφῆς τὰ Ο, Θ. Ἐφ' ἃ κανόνος παραθέσει ἐπιζεύξαντες εὐθείας, ἕξομεν καταγεγραμμένην ἐν τῷ κύκλῳ τινὰ γραμμήν, ἐφ' ἧς ἐὰν ληφθῇ τυχὸν σημεῖον, καὶ δι' αὐτοῦ παράλληλος ἀχθῇ τῇ ΑΒ [f] ἔσται ἡ

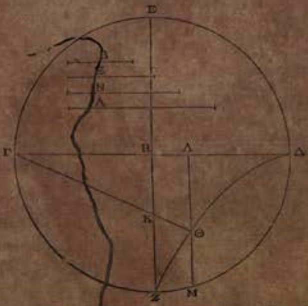
[a] ἴσαι [a] ἐφάπτεται [b] διὰ τὸ τὴν ΑΒ [c] αἱ ΜΒ [d] ὁμοίως [e] In MS. ὡς deeſt. [f] ἔσται ἡ

ἐχθῶσιν, καὶ ἡ ἀπολαμβανομένη ὑπ' αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῷ Δ μέσον ἀνάλογον τῆς τε ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῷ Γ σημείῳ, καὶ τοῦ μέρους αὐτῆς τοῦ ἀπὸ τοῦ ἐν τῇ γραμμῇ σημείου ἐπὶ τὴν ΓΔ διάμετρον.

Τούτων προκατεσκευασμένων, ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν, αἱ Α, Β. Καὶ ἔστω κύκλος ἐν ᾧ δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΓΔ, ΕΖ· καὶ γεγράφθω ἐν αὐτῷ ἡ διὰ τῶν συνεχῶν σημείων γραμμὴ, ὡς προείρηται, ἡ ΔΘΖ. Καὶ γεγονέτω ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, ἡ ΓΗ πρὸς ΗΚ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΓΚ, καὶ ἐκβληθεῖσα τεμνέτω τὴν γραμμὴν κατὰ τὸ Θ· καὶ διὰ τοῦ Θ τῇ ΕΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΛΜ. Διὰ ἄρα τὰ προγεγραμμένα τῶν ΓΛ, ΛΘ μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΜΛ, ΛΔ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΓΛ πρὸς ΛΘ, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΚ, ὡς δὲ ἡ ΓΗ πρὸς ΗΚ, οὕτως ἡ Α πρὸς τὴν Β· ἐὰν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ταῖς ΓΛ, ΛΜ, ΛΔ, ΛΘ παρεμβάλωμεν μέσας τῶν Α, Β, ὡς τὰς Ν, Ξ, ἔσονται εἰλημμέναι τῶν Α, Β μέσαι ἀνάλογον αἱ Ν, Ξ. Ὅπερ ἔδει εὑρεῖν.

ipſi ΛΜ parallela; erunt quæ ducta eſt, quamque ipſa a diametro verſus punctum Δ abſcindit, proportionales mediæ inter eam, quam abſcindit item a diametro verſus punctum Γ, eamque ejus partem, quæ puncto in linea ſumpto, et diametro ΓΔ concluditur.

His ita confectis, ſint datæ duæ rectæ, quas inter duas proportionales medias invenire oportet, Α, Β. Sit autem circulus cujus duæ diametri ΓΔ, ΕΖ ad rectos angulos ſeſe invicem ſecent: deſcribaturque in eo per continua puncta, ut ſupra dictum eſt, linea ΔΘΖ. Porro fiat, ut Α ad Β ita ΓΗ ad ΗΚ; junctaque ΓΚ eademque producta lineam ipſam ſecet in puncto Θ; et ducatur per id punctum ipſi ΕΖ parallela ΛΜ. Itaque ex his, quæ ſupra diximus, mediæ inter ΓΛ, ΛΘ proportionales ſunt ΜΛ, ΛΔ. Et quoniam ut ΓΛ ad ΛΘ, ita ſe habet ΓΗ ad ΗΚ; et ut ΓΗ ad ΗΚ, ita Α ad Β; ſi mediæ inter Α, Β interjiciantur Ν, Ξ pro eadem illa ratione, quam invicem habent ΓΛ, ΛΜ, ΛΔ, ΛΘ; ſumptæ utique fuerint mediæ inter Α, Β proportionales Ν, Ξ. Quod facere oportebat.



ΩΣ ΠΑΠΠΟΣ

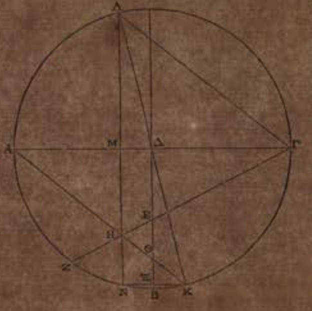
Ἐν Μηχανικαῖς εἰσαγωγαῖς.

Πρόβλημα μὲν ὁ Πάππος ἔθετο εὑρεῖν πρὸς τὸν δοθέντα κύβον λόγον ἔχοντα δεδομένον. Καὶ ὡς πρὸς τὸν τοιοῦτον [h] πρότασιν καὶ τὰ ἀπὸ τῆς ἀποδείξεως αὐτῷ προάγεται. Δῆλον δὲ ὅτι τούτου εὑρημένου, καὶ τὸ προκείμενον εὑρεθήσεται. Δύο γὰρ δοθεισῶν εὐθειῶν, [i] ἐὰν ἐφεξῆς τῶν μέσων εὑρεθῶσιν, ἡ δευτέρα εὑρεθεῖσα, καὶ ἡ τρίτη αὐτόθεν δοθήσεται. Γεγράφθω γὰρ, ὥς φησιν αὐτὸς κατὰ λέξιν, ἡμικύκλιον τὸ ΑΒΓ· καὶ ἀπὸ τοῦ Δ κέντρου πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΔΒ, καὶ κινείσθω κανόνιον περὶ τὸ Α σημεῖον· ὥστε τὸ μὲν ἓν πέρας αὐτοῦ προσκεῖσθαι τυλίῳ τινὶ κατὰ τὸ Α [k] σημεῖον, τὸ δὲ λοιπὸν μέρος, ὡς περὶ κέντρον περὶ τὸ τυλάριον κινεῖσθαι μεταξὺ τῶν Β, Γ. Τούτων δὲ κατεσκευασμένων ἐπιτετάχθω δύο κύβους εὑρεῖν, λόγον ἔχοντας πρὸς ἀλλήλους τὸν ἐπιταχθέντα. Καὶ τῷ λόγῳ ὁ αὐτὸς πεποιήσθω ὁ τῆς ΒΔ πρὸς ΔΕ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΓΕ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ζ. Παραγέσθω δὴ τὸ κανόνιον μεταξὺ τῶν Β, Γ, ἕως [l] ἂν τὸ ἀπολαμβανόμενον αὐτοῦ μέρος μεταξὺ τῶν ΖΕ, ΕΒ εὐθειῶν, ἴσον γένηται τῷ με-

QUA PAPPUS

In mechanicis Inſtitutionibus.

Propoſuit ſibi Pappus cubum invenire, qui ad datum cubum datam rationem habeat. Quæ autem demonſtratio ab eo inſtituitur rei huic conficiendæ inſervit. Manifeſtum enim eſt, cubo hoc invento, quod propoſitum nobis eſt inventum iri. Datis ſiquidem duabus rectis; ſi mediæ inter ipſas inveniendæ ſint, et ſecunda inventa fuerit, inventa erit et tertia. Deſcribatur, ut ipſe dicit, ſemicirculus ΑΒΓ; ducaturque a puncto Δ ad rectos angulos ΔΒ: et moveatur regula circa punctum Α; ita ut ejus termini, alter quidem clavo cuidam ligneo ad punctum Α infixus ſit, alter vero circa hunc clavum tamquam centrum inter puncta Β et Γ circumagatur. His ita confectis, propoſitum ſit duos cubos invenire, qui propoſitam inter ſe invicem rationem habeant. Fiat ratio, quam habet ΒΔ ad ΔΕ, eadem quæ data: junctaque ΓΕ producatur ad punctum Ζ. Circumagatur autem regula inter puncta Β, Γ uſque eo, donec quæ pars ejus inter rectas ΖΕ, ΕΒ interjicitur, æqualis ſit parti illi, quæ interjicitur inter rectam



[g] In MS. τοῦ deeſt. [h] πρόθεσιν [i] ἐὰν τῶν ἐφεξῆς ἀναλογῶν μέσων ἡ δευτέρα [k] σημείῳ ἴσω. Τὸ [l] ὡς

B E, et circumferentiam B K Γ. Hoc enim explorando, transferendoque regulam facile aſſequemur. Itaque factum ſit, et regula eo, quo A K, ſitu jaceat; ita ut H Θ, Θ K æquales invicem ſint. Dico cubum, qui ab B Δ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a Δ Θ, propoſitam rationem habere: hoc eſt eamdem, quam B Δ ad Δ E. Intelligatur enim circulus completus eſſe: junctaque K Δ, eademque ad punctum Λ producta, jungatur Λ H. Parallela igitur eſt B Δ ipſi Λ H; eo quod æquales ſunt, K Θ quidem ipſi H Θ, K Δ vero ipſi Δ Λ. Jungantur A Λ et Λ Γ. Quoniam igitur rectus eſt angulus A Λ Γ utpote qui ſemicirculo inſiſtit, normaliſque Λ M; ideo ut quadratum, quod ab Λ M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a M A, hoc eſt Γ M ad M A, ita ſe habet quadratum, quod ab A M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a M H. Communis addatur ratio ipſius A M ad M H. Quæ igitur ratio ex ratione componitur, quam habet tum Γ M ad M A tum A M ad M H; hoc eſt ea, quam Γ M habet ad M H; hæc eadem eſt atque ratio quæ componitur ex ratione, quam habet tum quadratum, quod ab A M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a M H, tum A M ad M H. Ratio autem quæ componitur ex ratione, quam habet tum quadratum, quod ab A M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a M H, tum A M ad M H, eadem eſt atque ratio, quam habet cubus, qui ab A M deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a M H. Igitur et ratio, quam Γ M habet ad M H, eadem eſt atque ratio, quam habet cubus, qui ab A M deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a M H. Ut autem Γ M ad M H, ita ſe habet Γ Δ ad Δ E; et ut A M ad M H, ita A Δ ad Δ Θ. Igitur etiam ut B Δ ad Δ E, quæ quidem data eſt ratio, ita ſe habet cubus, qui a B Δ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a Δ Θ. Cum igitur duæ inter rectas B Δ, Δ E proportionales mediæ inveniendæ ſint, rectarum ſecunda eſt Δ Θ. Quod ſi ut B Δ ad Δ Θ, ita fiat Θ Δ ad aliam quamdam, hæc erit tertia. Illud vero animadvertendum eſt, conſtructionem hanc eamdem atque illam eſſe, quam Diocles tradidit. Hoc uno inter ſe differunt, quod ibi quidem Diocles deſcripta linea quadam inter A, et B per continua puncta, ſumit in ea punctum H, producta Γ E, eademque lineam, quam diximus, ſecante; hic vero Pappus id punctum exhibet circumacta circa punctum A regula A K. Quod enim punctum H idem ſit, utcunque ſumatur, ſive ut Diocles præcipit, ſive ut Pappus, regulæ ope, ita facile colligitur. Producta M H ad punctum N, jungatur K N. Quoniam igitur æqualis eſt K Θ ipſi Θ H, et H N ipſi Θ B parallela; ideo etiam K Ξ ipſi Ξ N eſt æqualis. Communis eſt autem Ξ B eademque ad rectos angulos: nam K N ab ea, quæ per centrum ducitur, in duas æquas partes, et ad rectos angulos ſecatur. Æqualis eſt igitur etiam baſi baſis, et quod conſequitur, circumferentiæ B N, K B circumferentia. Punctum igitur H idem eſt quod in linea Dioclis: quinetiam demonſtratio eadem fuerit. Quippe aiebat Diocles, ut Γ M ad M N, ita ſe habet M N ad M A, et A M ad M H. Æqualis eſt autem M N ipſi M Λ: nam diameter eamdem ad rectos angulos ſecat. Ut igitur Γ M ad M Λ, ita ſe habet Λ M ad M A, et A M ad M H. Igitur mediæ inter Γ M, M H proportionales ſunt Λ M, M A. Ut autem Γ M ad M H, ita ſe habet Γ Δ ad Δ E: et ut Γ M ad M Λ, ita A M ad M H; hoc eſt A Δ ad Δ Θ. Cum igitur inter rectas Γ Δ, Δ E duæ mediæ inveniendæ ſint, rectarum ſecunda eſt Δ Θ; quam quidem et Pappus exhibuit.

παρὰ τῆς ΒΕ εὐθείας, καὶ τῆς ΒΚΓ περιφερείας. Τοῦτο γὰρ πειράζοντες, καὶ μετάγοντες τὸν κανόνα ῥᾳδίως ποιήσομεν. Γεγονέτω δή, καὶ ἐχέτω θέσιν ὡς ἡ ΑΚ, ὥστε ἴσας εἶναι τὰς ΗΘ, ΘΚ. Λέγω ὅτι ὁ ἀπὸ τῆς ΒΔ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΔΘ κύβον λόγον ἔχει τὸν ἐπιταχθέντα, τουτέστι τὸν τῆς ΒΔ πρὸς ΔΕ. Νοείσθω γὰρ ὁ κύκλος προσαναπεπληρωμένος· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΚΔ ἐκβεβλήσθω [m] ἐπὶ τὸ Λ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΛΗ. Παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΔ [n] τῇ ΛΗ, διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΚΘ τῇ ΗΘ, τὴν δὲ ΚΔ τῇ ΔΛ. Ἐπεζεύχθω δὴ ἥ τε ΑΛ καὶ ἡ [o] ΛΓ. Ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΛΓ, ἐν ἡμικυκλίῳ γάρ, καὶ κάθετος ἡ ΛΜ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ ΛΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΑ, τουτέστιν ἡ ΓΜ πρὸς ΜΑ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΗ. Κοινὸς προσκείσθω ὁ τῆς ΑΜ πρὸς ΜΗ λόγος. Ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ τῆς ΓΜ πρὸς ΜΑ, καὶ τοῦ τῆς ΑΜ πρὸς ΜΗ, τουτέστιν ὁ τῆς ΓΜ πρὸς ΜΗ λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ ἔκ τε τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΗ, καὶ τοῦ τῆς ΑΜ πρὸς ΜΗ. Ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΗ, καὶ τοῦ τῆς ΑΜ πρὸς ΜΗ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς ΑΜ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΜΗ. Καὶ ὁ τῆς ΓΜ ἄρα πρὸς ΜΗ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς ΑΜ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΜΗ. [p] Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΜ πρὸς ΜΗ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς ΔΕ· ὡς δὲ ἡ ΑΜ πρὸς ΜΗ, ἡ ΑΔ πρὸς ΔΘ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΔ πρὸς ΔΕ, τουτέστιν ὁ δοθεὶς λόγος, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς ΒΔ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΔΘ κύβον. [q] Τῶν ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν δύο μέσων ἀνάλογον τῶν ΒΔ, ΔΕ, δευτέρα ἐστὶν ἡ ΔΘ. Καὶ ἐὰν ποιήσωμεν ὡς τὴν ΒΔ πρὸς ΔΘ, τὴν ΘΔ πρὸς ἄλλην τινά, ἔσται καὶ ἡ τρίτη [r] εὑρημένη. Περιέχειν δὲ χρή, ὡς καὶ ἡ τοιαύτη κατασκευὴ ἡ αὐτή ἐστι τῇ ὑπὸ Διοκλέους εὑρημένῃ. Τούτῳ μόνον διαφέρουσα, τῷ ἐκεῖνον μὲν γραμμήν τινα καταγράφειν διὰ συνεχῶν σημείων μεταξὺ τῶν Α, Β· ἐφ' ἧς ἐλαμβάνετο τὸ Η, ἐκβαλλομένης τῆς ΓΕ, καὶ τεμνούσης τὴν εἰρημένην γραμμήν· ἐνταῦθα δὲ τὸ Η πορίζεται, διὰ τοῦ ΑΚ κανόνος κινουμένου περὶ τὸ Α. Ὅτι γὰρ τὸ Η τὸ αὐτό ἐστιν, εἴτε ὡς ἐνταῦθα διὰ τοῦ κανόνος ληφθῇ, εἴτε ὡς ἔφη Διοκλῆς, μάθοιμεν ἂν οὕτως. Ἐκβληθείσης τῆς ΜΗ κατὰ τὸ Ν, ἐπεζεύχθω ἡ ΚΝ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΚΘ τῇ ΘΗ, καὶ παράλληλος ἡ ΗΝ τῇ ΘΒ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΚΞ τῇ ΞΝ. Καὶ κοινὴ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΞΒ· ἡ γὰρ ΚΝ δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνεται ὑπὸ τῆς διὰ τοῦ κέντρου. Καὶ βάσις ἄρα βάσει ἴση, καὶ διὰ τοῦτο καὶ ἡ ΚΒ περιφέρεια τῇ ΒΝ. Τὸ ἄρα Η ἐστὶ τὸ διὰ τῆς γραμμῆς τῆς Διοκλέους· καὶ ἡ ἀπόδειξις δὲ αὐτή ἐστιν. Ἔφασκεν γὰρ ὁ Διοκλῆς, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΓΜ πρὸς ΜΝ, οὕτως ἡ ΜΝ πρὸς ΜΑ, καὶ ἡ ΑΜ πρὸς ΜΗ. Ἴση δέ ἐστιν ἡ [s] ΜΝ τῇ ΜΛ· ἡ γὰρ διάμετρος πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΜ πρὸς ΜΛ, οὕτως ἡ ΛΜ πρὸς ΜΑ, καὶ ἡ ΑΜ πρὸς ΜΗ. Τῶν ἄρα ΓΜ, ΜΗ μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΛΜ, [t] ΜΑ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΜ πρὸς ΜΗ, ἡ ΓΔ πρὸς ΔΕ· ὡς δὲ ἡ ΓΜ πρὸς ΜΛ, ἡ ΑΜ [u] πρὸς ΜΗ, τουτέστιν ἡ ΑΔ πρὸς ΔΘ. Καὶ τῶν δύο μέσων ἄρα τῶν ΓΔ, ΔΕ, δευτέρα ἐστὶν ἡ ΔΘ, ἥν τινα ἐπορίσατο καὶ ὁ Πάππος.

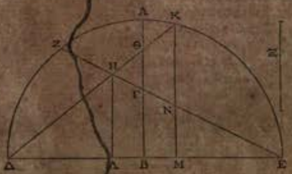
[m] ἐπὶ pro ἐτι ex MS. [n] τῇ ΛΗ in MS. deſunt. [o] ΑΓ [p] τουτέστιν ὁ τῆς ΓΜ πρὸς ΜΗ λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς ΑΜ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΜΗ. Ἀλλ' ὡς μὲν &c. [q] τῶν γὰρ [r] εὑρημένην [s] ΜΝ pro ΜΜ, ex MS. [t] ΜΑ. Ἀλλ' ὡς &c. uſque ad literam [u], in MS. deſunt.

ΩΣ ΣΠΟΡΟΣ.

[w] Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ ΑΒ, ΒΓ. Δεῖ δὴ τῶν ΑΒ, ΒΓ [x] δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. Ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΒΕ· καὶ κέντρῳ τῷ Β, διαστήματι δὲ τῷ ΒΑ ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ ΔΑΕ. Καὶ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὸ Γ εὐθεῖα ἐπιζευχθεῖσα διήχθω ἐπὶ τὸ Ζ· καὶ ἀπὸ τοῦ Δ διήχθω τις εὐθεῖα οὕτως, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν ΗΘ τῇ ΘΚ. Τοῦτο γὰρ δυνατόν. Καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν Η, Κ ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετοι αἱ ΗΛ, ΚΝΜ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΗ, ἡ ΜΒ πρὸς ΒΛ, ἴση δὲ ἡ ΚΘ τῇ ΘΗ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΜΒ τῇ ΒΛ, ὥστε καὶ λοιπὴ ἡ ΜΕ τῇ ΛΔ. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΔΜ τῇ ΛΕ ἐστὶν ἴση· καὶ διὰ τοῦτο ἐστὶν ὡς ἡ ΜΔ πρὸς ΔΛ, ἡ ΛΕ [y] πρὸς ΕΜ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΜΔ πρὸς ΔΛ, ἡ ΚΜ πρὸς ΗΛ· ὡς δὲ ἡ ΛΕ πρὸς ΕΜ, ἡ ΗΛ πρὸς ΝΜ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΔΜ πρὸς ΜΚ, ἡ ΚΜ πρὸς ΜΕ· ὡς ἄρα ἡ ΔΜ πρὸς ΜΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΔΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΚ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΔΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ· ἴση γὰρ ἡ ΔΒ τῇ ΒΑ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΜΔ πρὸς ΔΒ, ἡ ΛΕ πρὸς ΕΒ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΜΔ πρὸς ΔΒ, ἡ ΚΜ πρὸς ΘΒ· ὡς δὲ ἡ ΛΕ πρὸς ΕΒ, ἡ ΗΛ πρὸς ΓΒ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΚΜ πρὸς ΘΒ, ἡ ΗΛ πρὸς ΓΒ· καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΚΜ πρὸς ΗΛ, [z] ἡ ΘΒ πρὸς ΓΒ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΚΜ πρὸς ΗΛ, ἡ ΜΔ πρὸς ΔΛ, τουτέστιν ἡ ΔΜ πρὸς ΜΕ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ [a] ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, ἡ ΒΘ πρὸς ΒΓ. Εἰλήφθω τῶν ΘΒ, ΒΓ μέση ἀνάλογον ἡ Ξ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, ἡ ΘΒ πρὸς ΒΓ· ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς ΒΘ· ἡ δὲ ΘΒ πρὸς ΒΓ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΘΒ πρὸς Ξ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ΒΘ, ἡ ΒΘ πρὸς Ξ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΒ πρὸς Ξ, ἡ Ξ πρὸς ΒΓ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ΒΘ, ΘΒ πρὸς Ξ, καὶ ἡ Ξ πρὸς ΒΓ. Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ αὕτη ἡ αὐτή ἐστι, τῇ ὑπὸ Πάππου καὶ Διοκλέως [b] εἰρημένῃ.

QUA SPORUS.

Sint datæ inæquales duæ rectæ AB, BΓ. Oportet autem duas inter AB, BΓ proportionales medias proportione continua invenire. Ducatur a puncto B ipſi AB ad rectos angulos ΔBE; deſcribaturque centro quidem B, intervallo vero BA, ſemicirculus ΔAE. Porro juncta a puncto E ad Γ recta producatur ad punctum Z: et ducatur a puncto Δ recta quædam ejuſmodi, ut HΘ ipſi ΘK æqualis ſit. Hoc enim fieri poteſt. Ducantur denique a punctis H, K ad ΔE normales HΛ, KNM. Quoniam igitur ut KΘ ad ΘH, ita ſe habet MB ad BΛ; æqualiſque eſt KΘ ipſi ΘH; ideo etiam MB ipſi BΛ, et reliqua ME reliquæ ΛΔ eſt æqualis. Igitur tota etiam ΔM toti ΛE æqualis eſt: et propterea ut MΔ ad ΔΛ, ita ſe habet ΛE ad EM. Ut autem MΔ ad ΔΛ, ita ſe habet KM ad HΛ; et ut ΛE ad EM, ita HΛ ad NM.



Rurſus quoniam ut ΔM ad MK, ita ſe habet KM ad ME; ideo ut ΔM ad ME, ita ſe habet quadratum, quod a ΔM deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a MK; hoc eſt quadratum, quod a ΔB, ſive AB, deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BΘ: æqualis eſt enim ΔB ipſi BA. Rurſus quoniam ut MΔ ad ΔB, ita ſe habet ΛE ad EB: ut autem MΔ ad ΔB, ita KM ad ΘB; et ut ΛE ad EB, ita HΛ ad ΓB: ideo etiam ut KM ad ΘB, ita ſe habet HΛ ad ΓB; et permutando, ut KM ad HΛ, ita ΘB ad ΓB. Ut autem KM ad HΛ, ita ſe habet MΔ ad ΔΛ; hoc eſt ΔM ad ME; hoc eſt quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘB. Igitur etiam ut quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘB, ita ſe habet BΘ ad BΓ. Sumatur media inter ΘB, BΓ proportionalis Ξ. Quoniam igitur ut quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BΘ, ita ſe habet BΘ ad BΓ: et quadratum quidem, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BΘ, rationem habet ejus duplam, quam habet AB ad BΘ; BΘ vero ad BΓ rationem habet ejus item duplam, quam ΘB habet ad Ξ: ideo etiam ut AB ad BΘ, ita ſe habet BΘ ad Ξ. Ut autem ΘB ad Ξ, ita ſe habet Ξ ad BΓ. Igitur etiam ut AB ad BΘ, ita ſe habet ΘB ad Ξ, et Ξ ad BΓ. Illud autem manifeſtum eſt, conſtructionem hanc eandem atque illam eſſe, quam Diocles, et Pappus tradidit.

ΩΣ ΜΕΝΕΧΜΟΣ.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι [c] αἱ Δ, Ε. Δεῖ δὴ [d] τῶν Δ, Ε δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. Γεγονέτω· καὶ ἔστωσαν αἱ Β, Γ. Καὶ ἐκκείσθω θέσει εὐθεῖα [e] ἡ ΑΗ πεπερασμένη κατὰ τὸ Α· καὶ πρὸς τῷ Α τῇ Γ ἴση κείσθω [f] ἡ ΑΖ· καὶ ἤχθω πρὸς ὀρθὰς ἡ ΖΘ, καὶ τῇ Β ἴση κείσθω ἡ ΖΘ. Ἐπεὶ οὖν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον [g] αἱ Δ, Β, Γ, τὸ ὑπὸ [h] τῶν Δ, Γ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β. [i] Τὸ ἄρα ὑπὸ δοθείσης τῆς Δ καὶ τῆς Γ, τουτέστι τῆς ΑΖ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ΖΘ. Ἐπὶ παραβολῆς ἄρα [k] τὸ Θ, διὰ τοῦ Α γε-

QUA MENECHMUS.

Sint datæ duæ rectæ Δ, E. Oportet autem duas inter Δ, E proportionales medias invenire. Inventæ fuerint: eæque ſint B, et Γ. Exhibeatur autem recta AH poſitione data, eademque terminata ad punctum A: ponaturque ad id punctum ipſi Γ æqualis AZ: et ducatur ad rectos angulos ZΘ, eaque ipſi B æqualis fiat. Quoniam igitur tres proportionales rectæ ſunt Δ, B, Γ; ſpatium, quod ſub Δ, Γ continetur, æquale eſt quadrato, quod a B deſcribitur. Quod igitur ſpatium continetur ſub data Δ et Γ, hoc eſt AZ, id quadrato æquale eſt, quod deſcribitur a B, hoc eſt a ZΘ. Itaque punctum Θ

[w] Ἔστωσαν δύο δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι [x] δύο εὐθείας [y] πρὸς ΘΜ [z] ἡ ΘΓ [a] ΛΘ [b] γεγραμμένῃ
[c] αἱ ΛΕ [d] τῶν ΛΕ [e] ἡ δὴ πεπερασμένη κατὰ τὸ Δ καὶ πρὸς τὸ Δ [f] ἡ ΔΖ [g] ἡ ΑΒΓ [h] τῶν ΑΓ
[i] τὸ ἄρα ὑπὸ δοθείσης τῆς Δ καὶ τῆς Γ in MS. deſunt. [k] τὸ pro τῆς ex MS.

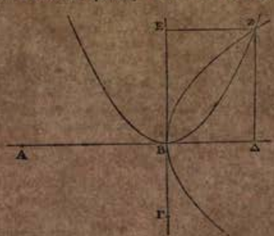
in parabola eſt per punctum A deſcripta. Ducantur parallelæ ΘK, AK. Et quoniam datum eſt ſpatium, quod ſub B, Γ continetur; quippe æquale eſt illi, quod ſub Δ, E; ſpatium quoque datum eſt, quod continetur ſub KΘZ. Itaque punctum Θ in hyperbola eſt deſcripta inter aſymptotos KA, AZ. Datum eſt igitur punctum Θ; atque adeo etiam Z. Componetur autem problema hoc pacto. Sint datæ quidem rectæ Δ, E; quæ vero poſitione data eſt AH, terminata ad punctum A; et deſcribatur per punctum A parabole, cujus quidem axis AH; rectum vero figuræ latus Δ. Quæ autem ad rectos angulos ad AH ducuntur, poſſint ſpatia, quæ ipſi Δ applicantur, latitudinemque habent rectas, quæ ab ipſis ad punctum A abſcinduntur. Deſcribatur, eaque ſit AΘ: et ſit AK ad rectos angulos. Deſcribatur porro inter aſymptotos KA, AZ hyperbole, a qua ſi rectæ ducantur ipſis KA, AZ parallelæ, ſpatium conficient ei æquale, quod ſub Δ, E continetur: atque hæc quidem hyperbole parabolen ſecuerit. Secet in puncto Θ; et ducantur normales ΘK, ΘZ. Quoniam igitur quadratum, quod a ZΘ deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod ſub Δ, Γ continetur, ut Δ ad ZΘ, ita ſe habet ZΘ ad ZA. Rurſus quoniam ſpatium, quod ſub Δ, E continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΘZA; ut Δ ad ZΘ, ita ſe habet ZA ad E. Ut autem Δ ad ZΘ, ita ſe habet ZΘ ad ZA. Igitur etiam ut Δ ad ZΘ, ita ſe habet ZΘ ad ZA, et ZA ad E. Ponatur ipſi ΘZ æqualis B; et ipſi AZ æqualis Γ. Ut igitur Δ ad B, ita ſe habet B ad Γ, et Γ ad E. Igitur Δ, B, Γ, E deinceps proportionales ſunt. Quas invenire oportebat.



γεγραμμένης. Ἤχθωσαν παράλληλοι αἱ ΘΚ, [illegible] Καὶ ἐπεὶ δοθὲν τὸ ὑπὸ Β, Γ· ἴσον γάρ [illegible] Ε· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΚΘΖ. Ἐπὶ [illegible] ταῖς ΚΑ, ΑΖ. [illegible] τὸ Θ, [illegible] καὶ τὸ Ζ. Συντεθήσεται [illegible] Ἔστωσαν αἱ μὲν δοθεῖσαι [illegible] Δ, Ε· ἡ δὲ τῇ θέσει ἡ ΑΗ πεπερασμένη κατὰ τὸ Α, καὶ γεγράφθω διὰ τοῦ Α παραβολή, ἧς ἄξων μὲν ἡ ΑΗ, ὀρθία δὲ τοῦ εἴδους πλευρὰ ἡ Δ. Αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν ΑΗ ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ δυνήσονται τὰ παρὰ τὴν Δ παρακείμενα χωρία, πλάτη ἔχοντα τὰς ἀπολαμβανομένας ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῷ Α σημείῳ. Γεγράφθω, καὶ ἔστω ἡ ΑΘ· καὶ ὀρθὴ ἡ ΑΚ. Καὶ ἐν ἀσυμπτώτοις ταῖς ΚΑ, ΑΖ γεγράφθω ὑπερβολή, ἀφ' ἧς αἱ παρὰ τὰς ΚΑ, ΑΖ ἀχθεῖσαι ποιήσουσι τὸ χωρίον ἴσον τῷ ὑπὸ Δ, Ε· * τεμεῖ δὴ τὴν παραβολήν. Τεμνέτω κατὰ τὸ Θ, καὶ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΘΚ, ΘΖ. Ἐπεὶ οὖν τὸ ἀπὸ ΖΘ, ἴσον τῷ ὑπὸ Δ, Γ, [illegible] πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ. Πάλιν ἐπεὶ τὸ ὑπὸ Δ, Ε ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΘΖΑ, ἔστιν ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΑ πρὸς τὴν Ε. Ἀλλ' ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ, καὶ ἡ ΖΑ πρὸς Ε. Κείσθω τῇ μὲν ΘΖ [l] ἴση ἡ Β, τῇ δὲ ΑΖ ἴση ἡ Γ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν Β, ἡ Β πρὸς τὴν Γ, καὶ ἡ Γ πρὸς Ε. Αἱ Δ, Β, Γ, Ε ἄρα ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν. Ὅπερ ἔδει εὑρεῖν.

ALITER.

Sint datæ duæ rectæ ad angulos inter ſe invicem rectos AB, BΓ: et mediæ inter ipſas ſint ΔB, BE; ita ut quemadmodum ΓB ad BΔ, ita ſe habeat BΔ ad BE, et BE ad BA; et ducantur normales ΔZ, EZ. Quoniam igitur ut ΓB ad BΔ, ita ſe habet ΔB ad BE; ſpatium, quod ſub ΓBE, hoc eſt ſub data et BE, continetur, æquale eſt quadrato, quod a BΔ, hoc eſt ab EZ, deſcribitur. Et quoniam ſpatium, quod ſub data, et BE continetur, æquale eſt quadrato, quod ab EZ deſcribitur; punctum Z parabolen contingit circa axem BE deſcriptam. Rurſus quoniam ut AB ad BE, ita ſe habet BE ad BΔ; ſpatium, quod ſub ABΔ, hoc eſt ſub data, et BΔ, continetur, æquale eſt quadrato, quod ab EB, hoc eſt ΔZ, deſcribitur: et propterea punctum Z parabolen contingit deſcriptam circa axem BΔ. Contigerat autem et datam alteram circa axem BE deſcriptam. Datum eſt igitur punctum Z. Normales autem ſunt ZΔ, ZE. Data ſunt igitur et puncta Δ, E. Componetur autem problema hoc pacto. Sint datæ duæ rectæ ad angulos inter ſe invicem rectos AB, BΓ: producanturque indefinite a puncto B, BΔ, BE. Deſcriba-



ΑΛΛΩΣ.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΑΒ, ΒΓ· καὶ γεγονέτωσαν αὐτῶν μέσαι αἱ ΔΒ, ΒΕ· ὥστε εἶναι, ὡς τὴν ΓΒ πρὸς ΒΔ, οὕτως τὴν ΒΔ πρὸς ΒΕ, καὶ τὴν ΒΕ πρὸς ΒΑ· καὶ ἤχθωσαν πρὸς ὀρθὰς αἱ ΔΖ, ΕΖ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς [m] ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ, οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΓΒΕ, τουτέστι τὸ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆς ΒΕ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΔ, τουτέστι τῆς ΕΖ. Ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆς ΒΕ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΕΖ, τὸ Ζ ἄρα ἅπτεται παραβολῆς τῆς περὶ ἄξονα τὴν ΒΕ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΕ, ἡ ΒΕ πρὸς ΒΔ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΒΔ, τουτέστι τὸ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆς ΒΔ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΕΒ, τουτέστι [n] τῆς ΔΖ· τὸ Ζ ἄρα ἅπτεται παραβολῆς τῆς περὶ ἄξονα τὴν ΒΔ. Ἧπται δὲ καὶ ἑτέρας δοθείσης τῆς περὶ τὴν ΒΕ. Δοθὲν ἄρα τὸ Ζ. Καὶ κάθετοι αἱ ΖΔ, ΖΕ. Καὶ δοθέντα [o] ἄρα τὰ Δ, Ε. Συντεθήσεται δὲ οὕτως. Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΑΒ, ΒΓ· καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπ' ἄπειρον ἀπὸ τοῦ Β, [p] ΒΔ, ΒΕ. Καὶ γεγράφθω περὶ ἄξονα τὴν ΒΕ παρα-

[l] ἴση ἡ ΗΒ [m] ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ ex MS. [n] τῆς ΕΖ [o] ἄρα ex MS. [p] ΒΔ, ΒΕ in MS. deſunt.

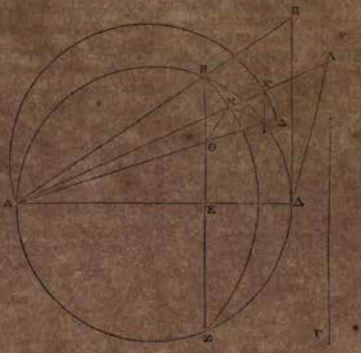
* Sive τέμῃ, ſive etiam τέμει

ϐολή, ὡς τὰς καταγομένας ἐπὶ τὴν ΒΕ δύνασθαι τὰ παρὰ τὴν ΒΓ. Πάλιν γεγράφθω περὶ ἄξονα τὴν ΔΒ παραϐολή, ὡς τὰς καταγομένας δύνασθαι τὰ παρὰ τὴν ΑΒ. Τεμοῦσι δὴ ἀλλήλας αἱ παραϐολαί. Τεμνέτωσαν κατὰ τὸ Ζ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΖΔ, ΖΕ. Ἐπεὶ οὖν ἐν παραϐολῇ κατῆκται ἡ ΖΕ, τουτέστιν ἡ ΔΒ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΓΒΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΒΔ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ, ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ. Πάλιν ἐπεὶ ἐν παραϐολῇ κατῆκται ἡ ΖΔ, τουτέστιν ἡ ΕΒ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΔΒΑ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΕΒ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, ἡ ΒΕ πρὸς ΒΑ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς ΔΒ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ, ἡ ΒΔ πρὸς ΒΕ, καὶ ἡ ΕΒ πρὸς ΒΑ. Ὅπερ ἔδει εὑρεῖν.

Γράφεται δὲ ἡ παραϐολὴ διὰ τοῦ εὑρεθέντος διαϐήτου τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ τῷ ἡμετέρῳ Διδασκάλῳ, γραφέντος δὲ ὑπ' αὐτοῦ εἰς τὸ γενόμενον αὐτῷ Ὑπόμνημα τοῦ Ἥρωνος [a] καμαρικῶν.

Η ΑΡΧΥΤΟΥ ΕΥΡΕΣΙΣ, ΩΣ ΕΥΔΗΜΟΣ ΙΣΤΟΡΕΙ.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι [b] αἱ ΑΔ, Γ. Δεῖ δὴ [c] τῶν ΑΔ, Γ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. Γεγράφθω περὶ τὴν μείζονα τὴν ΑΔ κύκλος ὁ ΑΒΔΖ· καὶ τῇ Γ ἴση ἐνηρμόσθω ἡ ΑΒ· καὶ ἐκϐληθεῖσα συμπιπτέτω τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐφαπτομένῃ τοῦ κύκλου κατὰ τὸ Π· παρὰ δὲ τὴν ΠΔ ἤχθω ἡ ΒΕΖ. Καὶ νενοήσθω ἡμικυλίνδριον ὀρθὸν ἐπὶ τοῦ ΑΒΔ ἡμικυκλίου· ἐπὶ δὲ τῆς ΑΔ ἡμικύκλιον ὀρθὸν, ἐν τῷ τοῦ ἡμικυλινδρίου παραλληλογράμμῳ κείμενον. Τοῦτο δὲ τὸ ἡμικύκλιον περιαγόμενον, ὡς ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Β, μένοντος τοῦ Α πέρατος τῆς διαμέτρου [d] τέμνει τὴν κυλινδρικὴν ἐπιφάνειαν ἐν τῇ περιαγωγῇ, καὶ γράψει ἐν αὐτῇ γραμμήν τινα. Πάλιν δὲ ἐὰν, τῆς ΑΔ μενούσης, τὸ ΑΠΔ τρίγωνον περιενεχθῇ τὴν ἐναντίαν τῷ ἡμικυκλίῳ κίνησιν, κωνικὴν ποιήσει ἐπιφάνειαν [e] τῇ ΑΠ εὐθείᾳ, ἣ δὴ περιαγομένη συμϐαλεῖ τῇ κυλινδρικῇ γραμμῇ κατά τι σημεῖον· ἅμα δὲ καὶ τὸ Β περιγράψει ἡμικύκλιον ἐν τῇ τοῦ κώνου ἐπιφανείᾳ. Ἐχέτω δὲ θέσιν κατὰ τὸν τόπον τῆς συμπτώσεως τῶν γραμμῶν τὸ κινούμενον ἡμικύκλιον, ὡς τὴν τοῦ ΔΚΑ· τὸ δὲ ἀντιπεριαγόμενον τρίγωνον τὴν τοῦ ΔΛΑ· τὸ δὲ τῆς εἰρημένης συμπτώσεως σημεῖον ἔστω τὸ Κ. Ἔστω δὲ καὶ τὸ διὰ τοῦ Β γραφόμενον ἡμικύκλιον τὸ ΒΜΖ, κοινὴ δὲ αὐτοῦ τομὴ καὶ τοῦ ΒΔΖΑ κύκλου ἔστω ἡ ΒΖ· καὶ ἀπὸ τοῦ Κ ἐπὶ τὸ τοῦ ΒΔΑ ἡμικυκλίου ἐπίπεδον κάθετος ἤχθω, πεσεῖται δὴ ἐπὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν, διὰ τὸ ὀρθὸν ἑστάναι τὸν κύλινδρον. Πιπτέτω, καὶ ἔστω ἡ ΚΙ· καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Ι ἐπὶ τὸ Α ἐπιζευχθεῖσα συμϐαλέτω τῇ ΒΖ κατὰ τὸ Θ· ἡ δὲ ΑΛ τῷ ΒΜΖ ἡμικυκλίῳ κατὰ τὸ Μ· ἐπεζεύχθωσαν δὲ



tur autem circa axem BE parabole, ita ut quæ ad BE ducuntur, poſſint ſpatia, quæ ipſi BΓ applicantur. Rurſuſque circa axem BΔ parabole deſcribatur, ita ut quæ ad ΔB ducuntur, poſſint ſpatia, quæ applicantur ipſi AB. Hæ parabolæ utique invicem ſecantur. Secentur in puncto Z: et ducantur a puncto Z normales ZΔ, ZE. Quoniam igitur ducta eſt in parabola ZE, hoc eſt ΔB, ſpatium, quod ſub ΓBE continetur, æquale eſt quadrato, quod a BΔ deſcribitur. Propterea ut ΓB ad BΔ, ita ſe habet ΔB ad BE. Rurſus quoniam ducta eſt in parabola ZΔ, hoc eſt EB, ſpatium, quod ſub ΔBA continetur, æquale eſt quadrato, quod ab EB deſcribitur. Propterea ut ΔB ad BE, ita ſe habet BE ad BA. Ut autem ΔB ad BE, ita ſe habet ΓB ad ΔB. Igitur etiam ut ΓB ad ΔB, ita ſe habet BΔ ad BE, et EB ad BA. Quas invenire oportebat.

Deſcribitur autem parabole circini ope ab Iſidoro Mileſio Mechanico Præceptore noſtro inventi, effictique in Commentario, quem in Heronis librum de fornicatis parietibus conſcripſit.

QUA ARCHITAS, UT EUDEMUS TRADIT.

Sint datæ duæ rectæ AΔ, Γ. Oportet autem duas inter AΔ, Γ proportionales medias invenire. Deſcribatur circa majorem AΔ circulus ABΔZ; eique AB accommodetur Γ ipſi æqualis; quæ quidem producta concurrat in puncto Π cum recta circulum ad punctum Δ contingente: ducaturque BEZ contingenti ΠΔ parallela. Intelligatur autem rectus eſſe ad ſemicirculum quidem ABΔ ſemicylindrus; ad rectam vero AΔ ſemicirculus, idemque in ſemicylindri parallelogrammo poſitus. Itaque hic ſemicirculus ſi, manente diametri termino A, a puncto Δ verſus B circumagatur, cylindricam ſuperficiem ſecabit, et lineam quamdam in ipſa deſcribet. Rurſus autem ſi, manente AΔ, circumagatur triangulum AΠΔ motu priori illi contrario, conicam ſuperficiem deſcribet recta AΠ; quæ quidem circumacta in puncto aliquo cum cylindrica ſuperficie concurret; dum punctum ejus B ſemicirculum in conica ſuperficie deſcribet. Ubi igitur primum hæ lineæ invicem concurrunt, circumactus quidem ſemicirculus eodem, quo ΔKA, ſitu jaceat; triangulum vero huic occurrens eodem, quo ΔΛA: et in quo concurrunt puncto, hoc ſit K. Porro ſemicirculus, qui a puncto B deſcribitur, ſit BMZ; communiſque ipſius, et circuli BΔZA ſectio, BZ: et ducetur a puncto K ad ſemicirculi BΔA planum normalis; quæ utique, cum cylindrus rectus ſit, in circuli circumferentiam cadet. Itaque cadat, eaque ſit KI: et occurrat recta quidem, quæ a puncto I ad A jungitur, ipſi BZ in puncto Θ; recta vero AΛ ſemicirculo BMZ in puncto M: rectæque jungantur KΔ,

[a] μακαρικῶν [b] αἱ ΑΒΓ [c] τῶν ΑΒΓ [d] τεμεῖ [e] τῆς ΑΠ εὐθείας, αἱ δὲ

MI, MΘ. Quoniam igitur uterque ſemicirculus ΔKA, BMZ rectus ad ſubjectum planum eſt, communis etiam ipſorum ſectio MΘ ad planum circuli eſt recta: quare MΘ recta etiam eſt ad BZ. Quod igitur ſpatium ſub ΘB, ΘZ continetur; hoc eſt illud, quod continetur ſub ΘA, ΘI, id quadrato æquale eſt, quod a MΘ deſcribitur. Hinc triangulum AMI utrique horum eſt ſimile MIΘ, MAΘ; rectuſque angulus IMA. Eſt autem rectus etiam angulus ΔKA. Parallelæ ſunt igitur KΔ, MI. Et propter triangulorum ſimilitudinem, ut ΔA ad AK, hoc eſt, ut KA ad AI, ita ſe habebit IA ad AM. Hæ igitur quatuor ΔA, AK, AI, AM proportionales deinceps ſunt. Æqualis eſt autem AM ipſi Γ, quoniam et ipſi AB æqualis eſt. Datis igitur duabus AΔ, Γ, duæ proportionales mediæ inventæ ſunt AK, AI.

QUA ERATOSTHENES.

Eratoſthenes Regi Ptolemæo Salutem.

Veterum tragœdorum quemdam introduxiſſe Minoem ferunt ſepulchrum Glauco extruentem. Qui cum percontando audiſſet centum illud pedes quaquaverſum patere; exiguum refers, inquit, regii ſepulchri modum; duplum id fiat. Cum autem cujuſque lateris craſſitudinem duplicaſſet; ſervata licet cubi figura, tamen erraſſe viſus eſt. Si enim ſolidi alicujus latera duplicaveris, ſuperficies quidem quadrupla fiet, ſolidum vero ipſum, octuplum. Quocirca illud a Geometris quæſitum eſt, quomodo aliquis datum ſolidum, eadem ſervata figura, duplicaret. Problema autem hujuſmodi cubi duplicatio vocabatur: quippe, cubo propoſito, qua illud ratione duplicari poſſet, quærebatur. Porro cum cæteri omnes diu de re hac ſuſpenſi fuiſſent, primus animadvertit Hippocrates Chius, ſi, datis duabus rectis, quarum major dupla minoris eſſet, ratio aliqua inveniretur duas proportionales medias proportione continua ſumendi; tunc cubum duplicatum iri: quo factum eſt, ut difficultas illa in aliam haud minorem difficultatem abierit. Tempore autem poſt aliquo, cum Delii, ingruente morbo, juſſi eſſent ab oraculo quamdem aram duplicare, in eamdem hanc difficultatem incidiſſe dicuntur. Itaque ad Geometras, qui tum in Platonis Academia florebant, quoſdam oratum miſere, ut rem ſibi expedirent. Hi autem cum animum in id acriter intendiſſent, quæſiſſentque, ſi qua ratio iniri poſſet, datis duabus rectis, duas medias ſumendi; dicuntur Architas Tarentinus, et Eudoxus propoſitum confeciſſe; alter quidem per ſemicylindros, alter vero per lineas, quæ curvæ vocantur. Verum contigit, ut hi, aliique omnes rem quidem demonſtrando aperire, non vero manu perficere, et uſui accommodare potuerint; niſi forte aliquo modo Menechmus, et hic quidem ipſe ſatis operoſe. Ego autem inſtrumentum quoddam facile excogitavi, cujus ope inter datas duas rectas non modo duæ mediæ, ſed quot quis imperaverit, invenientur. Porro id cum aſſecuti ſimus, generaliter quis poterit datum ſolidum parallelogrammis comprehenſum in cubum, aut ſimile aliud ſolidum mutare, ſervataque ſimilitudine augere. Quinetiam poterit templa Deum, et aras, et humidorum ſiccorumque menſuras, puta metretam et medimnum, mutare in cubum; et per hujus latus vaſa horum capacia metiri, quantum unumquodque contineat. Præterea inſtrumentum hoc iis quoque utile erit, qui catapultas, baliſtaſque augere volent. Hæc enim omnia proportionaliter au-

καὶ αἱ ΚΔ, ΜΙ, ΜΘ. Ἐπεὶ οὖν ἑκάτερον τῶν ΔΚΑ, ΒΜΖ ἡμικυκλίων ὀρθόν ἐστι πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, καὶ ἡ κοινὴ ἄρα αὐτῶν τομὴ ἡ ΜΘ πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ· ὥστε καὶ πρὸς τὴν ΒΖ ὀρθή ἐστιν ἡ ΜΘ. Τὸ ἄρα [w] ὑπὸ τῶν ΘΒ, ΘΖ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΘΑ, ΘΙ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΜΘ. Ὅμοιον ἄρα τὸ ΑΜΙ τρίγωνον ἑκατέρῳ τῶν ΜΙΘ, ΜΑΘ· καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΙΜΑ. Ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΚΑ ὀρθή. Παράλληλοι ἄρα εἰσὶν αἱ ΚΔ, ΜΙ. [x] Καὶ ἔσται ἀνάλογον, ὡς ἡ ΔΑ πρὸς ΑΚ, τουτέστιν ἡ ΚΑ πρὸς ΑΙ, οὕτως ἡ ΙΑ πρὸς ΑΜ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων. Τέσσαρες ἄρα αἱ ΔΑ, ΑΚ, ΑΙ, ΑΜ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσι. Καί ἐστιν ἡ ΑΜ ἴση τῇ Γ, ἐπεὶ καὶ τῇ ΑΒ. Δύο ἄρα δοθεισῶν τῶν ΑΔ, Γ δύο μέσαι ἀνάλογον [y] εὕρηνται αἱ ΑΚ, ΑΙ.

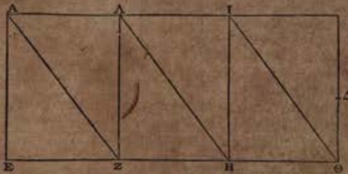
[z] ΩΣ ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΗΣ.

Βασιλεῖ Πτολεμαίῳ Ἐρατοσθένης χαίρειν.

Τῶν ἀρχαίων τινὰ τραγῳδοποιῶν φασιν, εἰσαγαγεῖν τὸν Μίνω τῷ Γλαύκῳ κατασκευάζοντα τάφον. Πυθόμενον δὲ ὅτι πανταχοῦ ἑκατόμπεδος εἴη, εἰπεῖν, μικρόν γ' ἔλεξας βασιλικοῦ σηκὸν τάφου, διπλάσιος ἔστω. [a] Τοῦ δὲ τοῦ κύβου μὴ σφαλεὶς, διπλασίαζον ἕκαστον κῶλον ἐν τάχει τάφου, ἐδόκει διημαρτηκέναι. Τῶν [b] γὰρ πλευρῶν διπλασιασθεισῶν, τὸ μὲν ἐπίπεδον [c] γίνεται τετραπλάσιον, τὸ δὲ στερεὸν ὀκταπλάσιον. Ἐζητεῖτο δὲ καὶ παρὰ τοῖς Γεωμέτραις, τίνα ἄν τις τρόπον τὸ δοθὲν στερεὸν διαμένον ἐν τῷ αὐτῷ σχήματι διπλασιάσειεν. Καὶ ἐκαλεῖτο τὸ τοιοῦτον πρόβλημα, κύβου διπλασιασμός· ὑποθέμενοι γὰρ κύβον, ἐζήτουν τοῦτον διπλασιάσαι. Πάντων δὲ διαπορούντων ἐπὶ πολὺν χρόνον, πρῶτος Ἱπποκράτης ὁ Χῖος ἐπενόησεν, ὅτι ἐὰν εὑρεθῇ δύο εὐθειῶν γραμμῶν, ὧν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος ᾖ διπλασία, δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, διπλασιασθήσεται ὁ κύβος· ὥστε τὸ ἀπόρημα αὐτὸ εἰς ἕτερον οὐκ ἔλασσον ἀπόρημα κατέστρεφεν. Μετὰ χρόνον δέ [c] τινάς φασι Δηλίους, ἐκβαλλομένους [d] νόσῳ, κατὰ χρησμὸν διπλασιάσαι τινὰ τῶν βωμῶν [e] ἐπιταχθέντας, ἐμπεσεῖν εἰς τὸ αὐτὸ ἀπόρημα. [f] Διαπεμψαμένους δὲ, τοὺς παρὰ τῷ Πλάτωνι ἐν Ἀκαδημίᾳ Γεωμέτρας ἀξιοῦν αὐτοῖς εὑρεῖν τὸ ζητούμενον. Τῶν δὲ φιλοπόνως ἐπιδιδόντων ἑαυτοὺς, καὶ ζητούντων, [g] δύο δοθεισῶν δύο μέσας λαβεῖν, Ἀρχύτας μὲν ὁ Ταραντῖνος λέγεται διὰ τῶν ἡμικυλίνδρων εὑρηκέναι. Εὔδοξος δὲ διὰ τῶν καλουμένων καμπύλων γραμμῶν. Συμβέβηκε δὲ πᾶσιν αὐτοῖς ἀποδεικτικῶς [h] γεγραφέναι, χειρουργῆσαι δὲ, καὶ εἰς χρείαν πεσεῖν μὴ δύνασθαι· πλὴν ἐπὶ βραχύ τι τοῦ Μεναίχμου, καὶ ταῦτα δυσχερῶς. Ἐπινενόηται δέ τις ὑφ' ἡμῶν [i] ὀργανικὴ ῥᾳδία, δι' ἧς εὑρήσομεν, δύο τῶν δοθεισῶν οὐ μόνον δύο μέσας, ἀλλ' ὅσας ἄν τις ἐπιτάξῃ. Τούτου δ' εὑρισκομένου, δυνησόμεθα καθόλου τὸ δοθὲν στερεὸν παραλληλογράμμοις περιεχόμενον εἰς κύβον καθιστάναι, ἢ ἐξ ἑτέρου εἰς ἕτερον [k] σχηματίζειν, καὶ ὅμοιον ποιεῖν, καὶ ἐπαύξειν διατηροῦντας τὴν ὁμοιότητα. Ὥστε καὶ βωμοὺς, καὶ ναοὺς, δυνησόμεθα δὲ καὶ τὰ τῶν ὑγρῶν μέτρα, καὶ ξηρῶν, λέγω δὲ οἷον μετρητὴν ἢ μέδιμνον, εἰς κύβον [l] καθιστάναι, καὶ διὰ τῆς τούτου πλευρᾶς ἀναμετρεῖν τὰ τούτων δεκτικὰ ἀγγεῖα, πόσον χωρεῖ. Χρήσιμον δὲ ἔσται τὸ ἐπινόημα, καὶ τοῖς βουλομένοις ἐπαύξειν καταπαλτικὰ, καὶ λιθοβόλα ὄργανα. Δεῖ γὰρ ἀνάλο-

[w] ὑπὸ τῶν ΘΒΖ τουτέστι τὸ ὑπὸ ΘΑΙ, ἴσον [x] καὶ ἔστω [y] εὕρηνται [z] Ὡς Ἐρατοσθένης φασὶ [a] τοῦ δὲ τοῦ καλοῦ μὴ σφαλεὶς διπλασίαζε ἕκαστον κῶλον ἐν τάχει τάφου [b] γὰρ [c] τινὰς φασὶ [d] νόσῳ in MS. deest. [e] in MS. ἐπιταχθέντας deest. [f] διαπεμψαμένους [g] δύο τῶν δοθεισῶν [h] ἀπογεγράφθαι [i] ὀργανικὴ λῆψις ῥᾳδία [k] μετασχηματίζειν [l] καθιστάσθαι

γὰρ ἅπαντα αὐξηθῆναι, καὶ τὰ πάχη, καὶ τὰ μεγέθη, καὶ τὰς [m] κατατρήσεις, καὶ τὰς χοινικίδας, καὶ τὰ ἐμβαλλόμενα νευρά, εἰ μέλλει καὶ ἡ βολὴ ἀνάλογον ἐπαυξηθῆναι. Ταῦτα δὲ οὐ δυνατὰ γενέσθαι ἄνευ τῆς τῶν μέσων εὑρέσεως. Τὴν δὲ ἀπόδειξιν καὶ τὴν κατασκευὴν τοῦ λεχθέντος ὀργάνου ὑπογέγραφά σοι. Δεδόσθωσαν δύο ἄνισοι εὐθεῖαι, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν, ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, αἱ ΑΕ, ΔΘ. Καὶ κείσθω ἐπί τινος εὐθείας τῆς ΕΘ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΕ· καὶ ἐπὶ τῆς ΕΘ τρία συνεστάτω παραλληλόγραμμα ἐφεξῆς, τὰ ΑΖ, ΖΙ, ΙΘ· καὶ ἤχθωσαν διάμετροι ἐν αὐτοῖς, αἱ ΑΖ, ΛΗ, ΙΘ· ἔσονται δὲ αὗται παράλληλοι. Μένοντος δὲ τοῦ μέσου παραλληλογράμμου τοῦ ΖΙ, συνωσθήτω, τὸ μὲν ΑΖ ἐπάνω τοῦ μέσου, τὸ δὲ ΙΘ ὑποκάτω, καθάπερ ἐπὶ τοῦ δευτέρου σχήματος, ἕως οὗ γένηται τὰ Α, Β, Γ, Δ κατ' εὐθεῖαν· καὶ διήχθω διὰ τῶν Α, Β, Γ, Δ [n] σημείων εὐθεῖα, καὶ συμπιπτέτω τῇ ΕΘ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ Κ. [o] Ἔσται δὴ ὡς ἡ ΑΚ πρὸς ΚΒ, ἐν μὲν ταῖς ΑΕ, ΖΒ παραλλήλοις, ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ· ἐν δὲ ταῖς ΑΖ, ΒΗ παραλλήλοις, ἡ ΖΚ [p] πρὸς ΚΗ. Ὡς ἄρα ἡ ΑΚ πρὸς ΚΒ, ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ, καὶ ἡ ΚΖ πρὸς ΚΗ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΚ πρὸς ΚΓ, ἐν μὲν ταῖς ΒΖ, ΓΗ παραλλήλοις, ἡ ΖΚ πρὸς ΚΗ· ἐν δὲ ταῖς ΒΗ, ΓΘ παραλλήλοις, ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ· ὡς ἄρα ἡ ΒΚ πρὸς ΚΓ, ἡ ΖΚ πρὸς ΚΗ, καὶ ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΖΚ πρὸς ΗΚ, ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ, ἡ ΖΚ πρὸς ΚΗ, καὶ ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ, ἡ ΑΕ πρὸς ΒΖ· ὡς δὲ ἡ ΖΚ πρὸς ΚΗ, [q] ἡ ΒΖ πρὸς ΓΗ· ὡς δὲ ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ, ἡ ΓΗ πρὸς ΔΘ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΕ πρὸς ΒΖ, ἡ ΒΖ πρὸς ΓΗ, καὶ ἡ ΓΗ πρὸς ΔΘ. [r] Ηὕρηνται ἄρα τῶν ΑΕ, ΔΘ δύο μέσαι, ἥ τε ΒΖ καὶ ἡ ΓΗ.



Ταῦτα οὖν ἐπὶ τῶν γεωμετρουμένων ἐπιφανειῶν [s] ἀποδέδεικται. Ἵνα δὲ καὶ ὀργανικῶς δυνώμεθα τὰς δύο μέσας λαμβάνειν, διαπήγνυται πλινθίον ξύλινον, ἢ ἐλεφάντινον, ἢ χαλκοῦν ἔχον τρεῖς [t] πινακίσκους ἴσους ὡς λεπτοτάτους· ὧν ὁ μὲν μέσος ἐνήρμοσται, οἱ δὲ δύο ἐπωστοί εἰσιν ἐν χολέδραις, τοῖς δὲ μεγέθεσι καὶ ταῖς συμμετρίαις, ὡς ἕκαστοι ἑαυτοὺς πείθουσι. Τὰ μὲν γὰρ τῆς ἀποδείξεως ὡσαύτως συντελεῖται. Πρὸς δὲ τὸ ἀκριβέστερον λαμβάνεσθαι τὰς γραμμὰς φιλοτεχνητέον, ἵνα ἐν τῷ συνάγεσθαι τοὺς πινακίσκους παράλληλα διαμένῃ πάντα, καὶ ἄσχιστα, καὶ [u] ὁμαλῶς συναπτόμενα ἀλλήλοις. Ἐν δὲ τῷ ἀναθήματι, τὸ μὲν ὀργανικὸν χαλκοῦν ἐστι, καὶ καθήρμοσται ὑπ' αὐτὴν τὴν στεφάνην τῆς στήλης προς [w] μεμολυβδοχημένον. Ὑπ' αὐτοῦ δὲ ἡ ἀπόδειξις συντομώτερον φραζομένη, καὶ τὸ σχῆμα, μετ' αὐτὸ δὲ ἐπίγραμμα. Ὑπογεγράφθω οὖν σοι καὶ ταῦτα, ἵνα ἔχῃς καὶ ὡς ἐν τῷ ἀναθήματι. Τῶν δὲ δύο σχημάτων τὸ δεύτερον γέγραπται ἐν τῇ στήλῃ.

Δύο τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. Δεδόσθωσαν αἱ ΑΕ, ΔΘ. Συνάγω δὴ

genda ſunt, craſſitudines, magnitudines, foramina, ſchoenicides, quique iis inferuntur funes; ſiquidem jactus ipſe augeri proportionaliter debeat. Neque vero hoc fieri poteſt, quin mediæ inveniantur. Sed inſtrumenti, quod diximus, conſtructionem, demonſtrationemque hic tibi deſcriptam ſubjeci. Datæ ſint inæquales duæ rectæ, quas inter duas proportionales medias proportione continua invenire oporteat, AE, ΔΘ. Ponatur AE ad rectos angulos ſuper recta aliqua EΘ: et excitentur ſuper EΘ tria parallelogramma deinceps poſita AZ, ZI, IΘ: ducanturque in iiſdem diametri AZ, ΛH, IΘ; quæ quidem parallelæ invicem erunt. Itaque, manente medio parallelogrammo ZI, propellantur extrema, alterum quidem ſupra medium, alterum vero infra; ut in ſecunda figura, donec puncta A, B, Γ, Δ in directo jaceant: et ducatur per hæc puncta A, B, Γ, Δ recta, quæ cum EΘ producta in puncto K concurrat. Igitur ut AK ad KB, ita ſe habebit; in parallelis quidem AE, ZB; EK ad KZ; in parallelis vero AZ, BH; ZK ad KH. Quare ut AK ad KB, ita ſe habebit EK ad KZ et KZ ad KH. Rurſus quoniam ut BK ad KΓ, ita ſe habet; in parallelis quidem BZ, ΓH; ZK ad KH; in parallelis vero BH, ΓΘ; HK ad KΘ; ideo ut BK ad KΓ, ita ſe habebit ZK ad KH, et HK ad KΘ. Ut autem ZK ad KH, ita ſe habet EK ad KZ. Igitur ut EK ad KZ, ita etiam ſe habebit ZK ad KH, et HK ad KΘ. Se habet autem, ut EK quidem ad KZ, ita AE ad BZ; ut ZK vero ad KH, ita BZ ad ΓH; denique ut HK ad KΘ, ita ΓH ad ΔΘ. Se habet igitur, ut AE ad BZ, ita BZ ad ΓH, et ΓH ad ΔΘ. Inventæ ſunt igitur inter duas AE, ΔΘ duæ mediæ BZ et ΓH.

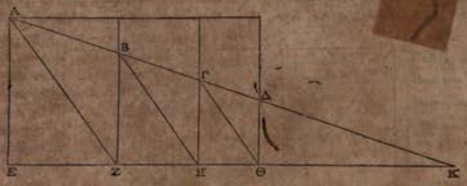
Atque hæc quidem in geometricis ſuperficiebus demonſtrata ſunt. Ut autem etiam per inſtrumentum duæ mediæ ſumi poſſint, laterculus elaboretur vel ligneus, vel eburneus, vel æreus, in quo æquales tres tabellæ ſint quam maxime exiles; quarum media fixa ſit, duæ vero aliæ in ſtrigibus mobiles, ea magnitudine, eaque forma, qua cuique libuerit. Quod autem ad demonſtrationem attinet, ea ſimiliter conficietur. Illud vero diligenter animadvertendum eſt, ut tabellis invicem ſubeuntibus, cœtera omnia parallela maneant, eademque non hiantia, ſed æqua lege inter ſe aptata et connexa. In donario inſtrumentum æreum eſt, idque plumbo ferruminatum ſub ipſa columnæ corona collocatum fuit. Demonſtratio infra ipſum eſt breviore ſermone peracta, itemque figura, et poſt ipſam epigramma. Igitur hæc quoque ſubjiciantur; quo rem, etiam ut in donario eſt, cognoſcas. Duarum autem figurarum ſecunda in columna inſculpta eſt.

Datis duabus rectis, duas proportionales medias proportione continua invenire. Datæ ſint AE, ΔΘ. Col-

[m] κατατρήσεις [n] In MS. σημείων deeſt. [o] Ἔσται KZ, ἡ AE πρὸς BE. Ὡς δὲ ἡ ZK πρὸς KN, ἡ BZ πρὸς ΓH. [p] πρὸς KN [q] καὶ ἡ HK πρὸς KΘ, ἀλλ' ὡς ἡ EK πρὸς KZ. Ὡς δὲ ἡ KH πρὸς KΘ, ἡ KΓ πρὸς ΔΘ. Καὶ [r] εὕρηται
[s] ἀποδέδεικται pro ἀποδείκνυται ex MS. [t] πινακίσκας [u] ὁμαλὸς [w] μεμολυβδοχημένον

ligo tabellas, quæ in inſtrumento ſunt, donec puncta A, B, Γ, Δ in directo jaceant: quæ utique intelligantur ita ſe habere, ut eſt in figura ſecunda. Ut igitur AK ad KB, ita ſe habet; in parallelis quidem AE, BZ; EK ad KZ; in parallelis vero AZ, BH; ZK ad KH. Quare ut EK ad KZ, ita ſe habet KZ ad KH: et ut

τοὺς ἐν τῷ ὀργάνῳ πίνακας, ἕως ἂν κατ' εὐθεῖαν γένηται τὰ Α, Β, Γ, Δ σημεῖα· ποιοῦσι δὲ, ὡς ἔχει ἐπὶ τοῦ δευτέρου σχήματος. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΚ πρὸς ΚΒ, ἐν μὲν ταῖς ΑΕ, ΒΖ παραλλήλοις, ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ· ἐν δὲ ταῖς ΑΖ, ΒΗ, ἡ ΖΚ πρὸς ΚΗ. Ὡς ἄρα ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ, ἡ



ipſæ inter ſe invicem, ita AE ad BZ, et BZ ad ΓH. Eodem modo id quoque demonſtrabitur, ut ZB ad ΓH, ita ſe habere ΓH ad ΔΘ. Proportionales ſunt igitur AE, BZ, ΓH, ΔΘ: et propterea inter datas duas rectas duæ mediæ inventæ ſunt. Quod ſi datæ rectæ æquales ipſis AE, ΔΘ non fuerint; ubi proportionales AE, ΔΘ illis fecerimus, duas inter has ſumemus proportionales medias; regrediendoque ad illas mandatum perficiemus. Sin autem jubeamur plures adhuc medias invenire; diſpoſitis utique in inſtrumento tabellis una pluribus, quam quæ inveniri debent mediæ, id aſſequemur. Cujus rei demonſtratio eadem eſt.

ΚΖ πρὸς ΚΗ· ὡς δὲ αὗται [x] πρὸς ἀλλήλας, ὅτι ἡ ΑΕ πρὸς ΒΖ, καὶ ἡ ΒΖ [y] πρὸς ΓΗ. Ὡσαύτως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ ὡς ἡ ΖΒ πρὸς ΓΗ, ἡ ΓΗ πρὸς ΔΘ. Ἀνάλογον ἄρα αἱ ΑΕ, ΒΖ, ΓΗ, ΔΘ· εὕρηνται ἄρα δύο τῶν δοθεισῶν δύο μέσαι. Ἐὰν δὲ αἱ δοθεῖσαι μὴ ἴσαι ὦσι ταῖς ΑΕ, ΔΘ, ποιήσαντες αὐταῖς ἀνάλογον τὰς ΑΕ, ΔΘ, τούτων ληψόμεθα τὰς μέσας, καὶ ἐπανοίσομεν ἐπ' ἐκείνας, καὶ ἐσόμεθα πεποιηκότες τὸ ἐπιταχθέν. Ἐὰν δὲ πλείους μέσας ἐπιταχθῇ εὑρεῖν, εἰ ἐπὶ πλείους πινακίσκους κατασκευάσομεθα ἐν τῷ ὀργάνῳ τῶν λαμβανομένων μέσων, ταυτὸν γενήσεται. Ἡ δὲ ἀπόδειξις ἡ αὐτή.

Εἰ κύβον ἐξ ὀλίγου διπλάσιον, ὠγαθὲ, τεύχειν
  Φράζεαι, τὴν στερεὴν πᾶσαν ἐς ἄλλο φύσιν
Εὖ μεταμορφῶσαι, τὸ δέ τοι πάρα, κἂν σύ γε μάνδρην,
  Ἢ σίρον, ἢ κοίλου φρείατος εὐρὺ κύτος
Τῇδ' ἀναμετρήσαιο, μέσας ὅτε τέρμασιν ἄκροις
  Συνδρομάδας δισσῶν ἐντὸς ἕλῃς κανόνων.
Μὴ δὲ σύ γ' Ἀρχύτεω δυσμήχανα ἔργα κυλίνδρων,
  Μὴ δὲ Μεναιχμείους κωνοτομεῖν τριάδας
Δίζηαι· μηδ' εἴ τι θεουδέος Εὐδόξοιο
  Καμπύλον ἐν γραμμαῖς εἶδος ἀναγράφεται.
Τοῖσδε δ' ἐν πινάκεσσι μεσόγραφα μυρία τεύχοις
  Ῥεῖά κεν, ἐκ παύρου πυθμένος ἀρχόμενος.
Εὐαίων [z] Πτολεμαῖε πατὴρ, ὅτι παιδὶ [a] συνηβῶν
  Πάνθ' ὅσα καὶ μούσαις καὶ βασιλεῦσι φίλα
Αὐτὸς ἐδωρήσω. τὸ δ' ἐς ὕστερον, οὐράνιε Ζεῦ,
  Καὶ σκήπτρων ἐκ σῆς ἀντιάσειε [b] χερός.
Καὶ τὰ μὲν ὡς τελέοιτο, λέγοι δέ τις [c] ἄνθεμα λεύσσων·
  Τοῦ Κυρηναίου τοῦτ' Ἐρατοσθένεος.

QUA NICHOMEDES
In libro de lineis conchoidibus.

Deſcribit etiam Nicodemes in libro, quem de conchoidibus lineis inſcripſit, inſtrumenti cujuſdam conſtructionem, cujus ope eadem res abſolvitur. Quo quidem in libro magnifice ſeſe jactare videtur, et Eratoſthenis inventa irridere, utpote quæ ardua ſunt, minuſque Geometrica. Itaque ut iis, qui problemati huic operam dederunt, grata res fiat, ſimulque Nicomedes cum Eratoſthene conferri poſſit, cœteris, quos adhuc attulimus, hunc quoque adjungimus hoc fere modo ſcribentem. Intelligendæ ſunt duæ regulæ ad angulos in-

ΩΣ ΝΙΚΟΜΗΔΗΣ
Ἐν τῷ περὶ κογχοειδῶν γραμμῶν.

Γράφει δὲ καὶ Νικομήδης, ἐν τῷ [d] ἐπιγεγραμμένῳ πρὸς αὐτοῦ περὶ κογχοειδῶν συγγράμματι, ὀργάνου κατασκευὴν τὴν αὐτὴν ἀποπληροῦντος [e] χρείαν. Ἐφ' ᾧ καὶ μεγάλα μὲν σεμνυνόμενος φαίνεται ὁ ἀνὴρ, πολλὰ δὲ τοῖς Ἐρατοσθένους ἐπιχλευάζων εὑρήμασιν, ὡς ἀμηχάνοις τε ἅμα καὶ γεωμετρικῆς [f] ἕξεως ἐστερημένοις, [g] τοῦτε ἀπολλενεῖς. Τῶν τοίνυν περὶ τὸ πρόβλημα πονησάντων, τοῖς τε πρὸς Ἐρατοσθένη συγκρίσεως ἕνεκα, καὶ αὐτὸν τοῖς ἄνω γεγραμμένοις συνάψομεν δυνάμει γράφοντα οὕτως.

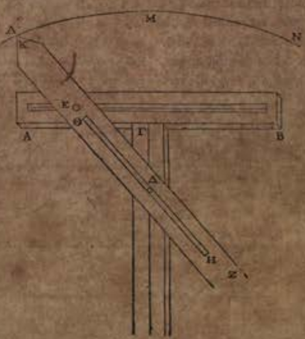
[x] πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν [y] πρὸς ΚΗ [z] Ita MS. [a] Ita MS. [b] χειρὸς [c] ἀνθ' ἱμαλαίσιν [d] περιγεγραμμένῳ [e] χρείας [f] ἕξεως pro δέξιως ex MS. [g] τοῦτε ἀπολλενεῖς pro -οῦ τ' ἐὰν ὄλλεισιν ex MS.

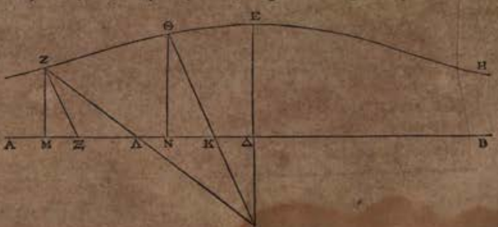
Νοείσθωσαν δύο κανόνες πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλοις συμβεβλημένοι οὕτως, ὥστε μίαν ἀποτελεῖν αὐτοὺς ἐπιφάνειαν καθάπερ εἰσὶν οἱ ΑΒ, ΓΔ· ἐν δὲ τῷ ΑΒ σωλὴν [h] πελεκινοειδής, ἐν ᾧ χελώνιον διατρέχειν δύναται. Ἐν δὲ τῷ ΓΔ κατὰ τὸ μέρος τὸ πρὸς τὸ Δ, [i] ἐς γραμμῇ τῇ διαιρούσῃ δίχα τὸ πλάτος αὐτοῦ, κυλίνδριον συμφυὲς τῷ κανόνι, καὶ βραχὺ ὑπερέχον τῆς ἄνωθεν ἐπιφανείας αὐτοῦ τοῦ κανόνος. Ἄλλον κανόνα, ὡς τὸν ΕΖ, μετὰ βραχύ τι διάστημα τοῦ πρὸς τὸ Ζ πέρατος ἀποτομὴν ἔχοντα, ὡς τὴν ΗΘ, δυναμένην [k] περιβαίνειν τῷ πρὸς τὸ Δ κυλινδρίῳ· πρὸς δὲ τῷ Ε ὀπὴν στρογγύλην, ἥ τις ἐναρμόσεται εἰς τὸ ἀξόνιον, συμφυὲς τῷ διατρέχοντι χελωνίῳ ἐν τῷ πελεκινοειδεῖ σωλῆνι, τῷ ὄντι ἐν τῷ ΑΒ κανόνι. Ἐναρμοσθέντος τοίνυν τοῦ ΕΖ κανόνος, κατὰ μὲν τὴν ΗΘ ἀποτομὴν, ἐν τῷ πρὸς Δ κυλινδρίῳ, κατὰ δὲ τὴν Ε ὀπὴν ἐν τῷ ἀξονίῳ τῷ συμφυεῖ τῷ χελωνίῳ· ἐάν τις ἐπιλαβόμενος τοῦ Κ ἄκρου τοῦ κανόνος κινῇ αὐτὸν ἐπὶ τὰ πρὸς τὸ Α μέρη, ἔπειτα ἐπὶ τὰ πρὸς τὸ Β· τὸ μὲν Ε σημεῖον ἀεὶ ἐπὶ τοῦ ΑΒ κανόνος ἐνεχθήσεται, ἡ δὲ ΗΘ ἀποτομὴ ἐπὶ τοῦ πρὸς τὸ Δ κυλινδρίῳ κινηθήσεται· ἀεὶ τῆς μέσης [l] τοῦ ΕΖ κανόνος εὐθείας ἐν τῇ κινήσει διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ πρὸς τῷ Δ κυλινδρίου γινομένης, τῆς δὲ ΕΚ ὑπεροχῆς τοῦ κανόνος ἀεὶ τῆς αὐτῆς μενούσης. Ἐὰν τοίνυν πρὸς τὸ Κ ἐπινοηθῇ τι γραφεῖον ἐφαπτόμενον τοῦ ἐδάφους, γραφήσεταί τις γραμμὴ, οἵα ἐστὶν ἡ ΛΜΝ, ἥντινα καλεῖ Νικομήδης κογχοειδῆ πρώτην γραμμήν· καὶ διάστημα μὲν τῆς γραμμῆς τὸ ΕΚ, μέγεθος τοῦ κανόνος· πόλον δὲ, τὸ Δ.

Ταύτῃ δὲ τῇ γραμμῇ συμβαίνειν δείκνυσι, τὸ ἀεὶ ἐπ' ἔλαττον μὲν συμπορεύεσθαι τῷ ΑΒ κανόνι· καὶ ἐάν τις εὐθεῖα διαχθῇ μεταξὺ τῆς τε γραμμῆς καὶ τοῦ ΑΒ κανόνος, ὅτι πάντως τέμνει τὴν γραμμήν. Καὶ τὸ μὲν πρότερον τῶν συμβαινόντων ἐστὶν εὐκατανόητον, ἐφ' ἑτέρας καταγραφῆς, κανόνος τε νοουμένου τοῦ ΑΒ, [m] πόλου δὲ τοῦ Γ, διαστήματος δὲ τοῦ ΔΕ, γραμμῆς δὲ κογχοειδοῦς τῆς ΖΕΗ. Προσπιπτέτωσαν ἀπὸ τοῦ Γ δύο αἱ ΓΘ, ΓΖ, ἴσων δῆλον ὅτι γινομένων τῶν ΚΘ, ΛΖ. Λέγω ὅτι ἡ ΖΜ κάθετος ἐλάττων τῆς ΘΝ καθέτου. Μείζονος γὰρ οὔσης τῆς ὑπὸ ΜΛΓ γωνίας τῆς ὑπὸ ΝΚΓ,

vicem rectos ita inter ſe aptatæ et connexæ, ut in una eademque ſuperficie utraque jaceat; cujuſmodi ſunt AB, et ΓΔ: et in AB quidem ſtrix ſecuriclata, in qua ligula moveri poſſit. In ΓΔ vero ab ea parte, in qua eſt Δ, puſillus cylindrus regulæ infixus, atque e ſuperficie ejuſdem regulæ paululum extans; utique in recta, quæ media ipſius latitudinem dividit. Intelligenda item eſt alia regula, puta EZ, modico ab ejus termino Z intervallo rimam habens, puta HΘ, quæ circa cylindrum Δ circumagi poſſit: et ad E foramen rotundum, cui axiculus inſeri debet ligulæ infixus, quæ in ſtrige ſecuriclata, quæ in AB eſt, movetur. Itaque accommodata regula EZ, qua quidem rima HΘ eſt, ad cylindrum Δ; qua vero foramen E, ad axiculum ligulæ inſertum: ſi quis, ſumpto regulæ hujus extremo K, eam primum moveat verſus partes A, deinde verſus partes B; punctum quidem E continuo movebitur in regula AB, rima vero HΘ, in cylindro Δ; utique cum eo ut recta, quæ media regulam EZ dividit, per cylindri Δ axem tranſire intelligatur, reliqua regulæ parte EK eadem continuo manente. Quæ cum ita ſint, ſi intelligatur graphium aliquod per K trajectum pavimentum contingere, deſcribetur quædam linea, cujuſmodi eſt AMN, quam primam conchoiden lineam Nicomedes vocat; atque intervallum quidem lineæ EK vocat magnitudinem regulæ; punctum vero Δ, polum.

Itaque demonſtrat duo hæc potiſſimum huic lineæ contingere: ut ad regulam AB continuo magis magiſque accedat; et ſi qua recta inter regulam AB et ipſam ducatur, ab hac omnino ſecetur. Horum autem primum facile in figura altera deprehenditur, in qua AB regula eſſe intelligitur; Γ polus; ΔE intervallum; denique ZEH linea conchois. Cadant a puncto Γ hæ duæ ΓΘ, ΓZ; æqualibus videlicet inter ſe invicem KΘ, ΛZ. Dico normalem ZM, ΘN normali minorem eſſe. Major enim cum ſit angulus MΛΓ angulo NKΓ, qui re-





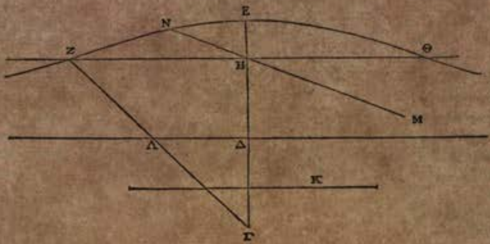
[h] πελεκινοειδῆ [i] πρὸς [k] περιμένειν [l] τοῦ Z [m] πόλον [n] πόλῳ

liquus eſt ad duos rectos, M Λ Z, reliquo N K Θ eſt minor. Propterea cum anguli ad puncta M, N ſint recti; major eſt angulus ad punctum Z angulo ad punctum Θ. Quod ſi angulo ad Θ æqualis conſtituatur angulus M Z Ξ; K Θ, hoc eſt Λ Z, ad Θ N eamdem habebit rationem, quam Ξ Z ad Z M. Quare Z Λ minorem ad Θ N rationem habet, quam ad Z M: ideoque Θ N major eſt quam Z M.

Alterum erat: rectam, quæ inter A B, et lineam ducitur, lineam ipſam ſecare; quod item hoc pacto dignoſcitur. Quæ enim ducitur recta, aut parallela eſt ipſi A B, aut non parallela. Sit primo parallela, veluti Z H Θ. Fiat autem ut Δ H ad H Γ, ita Δ E ad aliam quamdam, puta K: deſcriptaque centro quidem Γ, intervallo vero

λοιπῇ ἡ λειπούσῃ εἰς τὰς δύο ὀρθὰς ἡ ὑπὸ Μ Λ Ζ λοιπῆς τῆς ὑπὸ Ν Κ Θ ἐστὶν ἐλάσσων. Καὶ διὰ τοῦτο ὀρθῶν οὐσῶν τῶν πρὸς τοῖς Μ, Ν, μείζων ἐστὶ καὶ ἡ πρὸς τῷ Ζ τῆς πρὸς τῷ Θ. Καὶ ἐὰν τῇ πρὸς τῷ Θ ἴσην συστησώμεθα τὴν ὑπὸ Μ Ζ Ξ, ἡ Κ Θ, τουτέστιν ἡ Λ Ζ, πρὸς Θ Ν τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν ἡ Ξ Ζ πρὸς Ζ Μ. Ὥστε ἡ Ζ Λ πρὸς τὴν Θ Ν ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὴν Ζ Μ· καὶ διὰ τοῦτο μείζων ἡ Θ Ν τῆς Ζ Μ.

Τὸ δὲ δεύτερον ἦν τό, τὴν διαγομένην εὐθεῖαν μεταξὺ τῆς τε Α Β καὶ τῆς γραμμῆς τέμνειν τὴν γραμμήν· [a] καὶ τοῦτο δὲ οὕτω γίνεται γνώριμον. Ἡ γὰρ διαγομένη, ἤτοι παράλληλός ἐστι τῇ Α Β, [b] ἢ οὔ. Ἔστω πρότερον παράλληλος ὡς ἡ Ζ Η Θ. Καὶ γεγονέτω ὡς ἡ Δ Η πρὸς Η Γ, οὕτως ἡ Δ Ε πρὸς ἄλλην τινὰ τὴν Κ· καὶ κέντρῳ τῷ Γ, διαστήματι δὲ τῷ Κ περι-

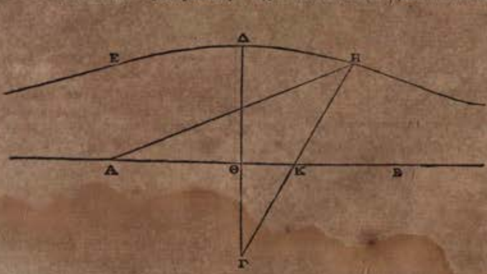


K circumferentia ſecet Z H in puncto Z: et jungatur Γ Z. Ut igitur Δ H ad H Γ, ita ſe habet Λ Z ad Z Γ. Ut autem Δ H ad H Γ, ita ſe habet Δ E ad K, hoc eſt Γ Z. Æqualis eſt igitur Δ E ipſi Λ Z: quod fieri non poteſt. Oportet enim punctum Z ad lineam eſſe. At vero, quæ ducitur recta, parallela non ſit, cujuſmodi eſt M H N: ducaturque per punctum H, Z H ipſi A B parallela. Occurret igitur Z H, atque adeo multo magis M N ipſi lineæ. Itaque cum hæc ex inſtrumenti conſtructione conſequuntur, quod in rem noſtram facit hoc pacto demonſtratur.

Dato rurſus angulo A, punctoque extra ipſum Γ, ducere rectam Γ H, atque in ea K H datæ æqualem efficere. Ducatur a puncto Γ ad A B normalis Γ Θ, eaque producatur. Sit autem Δ Θ æqualis datæ: et polo quidem Γ,

φέρεια γραφεῖσα τεμνέτω τὴν Ζ Η κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Γ Ζ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Δ Η πρὸς Η Γ, οὕτως ἡ Λ Ζ πρὸς Ζ Γ. Ἀλλ' ὡς ἡ Δ Η πρὸς Η Γ, οὕτως ἦν ἡ Δ Ε πρὸς τὴν Κ, τουτέστι τὴν Γ Ζ. Ἴση ἄρα ἡ Δ Ε τῇ Λ Ζ [c] ὅπερ ἀδύνατον. Δεῖ γὰρ εἶναι τὸ Ζ πρὸς τῇ γραμμῇ. Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ἡ [d] διαγομένη παράλληλος, καὶ ἔστω ὡς ἡ Μ Η Ν· καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Η παράλληλος τῇ Α Β, ἡ Ζ Η. Ἡ ἄρα Ζ Η συμπεσεῖται τῇ γραμμῇ, ὥς τε πολλῷ μᾶλλον ἡ Μ Ν. Τούτων δὲ ὄντων τῶν παρακολουθημάτων διὰ τοῦ ὀργάνου, τὸ χρήσιμον εἰς τὸ προκείμενον δείκνυται οὕτως.

Πάλιν γωνίας δοθείσης τῆς Α, καὶ σημείου ἐκτὸς τοῦ Γ, διάγειν τὴν Γ Η, καὶ ποιεῖν τὴν Κ Η ἴσην τῇ δοθείσῃ. Ἤχθω κάθετος ἀπὸ τοῦ Γ σημείου ἐπὶ τὴν Α Β, ἡ Γ Θ, καὶ



intervallo vero data Δ Θ, denique regula A B, prima deſcribatur linea conchois E Δ Z; quæ quidem cum ipſa

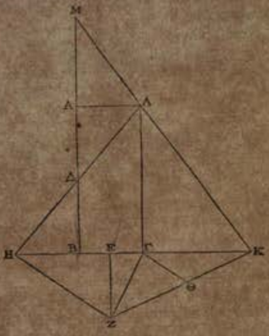
ἐκβεβλήσθω. Καὶ τῇ δοθείσῃ ἴση ἔστω ἡ Δ Θ· καὶ [e] πόλῳ μὲν τῷ Γ, διαστήματι δὲ τῷ δοθέντι τῷ Δ Θ, κανόνι δὲ τῷ Α Β, γε-

[a] καὶ τοῦτο δῆλος. Οὕτω γὰρ γνώριμον. [b] ἢ οὕτως [c] ὅπερ ex MS. [d] διαλεγομένη [e] πόλῳ

γράφθω κογχοειδὴς γραμμὴ πρώτη ἡ ΕΕΖ. Συμβάλλει ἄρα τῇ ΛΗ, διὰ τὸ προδειχθὲν· συμβαλλέτω κατὰ τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΗ. Ἴση ἄρα ἡ ΚΗ τῇ δοθείσῃ.

Τούτων δειχθέντων, δεδόσθωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΓΛ, ΛΑ πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον κατὰ τὸ συνεχὲς εὑρεῖν. Καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΑΒΓΛ παραλληλόγραμμον· καὶ τετμήσθω δίχα ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΒΓ, τοῖς Δ, Ε σημείοις· καὶ ἐπιζευχθεῖσα μὲν ἡ ΔΛ ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ ΓΒ ἐκβληθείσῃ, κατὰ τὸ Η. Τῇ δὲ ΒΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΖ· καὶ προσβεβλήσθω ἡ ΓΖ ἴση οὖσα τῇ ΑΔ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΗ, καὶ αὐτῇ παράλληλος [t] ἡ ΓΘ. Καὶ γωνίας οὔσης τῆς ὑπὸ τῶν ΚΓΘ, ἀπὸ δοθέντος τοῦ Ζ, διήχθω ἡ ΖΘΚ, ποιοῦσα [u] ἴσην τὴν ΘΚ τῇ ΑΔ, ἢ τῇ ΓΖ. Τοῦτο γὰρ ὡς δυνατὸν ἐδείχθη διὰ τῆς κογχοειδοῦς. Καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΚΛ ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ ΑΒ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ Μ. Λέγω ὅτι ἐστὶν, ὡς ἡ ΓΛ πρὸς ΚΓ, ἡ ΚΓ πρὸς ΜΑ, καὶ ἡ ΜΑ πρὸς τὴν ΑΛ.

Ἐπεὶ ἡ ΒΓ τέτμηται δίχα τῷ Ε, καὶ πρόσκειται αὐτῇ ἡ ΚΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΚΓ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΕ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΕΚ. Κοινὸν προσκείσθω, τὸ ἀπὸ ΕΖ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΚΓ μετὰ τῶν ἀπὸ ΓΕ, ΕΖ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ ΓΖ, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ ΚΕ, ΕΖ, τουτέστι τῷ ἀπὸ ΚΖ. Καὶ ἐπεὶ ὡς ἡ ΜΑ πρὸς ΑΒ, [w] ἡ ΜΛ πρὸς ΛΚ· ὡς δὲ ἡ ΜΛ πρὸς ΛΚ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς ΓΚ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΜΑ πρὸς ΑΒ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς ΓΚ. Καί ἐστι τῆς μὲν ΑΒ ἡμίσεια ἡ ΑΔ, τῆς δὲ ΒΓ διπλῆ ἡ ΓΗ· ἐπεὶ καὶ ἡ ΛΓ [x] τῇ ΑΔ. Ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἡ ΜΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ ΗΓ πρὸς ΓΚ. Ἀλλ' ὡς [y] ἡ ΗΓ πρὸς ΓΚ, οὕτως ἡ ΖΘ πρὸς ΘΚ, διὰ τὰς παραλλήλους τὰς ΗΖ, ΓΘ. Καὶ συνθέντι ἄρα ὡς ἡ ΜΔ πρὸς ΔΑ, ἡ ΖΚ πρὸς ΚΘ. Ἴση δὲ ὑπόκειται καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΘΚ, ἐπεὶ καὶ τῇ ΓΖ [z] ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ. Ἴση ἄρα καὶ ἡ ΜΔ τῇ ΖΚ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΜΔ τῷ ἀπὸ ΖΚ. Καί ἐστι τῷ μὲν ἀπὸ ΜΔ, ἴσον τὸ ὑπὸ ΒΜΑ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΑ· τῷ δὲ ἀπὸ ΖΚ, ἴσον ἐδείχθη τὸ ὑπὸ ΒΚΓ, [a] μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ. Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΜΑ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΔ, τῷ ὑπὸ ΒΚΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ· ὧν τὸ ἀπὸ ΑΔ ἴσον τῷ ἀπὸ ΓΖ, ἴση γὰρ ὑπόκειται ἡ ΑΔ τῇ ΓΖ. Ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΒΜΑ τῷ ὑπὸ ΒΚΓ. Ὡς ἄρα ἡ ΜΒ πρὸς ΒΚ, ἡ ΚΓ πρὸς ΑΜ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΒΜ πρὸς ΒΚ, ἡ ΓΛ πρὸς ΓΚ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΛ [b] πρὸς ΓΚ, οὕτως ἡ ΓΚ πρὸς ΑΜ. [c] Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ ΛΓ πρὸς ΓΚ, ἡ ΜΑ πρὸς ΑΛ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΛΓ πρὸς ΓΚ, ἡ ΓΚ πρὸς ΑΜ, καὶ ἡ ΑΜ πρὸς ΑΛ.



ΛΗ, ut demonſtratum eſt, concurret. Concurrat utique in puncto Η: et jungatur ΓΗ. Eſt igitur ΚΗ datæ æqualis.

Quæ cum demonſtrata ſint, dentur modo duæ rectæ ΓΛ, ΛΑ ad angulos inter ſe invicem rectos, quas inter duas proportionales medias proportione continua invenire oporteat. Compleatur parallelogrammum ΑΒΓΛ: et ſecetur utraque ΑΒ, ΒΓ in duas æquas partes punctis Δ et Ε: junctaque ΔΛ producatur, eademque cum ΓΒ producta in puncto Η concurrat. Sit autem ΕΖ ad rectos angulos ipſi ΒΓ: et ducatur ΓΖ ipſi ΑΔ, æqualis: jungaturque ΖΗ; eidemque parallela ΓΘ. Porro dato angulo, qui a ΚΓΘ continetur, punctoque Γ, recta ducatur ΖΘΚ, in qua ΘΚ ipſi ΑΔ, vel ΓΖ æqualis fiat. Hoc enim per conchoiden lineam fieri poſſe demonſtratum eſt. Poſtremo juncta ΚΛ producatur, eademque in puncto Μ cum ΑΒ producta concurrat. Dico, ut ΓΛ ad ΚΓ, ita ſe habere tum ΚΓ ad ΜΑ, tum ΜΑ ad ΑΛ. Quoniam ΒΓ ſecta in duas æquas partes eſt in puncto Ε, eique addita ΚΓ; ſpatium, quod ſub ΒΚΓ continetur, una cum quadrato, quod a ΓΕ deſcribitur, æquale eſt quadrato, quod deſcribitur ab ΕΚ. Commune addatur quadratum, quod deſcribitur ab ΕΖ. Spatium igitur, quod ſub ΒΚΓ continetur, una cum quadratis, quæ a ΓΕ, ΕΖ deſcribuntur; hoc eſt quadrato, quod a ΓΖ deſcribitur, æquale eſt quadratis, quæ deſcribuntur a ΚΕ, ΕΖ; hoc eſt quadrato, quod deſcribitur a ΚΖ. Et quoniam ut ΜΑ ad ΑΒ, ita ſe habet ΜΛ ad ΛΚ; et ut ΜΛ ad ΛΚ, ita ΒΓ ad ΓΚ; ideo etiam ut ΜΑ ad ΑΒ, ita ſe habet ΒΓ ad ΓΚ. Eſt autem ipſius quidem ΑΒ dimidia ΑΔ; ipſius vero ΒΓ dupla ΓΗ; quoniam et ΛΓ ipſius ΑΔ eſt dupla. Igitur etiam ut ΜΑ ad ΑΔ, ita ſe habebit ΗΓ ad ΓΚ. Ut autem ΗΓ ad ΓΚ, ita ſe habet ΖΘ ad ΘΚ, propter parallelas ΗΖ, ΓΘ. Igitur etiam componendo, ut ΜΔ ad ΔΑ, ita ſe habebit ΖΚ ad ΚΘ. Ponitur autem ΑΔ æqualem eſſe ipſi ΘΚ; cum ipſi quoque ΓΖ æqualis ſit. Æqualis eſt igitur etiam ΜΔ ipſi ΖΚ; ideoque et quadratum, quod a ΜΔ deſcribitur, æquale quadrato, quod deſcribitur a ΖΚ. At quadrato quidem, quod a ΜΔ deſcribitur, æquale eſt ſpatium, quod ſub ΒΜΑ continetur, una cum quadrato, quod deſcribitur a ΔΑ; quadrato vero, quod deſcribitur a ΖΚ, æquale eſt ſpatium, quod continetur ſub ΒΚΓ, una cum quadrato, quod deſcribitur a ΓΖ. Æquale eſt igitur ſpatium, quod ſub ΒΜΑ continetur, una cum quadrato, quod ab ΑΔ deſcribitur, ſpatio, quod continetur ſub ΒΚΓ, una cum quadrato, quod deſcribitur a ΓΖ: quadratum autem quod ab ΑΔ deſcribitur, quadrato, quod deſcribitur a ΖΓ, eſt æquale; quoniam ΑΔ ipſi ΓΖ eſt æqualis. Æquale eſt igitur ſpatium, quod ſub ΒΜΑ continetur, ſpatio, quod continetur ſub ΒΚΓ. Ut igitur ΜΒ ad ΒΚ, ita ſe habet ΚΓ ad ΑΜ. Ut autem ΒΜ ad ΒΚ, ita ſe habet ΓΛ ad ΓΚ. Igitur etiam ut ΓΛ ad ΓΚ, ita ſe habet ΓΚ ad ΑΜ. Se habet autem etiam ut ΛΓ ad ΓΚ, ita ΜΑ ad ΑΛ. Se habet igitur ut ΛΓ ad ΓΚ, ita ΓΚ ad ΑΜ, et ΑΜ ad ΑΛ.

[t] ἡ ΓΘ ἴση οὖσα τῇ ΑΔ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΗ, καὶ αὐτῇ παράλληλος ἡ ΓΘ. Καὶ γωνίας [u] ἴσην τὴν ΘΚ ΑΔΗ, τῇ ΓΖ [w] ἡ ΜΑ πρὸς ΑΚ. [x] τῆς ΑΒ. ἴση [y] ἡ ΜΓ [z] ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΜΔ. Ἴσον τὸ ὑπὸ ΒΜ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΑ [a] μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ. Ὡς τὸ ΑΒ, ἴσον τῷ ἀπὸ ΓΖ. [b] πρὸς ΓΚ, ἡ ΓΚ [c] ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΚ. Καὶ ὡς ἄρα

PROP. III. THEOR.

Cuilibet ſphæræ ſegmento æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat eamdem ac ſegmentum, altitudinem vero rectam, quæ ad ſegmenti altitudinem eamdem rationem habeat, quam utraque ſimul, tum ea, quæ ex centro ſphæræ, tum reliqui ſegmenti altitudo, ad reliqui ſegmenti altitudinem.

Sit ſphæra, et maximus in ea circulus, cujus diameter ΑΓ: et ſecetur ſphæra plano per ΒΖ acto, eodemque recto ad ΑΓ; et centrum ſit punctum Θ. Fiat autem, ut utraque ſimul ΘΑ, ΑΕ ad ΑΕ, ita ΔΕ ad ΓΕ; rurſuſque fiat, ut utraque ſimul ΘΓ, ΓΕ ad ΓΕ, ita ΚΕ ad ΕΑ: et deſcribantur a circulo, qui circa diametrum ΒΖ eſt, coni vertices habentes puncta Κ, Δ. Dico æqualem eſſe conum quidem ΒΔΖ ſegmento ſphæræ, quod ad punctum Γ conſtituitur; conum vero ΒΚΖ ſphæræ ſegmento, quod conſtituitur ad punctum Α.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Παντὶ τμήματι τῆς σφαίρας ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ εὐθεῖαν, ἥτις πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερος, ἥτε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος.

Ἔστω σφαῖρα, ἐν ᾗ μέγιστος κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΓ· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ἡ σφαῖρα, τῷ διὰ τῆς ΒΖ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΓ· καὶ ἔστω κέντρον τὸ Θ. Καὶ πεποιήσθω ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΕ πρὸς τὴν ΑΕ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς ΓΕ· καὶ πάλιν πεποιήσθω ὡς συναμφότερος ἡ ΘΓ, ΓΕ πρὸς ΓΕ, οὕτως ἡ ΚΕ πρὸς ΕΑ· καὶ ἀναγεγράφθωσαν κῶνοι ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ, κορυφὰς [d] ἔχοντες τὰ Κ, Δ σημεῖα. Λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ μὲν ΒΔΖ κῶνος τῷ κατὰ τὸ Γ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΒΚΖ τῷ κατὰ τὸ Α σημεῖον.



Jungantur enim ΒΘ, ΘΖ: atque intelligatur conus baſim quidem habens circulum, qui circa diametrum ΒΖ deſcribitur, verticem vero punctum Θ. Sit item conus Μ, baſim quidem habens æqualem ſuperficiei ſphæræ ſegmenti ΒΓΖ; nempe illius, cujus ea, quæ ex centro, æqualis ſit rectæ ΒΓ; altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ. Eſt autem conus Μ æqualis ſolido ſectori ΒΓΘΖ. Hoc enim in primo libro demonſtratum eſt. Quoniam vero ut ΔΕ ad ΕΓ, ita ſe habet utraque ſimul ΘΑ, ΑΕ ad ΑΕ; ſe habebit, dividendo, ut ΓΔ ad ΓΕ, ita ΘΑ ad ΑΕ, hoc eſt ΓΘ ad ΑΕ; et permutando, ut ΔΓ ad ΓΘ, ita ΓΕ ad ΕΑ; et componendo, ut ΘΔ ad ΘΓ, ita ΓΑ ad ΑΕ: hoc eſt quadratum, quod a ΓΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΒΕ. Ut igitur ΘΔ ad ΓΘ, ita ſe habet quadratum, quod a ΓΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΒΕ. Æqualis eſt autem ΓΒ ei, quæ ex centro circuli Μ, et ΒΕ ea eſt, quæ ex centro circuli, qui circa diametrum ΒΖ deſcribitur. Ut igitur ΔΘ ad ΘΓ, ita ſe habet circulus Μ ad circulum, qui circa diametrum ΒΖ deſcribitur. Æqualis eſt autem ΘΓ axi coni Μ. Ut igitur ΔΘ ad axem coni Μ, ita ſe habet cir-

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΘ, ΘΖ· καὶ [e] νοείσθω κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Θ σημεῖον. Καὶ ἔστω κῶνος ὁ Μ, βάσιν μὲν ἔχων κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΒΓΖ τμήματος τῆς σφαίρας· τουτέστιν [f] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΒΓ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἔστι δὴ ὁ Μ κῶνος ἴσος τῷ ΒΓΘΖ στερεῷ τομεῖ. Τοῦτο γὰρ δέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. Ἐπεὶ δέ ἐστιν ὡς ἡ ΔΕ πρὸς ΕΓ, οὕτω συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΕ πρὸς ΑΕ· διελόντι [g] ἔσται ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΓΕ, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΕ, τουτέστιν ἡ ΓΘ πρὸς ΑΕ· καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΔΓ πρὸς ΓΘ ἐστὶν, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ· καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΘΔ πρὸς ΘΓ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ· τουτέστι τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. [h] Ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς ΓΘ, τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Ἴση δέ ἐστιν ἡ ΓΒ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ κύκλου, ἡ δὲ ΒΕ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλου. Ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς ΘΓ, ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον. Καί ἐστιν ἴση ἡ ΘΓ τῷ ἄξονι τοῦ Μ κώνου. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ

[d] ἔχοντα [e] νοείσθω [f] οὕτως [g] ἐστὶν [h] ὡς ἄρα ἡ ΘΔ πρὸς ΘΓ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΒΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΕ. Ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς ΓΘ, τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. ἴση

Μ κώνου, οὕτως ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλον. Ἴσος ἄρα ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν Μ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, τῷ Β Δ Ζ Θ στερεῷ ῥόμβῳ. Τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς λήμμασι τοῦ πρώτου βιβλίου δέδεικται. Ἢ οὕτως. Ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Δ Θ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Μ κώνου, οὕτως ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλον, [i]ἴσος ἄρα ὁ Μ κῶνος τῷ κώνῳ, [k]οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ Δ Θ. Ἀντιπεπόνθασι γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ἀλλ' ὁ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν Δ Θ, ἴσος ἐστὶ τῷ Β Δ Ζ Θ στερεῷ ῥόμβῳ. Καὶ ὁ Μ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ Β Δ Θ Ζ στερεῷ ῥόμβῳ. Ἀλλ' ὁ Μ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ Β Γ Ζ Θ στερεῷ τομεῖ. Καὶ ὁ Β Γ Ζ Θ στερεὸς τομεὺς ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ Β Δ Ζ Θ στερεῷ ῥόμβῳ. Κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ κώνου, [l]οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ Ε Θ, λοιπὸς ἄρα ὁ Β Δ Ζ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ Β Ζ Γ τμήματι τῆς σφαίρας. Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ὁ Β Κ Ζ κῶνος ἴσος τῷ Β Α Ζ τμήματι τῆς σφαίρας. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς συναμφότερος, ἡ Θ Γ, Γ Ε πρὸς Γ Ε, οὕτως ἡ Κ Ε πρὸς Ε Α, διελόντι ἄρα ὡς ἡ Κ Α πρὸς Α Ε, οὕτως ἡ Θ Γ πρὸς Γ Ε. Ἴση δὲ ἡ Θ Γ τῇ Θ Α. Καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Κ Α πρὸς Α Θ, οὕτως ἡ Α Ε πρὸς Ε Γ. Ὥστε καὶ συνθέντι, ὡς ἡ Κ Θ πρὸς Θ Α, ἡ Α Γ πρὸς Γ Ε, τουτέστι τὸ ἀπὸ Β Α πρὸς τὸ ἀπὸ Β Ε. Κείσθω δὴ πάλιν κύκλος ὁ Ν, ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ [m] Α Β. Ὁ ἄρα Ν κύκλος ἴσος ἔσται τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ Β Α Ζ τμήματος. Καὶ νοείσθω ὁ κῶνος ὁ Ν, ἴσον ἔχων τὸ ὕψος τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἴσος ἄρα ἐστὶ τῷ Β Θ Ζ Α στερεῷ τομεῖ. Τοῦτο γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται. Καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς ἡ Κ Θ πρὸς Θ Α, οὕτως τὸ ἀπὸ Α Β πρὸς τὸ ἀπὸ Β Ε, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλου, τουτέστιν ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλον. Ἴση δὲ ἡ Α Θ τῷ ὕψει τοῦ Ν κώνου. Ὡς ἄρα ἡ Κ Θ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ν κώνου, οὕτως ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλον. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ν κῶνος, τουτέστιν ὁ Β Θ Ζ Α τομεὺς τῷ Β Θ Ζ Κ σχήματι. Κοινὸς προσκείσθω ὁ κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὴν Β Ζ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ Ε Θ. Ὅλον ἄρα τὸ Α Β Ζ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ Β Ζ Κ κώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Καὶ φανερὸν ὅτι γίνεται καθόλου τμῆμα σφαίρας πρὸς κῶνον [n] τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον ὡς συναμφότερος, ἥτε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ ἡ κάθετος τοῦ λοιποῦ τμήματος πρὸς τὴν κάθετον τοῦ λοιποῦ τμήματος.

culus M ad circulum, qui circa diametrum B Z deſcribitur. Æqualis eſt igitur conus, qui baſim quidem habet circulum M, altitudinem vero eam, quæ ex centro ſphæræ, rhombo ſolido B Δ Z Θ. Hoc enim in lemmatibus primi libri demonſtratum eſt. Vel hoc pacto. Quoniam ut Δ Θ ad altitudinem coni M, ita ſe habet circulus M ad circulum, qui circa diametrum B Z deſcribitur; ideo conus M æqualis eſt cono, cujus quidem baſis circulus, qui circa diametrum B Z deſcribitur, altitudo vero Δ Θ. Reciprocantur enim ipſorum baſes, et altitudines. Sed conus, qui baſim quidem habet circulum, qui circa diametrum B Z deſcribitur, altitudinem vero Δ Θ, æqualis eſt rhombo ſolido B Δ Z Θ. Igitur etiam conus M æqualis eſt rhombo ſolido B Δ Z Θ. Sed conus M æqualis eſt ſolido ſectori B Γ Z Θ. Igitur ſolidus etiam ſector B Γ Z Θ æqualis eſt rhombo ſolido B Δ Z Θ. Igitur ablato communi cono, cujus quidem baſis eſt circulus, qui circa diametrum B Z deſcribitur, altitudo vero E Θ, reliquus conus B Δ Z ſphæræ ſegmento B Z Γ eſt æqualis. Pariter vero demonſtrabitur etiam conum B K Z ſphæræ ſegmento B A Z æqualem eſſe. Quoniam enim ut utraque ſimul Θ Γ, Γ E ad Γ E, ita ſe habet K E ad E A; dividendo, ut K A ad A E, ita ſe habet Θ Γ ad Γ E. Æqualis eſt autem Θ Γ rectæ Θ A. Igitur etiam permutando, ut K A ad A Θ, ita ſe habet A E ad E Γ. Quare etiam componendo, ut K Θ ad Θ A, ita ſe habet A Γ ad Γ E; hoc eſt quadratum quod a B A deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a B E. Rurſus autem ponatur circulus N habens eam, quæ ex centro, ipſi A B æqualem. Circulus igitur N æqualis erit ſegmenti B A Z ſuperficiei. Atque intelligatur conus N æqualem habens altitudinem ei, quæ ex centro ſphæræ. Æqualis eſt igitur ſolido ſectori B Θ Z A. Hoc enim in primo libro demonſtratum eſt. Et quoniam demonſtratum eſt, ut K Θ ad Θ A, ita ſe habere quadratum, quod ab A B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a B E; hoc eſt quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli N, ad quadratum, quod deſcribitur ab ea, quæ ex centro circuli circa diametrum B Z deſcripti; hoc eſt circulus N ad circulum circa diametrum B Z deſcriptum. Æqualis autem eſt A Θ altitudini coni N. Ideo ut K Θ ad coni N altitudinem, ita ſe habet circulus N ad circulum circa diametrum B Z deſcriptum. Æqualis eſt igitur conus N, hoc eſt ſector B Θ Z A, figuræ B Θ Z K. Communis addatur conus, cujus quidem baſis circulus circa B Z deſcriptus, altitudo vero E Θ. Totum igitur ſegmentum ſphæræ A B Z æquale eſt cono B Z K: quod oportebat demonſtrare.

Illud quoque generaliter manifeſtum eſt, ſphæræ ſegmentum ita ſe habere ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem, ut utraque ſimul, tum ea, quæ ex centro ſphæræ, tum reliqui ſegmenti normalis, ad reliqui ſegmenti normalem. Ut

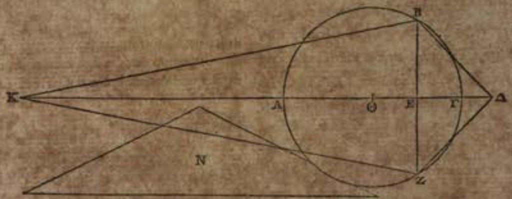
[i] ἴσος ἄρα ἐστὶ ὁ Μ [k] ὧν [l] ὧν [m] Α Β. ὁ ἄρα Ν κύκλος ἴσος ἔσται τῇ in MS. deſunt. [n] τὸν ex MS.

enim ΔE ad EΓ, ita ſe habet conus ΔZB, hoc eſt ſegmentum BΓZ, ad conum BΓZ.

Iiſdem poſitis, demonſtrabimus etiam conum KBZ æqualem eſſe ſphæræ ſegmento AZB. Sit enim conus N baſim quidem habens æqualem ſphæræ ſuperficiei, altitudinem vero eam, quæ ex centro ſphæræ. Æqualis igitur ſphæræ eſt conus. Demonſtratum enim eſt, ſphæram coni eſſe quadruplam, qui baſim quidem habeat maximum circulum, altitudinem vero eam, quæ ex centro ſphæræ. At vero etiam conus N ejuſdem coni eſt quadruplus: quoniam quadrupla eſt cum baſis, tum ſphæræ ſuperficies circuli maximi omnium, qui ſunt in ipſa. Et quoniam ut utraque ſimul ΘA, AE ad AE, ita ſe habet ΔE ad EΓ; dividendo, et permutando, ut ΘΓ ad ΓΔ ita ſe habet AE ad EΓ. Rurſus quoniam ut KE ad EA, ita ſe habet utraque ſimul ΘΓ, ΓE ad ΓE; dividendo, et permutando, ut KA ad ΓΘ, hoc eſt ad ΘA, ita ſe habet AE ad EΓ; hoc eſt ΘΓ ad ΓΔ. Et componendo. Æqualis eſt autem AΘ ipſi ΘΓ. Ut igitur KΘ ad ΘΓ, ita ſe habet ΘΔ ad ΔΓ; ac tota KΔ ita ſe habet ad ΔΘ, ut ΔΘ ad ΔΓ; hoc eſt, ut KΘ ad ΘA. Quod igitur ſpatium ſub ΔΘ, ΘK continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΔK, ΘA. Rurſus quoniam ut KΘ ad ΘΓ, ita ſe habet ΘΔ ad ΓΔ; permutando, ut KΘ ad ΘΔ, ita ſe habet ΘΓ ad ΓΔ. Ut autem ΘΓ ad ΓΔ ita demonſtratum eſt ſe habere AE ad EΓ. Ut igitur KΘ ad ΘΔ, ita ſe habet AE ad EΓ. Igitur etiam ut quadratum, quod a KΔ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub KΘ, ΘΔ continetur, ita ſe habet quadratum, quod deſcribitur ab AΓ, ad ſpatium, quod continetur ſub AE, EΓ. Demonſtratum autem eſt, ſpatium, quod ſub KΘ, ΘΔ continetur, æquale eſſe ſpatio, quod continetur ſub KΔ, AΘ. Ut igitur quadratum, quod a KΔ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub KΔ, AΘ continetur; hoc eſt, ut KΔ ad AΘ; ita ſe habet quadratum, quod deſcribitur ab AΓ, ad ſpatium, quod continetur ſub AE, EΓ; hoc eſt ad quadratum, quod deſcribitur ab EB. Æqualis eſt autem AΓ ei, quæ ex centro circuli N. Ut igitur quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli N, ad quadra-

Ὡς γὰρ ἡ ΔΕ πρὸς ΕΓ, οὕτως ὁ ΔΖΒ κῶνος, τουτέστι τὸ ΒΓΖ τμῆμα πρὸς τὸν ΒΓΖ κῶνον.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, * δείξομεν ὅτι καὶ ὁ ΚΒΖ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΑΖΒ τμήματι τῆς σφαίρας. Ἔστω γὰρ ὁ Ν κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὴν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος τῇ σφαίρᾳ. Ἡ γὰρ σφαῖρα δέδεικται τετραπλασία τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον, καὶ ὕψος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Ν κῶνος τοῦ αὐτοῦ ἐστι τετραπλάσιος· ἐπεὶ καὶ ἡ βάσις τῆς βάσεως, καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ μεγίστου κύκλου τοῦ ἐν αὐτῇ. Καὶ ἐπεὶ ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΕ πρὸς ΑΕ, ἡ ΔΕ πρὸς ΕΓ· διελόντι, καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ, ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΚΕ πρὸς ΕΑ, συναμφότερος ἡ ΘΓ, ΓΕ πρὸς ΓΕ· διελόντι, καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΚΑ πρὸς ΓΘ, τουτέστι πρὸς ΘΑ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ· τουτέστιν ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ. Καὶ συνθέντι. Ἴση δὲ ἡ ΑΘ τῇ ΘΓ. Ὡς ἄρα ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ· καὶ ὅλη ἡ ΚΔ [r] πρὸς ΔΘ ἐστιν ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΔΓ, τουτέστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΑ. Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΘ, ΘΚ, τῷ ὑπὸ τῶν ΔΚ, ΘΑ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΓΔ, ἐναλλάξ, ὡς [s] ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ. Ὡς δὲ ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ, ἐδείχθη ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. Ὡς ἄρα ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, [t] ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΘ, ΘΔ, τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ. Τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΚΘ, ΘΔ ἴσον ἐδείχθη τῷ ὑπὸ ΚΔ, ΑΘ. Ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΚΔ, ΑΘ, τουτέστιν ἡ ΚΔ πρὸς ΑΘ, τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕ, ΕΓ, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΒ. Καί ἐστιν ἴση ἡ ΑΓ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου. Ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ, τουτέστιν ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, οὕτως ἡ ΚΔ πρὸς ΑΘ· τουτέστιν



* In MS. δείξομεν deeſt   [r] πρὸς ΑΘ   [s] ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ in MS. deſunt.   [t] ἡ ΑΘ

ἡ ΚΔ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ν κώνου. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ν κῶνος, τουτέστιν ἡ σφαῖρα, τῷ ΒΔΖΚ στερεῷ ῥόμβῳ. Ἢ οὕτως. Ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, οὕτως ἡ ΚΔ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ν κώνου. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ν κῶνος τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΔΚ. Ἀντιπεπόνθασιν γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ἀλλ᾽ οὗτος ὁ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΚΖΔ στερεῷ ῥόμβῳ. Καὶ ὁ Ν ἄρα κῶνος, τουτέστιν ἡ σφαῖρα ἴση ἐστὶ τῷ ΒΚΖΔ στερεῷ ῥόμβῳ, τῷ ἐκ τῶν κώνων συγκειμένῳ τῶν ΒΔΖ, ΒΚΖ· ὧν ὁ ΒΔΖ κῶνος ἴσος ἐδείχθη τῷ ΒΓΖ τμήματι τῆς σφαίρας. Λοιπὸς ἄρα ὁ ΒΚΖ κῶνος, ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΑΖ τμήματι τῆς σφαίρας.

tum, quod deſcribitur a BE; hoc eſt circulus N ad circulum circa diametrum BZ deſcriptum, ita ſe habet KΔ ad AΘ; hoc eſt KΔ ad coni N altitudinem. Æqualis eſt igitur conus N, hoc eſt ſphæra, rhombo ſolido BΔZK. Vel hoc pacto. Ut igitur circulus N ad circulum circa diametrum BZ deſcriptum, ita ſe habet KΔ ad coni N altitudinem. Æqualis eſt igitur conus N cono, cujus quidem baſis eſt circulus circa diametrum BZ deſcriptus, altitudo vero ΔK. Reciprocantur enim ipſorum baſes, et altitudines. Sed hic conus æqualis eſt rhombo ſolido BKZΔ. Igitur etiam conus N, hoc eſt ſphæra, æqualis eſt rhombo ſolido BKZΔ, quod ex conis componitur BΔZ, BKZ: quorum quidem demonſtratum eſt conum BΔZ ſphæræ ſegmento BΓZ æqualem eſſe. Reliquus igitur conus BKZ æqualis eſt ſphæræ ſegmento BAZ.

EUTOCIUS.

Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Ὡς γὰρ ἐπὶ αὐτῆς τῆς ἐν τῷ ῥητῷ καταγραφῆς, ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ * τῷ ΓΒΑ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἦκται ἡ ΒΕ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ, καὶ ἀλλήλοις. Καὶ διὰ τοῦτο ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΒ, ἡ ΒΑ πρὸς ΑΕ, καὶ ἡ ΓΒ πρὸς ΒΕ. Ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ, οὕτως † τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Ἀλλ᾽ ὡς τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ· ὡς γὰρ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας. Ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Διὰ δὲ τῶν αὐτῶν δείκνυται, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΓΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΒ * πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Διὰ γὰρ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων ἐστὶ πάλιν, ὡς ἡ μὲν ΑΓ πρὸς ΓΒ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς ΓΕ· τουτέστιν ὡς τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ, τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ.

Εἶτα ἐφεξῆς δεικνύειν πειρώμενος τῷ ΒΑΖ τμήματι τῆς σφαίρας ἴσον τὸν ΒΚΖ κῶνον· ἐκθέμενος κῶνον τὸν Ν, βάσιν μὲν ἔχοντα ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΒΑΖ τμήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· φησὶν ὅτι ὁ Ν κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΖΑΒΘ στερεῷ τομεῖ, ὡς δέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. Ἰστέον δὲ, ὅτι ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ ὁ τὸν τοιοῦτον τομέα ἀποδείκνυσιν ἴσον ὄντα τῷ οὕτως λαμβανομένῳ * κώνῳ, ἀλλὰ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας, καὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας ἐλάττονος ἡμισφαιρίου· ὅν τινα καὶ κυρίως ἐν τοῖς ὅροις τομέα στερεὸν καλεῖν ἐφαίνετο. Ἔφασκεν γάρ· τομέα δὲ στερεὸν καλῶ, ἐπειδὰν σφαῖραν κῶνος τέμνῃ τὰς

Et componendo, ut ΘΔ ad ΘΓ, ita ΓA ad AE; hoc eſt quadratum, quod a ΓB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Quoniam enim, ut in allata figura, in triangulo rectangulo ΓBA, ducta ab angulo recto ad baſim eſt normalis BE; quæ ad normalem ſunt triangula, ea cum inter ſe invicem tum toti triangulo ſimilia ſunt. Propterea ut ΓA ad AB, ita ſe habet BA ad AE, et ΓB ad BE. Atque hinc etiam ut quadratum, quod a ΓA deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AB, ita ſe habet quadratum, quod a ΓB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Ut autem quadratum, quod a ΓA deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AB, ita ſe habet ΓA ad AE: ut enim prima ad tertiam, ita ſe habet quadratum, quod a prima, ad quadratum, quod a ſecunda deſcribitur. Ut igitur ΓA ad AE, ita ſe habet quadratum, quod a ΓB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Eadem ratione demonſtratur ut ΓA ad ΓE, ita ſe habere quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Rurſus enim, propter triangulorum ſimilitudinem, ut AΓ quidem ad ΓB, ita ſe habet BΓ ad ΓE; hoc eſt ut quadratum, quod ab AΓ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓB, ita AΓ ad ΓE; ut vero quadratum, quod ab AΓ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓB, ita ſe habet quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Igitur etiam ut AΓ ad ΓE, ita ſe habet quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE.

Deinceps vero cum hoc ſibi demonſtrandum ſuſciperet, ſegmento ſphæræ BAZ æqualem eſſe conum BKZ; poſito cono N baſim quidem æqualem habente ſuperficiei ſegmenti BAZ, altitudinem vero ei, quæ ex centro ſphæræ; conum hunc æqualem eſſe dicit ſolido ſectori ZABΘ, ut in primo libro demonſtratum eſt. Illud autem ſciendum eſt, cum primo in libro ejuſmodi ſectorem non huic quidem cono æqualem eſſe demonſtraſſe, ſed ei, qui a ſuperficie coni, et ſuperficie ſphæræ hemiſphærio minore comprehenditur: quem quidem in definitionibus ſectorem ſolidum proprio nomine vocat. Ait enim: ſectorem vero ſolidum voco, quando ſphæram

* τῷ ΓΒ ἀπὸ † τὸ ἀπὸ ΓΘΒ * πρὸς τὸ ἀπὸ

conus ſecuerit verticem habens ad ſphæræ centrum, figuram, quæ a ſuperficie coni, et ſuperficie ſphæræ, quæ intra conum eſt, comprehenditur. Quæ vero figura nunc propoſita eſt, ea ſane comprehenditur a ſuperficie coni verticem ad ſphæræ centrum habentis, et a ſuperficie ſphæræ; non tamen ea, quæ intra conum ſit. Itaque ejuſmodi figuram cono æqualem eſſe, qui baſim quidem æqualem habeat ſuperficiei ſphæræ, quæ ſegmentum comprehendit, altitudinem vero ei, quæ ex centro ſphæræ; ex iis, quæ tradita primo in libro ſunt, hoc pacto demonſtrabitur.

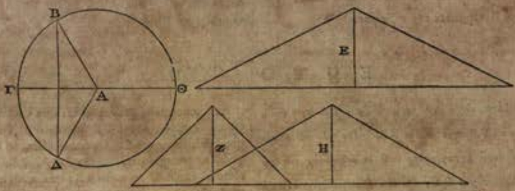
Intelligatur ſphæra ſeorſum poſita: eaque ſecetur plano aliquo, non per centrum; nempe circulo circa diametrum B Δ deſcripto: et ſit ſphæræ centrum punctum A. Intelligatur autem conus baſim quidem habens circulum circa diametrum B Δ deſcriptum, verticem vero punctum A: et ponatur conus E, cujus baſis æqualis ſit ſuperficiei ſphæræ, et altitudo ei, quæ ex ſphæræ centro. Hic igitur conus æqualis eſt ſphæræ; quippe coni eſt quadruplus baſim quidem habentis maximum ſphæræ circulum, altitudinem vero eamdem ac ſphæra; cujus quidem coni ſphæram ipſam quadruplam eſſe demonſtratum eſt. Ponantur item alii duo coni Z, H, quorum alter quidem Z baſim habeat æqualem ſuperficiei ſegmenti B Γ Δ, et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ; alter vero H baſim habeat æqualem ſuperficiei ſegmenti B Θ Δ, et altitudinem eamdem. Itaque conus Z æqualis eſt ſectori verticem quidem habenti punctum A, baſim vero ſphæræ ſuperficiem B Γ Δ. Quoniam igitur coni E baſis conorum Z, H baſibus æqualis eſt, iique ſub eadem altitudine conſtituuntur; ideo conus E, hoc eſt ſphæra, conis Z, H eſt æqualis. Demonſtratum autem eſt, conum Z ſolido ſectori, qui ad B Γ Δ eſt, punctum A verticem habenti æqualem eſſe. Reliquus igitur conus H æqualis eſt reliquo ſegmento, baſim habenti ſegmenti B Θ Δ ſuperficiem, et altitudinem eam, quæ ex centro.

Rurſus autem dicit: æqualis eſt igitur conus N, hoc eſt ſector B Θ Z A, figuræ B Θ Z K. Quoniam enim colligendo concluſit, conum N æqualem eſſe cono, qui baſim quidem habeat circulum circa diametrum B Z deſcriptum, altitudinem vero Θ K: conus autem, cujus baſis eadem ſit, et altitudo E K, æqualis eſt ei, quem diximus, cono; et adhuc illi, qui eamdem habet baſim, et altitudinem E Θ; quippe ſe habent inter ſe invicem ut altitudines. Ideo communi ablato cono, qui eamdem habet baſim, et altitudinem E Θ, reliqua figura B Θ Z K cono eſt æqualis, qui baſim quidem habet circulum circa diametrum B Z deſcriptum, altitudinem vero Θ K; hoc eſt cono N, ſive ſectori B A Θ Z.

Poſtremo cum corollarium, quod ex demonſtratis ſponte fluit, in theorematis fine ſubjecerit; mox aliam ingreſſus demonſtrandi viam ſphæræ ſegmentum B A Z

κορυφὰν ἔχον ποτὶ τῷ κέντρῳ τᾶς σφαίρας, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τᾶς ἐπιφανείας τῶ κώνω καὶ τᾶς ἐπιφανείας τᾶς σφαίρας ἐντὸς τῶ κώνω. Τὸ δὲ νῦν προκείμενον σχῆμα περιέχεται μὲν ὑπὸ κωνικᾶς ἐπιφανείας, τὰν κορυφὰν ἐχούσας πρὸς τῷ κέντρῳ τᾶς σφαίρας, καὶ σφαιρικᾶς ἐπιφανείας, ἀλλ' ἃ τᾶς ἐντὸς ἀπολαμβανομένας τῶ κώνω. Ὅτι δὲ οὖν τὸ τοιοῦτον σχῆμα ἴσον γίνεται τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὰν ἴσαν τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾷ σφαιρικᾷ τᾷ περιεχούσᾳ τὸ τμᾶμα, ὕψος δὲ ἴσον τᾷ ἐκ τοῦ κέντρου τᾶς σφαίρας, δειχθήσεται οὕτως, διὰ τῶν ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ δεδειγμένων.

Νοείσθω χωρὶς σφαῖρα, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινί, μὴ διὰ τῶ κέντρω, τῷ περὶ διάμετρον τὰν Β Δ κύκλῳ· κέντρον δὲ τᾶς σφαίρας τὸ Α. Καὶ νοείσθω κῶνος, ὃ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὰν Β Δ κύκλον, κορυφὰν δὲ τὸ Α σημεῖον· ἐκκείσθω δὲ κῶνος ὁ Ε, οὗ ἁ μὲν βάσις ἴσα ἔστω τᾷ ἐπιφανείᾳ



τᾶς σφαίρας, ὕψος δὲ ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τᾶς σφαίρας. [x] Ὁ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τᾷ σφαίρᾳ· τετραπλάσιος γάρ ἐστι τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον, ὕψος δὲ τὸ αὐτό· ὅπερ ἁ σφαῖρα ἐδείχθη τετραπλασία. Ἐκκείσθωσαν δὲ καὶ ἄλλοι δύο κῶνοι οἱ Ζ, Η, ὧν ὁ μὲν Ζ βάσιν ἐχέτω [y] ἴσαν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κατὰ τὸ Β Γ Δ τμάματος, ὕψος δὲ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τᾶς σφαίρας· ὁ δὲ Η βάσιν μὲν ἴσαν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κατὰ τὰν Β Θ Δ τμάματος, ὕψος δὲ τὸ αὐτό. Ὁ Ζ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ τομεῖ, [z] οὗ κορυφὰ μὲν τὸ Α, ἐπιφάνεια δὲ σφαιρικὰ ἁ κατὰ τὰν Β Γ Δ βάσιν. Ἐπεὶ οὖν ἴσα ἐστὶν ἁ τοῦ Ε κώνου βάσις ταῖς τῶν Ζ, Η κώνων βάσεσι, καί εἰσιν ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ε κῶνος, τουτέστιν ἁ σφαῖρα τοῖς Ζ, Η κώνοις. Ἀλλ' ὁ Ζ ἴσος ἐδείχθη τῷ κατὰ τὰν Β Γ Δ στερεῷ τομεῖ, κορυφὰν ἔχοντι τὸ Α. Λοιπὸς ἄρα ὁ Η κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ λοιπῷ τμάματι, βάσιν ἔχοντι τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κατὰ τὰν Β Θ Δ τμάματος, ὕψος δὲ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου.

Εἶτα πάλιν φησίν· ἴσος ἄρα ὁ Ν κῶνος, τουτέστιν ὁ Β Θ Ζ Α τομεύς, τῷ Β Θ Ζ Κ σχήματι. Ἐπεὶ γὰρ συνήχθη ὁ Ν κῶνος ἴσος ὢν κώνῳ [a] οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὰν Β Ζ κύκλος, ὕψος δὲ ἁ Θ Κ· ὁ δὲ κῶνος, οὗ βάσις μὲν ἐστιν ἁ αὐτά, ὕψος δὲ ἁ Ε Κ, [b] ἴσος τῷ εἰρημένῳ κώνῳ, καὶ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὰν αὐτάν, ὕψος δὲ τὰν Ε Θ· [c] πρὸς ἀλλήλους γάρ εἰσιν ὡς τὰ ὕψη. Κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὰν αὐτάν, ὕψος δὲ τὰν Ε Θ, λοιπὸν τὸ Β Θ Ζ Κ σχῆμα ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν περὶ διάμετρον τὰν Β Ζ κύκλον, ὕψος δὲ τὰν Θ Κ· τουτέστι τῷ Ν κώνῳ, τουτέστι τῷ Β Α Θ Ζ τομεῖ.

Ἐπαγαγὼν δὲ τὸ ἐκ τῶν συναχθέντων πόρισμα ἐπὶ τοῦ θεωρήματος, ἑξῆς δι' ἑτέρας ἀποδείξεως συνάγει τὸ πλουτοῦν μέρος τοῦ θεωρήματος, τουτέστιν ὅτι τὸ Β Α Ζ τμᾶμα

[x] ὁ ἄρα Ε κῶνος [y] ἴσαν [z] ὅτω τὸ Α κορυφὰ μὲν [a] ὅτω [b] ἴσα [c] πρὸς ἀλλήλους

σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ ΒΚΖ κώνῳ. Καὶ προϊών φησιν· ὡς ἄρα ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, [d] ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ· καὶ ὅλη ἡ ΚΔ πρὸς ΔΘ ἐστιν, ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΔΓ, τουτέστιν, ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΑ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ· καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ· καὶ συνθέντι· ὡς ἡ ΚΔ πρὸς ΔΘ, ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ, τουτέστιν ἡ ΚΘ πρὸς ΘΑ. Ἦν γὰρ ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ· ἴση δὲ ἡ ΘΓ τῇ ΘΑ. Καὶ μετ' ὀλίγον· ὡς ἄρα ἡ ΚΘ πρὸς ΔΘ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΚΘΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ.

Νοείσθωσαν γὰρ χωρὶς κείμεναι αἱ ΚΔ, ΑΓ· καὶ ἔστω ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. Λέγω ὅτι ἐστὶ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΘΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΓ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ· καὶ συνθέντι ἐστὶν ὡς ἡ ΚΔ πρὸς ΔΘ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ. Ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ, ὡς τὸ ἀπὸ ΑΓ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ· ἀλλ' ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΚΘΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ, κοινοῦ ὕψους τῆς ΘΔ λαμβανομένης. Ὡς δὲ ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΕΓ [e] πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ, κοινοῦ, πάλιν ὕψους λαμβανομένης τῆς ΕΓ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΚΘΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΕΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ. Ἐδείχθη δὲ ὡς τὸ ἀπὸ ΘΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΚ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΕΓ πρὸς τὸ ἀπὸ [f] ΓΑ. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΚΘΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΕΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ· καὶ ἀνάπαλιν. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



cono B K Z æquale eſſe, quæ poſtrema erat theorematis pars, colligendo concluſit. Progreſſuſque paululum: ut igitur, inquit, K Θ ad Θ Γ, ita ſe habet Θ Δ ad Δ Γ; totaque K Δ ita ſe habet ad Δ Θ, ut Δ Θ ad Δ Γ; hoc eſt ut K Θ ad Θ A. Quoniam enim ut K Θ ad Θ Γ, ita ſe habet Θ Δ ad Δ Γ; et permutando, ut K Θ ad Θ Δ, ita Θ Γ ad Γ Δ; ideo etiam componendo, ut K Δ ad Θ Δ, ita ſe habet Θ Δ ad Δ Γ; hoc eſt K Θ ad Θ A. Ut enim K Θ ad Θ Γ, ita ſe habebat Θ Δ ad Δ Γ: æqualiſque eſt Θ Γ ipſi Θ A. Et paullo poſt: ut igitur K Θ ad Δ Θ, ita ſe habet A E ad E Γ. Igitur etiam ut quadratum, quod a K Δ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub K Θ Δ continetur, ita ſe habet quadratum, quod deſcribitur ab A Γ, ad ſpatium, quod continetur ſub A E Γ.

Intelligantur enim K Δ, A Γ ſeorſum poſitæ: et ut K Θ ad Θ Δ, ita ſe habeat A E ad E Γ. Dico etiam ut quadratum, quod a K Δ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub K Θ Δ continetur, ita ſe habere quadratum, quod deſcribitur ab A Γ, ad ſpatium, quod continetur ſub A E Γ. Quoniam enim ut K Θ ad Θ Δ, ita ſe habet A E ad Γ E; etiam componendo ut K Δ ad Δ Θ, ita ſe habet A Γ ad Γ E. Quare etiam quadratum, quod a K Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Θ Δ, ſe habet ut quadratum, quod ab A Γ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab E Γ. Rurſus quoniam ut K Θ ad Θ Δ, ita ſe habet A E ad E Γ: et ut K Θ quidem ad Θ Δ, ita ſpatium, quod ſub K Θ Δ continetur, ad quadratum, quod a Θ Δ deſcribitur, ſumpta Θ Δ communi altitudine. Ut vero A E ad E Γ, ita ſpatium, quod continetur ſub A E Γ, ad quadratum, quod deſcribitur ab E Γ, ſumpta rurſus communi altitudine A Γ. Ideo etiam ut ſpatium, quod ſub K Θ Δ continetur, ad quadratum, quod a Θ Δ deſcribitur, ita ſe habet ſpatium, quod continetur ſub A E Γ, ad quadratum, quod deſcribitur ab E Γ. Demonſtratum autem eſt, ut quadratum, quod a Θ Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Δ K, ita ſe habere quadratum, quod deſcribitur ab E Γ, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ A. Igitur etiam æqua proportione, ut ſpatium, quod ſub K Θ Δ continetur, ad quadratum, quod a K Δ deſcribitur, ita ſe habet ſpatium, quod continetur ſub A E Γ, ad quadratum, quod deſcribitur ab A Γ: et invertendo. Quod oportebat demonſtrare.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δʹ.

Τρίτον ἦν πρόβλημα τόδε· τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὅπως αἱ τῶν τμημάτων ἐπιφάνειαι πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσι τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

Γεγονέτω· καὶ ἔστω τῆς σφαίρας μέγιστος κύκλος ὁ ΑΔΒΕ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΒ· καὶ ἐκβεβλήσθω πρὸς τὴν ΑΒ ἐπίπεδον ὀρθόν· καὶ ποιείτω τὸ ἐπίπεδον ἐν τῷ ΑΔΒΕ κύκλῳ τομὴν τὴν ΔΕ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΒΔ.

Ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ΔΑΕ τμήματος, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΔΒΕ τμήματος δοθείς· ἀλλὰ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΑΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, [g] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΔ· τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔΒ· ὡς δὲ οἱ εἰρημένοι κύκλοι πρὸς ἀλλήλους, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ

PROP. IV. Theor.

Tertium problema hoc erat: datam ſphæram plano ſecare, ita ut ſegmentorum ſuperficies eamdem ac quæ data eſt inter ſe invicem rationem habeant.

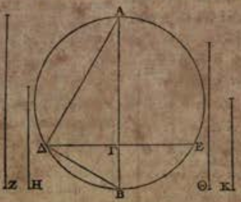
Factum ſit: et maximus ſphæræ circulus ſit A Δ B E, ejuſque diameter A B: et producatur planum ad A B rectum; quod quidem planum ſectionem in circulo A Δ B E faciat Δ E; junganturque A Δ, B Δ.

Quoniam igitur ratio ſuperficiei ſegmenti Δ A E ad ſegmenti Δ B E ſuperficiem data eſt: et ſuperficiei quidem ſegmenti Δ A E æqualis eſt circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipſi A Δ eſt æqualis; ſuperficiei vero ſegmenti Δ B E æqualis eſt circulus, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi Δ B; atque ut ii, quos diximus, circuli inter ſe invicem, ita ſe habet quadratum, quod ab A Δ

[d] ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ in MS. deſunt. [e] πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕΓ [f] ΓΔ [g] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΔ. Τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔΒ. In MS. deſunt.

deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΒ; hoc eſt ut ΑΓ ad ΓΒ: ideo ratio ipſius ΑΓ ad ΓΒ eſt data. Quare datum eſt punctum Γ. Recta autem ad ΑΒ eſt ΔΕ. Datum eſt igitur poſitione etiam planum, quod per ΔΕ agitur.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit ſphæra, cujus maximus circulus ΑΔΒΕ, et diameter ΑΒ. Data autem ratio eadem ſit quæ rectæ Ζ ad Η: ſeceturque ΑΒ in puncto Γ, ita ut quemadmodum ΑΓ ad ΓΒ, ita ſe habeat Ζ ad Η; et per punctum Γ plano ſphæra ſecetur ad rectos angulos ipſi ΑΒ; ſitque communis ſectio ΔΕ; et jungantur ΑΔ, ΔΒ. Ponantur porro duo circuli Θ, Κ; alter quidem æqualem habens eam, quæ ex centro, ipſi ΑΔ; alter vero eam, quæ ex centro, æqualem habens ipſi ΔΒ. Æqualis eſt igitur circulus quidem Θ ſuperficiei ſegmenti ΔΑΕ, circulus vero Κ ſuperficiei ſegmenti ΔΒΕ. Hoc enim in primo libro demonſtratum eſt. Et quoniam datus eſt angulus ΑΔΒ, normaliſque eſt ΓΔ; ideo ut ΑΓ ad ΓΒ, hoc eſt Ζ ad Η, ita ſe habet quadratum, quod ab ΑΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΒ; hoc eſt quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli Θ, ad quadratum, quod deſcribitur ab ea, quæ ex centro circuli Κ; hoc eſt ſegmenti ΔΑΕ ſuperficies ad ſuperficiem ſphæræ ſegmenti ΔΒΕ.



ἀπὸ ΔΒ, τουτέστιν ἡ ΑΓ πρὸς ΓΒ· λόγος ἄρα τῆς ΑΓ πρὸς ΓΒ δοθείς. Ὥστε δοθέν ἐστι τὸ Γ σημεῖον. Καί ἐστι τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΕ. Θέσει ἄρα καὶ τὸ διὰ τῆς ΔΕ ἐπίπεδον.

Συντεθήσεται δὲ οὕτως. Ἔστω σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΑΔΒΕ, καὶ διάμετρος ἡ ΑΒ. Ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Ζ πρὸς Η· καὶ τετμήσθω ἡ ΑΒ, κατὰ τὸ Γ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΑΓ πρὸς ΓΒ, οὕτως τὴν Ζ πρὸς Η· καὶ διὰ τοῦ Γ ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ σφαῖρα πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ, καὶ ἔστω κοινὴ τομὴ ἡ ΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΒ. Καὶ ἐκκείσθωσαν δύο κύκλοι οἱ Θ, Κ, ὁ μὲν Θ ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ ΑΔ, ὁ δὲ Κ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἴσην ἔχων τῇ ΔΒ. Ἔστιν ἄρα ὁ μὲν Θ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΑΕ τμήματος, ὁ δὲ Κ τοῦ ΔΒΕ τμήματος. Τοῦτο γὰρ προδέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. Καὶ ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΔΒ, καὶ κάθετος ἡ ΓΔ, ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΒ, τουτέστιν ἡ Ζ πρὸς Η, τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Θ κύκλου, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου Κ κύκλου, τουτέστιν ὁ Θ κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον· τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΔΑΕ τμήματος, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΔΒΕ τμήματος τῆς σφαίρας.

EUTOCIUS.

Atque ut ii, quos diximus, circuli inter ſe invicem, ita ſe habet quadratum, quod ab ΑΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΒ; hoc eſt ut ΑΓ ad ΓΒ. Quoniam enim, ut in allata figura, ducta eſt in triangulo rectangulo ΑΔΒ a recto ejus angulo normalis ΔΓ; hæc utique media proportionalis eſt inter ſegmenta baſis; quæque ad normalem ſunt triangula, ea ſunt cum toti, tum ſibi invicem ſimilia. Quare ut ΒΓ ad ΔΓ, ita ſe habet ΒΔ ad ΔΑ; idemque de quadratis dicendum eſt, quæ ab his deſcribuntur. Ut autem quadratum, quod a ΒΓ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΔ, ita ſe habet prima ΒΓ ad tertiam ΓΑ. Igitur etiam ut ΒΓ ad ΓΑ, ita ſe habet quadratum, quod a ΒΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΑ. Ratio autem ipſius ΑΓ ad ΓΒ eſt data. Quare datum eſt punctum Γ. Quoniam enim ponitur ſphæram datam eſſe, data etiam eſt ejus diameter ΑΒ. Data eſt autem ratio ipſius ΑΓ ad ΓΒ: et ſi data magnitudo pro data ratione ſecetur, utrumque ſegmentum eſt datum. Quare data eſt ΑΓ. Datum eſt autem punctum Α, utpote quod in communi datarum poſitione linearum ſectione eſt. Datum eſt igitur et punctum Γ.

Ὡς δὲ οἱ εἰρημένοι κύκλοι πρὸς ἀλλήλους οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ, τουτέστιν ἡ ΑΓ πρὸς ΓΒ. [h] Ὡς γὰρ ἐν αὐτῇ τῇ τοῦ ῥητοῦ καταγραφῇ, ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ ΑΔΒ κάθετος ἦκται, καὶ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς ἡ ΔΓ, μέση ἀνάλογόν ἐστι τῶν τῆς βάσεως τμημάτων· καὶ τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις. Ὥστε ἐστὶν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΔΓ, ἡ ΒΔ πρὸς ΔΑ· καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν ἄρα. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ, οὕτως ἡ πρώτη ἡ ΒΓ πρὸς τρίτην τὴν ΓΑ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΓ [i] πρὸς ΓΑ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ. Δοθεὶς δὲ λόγος ὁ τῆς ΑΓ πρὸς ΓΒ. Ὥστε δοθέν ἐστι τὸ Γ σημεῖον. Ἐπεὶ γὰρ ἡ σφαῖρα ὑπόκειται δεδομένη, δέδοται ἄρα καὶ ἡ διάμετρος αὐτῆς ἡ ΑΒ. Καὶ δέδοται ὁ λόγος τῆς ΑΓ πρὸς ΓΒ· ἐὰν δὲ δεδομένον μέγεθος εἰς δεδομένον λόγον διαιρεθῇ, δέδοται ἑκάτερον τῶν τμημάτων. Ὥστε δέδοται ἡ ΑΓ. Καὶ δοθὲν τὸ Α, ἐπὶ γὰρ τῆς κοινῆς τομῆς ἐστι θέσει δεδομένων γραμμῶν. Δέδοται ἄρα καὶ τὸ Γ.

[h] ὡς δὲ [i] πρὸς ΓΑ. Ἡ ΒΔ πρὸς ΔΑ δεδοῖς

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε΄.

Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν τεμεῖν, ὥς τε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

Ἔςω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα ἡ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ αὐτὴν τεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥς τε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα.

Τετμήσθω διὰ τῆς ΑΓ ἐπιπέδῳ. Λόγος ἄρα τοῦ ΑΔΓ τμήματος τῆς σφαίρας πρὸς τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας δοθείς. Τετμήσθω δὲ ἡ σφαῖρα διὰ τοῦ κέντρου, καὶ ἔςω ἡ τομὴ μέγιςος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, κέντρον δὲ τὸ Κ, καὶ διάμετρος ἡ ΔΒ. Καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΚΔ, ΔΧ πρὸς ΔΧ, οὕτως ἡ ΡΧ πρὸς ΧΒ· ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΒΧ, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΛ, ΛΓ, ΑΡ, ΡΓ. Ἴσος ἄρα ἐςὶν ὁ μὲν ΑΛΓ κῶνος τῷ ΑΔΓ τμήματι τῆς σφαίρας· ὁ δὲ ΑΡΓ τῷ ΑΒΓ. Λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΑΛΓ κώνου πρὸς τὸν ΑΡΓ κῶνον δοθείς. Ὡς δὲ ὁ κῶνος πρὸς τὸν κῶνον οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ· ἐπείπερ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχουσι τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλον. Λόγος ἄρα καὶ τῆς ΛΧ πρὸς ΧΡ δοθείς. Καὶ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον διὰ τῆς κατασκευῆς, ὡς ἡ ΛΔ

PROP. V. Theor.

Datam ſphæram ſecare, ita ut ſphæræ ſegmenta eamdem ac quæ data eſt inter ſe invicem rationem habeant.

Sit data ſphæra ΑΒΓΔ: oportet autem eam plano ſecare, ita ut ſphæræ ſegmenta datam inter ſe invicem rationem habeant.

Secetur plano per ΑΓ. Ratio igitur ſegmenti ſphæræ ΑΔΓ ad ſphæræ ſegmentum ΑΒΓ eſt data. Secetur item ſphæra per centrum, ſectioque ſit maximus circulus ΑΒΓΔ, ejuſque centrum Κ, et diameter ΔΒ. Fiat porro, ut utraque quidem ſimul ΚΔ, ΔΧ ad ΔΧ, ita ΡΧ ad ΧΒ; ut utraque vero ſimul ΚΒ, ΒΧ ad ΒΧ, ita ΛΧ ad ΧΔ; et jungantur ΑΛ, ΛΓ, ΑΡ, ΡΓ. Æqualis eſt igitur conus quidem ΑΛΓ ſegmento ſphæræ ΑΒΓ; conus vero ΑΡΓ ſphæræ ſegmento ΑΒΓ. Data eſt igitur etiam ratio coni ΑΛΓ ad conum ΑΡΓ. Ut autem conus ad conum ita ſe habet ΛΧ ad ΧΡ; quoniam eamdem habent baſim circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur. Data igitur eſt etiam ratio ipſius ΛΧ ad ΧΡ. Eadem vero ratione, qua ſupra, per conſtructionem, ut ΛΔ ad ΚΔ, ita ſe habet ΚΒ



πρὸς ΚΔ, ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ, καὶ ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ. Καὶ ἐπεί ἐςιν ὡς ἡ ΡΒ πρὸς ΒΚ, ἡ ΚΔ πρὸς ΛΔ, συνθέντι ὡς ἡ ΡΚ πρὸς ΚΒ, τουτέςι πρὸς ΚΔ, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ὅλην τὴν ΚΛ ἐςίν, ὡς ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ. Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΡΛ, ΛΔ, τῷ ἀπὸ ΚΛ. Ὡς ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. Καὶ ἐπεί ἐςιν ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΚ, οὕτως ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ, ἔςαι ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι, ὡς ΚΛ πρὸς ΛΔ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ. Πάλιν ἐπεί ἐςιν ὡς ἡ ΛΧ πρὸς ΔΧ, συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΒΧ· διελόντι, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΧ, οὕτως ἡ ΚΒ πρὸς ΒΧ. Κείσθω τῇ ΚΒ ἴση ἡ ΒΖ. Ὅτι γὰρ ἐκτὸς τοῦ Ρ πεσεῖται, δῆλον. Καὶ ἔςαι ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΧ, οὕτως ἡ ΖΒ πρὸς ΒΧ. Ὥς τε καὶ ὡς ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. Ἐπεὶ δὲ λόγος ἐςὶ τῆς ΔΛ πρὸς ΛΧ δοθείς, καὶ τῆς ΡΛ

ad ΒΡ, et ΔΧ ad ΧΒ. Et quoniam ut ΡΒ ad ΒΚ, ita ſe habet ΚΔ ad ΛΔ; componendo, ut ΡΚ ad ΚΒ, hoc eſt ad ΚΔ, ita ſe habet ΚΛ ad ΛΔ. Igitur etiam tota ΡΛ ſe habet ad totam ΚΛ, ut ΚΛ ad ΛΔ. Igitur ſpatium, quod ſub ΡΛ, ΛΔ continetur, æquale eſt quadrato, quod a ΚΛ deſcribitur. Ut igitur ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habet quadratum, quod a ΚΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ. Et quoniam ut ΛΔ ad ΔΚ, ita ſe habet ΔΧ ad ΧΒ; invertendo, et componendo, ut ΚΛ ad ΛΔ, ita ſe habebit ΒΔ ad ΔΧ. Igitur etiam ut quadratum, quod a ΚΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ, ita ſe habebit quadratum, quod a ΒΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΧ. Rurſus quoniam ut ΛΧ ad ΔΧ, ita ſe habet utraque ſimul ΚΒ, ΒΧ ad ΒΧ; dividendo, ut ΛΔ ad ΔΧ ita ſe habet ΚΒ ad ΒΧ. Ponatur ipſi ΚΒ æqualis ΒΖ. Quod enim extra Ρ caſura ſit, manifeſtum eſt. Atque ut ΛΔ ad ΔΧ, ita ſe habet ΖΒ ad ΒΧ. Quare etiam ut ΔΛ ad ΛΧ, ita ſe habebit ΒΖ ad ΖΧ. Quoniam vero data eſt ratio cum

ipſius ΔΛ ad ΛX, tum ipſius PΛ ad ΛX; data eſt etiam ratio ipſius PΛ ad ΛΔ. Itaque quoniam ratio ipſius PΛ ad ΛX componitur tum ex ea, quam habet PΛ ad ΛΔ, tum ex ea, quam ΔΛ habet ad ΛX: atque ut PΛ quidem ad ΛΔ, ita ſe habet quadratum, quod a ΔB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX; ut vero ΔΛ ad ΛX, ita ſe habet BZ ad ZX: ideo ratio ipſius PΛ ad ΛX componitur tum ex ea, quam habet quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX, tum ex ea, quam BZ habet ad ZX. Fiat modo, ut PΛ ad ΛX, ita BZ ad ZΘ. Data eſt autem ratio ipſius PΛ ad ΛX. Data eſt igitur etiam ratio ipſius ZB ad ZΘ. Data eſt autem BZ, cum ei, quæ ex centro, ſit æqualis. Data eſt igitur etiam ZΘ. Igitur etiam ratio ipſius BZ ad ZΘ componitur tum ex ea, quam habet quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX, tum ex ea, quam BZ habet ad ZX. Ratio autem ipſius BZ ad ZΘ componitur tum ex ea, quam habet BZ ad ZX tum ex ea, quam ZX habet ad ZΘ. Communis auferatur ea, quam habet BZ ad ZX. Reliqua eſt igitur ratio, in qua ut quadratum, quod a BΔ deſcribitur, hoc eſt datum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX, ita ſe habet XZ ad ZΘ, hoc eſt ad datum. Data eſt autem recta ZΔ. Oportet igitur datam ΔZ ſecare in puncto X, atque facere ut XZ ad datam ZΘ, ita datum quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX. Atque hoc quidem ſi univerſaliter proferatur, determinationem habet; ſin autem hæc addantur, quæ hic reperta ſunt, nimirum ΔB duplam eſſe ipſius BZ, et BZ majorem quam ZΘ, nullam habet determinationem. Atque problema erit hujuſmodi: datis duabus rectis ΔB, BZ, quarum altera ΔB alterius BZ dupla ſit, datoque item in BZ puncto Θ, ΔB ipſam in puncto X ſecare, atque facere, ut quadratum, quod a BΔ deſcribitur ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX, ita XZ ad ZΘ. Horum autem utrumque in fine reſolvetur, et componetur.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit data ratio eadem quæ rectæ Π ad Σ, majoris ad minus. Detur autem quædam ſphæra, eaque plano ſecetur per centrum acto; ſectioque ſit circulus ABΓΔ, ejuſque diameter BΔ, et centrum K. Ponatur porro ipſi KB æqualis BZ; ſeceturque BZ in puncto Θ, ita ut quemadmodum ΘZ ad ΘB, ita ſe habeat Π ad Σ; et amplius ſecetur BΔ in puncto X, ita ut quemadmodum XZ ad ΘZ, ita ſe habeat quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX; et producatur per punctum X planum ad BΔ rectum. Dico, planum hoc ſphæram ita ſecare, ut quemadmodum majus ſegmentum ad minus, ita ſe habeat Π ad Σ.

πρὸς ΛΧ· καὶ τοῦ ΡΛ ἄρα πρὸς ΛΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. Ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς ΡΛ πρὸς ΛΧ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, καὶ ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ· ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΔΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ· ὡς δὲ ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ· ὁ ἄρα τῆς ΡΛ πρὸς ΛΧ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, καὶ ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. Πεποιήσθω δὴ ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΧ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΘ. Λόγος δὲ ἡ τῆς ΡΛ πρὸς ΛΧ δοθείς· Λόγος ἄρα καὶ τῆς ΖΒ πρὸς ΖΘ δοθείς. Δεδομένη δὲ ἡ ΒΖ, ἴση γάρ ἐστι τῇ ἐκ τοῦ κέντρου. Δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΖΘ. Καὶ ὁ τῆς ΒΖ ἄρα λόγος πρὸς ΖΘ συνῆπται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, καὶ ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. Ἀλλ᾽ ὁ ΒΖ πρὸς ΖΘ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ, καὶ τοῦ τῆς ΖΧ πρὸς ΖΘ. Κοινὸς ἀφῃρήσθω ὁ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ. Λοιπὸς ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ ΒΔ, τουτέστι δοθὲν πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, οὕτως ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ, τουτέστι πρὸς δοθέν. Καί ἐστι δοθεῖσα ἡ ΖΔ εὐθεῖα. * Καὶ δὴ δοθεῖσαν τὴν ΔΖ τεμεῖν δεῖ κατὰ τὸ Χ, καὶ ποιεῖν ὡς τὴν ΧΖ πρὸς δοθεῖσαν τὴν ΖΘ, οὕτως τὸ δοθὲν τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ. Τοῦτο οὕτως ἁπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισμόν· προστιθεμένων δὲ τῶν προβλημάτων, τῶν ἐνθάδε ὑπαρχόντων, τουτέστι τοῦ τε διπλασίαν εἶναι τὴν ΔΒ τῆς ΒΖ, καὶ τοῦ μείζονα τὴν ΒΖ τῆς ΖΘ, ὡς κατὰ τὴν ἀνάλυσιν οὐκ ἔχει διορισμόν. Καὶ ἔσται τὸ πρόβλημα τοιοῦτον· δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΔΒ, ΒΖ, καὶ διπλασίας οὔσης τῆς ΔΒ τῆς ΒΖ, καὶ σημείου ἐπὶ τῆς ΒΖ τοῦ Θ, τεμεῖν [k] τὴν ΔΒ κατὰ τὸ Χ, καὶ ποιεῖν, ὡς τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, τὴν ΧΖ πρὸς ΖΘ. Ἑκάτερα δὲ ταῦτα ἐπὶ τέλει ἀναλυθήσεταί τε, καὶ συντεθήσεται.

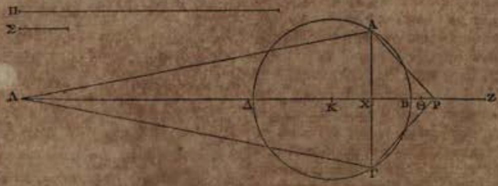
Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως. Ἔστω ὁ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Π πρὸς Σ, μείζων πρὸς ἐλάσσονα. Καὶ δεδόσθω τις σφαῖρα, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου· καὶ ἔστω τομὴ ὁ ΑΒΓΔ κύκλος, καὶ διάμετρος ἔστω ἡ ΒΔ, κέντρον δὲ τὸ Κ. Καὶ τῇ ΚΒ ἴση κείσθω ἡ ΒΖ, καὶ τετμήσθω ἡ ΒΖ κατὰ τὸ Θ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΘΖ πρὸς ΘΒ, τὴν Π πρὸς Σ· καὶ ἔτι τετμήσθω ἡ ΒΔ κατὰ τὸ Χ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΧΖ πρὸς ΘΖ, τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, καὶ διὰ τοῦ Χ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν πρὸς τὸ ΒΔ. Λέγω ὅτι τὸ ἐπίπεδον τοῦτο [l] τέμνει τὴν σφαῖραν, ὥστε εἶναι ὡς τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἐλάσσον, τὴν Π πρὸς Σ. Πεποιήσθω γὰρ ὡς

[k] τὴν ΑΒ

[l] τεμεῖ

* Καὶ δὴ· Ut Eutocius: ſive ἄρα

μὲν συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΒΧ, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΔΧ· ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΚΔ, ΔΧ πρὸς ΔΧ, ἡ ΡΧ πρὸς ΧΒ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΛ, ΛΓ,



ΑΡ, ΡΓ. [a]Ἔσαι δὴ διὰ τὴν κατασκευὴν ὡς ἐδείξαμεν ἐν τῇ ἀναλύσει, ἴσον τὸ ὑπὸ ΡΛ, ΛΔ τῷ [b]ἀπὸ ΛΚ· καὶ ὡς ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ, ἡ ΒΔ [c]πρὸς ΔΧ. [d]Ὡς τε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΡΛ, ΛΔ τῷ ἀπὸ ΛΚ ἐςὶν ἴσον, ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΛΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. Ἔσαι ἄρα καὶ ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, τουτέςιν ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ. Καὶ ἐπεί ἐςιν ὡς συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΒΧ, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, ἴση δὲ ἐςὶν ἡ ΚΒ τῇ ΒΖ· ἔςαι ἄρα καὶ ὡς ἡ ΖΧ πρὸς ΧΒ, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ. Ἀναςρέψαντι, ὡς ἡ ΧΖ πρὸς ΖΒ, οὕτως ἡ ΧΛ πρὸς ΛΔ. Ὥςε καὶ ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. Καὶ ἐπεὶ ἐςιν ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, οὕτως ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ, ὡς δὲ ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ· καὶ δίισυ ἐν τῇ τεταραγμένῃ ἀναλογίᾳ, ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΘ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ, οὕτως ἡ ΖΘ πρὸς ΘΒ. Ὡς δὲ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΒ, οὕτως ἡ Π πρὸς Σ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ, τουτέςιν ὁ ΑΓΛ κῶνος πρὸς τὸν ΑΡΓ κῶνον, τουτέςι τὸ ΑΔΓ τμῆμα τῆς σφαίρας, πρὸς τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας, οὕτως ἡ Π πρὸς Σ.

Fiat enim, ut utraque quidem ſimul ΚΒ, ΒΧ ad ΒΧ, ita ΛΧ ad ΔΧ; ut utraque vero ſimul ΚΔ, ΔΧ, ad ΔΧ, ita ΡΧ ad ΧΒ; et jungantur ΑΛ, ΛΓ, ΑΡ, ΡΓ. Itaque erit per conſtructionem, quemadmodum in analyſi demonſtravimus, ſpatium, quod continetur ſub ΡΛ, ΛΔ, æquale quadrato, quod deſcribitur a ΛΚ: atque ut ΚΛ ad ΛΔ, ita ſe habebit ΒΔ ad ΔΧ. Quare etiam, ut quadratum, quod a ΚΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ, ita ſe habebit quadratum, quod a ΒΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΧ. Et quoniam ſpatium, quod continetur ſub ΡΛ, ΛΔ, æquale eſt quadrato, quod deſcribitur a ΛΚ; ut ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habet quadratum, quod a ΛΚ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ. Igitur etiam, ut ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habebit quadratum quod a ΒΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΧ; hoc eſt, ut ΧΖ ad ΖΘ. Et quoniam, ut utraque ſimul ΚΒ, ΒΧ ad ΒΧ, ita ſe habet ΛΧ ad ΧΔ, æqualiſque eſt ΚΒ ipſi ΒΖ; ideo etiam ut ΖΧ ad ΧΒ, ita ſe habebit ΛΧ ad ΧΔ. Et convertendo, ut ΧΖ ad ΖΒ, ita ſe habebit ΧΛ ad ΛΔ. Quare etiam ut ΛΔ ad ΛΧ, ita ſe habebit ΒΖ ad ΖΧ. Et quoniam ut ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habet ΧΖ ad ΖΘ; atque ut ΔΛ ad ΛΧ, ita ΒΖ ad ΖΧ; ideo etiam æqua eademque perturbata proportione, ut ΡΛ ad ΛΧ, ita ſe habebit ΒΖ ad ΖΘ. Igitur etiam ut ΛΧ ad ΧΡ, ita ſe habebit ΖΘ ad ΘΒ. Ut autem ΖΘ ad ΘΒ, ita ſe habet Π ad Σ. Igitur etiam ut ΛΧ ad ΧΡ, hoc eſt conus ΑΓΛ ad conum ΑΡΓ, hoc eſt ſegmentum ſphæræ ΑΔΓ ad ſphæræ ſegmentum ΑΒΓ, ita ſe habet Π ad Σ.

EUTOCIUS.

Καὶ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον διὰ τὴν κατασκευήν, ὡς ἡ ΛΔ [illegible] πρὸς ΔΚ ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ, καὶ ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ. Ἐν γὰρ τῷ πρὸ τούτου συνῆχεν οὕτως· ἐπεί ἐςι συναμφότερος ἡ ΚΔ, ΔΧ πρὸς ΔΧ, οὕτως ἡ ΡΧ πρὸς ΧΒ, διελόντι ὡς ἡ ΚΔ πρὸς ΔΧ ἡ ΡΒ πρὸς ΒΧ· καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΚΔ, τουτέςιν ἡ ΚΒ, πρὸς ΒΡ, ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ. Πάλιν ἐπεί ἐςιν ὡς ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΧΒ, διελόντι,

Eadem vero ratione, qua ſupra, per conſtructionem, ut ΛΔ ad ΔΚ, ita ſe habet ΚΒ ad ΒΡ, et ΔΧ ad ΧΒ. Nam in ſuperiore theoremate ita collegit: quoniam ut utraque ſimul ΚΔ, ΔΧ ad ΔΧ, ita ſe habet ΡΧ ad ΧΒ; dividendo, ut ΚΔ ad ΔΧ, ita ſe habet ΡΒ ad ΒΧ; et permutando, ut ΚΔ, hoc eſt ΚΒ, ad ΒΡ, ita ΔΧ ad ΧΒ. Rurſus quoniam ut ΛΧ ad ΧΔ, ita ſe habet utraque ſimul ΚΒ, ΒΧ ad ΧΒ; dividendo, et per-

[a] ἔςι [b] ἀπὸ ex MS. [c] πρὸς ΔΧ. Ὥςτε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς ΛΔ, ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ. Ὥςτε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς ΛΔ, ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ. Ὥςτε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ· τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ &c. [d] πρὸς ΛΚ

mutando, ut ΛΔ ad ΔΚ, ita ſe habet ΔΧ ad ΧΒ. Ut autem ΔΧ ad ΧΒ, ita ſe habebat ΚΒ ad ΒΡ. Ut igitur ΛΔ ad ΔΚ, ita ſe habet ΔΧ ad ΧΒ, et ΚΒ ad ΒΡ. Igitur etiam tota ΡΛ ſe habet ad totam ΚΛ, ut ΚΛ ad ΛΔ. Ut enim una ad unam, ita ſe habent omnes ad omnes. Ut igitur ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habet quadratum, quod a ΚΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ. Quoniam enim ut ΡΛ ad ΚΛ, ita ſe habet ΚΛ ad ΛΔ; ideo ut prima ad tertiam, ita ſe habet quadratum, quod a prima deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ſecunda. Ut igitur ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habet quadratum, quod a ΡΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΚΛ. Se habet autem ut quadratum, quod a ΡΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΚΛ, ita quadratum, quod a ΚΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ. Hæ enim rectæ proportionales invicem ſunt. Se habet igitur ut ΡΛ ad ΛΔ ita quadratum, quod a ΚΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ. Ponatur ipſi ΚΒ æqualis ΒΖ. Quod enim extra Ρ caſura ſit, manifeſtum eſt. Quoniam enim ut ΧΔ ad ΧΒ, ita ſe habet ΚΒ ad ΒΡ, majorque eſt ΔΧ quam ΒΧ; ideo major eſt etiam ΚΒ quam ΒΡ. Cadit igitur punctum Ζ extra punctum Ρ.

Quoniam vero data eſt ratio cum ipſius ΔΛ ad ΛΧ, tum ipſius ΡΛ ad ΛΧ; data eſt etiam ratio ipſius ΡΛ ad ΛΔ. Quoniam enim ut utraque ſimul ΚΒ,ΒΧ ad ΒΧ, hoc eſt ΖΧ ad ΧΒ, ita ſe habet ΛΧ ad ΧΔ; convertendo, ut ΧΖ ad ΖΒ, ita ſe habet ΧΛ ad ΛΔ; et invertendo, ut ΒΖ ad ΖΧ, ita ΛΔ ad ΛΧ. Data eſt autem ratio ipſius ΒΖ ad ΖΧ. Nam ΖΒ æqualis eſt ei, quæ a ſphæræ centro ducitur; et ΒΧ, ideoque tota etiam ΧΖ data eſt, datis utique prioris illius terminis Β et Χ; eo quod ſphæra plano per ΑΓ, ut ponitur, ſecta, ΔΒ ipſi ΑΓ ad rectos angulos eſt. Quare data eſt ratio ipſius ΧΖ ad ΖΒ; et, quod conſequitur, ipſius ΛΧ ad ΛΔ. Rurſus quoniam data eſt ſegmentorum ratio, data eſt etiam ratio coni ΛΑΓ ad conum ΑΡΓ. Quare etiam ratio ipſius ΛΧ ad ΧΡ: coni ſiquidem ſe invicem habent ut altitudines: et totius ΡΛ ad ΛΧ eſt data. Quoniam igitur ratio utriuſque ſimul ΡΛ, ΛΔ ad ΛΧ data eſt; ratio quoque ipſius ΡΛ ad ΛΔ eſt data. Quæ enim ad idem datam habent rationem, ea datam etiam inter ſe invicem rationem habent.

Itaque quoniam ratio ipſius ΡΛ ad ΛΧ componitur tum ex ea, quam habet ΡΛ ad ΛΔ, tum ex ea, quam ΛΔ habet ad ΛΧ. Rationum quidem compoſitionem hic inſtitui, ſumpta media ΛΔ, quemadmodum etiam in elementis inſtituitur, manifeſtum eſt. Quoniam vero totum hoc forma caret, nec omnino ita ſe habet, ut ſcientiam pariat, quemadmodum deprehendere eſt in multis Pappi, Theonis, et Arcadii ſcriptis, quæ hoc ipſum inductione, non demonſtratione patefaciunt; haud abſurdum fuerit paulo longiore oratione iiſdem lucis aliquid afferre. Itaque dico, ſi inter duos numeros duaſve magnitudines medius aliquis terminus ſumatur, numerorum, qui ſumpti initio ſunt, rationem componi cum ex ea, quam primus habet ad medium, tum ex ea, quam medius habet ad tertium. Illud autem prius in mentem revocandum eſt, quando ratio ex rationibus componi dicatur. Nimirum, haud ſecus quam in Elementis, cum rationum quantitates in ſe invicem ductæ quantitatem aliquam fecerint; ſi quantitatis nomine numerum intelligas, a quo data ratio denominatur, uti docent cum alii, tum Nicomachus in primo de Muſica libro, et Heronas in Commentario, quem in Arithmeticas Inſtitutiones conſcripſit. Hoc autem idem eſt ac ſi quantitas

καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΚ, ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ. Ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ, ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ. Ὡς ἄρα ἡ ΛΔ πρὸς ΔΚ, ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ, καὶ ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ὅλην ΚΛ ἐστὶν, ὡς ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ. Ὡς γὰρ ἓν πρὸς ἓν, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα. Ὡς ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΚΛ, ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ, καὶ ὡς ἄρα ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΡΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΛ. [q] Ἀλλὰ ὡς τὸ ἀπὸ ΡΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΛ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. Ἀνάλογον γάρ εἰσιν. Ὡς ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. Κείσθω τῇ ΚΒ ἴση ἡ ΒΖ. Ὅτι γὰρ ἐκτὸς τοῦ Ρ πεσεῖται, δῆλον. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΧΔ πρὸς ΧΒ, οὕτως ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ· μείζων δὲ ἡ ΔΧ τῆς ΒΧ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΚΒ τῆς ΒΡ. Ἐκτὸς ἄρα τοῦ Ρ πίπτει τὸ Ζ.

Ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς ΔΛ πρὸς ΛΧ δοθείς, καὶ τῆς ΡΛ πρὸς ΛΧ, καὶ τῆς ΡΛ ἄρα πρὸς ΛΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ, πρὸς ΒΧ, τουτέστιν ἡ ΖΧ πρὸς ΧΒ, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, ἀναστρέψαντι ὡς ἡ ΧΖ πρὸς ΖΒ, οὕτως [r] ἡ ΧΛ πρὸς ΛΔ· καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ, ἡ ΛΔ πρὸς ΛΧ. Δίδοται δὲ ὁ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ λόγος. Ἐπειδὴ ἡ μὲν ΖΒ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς δεδομένης σφαίρας· ἡ δὲ ΒΧ, τῶν Β, Χ περάτων αὐτῆς δεδομένων, καθ᾽ ὑπόθεσιν τετμημένης τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ διὰ τῆς ΑΓ ἐπιπέδου, καὶ τῆς ΔΒ πρὸς ὀρθὰς οὔσης τῇ ΑΓ, δίδοται. Καὶ διὰ τοῦτο καὶ ὅλη ἡ ΧΖ· καὶ ὁ τῆς ΧΖ πρὸς ΖΒ· ὥστε καὶ ὁ [s] τῆς ΛΧ πρὸς ΛΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. Πάλιν ἐπειδὴ δίδοται ὁ λόγος τῶν τμημάτων, καὶ ὁ τοῦ ΛΑΓ κώνου πρὸς ΑΡΓ κῶνον λόγος [t] ἐστι δοθείς. Ὥστε καὶ ὁ τῆς ΛΧ πρὸς ΧΡ· πρὸς ἀλλήλους γάρ εἰσιν ὡς τὰ ὕψη· καὶ ὅλης ἄρα τῆς ΡΛ πρὸς τὴν ΛΧ λόγος ἐστὶ δοθείς. Ἐπεὶ οὖν ἑκατέρας τῶν ΡΛ, ΛΔ πρὸς τὴν ΛΧ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τῆς ΡΛ ἄρα πρὸς ΛΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. Τὰ γὰρ πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἔχοντα δεδομένον, καὶ πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει δεδομένον.

Ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς ΡΛ πρὸς ΛΧ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, καὶ ἡ ΛΔ πρὸς ΛΧ. Ὅτι μὲν ἡ σύνθεσις τῶν λόγων λαμβάνεται, τῆς ΛΔ μέσης λαμβανομένης, ὡς κἀν τῇ στοιχειώσει ἐλαμβάνετο, φανερόν. Ἐπεὶ δὲ τὸ λεγόμενον [u] ἀδιαρθρώτως, καὶ οὐχ οὕτως, ὥς τι τὴν ἐπιστήμην ἀναπληροῦσαι, λέλεκται, ὡς ἔστιν εὑρεῖν ἐντυγχάνοντας Πάππῳ τε καὶ Θέωνι καὶ Ἀρκαδίῳ, ἐν πολλοῖς συντάγμασιν οὐκ [w] ἀποδεικτικῶς, ἀλλ᾽ ἐπαγωγῇ τὸ λεγόμενον παριστῶσιν· [x] οὐκ ἄτοπον πρὸς βραχὺ [y] διατρίψαντας τῷ λόγῳ [z] τὸ σαφέστερον παραστῆσαι. Φημὶ τοίνυν, ὅτι ἐὰν δύο ἀριθμῶν, ἤτοι μεγεθῶν μέσος τις ὅρος ληφθῇ, ὁ τῶν ἐξ ἀρχῆς ληφθέντων ἀριθμῶν λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ λόγου ὃν ἔχει ὁ πρῶτος πρὸς τὸν μέσον, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ὁ μέσος πρὸς τὸν τρίτον. Ὑπομνηστέον δὲ πρότερον πῶς ἐλέγετο λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι. Ὡς γὰρ ἐν τῇ Στοιχειώσει, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ᾽ ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσί τινα· πηλικότητος δηλονότι λεγομένης τοῦ ἀριθμοῦ, οὗ παρώνυμός ἐστιν ὁ δοθεὶς λόγος, ὥς φασιν ἄλλοι τε καὶ Νικόμαχος ἐν τῷ πρώτῳ τῷ περὶ Μουσικῆς, καὶ Ἡρωνᾶς ἐν τῷ Ὑπομνήματι τῷ εἰς τὴν Ἀριθμητικὴν Εἰσαγωγήν. Ταυτὸν δὲ εἰπεῖν καὶ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ πολλαπλασιαζομένου ἐπὶ τὸν ἑπόμενον ὅρον τοῦ λόγου,

[q] ἀλλὰ ὡς τὸ ἀπὸ ΡΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΚ ex MS. [r] ἡ ΧΖ [s] τῆς ΔΛ [t] δοθείς ἐστι [u] ἀδιαρθρώτως πως καὶ οὐχ [w] Sic MS. [x] Sic MS. [y] ἐνδιατρίψαντας [z] Forte τῷ δὲ

καὶ ποιοῦντος τὸν ἡγούμενον. Καὶ κυριώτερον μὲν ἐπὶ τῶν πολλαπλασίων ἡ πηλικότης ἂν λαμβάνοιτο· ἐπὶ δὲ τῶν ἐπιμορίων, ἢ ἐπιμερῶν, ὡς ἔτι πλὴν πηλικότητα δυνατὸν λαμβάνειν, ἀδιαιρέτου μενούσης τῆς μονάδος. Ὡς τ' ἐπ' ἐκείνων διαιρετέον τὴν μονάδα· εἰ καὶ μὴ κατὰ τὸ πρέπον τῇ Ἀριθμητικῇ, ἀλλὰ τῇ Λογιστικῇ τυγχάνει. Διαιρεῖται δὲ ἡ μονὰς κατὰ τὸ μέρος, ἢ τὰ μέρη, ἀφ' ὧν ὀνόμασται ὁ λόγος· ὥστε ἴσαι ὡς ἐν σαφεστέρῳ τῷ λέγειν, τοῦ μὲν ἡμιολίου λόγου πηλικότητα πρὸς τῇ μονάδι καὶ τὸ ἥμισυ τῆς μονάδος· τοῦ δὲ ἐπιτρίτου, πρὸς τῇ μονάδι τὸ τρίτον· ὥστε, καθὰ καὶ ἀνωτέρω εἴρηται, τὴν πηλικότητα τοῦ λόγου ἐπὶ τὸν ἑπόμενον ὅρον πολλαπλασιαζομένην ποιεῖν τὸν ἡγούμενον. Τὰ γὰρ ἐννέα πρὸς τὰ ἓξ ἡμιολίου πηλικότης, [a] ἡ μονὰς καὶ τὸ ἥμισυ πολλαπλασιασθεῖσα ἐπὶ τὸν ϛ' ποιεῖ τὸν θ'. Καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων δὲ τὸ αὐτὸ ἔξεστι κατανοεῖν. Τούτων δὲ προσαφηνισθέντων, ἐπανακτέον ἐπὶ τὸ προτεθέν. Ἔστωσαν γὰρ οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, μέσος δὲ αὐτῶν εἰλήφθω τις ὁ Γ. Δεικτέον δή, ὅτι ὁ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγος συνῆπται ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α πρὸς τὸν Γ, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Β. Εἰλήφθω γὰρ τοῦ μὲν ΑΓ λόγου πηλικότης, ὁ Δ· τοῦ δὲ ΓΒ, ὁ Ε· [a] ὁ ἄρα Ε τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω. Λέγω ὅτι ὁ Ζ πηλικότης ἐστὶ τοῦ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγου, τουτέστιν, ὅτι ὁ Ζ τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Α ποιεῖ. Ὁ γὰρ Β [b] τὸν Ζ πολλαπλασιάσας, τὸν Η ποιείτω. Ἐπεὶ οὖν ὁ Β τὸν μὲν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν, τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Γ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε, ὁ Η πρὸς τὸν Γ. Πάλιν ἐπεὶ ὁ Δ τὸν μὲν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Ζ πεποίηκεν, τὸν δὲ Γ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Γ, ὁ Ζ [c] πρὸς τὸν Α. Ἐναλλάξ, ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, ὁ Γ πρὸς τὸν Α. Καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Γ. Ἀλλ' ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε, ἐδείχθη ὁ Η πρὸς τὸν Γ. Καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν Γ, ὁ Α πρὸς τὸν Γ. Ἴσος ἄρα ὁ Α τῷ Η. Ἀλλ' ὁ Β τὸν Ζ πολλαπλασιάσας, τὸν Η πεποίηκεν. Καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Α ποιεῖ. Ὁ Ζ ἄρα πηλικότης ἐστὶ [d] τοῦ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγου. Καί ἐστιν ὁ Ζ, τοῦ Δ ἐπὶ τὸν Ε πολλαπλασιασθέντος, τουτέστι τῆς πηλικότητος τοῦ ΑΓ λόγου, ἐπὶ τὴν πηλικότητα τοῦ ΓΒ λόγου. Ὁ ἄρα τοῦ Α [e] πρὸς τὸν Β λόγος, σύγκειται ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α πρὸς τὸν Γ, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Ἵνα δὲ καὶ ἐπὶ ὑποδείγματος φανερὸν γένηται τὸ εἰρημένον, παρεμπιπτέτω τοῦ ιβ', καὶ τοῦ β' μέσος τις ἀριθμὸς ὁ δ'. Λέγω ὅτι ὁ τοῦ ιβ' πρὸς τὸν β' λόγος, τουτέστιν ὁ ἑξαπλάσιος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ τριπλασίου τοῦ ιβ' πρὸς τὸν δ', καὶ τοῦ διπλασίου τοῦ δ' πρὸς τὸν β'. Ἐὰν γὰρ τὰς πηλικότητας [f] τῶν λόγων πολλαπλασιάσωμεν ἐπ' ἀλλήλας, τουτέστι τὸν γ' ἐπὶ τὸν β', [g] γίνεται ὁ ϛ', πηλικότης ὢν τοῦ ιβ' πρὸς τὸν β' λόγου· καί ἐστιν ἑξαπλάσιος, ὅπερ καὶ πρόκειτο ὑποδεῖξαι. Εἰ δὲ καὶ ὁ μέσος παρεμπίπτων μὴ ὑπάρχῃ τοῦ μὲν μείζονος ἐλάττων, τοῦ δὲ ἐλάττονος μείζων, ἀλλ' ἢ τὸ ἀνάπαλιν, ἢ ἀμφοτέρων μείζων, ἢ ἀμφοτέρων ἐλάττων· καὶ οὕτως ἡ σύνθεσις ἡ προειρημένη ἀκολουθήσει. Τοῦ θ' καὶ τοῦ ϛ' μέσος τις παρεμπιπτέτω, ἀμφοτέρων μείζων, ὁ ιβ'. Λέγω ὅτι ἐκ τε [h] τοῦ ὑφ' ἐπιτρίτου, τοῦ θ' πρὸς τὸν ιβ' λόγου, καὶ τοῦ διπλασίου, τοῦ ιβ' πρὸς τὸν ϛ',

illa numerus eſſe dicatur, qui in ſequentem rationis terminum ductus præcedentem facit. Cœterum magis proprie in multiplicibus rationibus quantitas ſumetur; cum in ſuper particularibus, aut ſuper partientibus ea ſumi nequeat quin unitas ſecetur. Quare in iis ſecanda eſt unitas; licet hoc non Arithmeticæ, ſed Logiſticæ conveniat. Porro unitas ſecatur ſecundum partem, aut partes, a quibus ratio denominatur: ita ut ſeſquialteræ quidem rationis quantitas ſit, ut clarius dicam, præter unitatem dimidia unitatis pars; ſeſquitertiæ vero, præter unitatem pars unitatis tertia: ut rationis quantitas, quemadmodum et ſupra dictum eſt, in ſequentem terminum ducta præcedentem faciat. Novenarii enim ad ſenarium ſeſquialteræ rationis quantitas, quæ unitas eſt cum dimidio, in ſenarium ducta novenarium facit. Hoc idem de aliis quoque intelligere licet. Itaque his explicatis ad id, quod propoſitum eſt, redeamus. Sint dati duo numeri A, B; quos inter medius aliquis ſumatur Γ. Oportet demonſtrare rationem ipſius A ad B componi ex ratione, quam habet cum A ad Γ, tum Γ ad B. Sumatur enim quantitas rationis quidem AΓ, numerus Δ; rationis vero ΓB, numerus E: ductuſque E in Δ faciat numerum Z. Dico Z quantitatem eſſe rationis ipſius A ad B; hoc eſt ductum in B facere A. B enim in Z ductus faciat H. Quoniam igitur B in Z ductus fecit H, et ductus in E fecit Γ; ideo ut Z ad E, ita ſe habet H ad Γ. Rurſus quoniam Δ in E ductus fecit Z, et ductus in Γ fecit A; ideo ut E ad Γ, ita ſe habet Z ad A. Et permutando, ut E ad Z, ita ſe habet Γ ad A. Et invertendo, ut Z ad E ita ſe habet A ad Γ. Demonſtratum autem eſt, ut Z ad E, ita ſe habere H ad Γ. Igitur etiam ut H ad Γ, ita ſe habet A ad Γ. Eſt igitur A ipſi H æqualis. B autem in Z ductus fecit H. Idem igitur B ductus in Z facit A. Igitur Z quantitas eſt rationis ipſius A ad B. Factus eſt autem Z ex Δ in E ducto; hoc eſt ex quantitate rationis AΓ in rationis ΓB quantitatem. Ratio igitur ipſius A ad B componitur ex ratione, quam habet cum A ad Γ, tum Γ ad B: quod oportebat demonſtrare.

Sed ut exemplo etiam manifeſta res fiat, inter numeros 12, et 2 medius aliquis cadat 4. Dico, rationem ipſius 12 ad 2, nempe ſexcuplam, ex ratione cum tripla ipſius 12 ad 4, tum dupla ipſius 4 ad 2 componi. Si enim harum rationum quantitates in ſe invicem ducantur, id eſt 3 in 2, fit 6; qui numerus quantitas eſt rationis ipſius 12 ad 2; nempe ſexcupla, qualis demonſtranda proponebatur. Quod ſi medius, qui intercidit numerus, non ſit majore quidem minor, minore vero major; ſed viciſſim, aut utroque major, aut utroque minor; tunc ſequetur compoſitio quoque, quam diximus. Inter numeros 9 et 6 medius aliquis cadat utroque major, 12. Dico rationem ipſius 9 ad 6 ſeſquialteram componi ex ratione cum ſeſquitertia ipſius 9 ad 12, tum dupla ipſius 12 ad 6. Quantitas enim

* ὥστε ἡ μονὰς
τὸν Ζ ποιείτω· λέγω
MS. γίνεται deeſt.

a ὁ ἄρα Γ πολλαπλασιάσας τὸν Α ποιεῖ. Ὁ δὲ Β τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Γ. Ὁ δὲ Δ τὸν Ε πολλαπλασιάσας
b πρὸς τὸν Ζ c πρὸς τὸν ΖΑ d τὸ Α e πρὸς τὸν Θ f τῶν λόγων in MS. deſunt. g In
h τοῦ ἐπιτρίτου

rationis ipſius 9 ad 12 idem eſt ac tres quartæ partes, hoc eſt dimidium et pars quarta: et quantitas rationis ipſius 12 ad 6, idem eſt ac 2. Si igitur 2 in dimidium et partem quartam ducatur, fit unitas cum dimidio; quæ quidem quantitas eſt ſeſquialteræ rationis, quam 9 habet ad 6. Pariter vero ſi inter 9 et 6 medius cadat 4, ſeſquialtera ratio componitur ex ratione cum duplo ſeſquiquarta ipſius 9 et 4, tum ſubſeſquitertia ipſius 4 ad 6. Rurſus enim ſi quantitas rationis duplo ſeſquiquartæ, nempe duo et pars quarta, in ſubſeſquialteræ rationis quantitatem, hoc eſt in duas tertias partes, ducatur; fiet unitas cum dimidio: quæ ſeſquialteræ rationis, ut diximus, quantitas eſt. Atque eadem hæc argumentatio omnibus convenit. Manifeſtum eſt autem ex iis, quæ dicta ſunt, ſi inter datos duos numeros, duaſve magnitudines non unus ſed plures medii termini cadant, extremorum rationem componi ex omnibus rationibus, quas numeri habent deinceps poſiti; ſi incipias ab eorum primo, et in ultimum deſinas, eo ordine, quo ſeſe invicem excipiunt. Cadant enim inter terminos Α, et Β plures quam unus Γ et Δ. Dico rationem ipſius Α ad Β componi ex ratione, quam habet tum Α ad Γ, tum Γ ad Δ, tum Δ ad Β. Quoniam enim ratio ipſius Α ad Β componitur ex ratione, quam habet cum Α ad Δ, tum Δ ad Β, ut ſupra dictum eſt; ratio vero ipſius Α ad Δ ex ratione componitur, quam habet cum Α ad Γ, tum Γ ad Δ; ideo ratio ipſius Α ad Β componitur ex ratione, quam habet tum Α ad Γ, tum Γ ad Δ tum Δ ad Β. Idem de cœteris demonſtrabitur.



Α Γ Δ Β

Amplius in theoremate dicit: atque ut ΡΛ quidem ad ΛΔ, ita demonſtrandum eſt ſe habere quadratum, quod a ΒΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΧ. Quoniam enim demonſtratum eſt, ut ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habere quadratum, quod a ΛΚ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΛ; et ut quadratum, quod a ΚΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ, ita quadratum, quod a ΒΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΧ: demonſtratum enim eſt, ut ΚΛ ad ΛΔ, ita ſe habere ΒΔ ad ΔΧ, propter rationis compoſitionem: ideo ut ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habet quadratum, quod a ΒΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΧ. Jam fiat ut ΡΛ ad ΛΧ, ita ΒΖ ad ΖΘ. Ubicunque punctum Θ, ſive hoc, ſive illo modo poſitum, ceciderit, argumentatio, ad concluſionem, quod attinet, recte ſe habet. At vero id punctum inter puncta Β, Ρ ſemper cadere, ſi ponatur, ut eſt in figura, hoc pacto conſtat. Quoniam enim, ut ΛΚ ad ΔΚ, hoc eſt ad ΚΒ, ita ſe habet ΚΡ ad ΡΒ; ideo ut una ad unam, ita etiam omnes ad omnes; nimirum ut ΛΡ ad ΡΚ, ita ΚΡ ad ΡΒ. Habet autem ΛΡ ad ΡΧ majorem rationem quam ΛΡ ad ΡΚ. Habet igitur etiam ΛΡ ad ΡΧ majorem rationem, quam ΚΡ ad ΒΡ; hoc eſt ΖΒ ad ΒΡ. Et convertendo, ΡΛ ad ΛΧ minorem rationem habet, quam ΒΖ ad ΖΡ. Itaque ſi fiat ut ΡΛ ad ΛΧ, ita ΒΖ ad aliam quandam; major hæc erit quam ΖΡ. Hinc vero manifeſtum eſt, ipſam ΖΘ majorem eſſe quam ΘΒ. Quoniam enim demonſtratum eſt; ut ΛΔ ad ΔΚ, ita ſe habere cum ΔΧ ad ΧΒ, tum ΚΒ ad ΒΡ; majorque eſt ΔΧ quam ΧΒ; ideo major etiam eſt ΛΔ quam ΔΚ, et ΚΒ quam ΒΡ; et, quod conſequitur, ΛΔ quam ΒΡ. Major eſt igitur tota ΛΧ quam ΧΡ; ideoque etiam ΘΖ quam ΘΒ.

σύγκειται ὁ ἡμιόλιος τῷ θ' πρὸς τὸν ϛ'. Ἡ γὰρ πηλικότης τοῦ θ' πρὸς τὸν ιβ' λόγου ἐστὶ τρία τέταρτα, τουτέστιν ἥμισυ καὶ τέταρτον· ὁ δὲ πηλικότης τοῦ ιβ' πρὸς τὸν ϛ' ἐστὶν ὁ β'. Ἐὰν οὖν πολλαπλασιάσωμεν [i] τὸν β' ἐπὶ τὸ ἥμισυ καὶ τέταρτον, [k] γίνεται μονὰς * καὶ ἥμισυ, ὅ ἐστι πηλικότης ἐστὶ τοῦ ἡμιολίου λόγου, ὃν ἔχει [l] καὶ ὁ θ' πρὸς τὸν ϛ'. Ὁμοίως δὲ κἂν τοῦ θ' καὶ τοῦ ϛ' μέσος ἐμπέσῃ ὁ δ'· ἐκ τοῦ θ' πρὸς δ' [m] διπλασιεπιτετάρτου, καὶ τοῦ δ' πρὸς ϛ' ὑφημιολίου, σύγκειται ὁ ἡμιόλιος λόγος. Πάλιν γὰρ τὴν πηλικότητα τοῦ [n] διπλασιεπιτετάρτου, τὰ δύο τέταρτα, ἐπὶ τὴν πηλικότητα τοῦ ὑφημιολίου, τουτέστι τὰ δύο τρίτα, πολλαπλασιάσαντες ἕξομεν τὸ ἓν καὶ ἥμισυ· πηλικότητα τοῦ ἡμιολίου, ὡς εἴρηται, λόγου. Καὶ ἐπὶ πάντων ὁμοίως ὁ αὐτὸς ἁρμόσει λόγος. Συμφανὲς δὲ ἐκ τῶν εἰρημένων, ὡς ἐὰν δύο δοθέντων ἀριθμῶν, ἤτοι [o] μεγέθων, κἂν μὴ εἷς μέσος, πλείους δὲ παρεμπέσωσιν ὅροι, ὁ τῶν ἄκρων λόγος σύγκειται ἐκ πάντων τῶν λόγων, οὓς ἔχουσιν οἱ κατὰ τὸ ἑξῆς [p] κείμενοι, † ἀρχόμενοι ἀπὸ πρώτου, καὶ λήγοντες εἰς τὸν ἔσχατον τῇ κατὰ τοὺς ἑχομένους τάξει. [q] Δύο γὰρ ὅρων τῶν Α, Β παρεμπεπτωκέτωσαν πλείους ἑνὸς οἱ Γ, Δ. Λέγω ὅτι ὁ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α πρὸς τὸν Γ, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Β. Ἐπεὶ γὰρ ὁ τοῦ Α πρὸς τὸν Β σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α πρὸς τὸν Δ, καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Β, ὡς ἀνωτέρω εἴρηται, ὁ δὲ τοῦ Α πρὸς τὸν Δ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α πρὸς τὸν Γ, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· ἔχει ὁ ἄρα τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγος, συνῆπται ἔκ τε τοῦ [r] ὃν ὁ Α πρὸς τὸν Γ, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Β. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν δειχθήσονται.

Ἔτι ἐν τῷ ῥητῷ φησίν· Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, ἐδείχθη τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ὑπὸ ΛΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΛ· ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ὑπὸ ΛΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΒΔ πρὸς τὸ [s] ὑπὸ ΔΧ· ἐδείχθη γὰρ, ὡς ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ, ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ, διὰ τοῦ συνθέντι· ὡς ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ὑπὸ ΒΔ, πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΧ. Πεποιήσθω δὲ ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΧ, [t] ἡ ΒΖ πρὸς ΖΘ. Τὸ Θ σημεῖον ὅπου δὲ πέσῃ, ὅτε ποτὲ μὲν ἂν τεθῇ, ὅσον πρὸς τὴν ἀκολουθίαν τῆς ἀποδείξεως, κατ' οὐδὲν ἐμποδὼν γίνεται τῷ λόγῳ. Ὅτι δὲ, καθὰ ἐν τῇ καταγραφῇ κεῖται ἀεὶ μεταξὺ τῶν Β, Ρ πίπτει, [u] οὕτω δηλοῦται. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΛΚ πρὸς ΔΚ, τουτέστι πρὸς ΚΒ, οὕτως ἡ ΚΡ πρὸς ΡΒ· καὶ ὡς ἄρα ἓν πρὸς ἓν οὕτως ἅπαντα πρὸς ἅπαντα, ὡς ἡ ΛΡ πρὸς ΡΚ, ἡ ΚΡ πρὸς ΡΒ. Μείζονα δὲ λόγον ἔχει ἡ ΛΡ πρὸς ΡΧ, ἤπερ ἡ ΛΡ πρὸς ΡΚ. Καὶ ἡ ΛΡ ἄρα πρὸς ΡΧ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΚΡ πρὸς ΒΡ· τουτέστιν ἡ ΖΒ πρὸς [w] ΒΡ. Ἀναστρέψαντι ἡ ΡΛ πρὸς ΛΧ ἐλάσσονα ἔχει λόγον, ἤπερ ἡ ΒΖ πρὸς ΖΡ. Ἐὰν ἄρα ποιήσωμεν ὡς ΡΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως τὴν ΒΖ πρὸς ἄλλην τινὰ, [x] ἔσται πρὸς μείζονα τῆς ΖΡ. Φανερὸν δὲ αὐτόθεν ὅτι ἡ ΖΘ τῆς ΘΒ μείζων ἐστίν. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΚ, ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ, καὶ ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ, μείζων δὲ ἡ ΔΧ τῆς ΧΒ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΛΔ τῆς ΔΚ [y] καὶ ἡ ΚΒ τῆς ΒΡ· ὥστε καὶ ἡ ΛΔ τῆς ΒΡ. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΛΧ τῆς ΧΡ μείζων ἐστὶν, ὥστε καὶ ἡ ΘΖ τῆς ΘΒ.

[i] τὸ Β [k] In MS. γίνεται deeſt. [l] In MS. καὶ deeſt. [m] διπλάσιος ἐπὶ τετάρτῳ [n] διπλασίου ἐπὶ τετάρτῳ [o] μεγέθων [p] κείμενοι ὅροι [q] δύο γὰρ ὄντων ὅρων [r] ὃν ἔχει ὁ Α [s] ἀπὸ ΒΧ [t] ἡ ΒΨΖ πρὸς [u] οὕτως [w] ἔσω ἔθλαν [x] ΖΡ· ἀναστρέψαντι ἡ ΡΛ πρὸς ΡΛΧ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΒΖ πρὸς ΖΡ ex MS. [y] ἔσω ἄρα μείζων

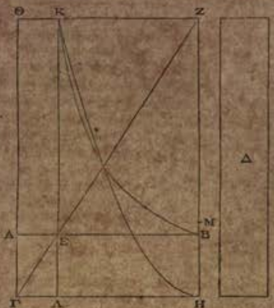
* Meibomius legit: μία † Meibomius adjicit: ὅροι

Λοιπὸς ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ ΒΔ, τουτέστι τὸ δοθὲν, πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, οὕτως ἡ ΖΧ πρὸς ΖΘ. Ἐπεὶ γὰρ τῷ τῆς ΒΖ πρὸς ΘΖ λόγῳ ὁ αὐτὸς ἐδείχθη ὁ συγκείμενος ἐκ τε τοῦ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ [y] ἀπὸ ΔΧ, καὶ τοῦ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ· ὁ αὐτὸς δὲ τῷ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΘ ἐστὶ, καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ, καὶ τοῦ τῆς ΖΧ πρὸς ΖΘ λόγου· καὶ ὁ συγκείμενος ἄρα ἐκ τοῦ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ [z] ἀπὸ ΔΧ, καὶ τοῦ τῆς ΒΖ πρὸς [a] ΖΧ λόγου ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ ἐκ τοῦ τῆς ΒΖ [b] πρὸς ΖΧ, καὶ τοῦ [c] τῆς ΧΖ πρὸς ΖΘ. Ἐὰν οὖν τὸν ἐν ἀμφοτέροις τοῖς λόγοις κοινὸν ἀφέλωμεν τὸν τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ, λοιπὸς ὁ τοῦ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΧΖ πρὸς ΖΘ. Καὶ [d] δεῖ δοθεῖσαν [e] τὴν ΔΖ τεμεῖν δεῖ κατὰ τὸ Χ, καὶ ποιεῖν ὡς τὴν ΧΖ πρὸς δοθεῖσαν, τουτέστι τὴν ΖΘ, οὕτως τὸ δοθὲν, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΒΔ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ. Τοῦτο δὲ οὕτως [f] ἁπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισμόν. Προστιθεμένων δὲ τῶν προβλημάτων τῶν ἐνθάδε ὑπαρχόντων, τουτέστι τοῦ διπλασίαν εἶναι τὴν ΔΒ τῆς ΒΖ, καὶ τοῦ μείζονα τὴν ΒΖ τῆς ΖΘ, ὡς κατὰ τὴν ἀνάλυσιν, οὐκ ἔχει διορισμόν. Καὶ ἔσται πρόβλημα τοιοῦτον. Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΔΒ, ΒΖ, καὶ διπλασίας οὔσης τῆς ΔΒ τῆς ΒΖ, καὶ σημείου ἐπὶ τῆς ΒΖ τοῦ Θ, τεμεῖν τὴν ΔΒ κατὰ τὸ Χ, καὶ ποιεῖν ὡς τὸ ἀπὸ ΔΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, τὴν ΧΖ πρὸς ΖΘ. Ἑκάτερα δὲ ταῦτα ἐπὶ τέλει ἀναλυθήσεται, καὶ συντεθήσεται. Ἐπὶ τέλει μὲν τὸ προρρηθὲν ἐπηγγείλατο δεῖξαι, ἐν οὐδενὶ δὲ τῶν ἀντιγράφων εὑρεῖν ἔστι τὸ ἐπάγγελμα. Ὅθεν καὶ Διονυσόδωρον μὲν εὑρίσκομεν μὴ τῶν αὐτῶν ἐπιτυχόντα, ἀδυνατήσαντα δὲ [g] ἐπιβάλλειν τῷ καταλειφθέντι λήμματι, ἐφ' ἑτέραν ὁδὸν τοῦ ὅλου προβλήματος ἐλθεῖν, ἣν τινα ἑξῆς γράψομεν. Διοκλῆς μέντοι καὶ [h] αὐτὸς ἐν τῷ περὶ πυρίων αὐτῷ συγγεγραμμένῳ βιβλίῳ, ἐπαγγείλασθαι νομίζων τὸν Ἀρχιμήδην, [i] μὴ πεποιηκέναι δὲ τὸ ἐπάγγελμα, αὐτὸς ἀναπληροῦν ἐπεχείρησε. Καὶ τὸ ἐπιχείρημα ἑξῆς γράψομεν. Ἔστι γὰρ καὶ αὐτὸ οὐδένα μὲν ἔχον πρὸς τὰ [k] προλελειμμένα λόγον, ὁμοίως δὲ τῷ Διονυσοδώρῳ δι' ἑτέρας ἀποδείξεως κατασκευάζον τὸ πρόβλημα. Ἔν τινι μέντοι παλαιῷ βιβλίῳ, οὐδὲ γὰρ τῆς ἐπὶ πολλὰ ζητήσεως ἀπέστημεν, ἐπετύχομεν θεωρήμασι γεγραμμένοις, οὐκ [l] ὀλίγην τὴν ἐκ τῶν πταισμάτων ἔχουσι ἀσάφειαν περί τε τὰς καταγραφὰς πολυτρόπως ἡμαρτημένοις. Τῶν μέντοι ζητουμένων εἶχεν τὴν ὑπόστασιν, ἐν μέρει δὲ τὴν Ἀρχιμήδει φίλην Δωρίδα γλῶσσαν ἀπέσωζεν, καὶ τοῖς συνήθεσι τῷ ἀρχαίῳ τῶν πραγμάτων ὀνόμασιν ἐγέγραπτο· τῆς μὲν παραβολῆς ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ὀνομαζομένης, τῆς δ' ὑπερβολῆς ἀμβλυγωνίου κώνου τομῆς· ὡς ἐξ αὐτῶν διανοηθῆναι, μὴ ἄρα καὶ αὐτὸς εἴη τὰ ἐν τῷ τέλει ἐπηγγελμένα ἐπερχόμενος γράφεσθαι. Ὅθεν σπουδαιότερον ἐντυγχάνοντες, αὐτὸ μὲν τὸ ῥητὸν, ὡς γέγραπται, διὰ πλῆθος, ὡς εἴρηται, τῶν πταισμάτων δυσχερὲς εὑρόντες, τὰς ἐννοίας κατὰ μικρὸν ἀποσυλήσαντες κοινοτέρᾳ καὶ σαφεστέρᾳ κατὰ τὸ δυνατὸν λέξει γράφομεν. Καθόλου δὲ πρῶτον τὸ θεώρημα γραφήσεται, ἵνα τὸ λεγόμενον ὑπ' αὐτοῦ σαφηνισθῇ περὶ τῶν διορισμῶν. Εἶτα καὶ τοῖς ἀναλελυμένοις ἐν τῷ προβλήματι προσαρμοσθήσεται.

Reliqua eſt igitur ratio, in qua, ut quadratum, quod a BΔ deſcribitur, hoc eſt datum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX, ita ſe habet ZX ad ZΘ. Quoniam enim demonſtratum eſt, rationem, quæ componitur ex ea, quam habet quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX, et ex ea, quam BZ habet ad ZX, eamdem eſſe atque rationem ipſius BZ ad ΘZ: ratio autem ipſius BZ ad ΘZ eadem eſt atque illa, quæ componitur ex ea, quam habet BZ ad ZX, et ex ea, quam ZX habet ad ZΘ: ideo quæ ratio componitur ex ea, quam habet quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX, et ex ea, quam BZ habet ad ZX, eadem eſt atque illa, quæ componitur ex ea, quam habet BZ ad ZX, et ex ea, quam XZ habet ad ZΘ. Itaque ſi ratio, quam habet BZ ad ZX, utrique rationi communis, auferatur; quæ reliqua eſt ratio, nempe illa, quam habet quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX, eadem eſt atque ratio quam XZ habet ad ZΘ. Oportet igitur datam ΔZ ſecare in puncto X, atque facere, ut XZ ad datam ZΘ, ita datum quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX. Atque hoc quidem ſi univerſaliter proferatur, determinationem habet: ſin autem hæc addantur, quæ hic reperta ſunt, problemata, nimirum ΔB duplam eſſe ipſius BZ, et BZ majorem quam ZΘ, ut ex analyſi, nullam habet determinationem. Atque problema erit hujuſmodi. Datis duabus rectis ΔB, BZ, quarum altera ΔB alterius BZ dupla ſit, datoque item in BZ puncto Θ, ΔB ipſam in puncto X ſecare, atque facere, ut quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX, ita XZ ad ZΘ. Horum autem utrumque in fine reſolvetur, et componetur. Id quidem Archimedes ſe facturum in fine pollicitus eſt; nec tamen in ullo exemplari invenitur, quod pollicitus erat, eum præſtitiſſe. Quapropter Dionyſodorus a diverſis principiis orſus cum in lemma, quod Archimedes ſibi ſumpſit, incidere non potuerit, aliam totius problematis conficiendi rationem iniit, quam deinceps deſcribemus. Diocles quidem ipſe in libro, quem de igniariis conſcripſit, exiſtimans Archimedem promiſſo, quod hac de re fecerat, nunquam ſatisfeciſſe, eidem ſatisfacere aggreſſus eſt. Quam autem rationem inierit, deinceps videbimus. Nihil enim habet ne iſta quidem, quod cum lemmate illo conveniat; quippe, haud ſecus quam Dionyſodorus, aliam ingreſſus demonſtrandi viam problema conficit. Porro hæc theoremata in vetuſto quodam libro; plures enim conquiſivimus; ſcripta invenimus, quæ valde obſcura erant propter menda, quæ irrepſerant, figuraſque multifariam depravatas. Quæ porro quærուntur, propoſita erant Dorica lingua, quam Archimedes imprimis amat, aliqua ex parte ſervata nominibuſque rerum apud veteres uſitatis. Quippe parabole, et hyperbole, altera quidem rectanguli, altera vero obtuſianguli coni ſectio vocabatur: ut ex iis animum ſubeat cogitatio, num ipſe ſit, qui, quod in fine ſe facturum pollicitus erat, id præſtare aggrediatur. Quocirca ſtudioſius conati, cum orationem, ut diximus, difficilem propter mendorum multitudinem nacti ſimus, ſingulas ejus ſententias paulatim aperire, magiſque clare ac populariter, quantum fieri verbis poterit, explicare conabimur. Ac primo quidem theorema ipſum generaliter deſcribetur, ut quod de eo circa determinationes dictum eſt clarum fiat. Deinde vero ad ea, quæ in problemate reſoluta ſunt, idem accommodabitur.

[y] ἀπὸ ΔΚ ἢ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΚ. Τῷ δὲ αὐτῷ τῷ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΘ ὁ αὐτός ἐστι καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΚ. Καὶ τῆς ΧΖ πρὸς ΖΘ. Καὶ ὁ &c. [z] ἀπὸ ΔΚ [a] ΖΚ [b] πρὸς ΒΧ [c] ΖΒ [d] In MS. δὲ deeſt. [e] τῆς ΔΖ [f] ἁπλῶς in MS. deeſt. [g] ἐπιβαλεῖν [h] αὐτὸς pro αὐτὸ ex MS. [i] μήτι [k] παραλελειμμένα [l] ὀλίγον μὲν

Data recta A B, aliaque item A Γ, ſpatioque Δ; proponatur ſumendum in A B punctum aliquod E ejuſmodi, ut quemadmodum A E ad A Γ, ita ſe habeat ſpatium Δ ad quadratum, quod ab E B deſcribitur. Factum ſit; et ponatur A Γ ad rectos angulos ipſi A B; junctaque Γ E producatur ad Z. Ducatur autem per punctum Γ ipſi A B parallela Γ H; et per punctum B, Z B H parallela ipſi A Γ, eademque cum utraque Γ E, Γ H concurrens. Compleatur porro parallelogrammum H Θ: ducaturque per punctum E, K E Λ utrilibet Γ Θ, H Z parallela: ſpatioque Δ æquale ſit ſpatium, quod ſub Γ H M continetur. Quoniam igitur ut E A ad A Γ, ita ſe habet ſpatium Δ ad quadratum, quod ab E B deſcribitur: ut autem E A ad A Γ, ita ſe habet Γ H ad H Z; et ut Γ H ad H Z, ita quadratum, quod a Γ H deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub Γ H Z continetur: ideo ut quadratum, quod a Γ H deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub Γ H Z continetur, ita ſe habet ſpatium Δ ad quadratum, quod ab E B, hoc eſt ad id, quod a K Z deſcribitur. Et permutando, ut quadratum, quod a Γ H deſcribitur, ad ſpatium Δ; hoc eſt ad ſpatium, quod ſub Γ H M continetur; ita ſe habet ſpatium, quod ſub Γ H Z continetur, ad quadratum, quod a Z K deſcribitur. Ut autem quadratum, quod a Γ H deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub Γ H M continetur, ita ſe habet Γ H ad H M. Igitur etiam ut Γ H ad H M, ita ſe habet ſpatium, quod ſub Γ H Z continetur, ad quadratum, quod a Z K deſcribitur. Ut autem Γ H ad H M, ita, ſumpta communi altitudine H Z, ſpatium, quod ſub Γ H Z continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub M H Z. Ut igitur ſpatium, quod ſub Γ H Z continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub M H Z, ita ſpatium, quod ſub Γ H Z continetur, ad quadratum, quod a Z K deſcribitur. Æquale eſt igitur ſpatium, quod ſub M H Z continetur, quadrato, quod a Z K deſcribitur. Itaque ſi circa axem Z H parabole per punctum H deſcribatur, ita ut quæ a ſectione ducuntur poſſint ſpatia, quæ ad H M applicantur, hæc per punctum K tranſibit; dataque erit poſitione, cum data magnitudine ſit H M, quæ una cum data H Γ datum ſpatium Δ comprehendit. Punctum igitur K datam poſitione parabolen contingit. Deſcribatur, ut dictum eſt, eaque ſit H K. Rurſus quoniam ſpatium Θ Λ æquale eſt ſpatio Γ B; nempe illud, quod ſub Θ K Λ continetur, illi, quod continetur ſub A B H; ſi circa aſymtotos Θ Γ, Γ H per punctum B hyperbole deſcribatur, hæc, per reciprocationem duodecimi theorematis libri Conicorum Apollonii Elementorum ſecundi, per punctum K tranſibit, eademque data erit poſitione; cum utraque Θ Γ, Γ H, et amplius punctum B poſitione datum ſit. Deſcribatur, ut dictum eſt, eaque ſit K B. Punctum igitur K datam poſitione hyperbolen contingit. Contigebat autem et datam poſitione parabolen. Datum eſt igitur punctum K. Ducta eſt autem ab hoc puncto ad datam poſitione A B normalis K E. Punctum igitur E eſt datum. Et quoniam ut E A ad datam A Γ, ita ſe habet datum ſpatium Δ ad quadratum, quod ab E B deſcribitur; ideo duorum ſolidorum, quorum quidem baſes ſunt quadratum, quod deſcribitur ab E B, et ſpatium Δ;

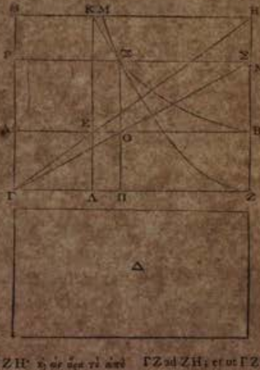


Εὐθείας δοθείσης τῆς A B, καὶ ἑτέρας τῆς A Γ, καὶ χωρίου τοῦ Δ, προκείσθω λαβεῖν ἐπὶ τῆς A B σημεῖον ὡς τὸ E, ὥστε εἶναι ὡς τὴν A E πρὸς A Γ, οὕτως τὸ Δ χωρίον πρὸς τὸ ἀπὸ E B. Γεγονέτω, καὶ κείσθω ἡ A Γ πρὸς ὀρθὰς τῇ A B· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ Γ E διήχθω ἐπὶ τὸ Z. Καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Γ τῇ A B παράλληλος ἡ Γ H, διὰ δὲ τοῦ B τῇ A Γ παράλληλος ἡ Z B H συμπίπτουσα ἑκατέρᾳ τῶν Γ E, Γ H. Καὶ συμπεπληρώσθω τὸ H Θ παραλληλόγραμμον, καὶ διὰ τοῦ E ὁποτέρᾳ τῶν Γ Θ, H Z παράλληλος ἤχθω ἡ K E Λ· καὶ τῷ Δ ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ Γ H M. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ E A πρὸς A Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ E B· ὡς δὲ ἡ E A πρὸς A Γ, [m] οὕτως ἡ Γ H πρὸς H Z· ὡς δὲ ἡ Γ H πρὸς H Z, οὕτως τὸ ἀπὸ Γ H πρὸς τὸ ὑπὸ Γ H Z· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ Γ H πρὸς τὸ ὑπὸ Γ H Z, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ E B, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ K Z. Καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ἀπὸ Γ H πρὸς τὸ Δ, τουτέστι πρὸς τὸ ὑπὸ Γ H M, οὕτως τὸ ὑπὸ Γ H Z πρὸς τὸ ἀπὸ Z K. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ Γ H πρὸς τὸ ὑπὸ Γ H M, οὕτως ἡ Γ H πρὸς H M. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Γ H πρὸς H M, [n] οὕτως τὸ ὑπὸ Γ H Z πρὸς τὸ ἀπὸ Z K. Ἀλλ' ὡς ἡ Γ H πρὸς H M, τῆς H Z κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτως τὸ ὑπὸ Γ H Z πρὸς τὸ ὑπὸ M H Z. Ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ Γ H Z πρὸς τὸ ὑπὸ M H Z, οὕτως τὸ ὑπὸ Γ H Z πρὸς τὸ ἀπὸ Z K. Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ M H Z τῷ ἀπὸ Z K. Ἐὰν ἄρα περὶ ἄξονα τὴν Z H γραφῇ διὰ τοῦ H παραβολή, ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν H M, ἥξει διὰ τοῦ K· καὶ ἔσται θέσει δεδομένη, διὰ τὸ δεδομένην εἶναι τὴν H M τῷ μεγέθει, περιέχουσαν μετὰ τῆς H Γ δεδομένης δοθὲν τὸ Δ. Τὸ ἄρα K ἅπτεται θέσει δεδομένης παραβολῆς. Γεγράφθω οὖν, ὡς εἴρηται, καὶ ἔστω ὡς ἡ H K. Πάλιν ἐπειδὴ τὸ Θ Λ χωρίον ἴσον ἐστὶ τῷ Γ B, τουτέστι τὸ ὑπὸ Θ K Λ τῷ ὑπὸ A B H· ἐὰν διὰ τοῦ B περὶ ἀσυμπτώτους τὰς Θ Γ, Γ H γραφῇ [o] ὑπερβολή, ἥξει διὰ τοῦ K, διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ ιβ' θεωρήματος δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Στοιχείων, καὶ ἔσται θέσει δεδομένη, διὰ τὸ καὶ ἑκατέραν τῶν Θ Γ, Γ H, ἔτι μὲν καὶ τὸ B τῇ θέσει δεδόσθαι. Γεγράφθω, ὡς εἴρηται, καὶ ἔστω [p] ὡς ἡ K B. Τὸ ἄρα K ἅπτεται θέσει δεδομένης ὑπερβολῆς. Ἥπτετο δὲ καὶ θέσει δεδομένης παραβολῆς. Δέδοται ἄρα τὸ K. Καὶ ἐστὶν ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἡ K E ἐπὶ θέσει δεδομένην τὴν A B. Δέδοται ἄρα τὸ E. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ E A πρὸς τὴν δοθεῖσαν τὴν A Γ, οὕτως δοθὲν τὸ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ E B· δύο ἄρα στερεῶν, ὧν βάσεις τὸ ἀπὸ E B, καὶ τὸ Δ, ὕψη δὲ αἱ

[m] οὕτως τὸ ἀπὸ Γ H   [n] ἀλλ' ὡς τὸ ὑπὸ   [o] ἡ γραφεῖσα ὑπερβολὴ   [p] ὡς ἡ K

ΕΑ, ΑΓ, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις ταῖς ὕψεσιν· ὥστε ἴσα ἐστὶ τὰ στερεά. Τὸ [1] ἄρα ἀπὸ ΕΒ ἐπὶ τὴν ΕΑ, ἴσον ἐστὶ τῷ δοθέντι τῷ Δ ἐπὶ δοθεῖσαν τὴν ΓΑ. Ἀλλὰ τὸ ἀπὸ ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ μέγιστόν ἐστι πάντων τῶν ὁμοίως λαμβανομένων ἐπὶ τῆς ΒΑ, ὅταν [2] ᾖ διπλασία ἡ ΒΕ τῆς ΕΑ, ὡς δειχθήσεται. Δεῖ ἄρα τὸ δοθὲν ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ.

Συντεθήσεται δὲ οὕτως. Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, ἄλλη δέ τις δοθεῖσα ἡ ΑΓ, τὸ δὲ δοθὲν χωρίον τὸ Δ. Καὶ δέον ἔστω τεμεῖν τὴν ΑΒ, ὥστε εἶναι ὡς τὸ ἓν τμῆμα πρὸς τὴν δοθεῖσαν τὴν ΑΓ, οὕτως τὸ δοθὲν τὸ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος. Εἰλήφθω τῆς ΑΒ τρίτον μέρος ἡ ΑΕ. Τὸ ἄρα Δ ἐπὶ τὴν ΑΓ, ἤτοι μεῖζόν ἐστι [3] τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ, ἢ ἴσον ἢ ἔλασσον. Εἰ μὲν οὖν μεῖζόν ἐστιν, οὐ συντεθήσεται, ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει δέδεικται. Εἰ δὲ ἴσον ἐστί, τὸ Ε σημεῖον ποιήσει τὸ πρόβλημα. Ἴσων γὰρ ὄντων τῶν στερεῶν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστι τὸ Δ ἐπὶ τὴν ΑΓ, τοῦ ἀπὸ ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ, συντεθήσεται οὕτως. Κείσθω ἡ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΒ· καὶ διὰ τοῦ Γ τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΖ· διὰ δὲ τοῦ Β τῇ ΑΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΖ, [4] καὶ συμπιπτέτω τῇ ΓΕ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ Η. Καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΖΘ παραλληλόγραμμον, καὶ διὰ τοῦ Ε τῇ ΖΗ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΕΛ. Ἐπεὶ οὖν τὸ Δ ἐπὶ τὴν ΑΓ, ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ· ἔστιν ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὸ Δ πρὸς ἔλασσόν τι τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΚ. Ἔστω οὖν ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΜ· καὶ τῷ Δ ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ ΓΖΝ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὸ Δ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΓΖΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΜ· ἀλλ' ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς ΖΗ, ὡς δὲ ἡ ΓΖ πρὸς ΖΗ,



οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΖΗ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΖΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΖΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΜ. Καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ἀπὸ ΓΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΖΝ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΜ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΓΖ [5] πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΖΝ, οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς ΖΝ· ὡς δὲ ἡ ΓΖ πρὸς ΖΝ, τῆς ΖΗ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΖΗ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΓΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΖΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΜ. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΗΜ τῷ ὑπὸ ΗΖΝ. Ἐὰν ἄρα διὰ τοῦ Ζ περὶ ἄξονα τὴν ΖΗ γρά-

altitudines vero EA, et AΓ; baſes, et altitudines reciprocantur: et propterea ſolida æqualia ſunt. Quadratum igitur, quod ab EB deſcribitur, ductum in EA, æquale eſt dato ſpatio Δ ducto in datam ΓA. Quod autem quadratum a BE deſcribitur, id in ea ductum, maximum eſt omnium, quæ in BA ſimili modo ſumuntur, quando BE ipſius EA eſt dupla, quemadmodum demonſtrabitur. Oportet igitur datum ſpatium in datam rectam ductum quadrato majus non eſſe, quod a BE deſcribitur, ducto in EA.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit data quidem recta, AB; data vero quædam alia, AΓ; denique datum ſpatium, Δ. Oporteat autem AB ita ſecare, ut quemadmodum alterum ejus ſegmentum ad datam AΓ, ita ſe habeat datum ſpatium Δ ad quadratum, quod ab altero ſegmento deſcribitur. Sumatur tertia ipſius AB pars, AE. Itaque ſpatium Δ in AΓ ductum quadrato, quod a BE deſcribitur, ducto in EA, aut majus eſt, aut æquale, aut minus. Et ſi quidem majus, problema non componetur, ut in reſolutione demonſtratum eſt. Sin æquale, punctum E illud confecerit. Solida enim æqualia cum ſint, eorum baſes, et altitudines reciprocantur: atque ut EA ad AΓ, ita ſe habet ſpatium Δ ad quadratum, quod a BE deſcribitur. Si denique ſpatium Δ in AΓ ductum minus eſt quadrato, quod a BE deſcribitur, ducto in EA, componetur hoc pacto. Ponatur AΓ ipſi AB ad rectos angulos: ducaturque per punctum Γ ipſi AB parallela ΓZ; et per punctum B parallela ipſi AΓ, BZ; eaque cum ΓE producta in puncto H concurrat. Compleatur porro parallelogrammum ZΘ; et per punctum E ipſi ZH parallela ducatur KEΛ. Quoniam igitur ſpatium Δ in AΓ ductum minus eſt quadrato, quod a BE deſcribitur, ducto in EA; ideo ut EA ad AΓ ita ſe habet ſpatium Δ ad ſpatium aliquod minus quadrato, quod a BE, hoc eſt HK, deſcribitur. Itaque ut EA ad AΓ, ita ſe habeat ſpatium Δ ad quadratum, quod deſcribitur ab HM; ſpatioque Δ æquale ſit ſpatium, quod continetur ſub ΓZN. Et quoniam ut EA ad AΓ, ita ſe habet ſpatium Δ; hoc eſt illud, quod ſub ΓZN continetur, ad quadratum, quod ab HM deſcribitur: ut autem EA ad AΓ, ita ſe habet ΓZ ad ZH; et ut ΓZ ad ZH, ita quadratum, quod a ΓZ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΓZH continetur: ideo etiam ut quadratum, quod a ΓZ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΓZH continetur, ita ſe habet ſpatium, quod continetur ſub ΓZN, ad quadratum, quod deſcribitur ab HM. Et permutando, ut quadratum, quod a ΓZ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓZN, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΓZH continetur, ad quadratum, quod deſcribitur ab HM. Ut autem quadratum, quod a ΓZ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓZN, ita ſe habet ΓZ ad ZN; et ut ΓZ ad ZN, ita, ſumpta communi altitudine ZH, ſpatium, quod ſub ΓZH continetur, ad ſpatium quod continetur ſub NZH. Ut igitur ſpatium, quod ſub ΓZH con-

[1] In MS. ἄρα deeſt. [2] ᾖ ... [3] τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ ἢ ἴσον, ἢ ἔλασσον. Εἰ μὲν οὖν in MS. deſunt. [4] καὶ συμπιπτέτω τῇ ΓΕ in MS. deſunt. [5] πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΖΝ, ἡ ΓΖ πρὸς ΖΝ· ὡς &c.

tinetur, ad ſpatium, quod continetur ſub N Z H, ita ſe habet ſpatium, quod ſub Γ Z H continetur, ad quadratum, quod deſcribitur ab H M. Æquale eſt igitur quadratum, quod deſcribitur ab H M ſpatio, quod continetur ſub H Z N. Itaque ſi circa axem Z H per punctum Z parabole deſcribatur, ita ut quæ ad axem ducuntur poſſint ſpatia, quæ applicantur ad Z N; hæc per punctum M tranſibit. Deſcribatur, eaque ſit M Ξ Z. Et quoniam æquale eſt ſpatium Θ Λ ſpatio A Z; nempe illud, quod ſub Θ K Λ continetur, illi, quod continetur ſub A B Z; ſi circa aſymptotos Θ Γ, Γ Z per punctum B deſcribatur hyperbole, hæc per reciprocationem duodecimi theorematis libri Conicorum Apollonii Elementorum ſecundi, tranſibit per punctum K. Deſcribatur, eaque ſit B Ξ K parabolen ſecans in puncto Ξ: ducaturque a puncto Ξ ipſi A B normalis Ξ O Π; et parallela eidem A B per idem punctum, P Ξ Σ. Quoniam igitur B Ξ K hyperbole eſt, ejuſque aſymptoti Θ Γ, Γ Z; ductæque ſunt rectæ P Ξ, Ξ Π rectis A B, B Z parallelæ; ideo æquale eſt ſpatium, quod ſub P Ξ Π continetur, ſpatio, quod continetur ſub A B Z; et propterea etiam ſpatium P O æquale ſpatio O Z. Itaque ſi a puncto Γ ad Σ recta jungatur, per punctum O tranſibit. Tranſeat, eaque ſit Γ O Σ. Quoniam igitur ut O A ad A Γ, ita ſe habet O B ad B Σ, hoc eſt Γ Z ad Z Σ: ut autem Γ Z ad Z Σ, ita, ſumpta communi altitudine Z N, ſpatium, quod ſub Γ Z N continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Σ Z N: ideo etiam ut O A ad A Γ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub Γ Z N continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Σ Z N. Æquale eſt autem ſpatio quidem, quod ſub Γ Z N continetur, ſpatium Δ; ſpatio vero, quod continetur ſub Σ Z N, quadratum, quod a Σ Ξ, hoc eſt B O, deſcribitur, propter parabolen. Ut igitur O A ad A Γ, ita ſe habet ſpatium Δ ad quadratum, quod a B O deſcribitur. Inventum eſt igitur punctum O, quod problema conficit.

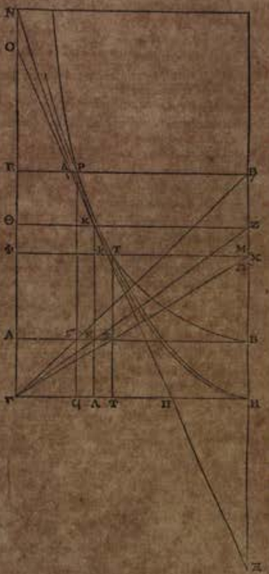
At vero quadratum, quod a B E deſcribitur, in E A ductum, omnium eſſe maximum, quæ in B A ſimili modo ſumuntur, quando B E dupla fuerit ipſius E A, hoc pacto demonſtrabitur. Sit enim rurſus, ut in analyſi, data recta A Γ ad rectos angulos ipſi A B: junctaque Γ E producatur, eademque cum recta, quæ per punctum B ipſi A Γ parallela ducitur, in puncto Z concurrat. Ducatur porro per puncta Γ, Z ipſi A B parallelæ, Θ Z, Γ H; et producatur Γ A ad punctum Θ: ducaturque per punctum E huic parallela K E Λ. Denique fiat, ut E A ad A Γ, ita ſpatium, quod ſub Γ H M continetur, ad quadratum, quod ab E B deſcribitur. Quod igitur quadratum a B E deſcribitur, id in E A ductum æquale eſt ſpatio, quod ſub Γ H M continetur, ductum in A Γ; eo quod duorum horum ſolidorum baſes et altitudines reciprocantur. Itaque dico, ſpatium, quod ſub Γ H M continetur, ductum in A Γ, omnium eſſe maximum, quæ in B A ſimili modo ſumuntur. Deſcribatur enim circa axem Z H per punctum H parabole, ita ut, quæ ad axem ducuntur, poſſint ſpatia, quæ ad H M applicantur. Hæc utique per punctum K tranſibit, ut in analyſi demonſtratum eſt, et producta cum Θ Γ, quæ ſectionis diametro parallela eſt, per theorema ſextum et vigeſimum primi libri Conicorum Apollonii Elementorum, concurret. Producatur, eademque concurrat in puncto N: et circa aſymptotos N Γ H hyperbole deſcribatur. Hæc item per punctum K, ut in analyſi dictum eſt, tranſibit. Itaque tranſeat, veluti B K: et ponatur ipſi Z H productæ æqualis H Ξ: junctaque Ξ K producatur ad punctum O. Manifeſtum igitur eſt hanc parabolen contingere, per reciprocationem theorematis tertii et tri-

ψομεν παραβολήν, ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν Ζ Ν, ἥξει διὰ τοῦ Μ. Γεγράφθω, καὶ ἔστω ἡ Μ Ξ Ζ. Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ Θ Λ τῷ Α Ζ, τουτέστι τὸ ὑπὸ Θ Κ Λ τῷ ὑπὸ Α Β Ζ· ἐὰν διὰ τοῦ Β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς Θ Γ, Γ Ζ γράψωμεν ὑπερβολήν, ἥξει διὰ τοῦ Κ, διὰ τὸ ἀντίστροφον τοῦ ιβ' θεωρήματος [w] τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων. Γεγράφθω, καὶ ἔστω ὡς ἡ Β Ξ Κ, τέμνουσα τὴν παραβολὴν κατὰ τὸ Ξ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὴν Α Β κάθετος ἤχθω ἡ Ξ Ο Π· καὶ διὰ τοῦ Ξ τῇ Α Β παράλληλος ἤχθω [x] ἡ Ρ Ξ Σ. Ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστιν ἡ Β Ξ Κ, ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ Θ Γ, Γ Ζ, καὶ παράλληλοι ἠγμέναι εἰσὶν αἱ Ρ Ξ, Ξ Π ταῖς Α Β, Β Ζ· ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ Ρ Ξ Π τῷ ὑπὸ Α Β Ζ· ὥστε καὶ [y] τὸ Ρ Ο τῷ Ο Ζ. Ἐὰν ἄρα ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Σ ἐπιζευχθῇ [z] εὐθεῖα, ἥξει διὰ τοῦ Ο. Ἐρχέσθω, καὶ ἔστω ὡς ἡ Γ Ο Σ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ Ο Α πρὸς Α Γ, οὕτως ἡ Ο Β πρὸς Β Σ, τουτέστιν ἡ Γ Ζ πρὸς Ζ Σ· ὡς δὲ ἡ Γ Ζ πρὸς Ζ Σ, τῆς Ζ Ν κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτως τὸ ὑπὸ Γ Ζ Ν πρὸς τὸ ὑπὸ Σ Ζ Ν· καὶ ὡς ἄρα ἡ Ο Α πρὸς Α Γ, οὕτως τὸ ὑπὸ Γ Ζ Ν πρὸς τὸ ὑπὸ Σ Ζ Ν. Καὶ ἴσον τῷ μὲν [a] ὑπὸ Γ Ζ Ν, τὸ Δ χωρίον, τῷ δὲ ὑπὸ Σ Ζ Ν, ἴσον τὸ ἀπὸ Σ Ξ, τουτέστι τὸ ἀπὸ Β Ο, διὰ τὴν παραβολήν. Ὡς ἄρα ἡ Ο Α πρὸς Α Γ, οὕτως τὸ Δ χωρίον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β Ο. Εἴληπται ἄρα τὸ Ο σημεῖον, ποιοῦν τὸ πρόβλημα.

Ὅτι δὲ διπλασίας οὔσης τῆς Β Ε τῆς Ε Α, τὸ ἀπὸ τῆς Β Ε ἐπὶ τὴν Ε Α μέγιστόν ἐστι πάντων τῶν ὁμοίως λαμβανομένων ἐπὶ τῆς Β Α, δειχθήσεται οὕτως. Ἔστω γάρ, ὡς ἐν [b] τῇ ἀναλύσει, πάλιν δοθεῖσα εὐθεῖα πρὸς ὀρθὰς τῇ Α Β, ἡ Α Γ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ Γ Ε ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ διὰ τοῦ Β παραλλήλῳ ἀγομένῃ τῇ Α Γ κατὰ τὸ Ζ. Καὶ διὰ τῶν Γ, Ζ παράλληλοι τῇ Α Β ἤχθωσαν αἱ Θ Ζ, Γ Η· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ Γ Α ἐπὶ τὸ Θ· καὶ ταύτῃ παράλληλος διὰ τοῦ Ε ἤχθω ἡ Κ Ε Λ. Καὶ γινέσθω, ὡς ἡ Ε Α πρὸς Α Γ, οὕτως τὸ ὑπὸ Γ Η Μ πρὸς τὸ ἀπὸ Ε Β. Τὸ ἄρα ἀπὸ Β Ε ἐπὶ τὴν Ε Α, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ Γ Η Μ ἐπὶ τὴν Α Γ, διὰ τὸ δύο στερεῶν ἀντιπεπονθέναι τὰς βάσεις τοῖς ὕψεσι. Λέγω οὖν, ὅτι τὸ ὑπὸ Γ Η Μ ἐπὶ τὴν Α Γ, μέγιστόν ἐστι [c] πάντων τῶν ὁμοίως ἐπὶ τῆς Β Α λαμβανομένων. Γεγράφθω γὰρ διὰ τοῦ Η περὶ ἄξονα τὴν Ζ Η παραβολή, ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν Η Μ. Ἥξει δὴ διὰ τοῦ Κ, ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει δέδεικται· καὶ συμπεσεῖται ἐκβαλλομένη τῇ Θ Γ παραλλήλῳ οὔσῃ τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς, διὰ τὸ ἕκτον καὶ εἰκοστὸν θεώρημα τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων. Ἐκβεβλήσθω καὶ συμπιπτέτω κατὰ τὸ Ν· καὶ διὰ τοῦ Β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς Ν Γ Η, γεγράφθω ὑπερβολή. Ἥξει ἄρα διὰ τοῦ Κ, ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει εἴρηται. Ἐρχέσθω οὖν ὡς ἡ Β Κ· καὶ ἐκβληθείσῃ τῇ Ζ Η ἴση κείσθω ἡ Η Ξ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ Ξ Κ, ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ο. Φανερὸν ἄρα ὅτι ἐφάπτεται τῆς παραβολῆς διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ τρίτου καὶ

[w] τοῦ δευτέρου βιβλίου in MS. deſunt. [x] ἡ Ρ Ξ Ζ [y] τὸ Ρ Θ [z] εὐθεῖα ex MS. [a] ὑπὸ Γ Ζ Ν ἴσον τὸ Δ
[b] τῇ ex MS. pro τῆς [c] πάντων τῶν ὁμοίων

τριακοστοῦ θεωρήματος τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων. Ἐπεὶ οὖν διπλῆ ἐστιν ἡ ΒΕ τῆς ΕΑ, οὕτως γὰρ ὑπόκειται, τουτέστιν ἡ ΖΚ τῆς ΚΘ· καί ἐστιν ὅμοιον τὸ ΟΘΚ τρίγωνον τῷ ΞΖΚ τριγώνῳ· διπλασία ἄρα καὶ ἡ ΞΚ τῆς ΚΟ. Ἔστι δὲ καὶ ἡ [d] ΞΚ τῆς ΚΠ διπλῆ, διὰ τὸ καὶ τὴν ΞΖ τῆς ΞΗ, καὶ παράλληλον εἶναι τὴν ΠΗ τῇ ΚΖ. Ἴση ἄρα ἡ ΟΚ τῇ ΚΠ. Ἡ ἄρα ΟΚΠ ἐφάπτεται τῆς [e] παραβολῆς, καὶ μεταξὺ οὖσα τῶν ἀσυμπτώτων δίχα τέμνεται. Ἐφάπτεται ἄρα τῆς ὑπερβολῆς διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ τρίτου θεωρήματος τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων. [f] Ἐφάπτεται δὲ καὶ τῆς παραβολῆς κατὰ τὸ αὐτὸ Κ. Ἡ ἄρα παραβολὴ τῆς ὑπερβολῆς ἐφάπτεται κατὰ τὸ Κ. Νενοήσθω οὖν καὶ ἡ ὑπερβολὴ προσεκβαλλομένη ὡς ἐπὶ τὸ Ρ· καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΑΒ τυχὸν σημεῖον τὸ Σ· καὶ διὰ τοῦ Σ [g] τῇ ΚΛ παράλληλος ἤχθω ἡ ΤΣΥ, καὶ συμβαλλέτω τῇ ὑπερβολῇ κατὰ τὸ Τ· καὶ διὰ τοῦ Τ τῇ ΓΗ παράλληλος ἤχθω ἡ ΦΤΧ. Ἐπεὶ οὖν διὰ τὴν ὑπερβολὴν καὶ τὰς ἀσυμπτώτους, ἴσον ἐστὶ τὸ ΦΥ τῷ ΓΒ, κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ΓΣ, ἴσον ἄρα τὸ ΣΦ τῷ ΣΗ· καὶ διὰ τοῦτο ἡ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Χ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἥξει διὰ τοῦ Σ. Ἐρχέσθω, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΓΣΧ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ ΨΧ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΧΗΜ, διὰ τὴν παραβολήν· τὸ ἀπὸ ΤΧ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΧΗΜ. Γινέσθω οὖν τῷ ἀπὸ ΤΧ ἴσον τὸ [h] ὑπὸ ΧΗΩ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΣΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΧ· ἀλλ᾽ ὡς ἡ ΓΗ πρὸς ΗΧ, τῆς ΗΩ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΗΩ πρὸς τὸ [i] ὑπὸ ΧΗΩ, καὶ πρὸς τὸ ἴσον αὐτῷ, τὸ ἀπὸ ΧΤ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΒΣ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΒΣ ἐπὶ τὴν ΣΑ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΓΗΩ ἐπὶ τὴν ΓΑ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΓΗΩ, ἐπὶ τὴν ΓΑ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΓΗΜ ἐπὶ τὴν ΓΑ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΒΣ ἐπὶ τὴν ΣΑ ἔλαττόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ἐπὶ πάντων τῶν σημείων τῶν μεταξὺ λαμβανομένων τῶν Ε, Β. Ἀλλὰ δὴ εἰλήφθω μεταξὺ τῶν Ε, Α σημεῖον τὸ ς. Λέγω ὅτι καὶ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΕ ἐπὶ τὴν [k] ΕΑ μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ Βς ἐπὶ τὴν ςΑ. Τῶν γὰρ αὐτῶν κατεσκευασμένων, ἤχθω διὰ τοῦ ς τῇ ΚΛ παράλληλος ἡ ηςΡ· καὶ συμβαλλέτω τῇ ὑπερβολῇ κατὰ τὸ Ρ, συμβαλεῖ γὰρ αὐτῇ διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τῇ ἀσυμπτώτῳ· καὶ διὰ τοῦ Ρ παράλληλος ἤχθω τῇ ΑΒ ἡ Α͵ΡΒ͵, συμβαλλέτω τῇ ΗΖ ἐκβαλλομένῃ κατὰ τὸ Β͵. Καὶ ἐπεὶ πάλιν, διὰ τὴν ὑπερβολήν, ἴσον ἐστὶ τὸ Γ͵υ τῷ ΑΗ· ἡ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Β͵ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἥξει διὰ τοῦ ς. Ἐρχέσθω, καὶ



geſimi, primi libri Conicorum Apollonii Elementorum. Quoniam igitur dupla eſt BE ipſius EA; hoc enim ponitur; id eſt ZK ipſius KΘ: et triangulum OΘK ſimile triangulo ΞZK; ideo etiam ΞK ipſius KO eſt dupla. Dupla eſt autem et ΞK ipſius KΠ, eo quod ΞZ ipſius ΞH dupla eſt; et ΠH ipſi KZ parallela. Æqualis eſt igitur OK ipſi KΠ. Quocirca recta OKΠ, quæ parabolen contingit, eademque poſita eſt inter aſymptotos, in duas æquas partes ſecatur. Itaque contingit hyperbolen per reciprocationem tertii theorematis libri ſecundi Conicorum Apollonii Elementorum. Contingebat autem et parabolen in puncto eodem K. Parabole igitur hyperbolen in puncto K contingit. Itaque intelligatur hyperbole producta eſſe, puta ad punctum P: et ſumatur in AB quodvis punctum Σ: ducaturque per punctum Σ ipſi KΛ parallela TΣY, quæ cum hyperbola in puncto T concurrat: et per punctum T ducatur ΦTX parallela ipſi ΓH. Quoniam igitur propter hyperbolen et aſymptotos æquale eſt ſpatium ΦY ſpatio ΓB; communi ablato ΓΣ, ſpatium ΦΣ ſpatio ΣH eſt æquale: et propterea quæ a puncto Γ ad X recta jungitur, per punctum Σ tranſibit. Tranſeat, eaque ſit ΓΣX. Et quoniam quadratum, quod a ΨX deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod ſub XHM continetur, propter parabolen; ideo quadratum, quod deſcribitur a TX, minus eſt ſpatio, quod continetur ſub XHM. Itaque quadrato, quod deſcribitur a TX æquale fiat ſpatium, quod continetur ſub XHΩ. Quoniam igitur ut ΣA ad AΓ, ita ſe habet ΓH ad HX: ut autem ΓH ad HX, ita, ſumpta communi altitudine HΩ, ſpatium, quod ſub ΓHΩ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub XHΩ; hoc eſt quadratum eidem æquale, quod a XT, id eſt BΣ, deſcribitur. Ideo quadratum, quod a BΣ deſcribitur, in ΣA ductum, æquale eſt ſpatio, quod ſub ΓHΩ continetur, ducto in ΓA. Spatium autem, quod ſub ΓHΩ continetur, in ΓA ductum, minus eſt ſpatio, quod ſub ΓHM continetur, ducto in ΓA. Quod igitur quadratum a BΣ deſcribitur, id in ΣA ductum quadrato eſt minus, quod deſcribitur a BE, ducto in EA. Idem hoc demonſtrabitur etiam in omnibus punctis, quæ inter E et B ſumuntur. At vero ſumatur inter E, et A punctum ς. Dico tunc quoque quadratum, quod a BE deſcribitur, in EA ductum, quadrato majus eſſe, quod deſcribitur a Bς, ducto in ςA. Iiſdem enim conſtructis, ducatur per punctum ς ipſi KΛ parallela ηςP, quæ utique cum hyperbole in puncto P concurret, utpote quæ aſymptoto parallela eſt: et ducatur item per punctum P, A͵PB͵ parallela ipſi AB, eaque concurrat cum HZ producta in puncto B͵. Et quoniam

[d] ZK [e] ὑπερβολῆς [f] ἀφήπτετο [g] τῇ ΚΑ [h] ὑπὸ ΧΝΩ [i] ὑπὸ ΧΝΩ [k] ΒΑ

turſus, propter hyperbolen, æquale eſt ſpatium, Γ, ſpatio A H; quæ a puncto Γ ad B recta jungitur, per punctum ς tranſibit. Tranſeat, eaque ſit, Γ ς B. Et quoniam rurſus, propter parabolen, æquale eſt quadratum, quod ab A B deſcribitur, ſpatio, quod ſub B H M continetur; ideo quadratum, quod deſcribitur a P B, minus eſt ſpatio, quod continetur ſub B H M. Fiat quadratum, quod deſcribitur a P B, æquale ſpatio, quod continetur ſub B H Ω. Quoniam igitur ut ς A ad A Γ, ita ſe habet Γ H ad H B: ut autem Γ H ad H B, ita, ſumpta communi altitudine H Ω, ſpatium, quod ſub Γ H Ω continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub B H Ω; hoc eſt ad quadratum, quod a P B, id eſt B ς, deſcribitur: ideo quadratum, quod a B ς deſcribitur, in ς A ductum, æquale eſt ſpatio, quod ſub Γ H Ω continetur, ductum in Γ A. Majus eſt autem ſpatium, quod ſub Γ H M continetur, ſpatio, quod continetur ſub Γ H Ω. Majus eſt igitur et quadratum, quod a B E deſcribitur, in E A ductum, quadrato, quod deſcribitur a B ς, ducto in ς A. Idem hoc demonſtrabitur in omnibus punctis, quæ inter E, et A ſumuntur. Demonſtratum autem eſt et in cœteris omnibus, quæ ſumuntur inter E, et B. Quadratum igitur, quod a B E deſcribitur, ductum in E A, omnium eſt maximum, quæ in AB ſimili modo ſumuntur; quando B E ipſius E A dupla fuerit. Cognoſcere autem ea quoque oportet, quæ in allata figura contingunt. Quoniam enim demonſtratum eſt, quadratorum utrumvis, tum quod a B Σ deſcribitur, tum quod deſcribitur a B ς, alterum quidem in Σ A, alterum vero in ς A ductum, minus eſſe quadrato, quod deſcribitur a B E, ducto in E A; fieri utique poteſt, ut cum datum quoque ſpatium in datam rectam ductum eodem hoc quadrato, quod deſcribitur a B E, ducto in E A, ſit minus; problema, quod initio propoſitum eſt conficiatur, AB in duobus punctis ſecta. Hoc autem contingit, ſi intelligatur circa diametrum X H deſcripta eſſe parabole, ita ut quæ ad axem ducuntur, poſſint ſpatia, quæ ad H Ω applicantur. Hæc ſi quidem parabole omnino tranſit per punctum T. Et quoniam neceſſe eſt, eamdem cum Γ N, quæ diametro ipſi parallela eſt, concurrere; conſtat ſecare hyperbolen in puncto alio ſuperiore quam K, ut hic in P. Quæ autem a puncto P ad A B normalis ducitur, ut hic P ς, hæc A B ſecat in puncto ς; ita ut punctum hoc ς problema conficiat: æqualeque fiat quadratum, quod a B Σ deſcribitur in Σ A ductum, quadrato, quod deſcribitur a B ς, ducto in ς A; quemadmodum ex ſuperioribus demonſtrationibus manifeſtum eſt. Cum itaque fieri poſſit, ut duo puncta in B A ſumantur, quæ propoſitum conficiant, utro quis malit, hoc ei uti licet; ſive illo, quod inter E, B; ſive etiam illo, quod inter E, A interjicitur. Si enim eo utatur, quod interjicitur inter E, B; deſcripta, ut dictum eſt, per puncta H, T parabola, quæ hyperbolen in duobus punctis ſecet; horum quidem alterum, quod puncto H, hoc eſt axi paraboles, propius eſt, punctum definiet, quod inter E, B interjicitur: ut hic T punctum Σ definit; alterum vero, quod ab eodem puncto remotius eſt, definiet punctum, quod interjicitur inter E, A: ut hic P definit punctum ς.

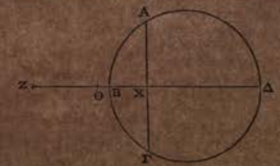
Hoc igitur modo problema generaliter reſolutum, compoſitumque eſt. Ut autem hoc ipſum ad Archemedis verba accommodetur, intelligatur, ut in allata figura, diameter quidem ſphæræ eſſe Δ B; quæ vero ex ejus centro, B Z; denique data recta, Z Θ. Eo igitur devenimus, inquit, ut Δ Z in puncto X ita ſecare oporteat, ut quemadmodum X Z ad datam rectam, ita ſe habeat datum ſpatium ad quadratum, quod a Δ X deſcribitur. Atque hoc quidem ſi univerſaliter proferatur determi-

ἴσα ὡς ἡ Γ ς Β. Καὶ ἐπεὶ πάλιν, διὰ τὴν παραβολήν, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ Α Β, τῷ ὑπὸ Β Η Μ· τὸ ἄρα ἀπὸ Ρ Β, ἔλαττόν ἐστι τοῦ ὑπὸ [l] Β Η Μ. Γεγονέτω τὸ ἀπὸ Ρ Β, ἴσον τῷ ὑπὸ Β Η Ω. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ς Α πρὸς Α Γ, οὕτως ἡ Γ Η, πρὸς Η Β· Ἀλλ' ὡς ἡ Γ Η πρὸς Η Β, τῆς Η Ω κοινοῦ ὕψους λαμβανομένου, οὕτως τὸ ὑπὸ Γ Η Ω πρὸς τὸ ὑπὸ Β Η Ω· τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ Ρ Β, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ Β ς· τὸ ἄρα ἀπὸ Β ς ἐπὶ τὴν ς Α, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ Γ Η Ω ἐπὶ τὴν Γ Α. Καὶ μεῖζον τὸ ὑπὸ Γ Η Μ τοῦ ὑπὸ Γ Η Ω. Μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ Β Ε ἐπὶ τὴν Ε Α, τοῦ ἀπὸ Β ς ἐπὶ τὴν ς Α. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ἐπὶ πάντων τῶν σημείων τῶν μεταξὺ τῶν Ε, Α λαμβανομένων. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ πάντων τῶν μεταξὺ τῶν Ε, Β [m] λαμβανομένων. Πάντων ἄρα τῶν ἐπὶ τῆς Α Β ὁμοίως λαμβανομένων, μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς Β Ε ἐπὶ τῆς Ε Α, [n] ὅταν ᾖ διπλασία ἡ Β Ε τῆς Ε Α. Ἐπιστῆσαι [o] δὲ χρὴ καὶ τοῖς ἀκολουθοῦσι κατὰ τὴν εἰρημένην καταγραφήν. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται τὸ ἀπὸ Β Σ ἐπὶ τὴν Σ Α, καὶ τὸ ἀπὸ Β ς ἐπὶ τὴν ς Α ἔλασσον τοῦ ἀπὸ Β Ε ἐπὶ τὴν Ε Α· δυνατόν ἐστι καὶ τοῦ δοθέντος χωρίου ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν ἐλάσσονος ὄντος τοῦ ἀπὸ τῆς Β Ε ἐπὶ τὴν Ε Α, κατὰ δύο σημεῖα τὴν Α Β τεμνομένην ποιεῖν τὸ ἐξ ἀρχῆς πρόβλημα. Τοῦτο δὲ γίνεται, εἰ νοήσαιμεν περὶ διάμετρον τὴν Χ Η γραφομένην παραβολήν, ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν Η Ω. Ἡ γὰρ τοιαύτη παραβολὴ πάντως ἔρχεται διὰ τοῦ Τ. Καὶ ἐπειδὴ ἀνάγκη αὐτὴν συμπίπτειν τῇ Γ Ν παραλλήλῳ οὔσῃ τῇ διαμέτρῳ, δῆλον ὅτι τέμνει τὴν ὑπερβολὴν καὶ κατ' ἄλλο σημεῖον ἀνωτέρω τοῦ Κ, ὡς ἐνταῦθα κατὰ τὸ Ρ. Καὶ ἀπὸ τοῦ Ρ ἐπὶ τὴν Α Β κάθετος ἀγομένη, ὡς ἐνταῦθα ἡ Ρ ς, τέμνει τὴν Α Β κατὰ τὸ ς, ὥστε τὸ ς σημεῖον ποιεῖν τὸ πρόβλημα, καὶ ἴσον γίνεσθαι τὸ ἀπὸ Β Σ ἐπὶ τὴν Σ Α, τῷ ἀπὸ Β ς ἐπὶ τὴν ς Α, ὡς ἐστι διὰ τῶν προειρημένων ἀποδείξεων ἐμφανές. Ὥστε δυνατοῦ ὄντος ἐπὶ τῆς Β Α δύο σημεῖα λαμβάνειν, ποιοῦντα τὸ ζητούμενον, ἔξεστιν ὁπότερόν τις βούλεται λαμβάνειν, ἢ τὸ μεταξὺ τῶν Ε, Β, ἢ τὸ μεταξὺ τῶν Ε, Α. Εἰ μὲν γὰρ τὸ μεταξὺ τῶν Ε, Β, ὡς εἴρηται, τῆς διὰ τῶν Η, Τ σημείων γραφομένης παραβολῆς κατὰ δύο σημεῖα τεμνούσης τὴν ὑπερβολὴν τὸ μὲν ἐγγύτερον τοῦ Η, τουτέστι τοῦ ἄξονος τῆς παραβολῆς, εὑρήσει τὸ μεταξὺ τῶν Ε, Β· ὡς ἐνταῦθα τὸ Τ εὑρίσκει τὸ Σ· τὸ δὲ ἀπωτέρω τὸ μεταξὺ τῶν Ε, Α, ὡς ἐνταῦθα τὸ Ρ εὑρίσκει τὸ ς.

Καθόλου μὲν οὖν οὕτως ἀναλύεται καὶ συντίθεται τὸ πρόβλημα. Ἵνα δὲ καὶ τοῖς Ἀρχιμηδείοις ῥήμασιν ἐφαρμοσθῇ, νοείσθω ὡς ἐν αὐτῇ τῇ τοῦ ῥητοῦ καταγραφῇ, διάμετρος μὲν [p] τῆς σφαίρας ἡ Δ Β, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ Β Ζ, καὶ ἡ δοθεῖσα ἡ Ζ Θ. Κατηντήσαμεν ἄρα φησὶν εἰς τὸ δεῖν τὴν Δ Ζ τεμεῖν κατὰ τὸ Χ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν Χ Ζ πρὸς τὴν δοθεῖσαν, οὕτως τὸ δοθὲν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Δ Χ. Τοῦτο δὲ

[l] Β Η Ω [m] λαμβανομένων. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ πάντων τῶν μεταξὺ τῶν Ε Β. Πάντων ἄρα &c. [n] ὅταν ἡ [o] δὲ [p] τῆς σφαίρας, ἡ Δ Β ἐκ τοῦ κέντρου ἡ Β Ζ, καὶ ἡ &c.

ἁπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισμόν. Εἰ γὰρ τὸ δοθὲν ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν μεῖζον ἐτύγχανε τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΒ ἐπὶ τὴν ΒΖ, ἀδύνατον ἦν τὸ πρόβλημα, ὡς δέδεικται· εἰ δὲ ἴσον, τὸ Β σημεῖον ἐποίει τὸ πρόβλημα, καὶ οὕτως δὲ οὐδὲν ἂν πρὸς τὴν ἐξ ἀρχῆς Ἀρχιμήδης πρόθεσιν· ἡ γὰρ σφαῖρα οὐκ ἐτέμνετο εἰς τὸν δοθέντα λόγον. Ἁπλῶς ἄρα λεγόμενον [a] εἶχεν ἂν διορισμόν. Προστιθεμένων δὲ τῶν προβλημάτων τῶν ἐνθάδε ὑπαρχόντων, τουτέστι τοῦ τε διπλασίαν εἶναι τὴν ΔΒ τῆς ΖΒ, καὶ τοῦ μείζονα εἶναι τὴν ΒΖ τῆς ΖΘ, οὐκ ἔχει διορισμόν. Τὸ γὰρ ὑπὸ ΔΒ τὸ δοθὲν ἤτοι τὴν ΖΘ τὴν δοθεῖσαν ἔλαττόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΒ ἐπὶ τὴν ΒΖ· διὰ τὸ τὴν ΒΖ τῆς ΖΘ μείζονα εἶναι· ὅπερ ὑπάρχοντος ἐδείξαμεν δυνατόν, καὶ πῶς [b] συντίθεται τὸ πρόβλημα. Κατανοεῖν δὲ χρὴ καὶ τοῖς ὑπ' Ἀρχιμήδους λεγομένοις σύμφωνα ἔχοντα τὰ ἀφ' ἡμῶν ἀναλελυμένα. Πρότερον μὲν γάρ, μετὰ τὴν ἀνάλυσιν αὐτὸ καθόλου, τὸ εἰς ὃ κατήντησε λέγων, φησί· δεδομένην τὴν ΔΖ τεμεῖν δεῖ κατὰ τὸ Χ, καὶ ποιεῖν, ὡς τὴν ΧΖ πρὸς δοθεῖσαν, οὕτως τὸ δοθὲν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΧ. Εἶτα εἰπὼν ὡς καθόλου μὲν τὸ λεγόμενον ἔχει διορισμόν· προστεθέντων δὲ τῶν ὑπ' αὐτοῦ εὑρεθέντων προβλημάτων, τοῦ τε εἶναι διπλασίαν τὴν ΔΒ τῆς ΒΖ, καὶ μείζονα τὴν ΒΖ τῆς ΖΘ, μὴ ἔχειν διορισμὸν μερικώτερον, ἐπαναλαμβάνει τὸ πρόβλημα, καὶ φησιν, ὅτι καὶ ἔσται πρόβλημα τοιοῦτον. Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΔΒ, ΒΖ, καὶ διπλασίας οὔσης τῆς ΔΒ τῆς ΒΖ, καὶ σημείου ἐπὶ τῆς ΒΖ τοῦ Θ, τεμεῖν τὴν ΔΒ κατὰ τὸ Χ· καὶ ἔτι, οὐχ ὡς πρότερον, τὴν ΔΖ εἰπών, ἀλλὰ τὴν ΔΒ δεῖν τεμεῖν διὰ τό, ὡς ἀνωτέρω ἡμεῖς [c] ἀπεδείξαμεν, εἰδέναι αὐτόν, ὡς δύο σημεῖά ἐστι τὰ λαμβανόμενα ἐπὶ τῆς ΔΖ, καὶ ποιοῦντα τὸ πρόβλημα, ἓν μὲν τὸ μεταξὺ τῶν Δ, Β, ἕτερον δὲ τὸ μεταξὺ τῶν Β, Ζ. Ὧν τὸ μεταξὺ τῶν Δ, Β ἐν τῷ πρὸς τὴν [d] ἐξ ἀρχῆς πρόθεσιν χρήσιμον.



Ταῦτα μὲν οὖν ἀκόλουθα τοῖς Ἀρχιμήδους ῥήμασι, κατὰ τὸ δυνατόν, σαφῶς [e] ἀπεγραψάμεθα. Ἐπεὶ δέ, ὡς προείρηται, καὶ Διονυσόδωρος οὐδαμῶς τοῖς ἐπὶ τέλει γραφομένοις παρ' Ἀρχιμήδους * ἐπηγγελμένοις ἐντυχών, ἀπορήσας δὲ ὥσπερ προσευρεῖν τὰ μὴ ἐκτεθέντα, ἐφ' ἑτέραν ὁδὸν βαδίζων τοῦ ὅλου προβλήματος, [f] οὐκ ἄχαριν ἐφόδον [g] συνέγραψε τὸν τρόπον ἀναγκαῖον, ᾠήθημεν δεῖν καὶ αὐτὸν τούτοις ἐπισυνάψαι διορθούμενοι κατὰ δύναμιν. Καὶ γὰρ αὐτὴν ἐκ πολλῆς ἀμελείας τῶν ἀνθρώπων τὰ πολλὰ τῶν ἀποδείξεων τῷ πλήθει τῶν ἁμαρτημάτων ἐσκοτισμένας ἔχειν ἐν πᾶσιν οἷς ἡμεῖς ἐνετύχομεν ἀντιγράφοις ἐφέρετο.

ΩΣ ΔΙΟΝΥΣΟΔΩΡΟΣ.

Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα αὐτῆς πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα. Ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς διάμετρος ἡ ΑΒ· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος, ὃν ἔχει ἡ ΓΔ πρὸς ΔΕ. Δεῖ δὴ τεμεῖν τὴν σφαῖραν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὴν ΑΒ, ὥστε τὸ τμῆμα, οὗ κορυφὴ τὸ Α, πρὸς τὸ τμῆμα, οὗ κορυφὴ τὸ Β, λόγον ἔχειν, ὃν ἔχει ἡ ΓΔ πρὸς ΔΕ. Ἐκβεβλήσθω ἡ [h] ΒΑ ἐπὶ τὸ Ζ· καὶ κείσθω τῆς [i] ΑΒ ἡμίσεια ἡ ΑΖ. Καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ ΓΕ πρὸς ΕΔ, ἐχέτω

rationem habet. Si enim datum ſpatium in datam rectam ductum majus fuerit quadrato, quod deſcribitur a ΔB, ducto in BZ; problema, ut demonſtratum eſt, confici non poteſt: ſin autem æquale, id quidem per punctum B conficitur, ſed ad id, quod Archimedes initio propoſuit, nihil facit; quippe ſphæra pro data ratione non ſecatur. Illud igitur ſi univerſaliter proferatur, determinationem habet. Quod ſi duo hæc addantur, nimirum ΔB duplam eſſe ipſius ZB, et BZ majorem quam ZΘ; nullam habet determinationem. Quod enim quadratum a ΔB deſcribitur, id eſt datum, id in ZΘ, id eſt datam ductum minus eſt quadrato, quod deſcribitur a ΔB, ducto in BZ; eo quod BZ major eſt quam ZΘ. Hoc autem ſi quando contingat, fieri problema poſſe, et qua ratione fiat, docuimus. Illud porro animadvertendum eſt, quæ reſoluta a nobis ſunt, ea cum Archimedis verbis maxime convenire. Primo enim, cum poſt analyſim ab ipſo inſtitutam, id, in quod incidit, generaliter docuiſſet, hoc dicit: oportet datam ΔZ ſecare in puncto X, atque facere, ut XZ ad datam rectam, ita datum ſpatium ad quadratum, quod a ΔX deſcribitur. Deinde vero cum adjeciſſet, hoc ipſum ſi univerſaliter proferatur, determinationem habere; ſin autem hæc addantur, quæ ab ipſo reperta ſunt, problemata, nimirum ΔB duplam eſſe ipſius BZ, et BZ majorem quam ZΘ, nullam habere determinationem; hoc, inquam, cum adjeciſſet, problema ipſum magis particulariter reſumens ait: atque problema erit hujuſmodi. Datis duabus rectis ΔB, BZ, quarum altera ΔB alterius BZ dupla ſit, datoque item in BZ puncto Θ, ΔB ipſam in puncto X ſecare; et quæ ſequuntur: oportere autem dixit ΔB, non vero, ut prius, ΔZ ſecare; quod intelligeret duo eſſe puncta in ΔZ, quemadmodum ſupra demonſtravimus, quæ ſumpta problema conficiant; alterum quidem, quod inter Δ, B, alterum vero, quod inter B, Z interjicitur. Horum autem quod interjicitur inter Δ, B ad id, quod initio propoſitum eſt, facit.

Hæc igitur cum Archimedis verbis maxime convenientia, quantum fieri potuit, perſpicue explicuimus. Quoniam vero Dionyſodorus etiam, ut dictum eſt, cum id nuſquam inveniſſet, quod Archimedes in fine pollicitus erat, conatus ipſe, quæ expoſita ab eo non ſunt, patefacere, aliam viam ingreſſus, haud inelegantem totius problematis conficiendi rationem deſcripſit, muneris noſtri eſſe duximus hanc quoque cæteris adjungere, emendatione pro viribus adhibita. Hæc enim quoque, quæ ſumma eſt hominum negligentia, plures demonſtrationes propter mendorum multitudinem tenebricoſas habens in omnibus, in quæ nos incidimus, exemplaribus circumferebatur.

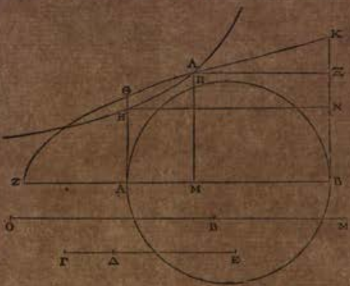
UT DIONYSODORUS.

Datam ſphæram plano ſecare, ita ut ejus ſegmenta datam inter ſe invicem rationem habeant. Data ſphæra ea ſit, cujus diameter AB: eaque data ratio, quam habet ΓΔ ad ΔE. Oportet autem ſphæram plano ſecare ad AB recto, ita ut alterum ejus ſegmentum, cujus vertex eſt A, ad alterum ſegmentum, cujus vertex eſt B, eamdem habeat rationem, quam ΓΔ ad ΔE. Producatur BA ad punctum Z: ponaturque AZ dimidia ipſius AB. Quam autem rationem habet ΓE ad EΔ, hanc

[a] εἶχεν [b] προβαίνει [c] ἐπεδείξαμεν [d] ἐξ ἀρχῆς [e] ἀπεγραψάμεθα [f] ὁ χάριν [g] συνέγραψαντα [h] ΒΓ [i] ΑΓ ἡμίσεια ἡ ΑΒΖ

* Forte ἐπηγγελμένα.

habeat Z A ad A H, quæ quidem ſuper A B ad rectos angulos jaceat; et ſumatur inter Z A, A H proportionalis media A Θ. Major eſt igitur A Θ quam A H. Deſcribatur porro circa axem Z B per punctum Z parabole; ita ut quæ ad axem ducuntur poſſint ſpatia, quæ ad A H applicantur. Hæc utique per punctum Θ tranſibit; quoniam ſpatium, quod ſub Z A H continetur, æquale eſt quadrato, quod ab A Θ deſcribitur. Itaque deſcribatur eaque ſit Z Θ K: ducaturque per punctum B ipſi A Θ parallela B K, quæ in puncto K parabolen ſecet. Deſcribatur deinde circa aſymptotos Z B K per punctum H hyperbole; quæ quidem parabolen ſecabit intra puncta Θ, K. Itaque ſecet in puncto Λ: ducanturque a puncto Λ ad A B normalis Λ M; et a punctis H, Λ ipſi A B parallelæ, H N, Λ Ξ. Quoniam igitur H Λ hyperbole eſt, ejuſque aſymptoti A B K; et adhuc parallelæ ipſis A H N, M Λ Ξ; æquale eſt ſpatium, quod ſub A H N continetur, ſpatio, quod continetur ſub M Λ Ξ, propter theorema duodecimum libri ſecundi conicorum Apolloni Elementorum. Æqualis eſt autem cum H N ipſi A B, tum Λ Ξ ipſi M B. Quod igitur ſpatium ſub Λ M B continetur, id æquale eſt ſpatio, quod continetur, ſub H A B. Et quoniam ſpatium, quod ſub extremis continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub mediis; quatuor hæ rectæ proportionales invicem ſunt. Ut igitur Λ M ad H A, ita ſe habet A B ad B M: atque etiam ut quadratum, quod a Λ M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab H A, ita quadratum, quod ab A B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a B M. Et quoniam propter parabolen quadratum, quod a Λ M deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod ſub Z M, A H continetur; ut Z M ad M Λ, ita ſe habet M Λ ad A H. Igitur etiam ut prima ad tertiam, ita ſe habet quadratum, quod a prima deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ſecunda; et adhuc quadratum, quod a ſecunda deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a tertia. Ut igitur Z M ad A H, ita ſe habet quadratum, quod a Λ M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab H A. Ut autem quadratum, quod a Λ M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab A H, ita demonſtratum eſt ſe habere quadratum, quod ab A B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a B M. Ut igitur quadratum, quod ab A B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a B M, ita ſe habet Z M ad A H. Ut autem quadratum, quod ab A B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a B M, ita ſe habet circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipſi A B eſt æqualis, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi B M. Ut igitur circulus, cujus ea, quæ ex centro ipſi A B eſt æqualis, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi B M, ita ſe habet Z M ad A H. Conus igitur baſim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipſi A B eſt æqualis, et altitudinem A H, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi B M, et altitudinem Z M. Quorum enim conorum



ἡ Z A πρὸς A H, καὶ κείσθω ἡ A H πρὸς ὀρθὰς τῇ A B. καὶ τῶν Z A, A H μέση ἀνάλογον εἰλήφθω ἡ A Θ. Μείζων ἄρα ἡ A Θ τῆς A H. Καὶ περὶ ἄξονα τὴν Z B διὰ τοῦ Z γεγράφθω παραβολή, ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν A H. Ἥξει ἄρα διὰ τοῦ Θ· ἐπειδὴ τὸ ὑπὸ Z A H ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ A Θ. Γεγράφθω οὖν, καὶ ἔστω ὡς ἡ Z Θ K· καὶ διὰ τοῦ B ἀνήχθω παρὰ τὴν A Θ ἡ B K, καὶ τεμνέτω τὴν παραβολὴν κατὰ τὸ K. Καὶ διὰ τοῦ H περὶ ἀσυμπτώτους τὰς Z B K γεγράφθω ὑπερβολή· τεμεῖ δὴ τὴν παραβολὴν μεταξὺ τῶν Θ, K. Τεμνέτω κατὰ τὸ Λ· καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὴν A B κάθετος ἤχθω ἡ Λ M· [a] καὶ διὰ τῶν H, Λ τῇ A B παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ H N, Λ Ξ. Ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστιν ἡ H Λ, ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ A B K, καὶ παράλληλοι αἱ A H N, M Λ Ξ· ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ A H N τῷ [b] ὑπὸ M Λ Ξ, διὰ τὸ ιβʹ θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν Στοιχείων. Ἀλλ' ἡ μὲν H N τῇ A B ἴση ἐστίν, ἡ δὲ Λ Ξ τῇ M B. Τὸ ἄρα ὑπὸ Λ M B ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ H A B. Καὶ διὰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον εἶναι τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσιν. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Λ M πρὸς H A, οὕτως ἡ A B πρὸς B M· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ Λ M πρὸς τὸ ἀπὸ H A, οὕτως τὸ ἀπὸ A B πρὸς τὸ ἀπὸ B M. Καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν παραβολὴν τὸ ἀπὸ Λ M ἴσον ἐστὶ [c] τῷ ὑπὸ Z M, A H, ἔστιν ἄρα [d] ὡς ἡ Z M πρὸς M Λ, ἡ M Λ πρὸς A H. Καὶ ὡς ἄρα ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τρίτης. Ὡς ἄρα ἡ Z M πρὸς A H, οὕτως τὸ ἀπὸ Λ M πρὸς τὸ ἀπὸ H A. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ Λ M πρὸς τὸ ἀπὸ A H, οὕτως ἐδείχθη τὸ ἀπὸ A B πρὸς τὸ ἀπὸ B M. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ A B πρὸς τὸ ἀπὸ B M, οὕτως ἡ Z M πρὸς A H. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ A B πρὸς τὸ ἀπὸ B M, οὕτως ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου [e] ἴση ἐστὶ τῇ A B, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ B M. Καὶ ὡς ἄρα ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ A B, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ B M, οὕτως ἡ Z M πρὸς A H. Ὁ ἄρα κῶνος βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, [f] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ A B, ὕψος δὲ [g] τὴν A H, ἴσος ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ [h] B M, ὕψος δὲ τὴν Z M. Ὧν γὰρ κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσὶν ἐκεῖνοι. Ἀλλ' ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ A B,

[a] καὶ τῇ A B [b] ὑπὸ M Λ Ξ· καὶ διὰ &c. [c] τῷ ὑπὸ Λ M A H [d] ὡς ἡ Z H πρὸς M Λ, οὕτως ἡ M Λ [e] ἴση ἐστὶ τῇ Λ M· καὶ ὡς πρὸς τὸν κύκλον ὃ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ B M· οὕτω &c. [f] οὕτως [g] τῇ A H [h] Λ M

ὕψος δὲ τὴν ZΔ, πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὸν αὐτὸν, ὕψος δὲ τὴν AH, ἐστὶν ὡς ἡ ZA πρὸς AH, τουτέστιν ἡ ΓE πρὸς EΔ· ἐπεὶ γὰρ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντες πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ὕψη. Καὶ ὁ κῶνος ἄρα ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ AB, ὕψος δὲ τὴν ZA, πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ BM, ὕψος δὲ τὴν ZM, ἐστὶν ὡς ἡ ΓE πρὸς EΔ. Ἀλλ' ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ AB, ὕψος δὲ τὴν ZA, [i] ἴσος ἐστὶ τῇ σφαίρᾳ· ὁ δὲ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ BM, ὕψος δὲ τὴν [k] ZM, ἴσος ἐστὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, οὗ κορυφὴ μέν ἐστι [l] τὸ B, ὕψος δὲ ἡ BM, ὡς ἑξῆς δειχθήσεται. Καὶ ἡ σφαῖρα ἄρα πρὸς τὸ εἰρημένον τμῆμα λόγον ἔχει, ὃν ἡ ΓE πρὸς EΔ. Καὶ διελόντι τὸ τμῆμα, οὗ κορυφὴ τὸ A, ὕψος δὲ ἡ AM πρὸς τὸ τμῆμα, οὗ κορυφὴ τὸ B, ὕψος δὲ ἡ BM, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΓΔ πρὸς ΔE. Τὸ ἄρα διὰ τῆς AM ἐπίπεδον ἐκβαλλόμενον ὀρθὸν πρὸς τὴν AB, τέμνει τὴν σφαῖραν εἰς τὸν δοθέντα λόγον. Ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Ὅτι δὲ ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ BM, ὕψος δὲ τὴν ZM, ἴσος ἐστὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ B, ὕψος δὲ ἡ BM, δειχθήσεται οὕτως. Γεγονέτω γὰρ ὡς ἡ ZM πρὸς MA, οὕτως ἡ OM πρὸς MB. Ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ τὴν OM, ἴσος ἐστὶ τμήματι. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ZM πρὸς MA, οὕτως ἡ OM πρὸς MB· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ZM πρὸς MO, οὕτως ἡ AM πρὸς MB. Ἀλλ' ὡς ἡ AM πρὸς MB, οὕτως τὸ ἀπὸ ΠM πρὸς τὸ ἀπὸ MB· [m] καὶ οὕτως ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΠM, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ MB. Ὡς ἄρα ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΠM, πρὸς τὸν κύκλον οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ MB, οὕτως ἡ MZ πρὸς MO. Ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ MB, ὕψος δὲ τὴν ZM, ἴσος ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΠM, ὕψος δὲ τὴν MO. Ἀντιπεπόνθασι γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· ὥστε καὶ τῷ τμήματι ἴσος ἐστί.

ΩΣ ΔΙΟΚΛΗΣ

Εν τῷ περὶ Πυρίων.

Γράφει δὲ καὶ ὁ Διοκλῆς [n] ἐν τῷ περὶ πυρίων, προθέμενος τάδε. Ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου Ἀρχιμήδης ἀπέδειξεν, ὅτι πᾶν τμῆμα σφαίρας ἴσον ἐστὶ κώνῳ, τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ εὐθεῖάν τινα λόγον ἔχουσαν πρὸς τὴν ἀπὸ τῆς τοῦ τμήματος κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ ἡ τοῦ ἐναλλὰξ τμήματος κάθετος πρὸς τὴν τοῦ ἐναλλὰξ τμήματος κάθετον. Οἷον ἐὰν ᾖ σφαῖρα ἡ ABΓ, καὶ τμηθῇ ἐπιπέδῳ τινὶ τῷ περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλῳ· καὶ διαμέτρου οὔσης τῆς AB, κέντρου δὲ τοῦ E, ποιήσωμεν ὡς συναμφότερον [o] τὴν EA, AZ πρὸς ZA, οὕτως τὴν HZ πρὸς ZB· ἔτι δὲ ὡς συναμφότερον τὴν EB, BZ πρὸς ZB, οὕτως τὴν

baſes, et altitudines reciprocantur, hi ſunt æquales. At vero conus baſim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipſi AB eſt æqualis, et altitudinem ZA, ſe habet ad conum baſim eamdem habentem, et altitudinem ZH, ut ZA ad AH; hoc eſt ΓE ad EΔ: quippe ſuper eadem baſe conſtituti ſe invicem habent ut altitudines. Conus igitur baſim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro ipſi AB eſt æqualis, et altitudinem ZA, ſe habet ad conum baſim habentem circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi BM, et altitudinem ZM, ut ΓE ad EΔ. At vero conus baſim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipſi AB eſt æqualis, et altitudinem ZA, æqualis, eſt ſphæræ: conus autem baſim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi BM, et altitudinem ZM, æqualis ſphæræ ſegmento, cujus vertex punctum B, et altitudo BM; ut deinceps demonſtrabitur. Igitur ſphæra ad id, quod diximus, ſegmentum eamdem rationem habet, quam ΓE ad EΔ. Et dividendo, ſegmentum, cujus vertex eſt punctum A, et altitudo AM, ad ſegmentum, cujus eſt vertex punctum B, et altitudo BM, eamdem habet rationem, quam ΓΔ ad ΔE. Igitur planum, quod per AB agitur, ad ipſam AB rectum, ſphæram pro data ratione ſecat. Quod facere oportebat.

At vero conum baſim habentem circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi BM, ſphæræ ſegmento, cujus vertex eſt punctum M, et altitudo BM, æqualem eſſe, hoc pacto demonſtrabitur. Fiat enim ut ZM ad MA, ita OM ad MB. Igitur conus, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, et altitudinem OM, ſegmento ipſi eſt æqualis. Et quoniam ut ZM ad MA, ita ſe habet OM ad MB; etiam permutando, ut ZM ad MO, ita ſe habet AM ad MB. Ut autem AM ad MB, ita ſe habet quadratum, quod a ΠM deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a MB; itemque circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipſi ΠM eſt æqualis, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi MB. Ut igitur circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipſi ΠM eſt æqualis, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi MB, ita ſe habet MZ ad MO. Igitur conus baſim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi MB, et altitudinem ZM, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cujus ea, quæ ex centro æqualis eſt ipſi ΠM, et altitudinem MO. Horum enim baſes, et altitudines reciprocantur: quare idem conus ſegmento etiam ipſi eſt æqualis.

UT DIOCLES

In libro de Igniariis.

Diocles etiam in libro de igniariis rem aggreditur, hæc præfatus. Archimedes in libro de ſphæra, et cylindro hoc demonſtravit: quodlibet ſphæræ ſegmentum cono æquale eſſe, qui baſim quidem habeat eamdem ac ſegmentum, altitudinem vero quamdam rectam, quæ ad normalem a vertice ſegmenti ad baſim ductam eamdem rationem habeat, quam utraque ſimul, tum ea, quæ ex centro ſphæræ, tum alterius ſegmenti normalis, ad normalem alterius ſegmenti; utique ſi hæc ſegmenta viciſſim ſumantur. Nimirum ſi ſphæra ſit ABΓ, cujus diameter AB, et centrum punctum E; eaque ſecetur plano aliquo, id eſt circulo circa diametrum ΓΔ deſcripto; deinde fiat: ut utraque ſimul EA, AZ ad ZA, ita HZ ad

[i] ἴσω [k] BM [l] ὡς Δ [m] In MS. ϗ deeſt. [n] In MS. deeſt τῷ [o] τὴν EZ

ZB; et amplius ut utraque ſimul EB, BZ ad ZB, ita ΘZ ad ZΛ; demonſtratum eſt, ſegmentum quidem ſphæræ ΓBΔ æquale eſſe cono, cujus baſis eſt circulus, qui circa diametrum ΓΔ deſcribitur, et altitudo ZH; ſegmentum vero ΓΛΔ cono æquale eſſe, cujus baſis eadem eſt, et altitudo ΘZ: cum itaque Archimedes hoc ſibi propoſuiſſet, datam ſphæram plano ſecare, ita ut ſphæræ ſegmenta datam inter ſe invicem rationem habeant; conſtructis, quæ diximus, ait: data eſt igitur etiam ratio coni, cujus baſis eſt circulus, qui circa diametrum ΓΔ deſcribitur, et altitudo ZΘ, ad conum, cujus baſis eadem eſt, et altitudo ZH. Hoc autem demonſtratum eſt, conos, qui ſuper eadem baſe conſtituti ſunt, ſe invicem habere ut altitudines. Igitur etiam ratio ipſius ΘZ ad ZH eſt data. Et quoniam ut ΘZ ad ZΛ, ita ſe habet utraque ſimul EBZ ad ZB; ideo dividendo, ut ΘΛ ad ΛZ, ita ſe habet EB ad ZB. Eadem ratione et ut HB ad ZB, ita ſe habet eadem illa recta ad ZΛ. Itaque problema hujuſmodi eſt: data poſitione recta ΛB, duobuſque punctis Λ, B, dataque etiam EB; rectam ΛB in puncto Z ſecare, eidemque rectas apponere ΘΛ, BH; ita ut ratio ipſius ΘZ ad ZH data ſit: et amplius ſe habeat, ut ΘΛ quidem ad ΛZ, ita data recta ad ZB; ut vero HB ad BZ, ita data eadem recta ad ZΛ. Hoc autem deinceps demonſtratum eſt. Quod quidem cum longiore ſermone Archimedes demonſtraſſet, Problema unum in aliud convertit; nec tamen illud in libro de ſphæra, et cylindro demonſtrat.

ΘΖ [p] πρὸς ΖΛ, ἀποδέδεικται ὅτι τὸ μὲν ΓΒΔ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐςὶ τῷ κώνῳ, [q] οὗ βάσις μὲν ἐςὶν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΖΗ· τὸ δὲ ΓΛΔ τμῆμα ἴσον ἐςὶ τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μὲν ἐςὶν ἡ αὐτὴ, ὕψος δὲ ἡ ΖΘ. Προτεθέντος δὲ αὐτῷ τοῦ τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥςε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα, κατασκευάσας τὰ εἰρημένα, φησί· λόγος ἄρα δοθεὶς καὶ τοῦ κώνου, [r] οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΖΘ, πρὸς τὸν κῶνον, οὗ βάσις μὲν ἐςὶν ἡ αὐτὴ, ὕψος δὲ ἡ ΖΗ. Καὶ γὰρ τοῦτο ἀποδέδεικται, οἱ κῶνοι οἱ ἐπὶ τῶν [s] ἴσων βάσεων ὄντες, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη. Λόγος ἄρα τῆς καὶ ΘΖ πρὸς ΖΗ δοθείς. Καὶ ἐπεὶ ἐςὶν ὡς ἡ ΘΖ πρὸς ΖΛ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΕΒΖ πρὸς τὴν ΖΒ· διελόντι ὡς ἡ ΘΛ πρὸς ΛΖ, οὕτως ἡ ΕΒ πρὸς ΖΒ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, καὶ ὡς ἡ ΗΒ πρὸς ΖΒ, οὕτως ἡ αὐτὴ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΖΛ. Γέγονεν οὖν πρόβλημα τοιοῦτον. Θέσει οὔσης εὐθείας τῆς ΛΒ, καὶ δύο δοθέντων σημείων τῶν Λ, Β, καὶ δοθείσης τῆς ΕΒ, τεμεῖν τὴν ΛΒ κατὰ τὸ Ζ, καὶ προσθεῖναι τὰς ΘΛ, ΒΗ· ὥςε τὸν λόγον εἶναι τῆς ΘΖ πρὸς ΖΗ δοθέντα· ἔτι τε εἶναι ὡς μὲν τὴν ΘΛ πρὸς ΛΖ, οὕτως τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πρὸς τὴν ΖΒ· ὡς δὲ τὴν ΗΒ πρὸς ΒΖ, οὕτως τὴν αὐτὴν [t] δοθεῖσαν πρὸς ΖΛ. Τοῦτο δὲ ἑξῆς δέδεικται. Ὁ γὰρ Ἀρχιμήδης μακρότερον αὐτὸ δείξας, καὶ οὕτως εἰς πρόβλημα ἕτερον [u] ἀπάγει, ὃ οὐκ ἀποδείκνυσιν ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου.

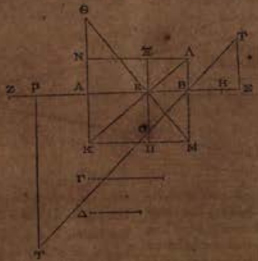
Data poſitione recta AB; duobuſque punctis A, B; et ratione, quam habet Γ ad Δ; rectam AB in puncto E ſecare, eidemque rectas apponere ZA, HB; ita ut quemadmodum Γ ad Δ, ita ſe habeat ZE ad EH: amplius vero quemadmodum ZA ad AE, ita ſe habeat data aliqua recta ad BE; et quemadmodum HB ad BE, ita data eadem recta ad EA. Factum ſit: et ducantur ipſi AB ad rectos angulos ΘAK, ΛBM; et ponatur utraque AK, BM datæ rectæ æqualis; junctæque KE, ME ad puncta Λ, Θ producantur. Jungatur porro KM: ducaturque per punctum Λ, ΛN ipſi AB parallela; et per punctum E, ΞEOΠ parallela ipſi NK. Quoniam igitur ut ZA ad AE, ita ſe habet MB ad BE; hoc enim ponitur; et ut MB ad BE, ita, per triangulorum ſimilitudinem, ΘA ad AE; ideo ut ZA ad AE, ita ſe habet ΘA ad AE. Æqualis eſt igitur ZA ipſi ΘA. Eadem ratione etiam BH ipſi BΛ eſt æqualis. Et quoniam ut utraque ſimul ΘAE ad utramque ſimul MBE, ita ſe habet utraque ſimul KAE ad utramque ſimul ΛBE; utraque enim ratio eadem eſt quæ ipſius AE ad EB; ideo ſpatium, quod ſub utraque cum ΛBE, tum ΘAE continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub utraque cum KAE, tum MBE. Ponatur ipſi KA æqualis utraque AP, BΣ. Quoniam igitur æqualis eſt utraque ΘAE ipſi ZE, et utraque ΛBE ipſi EH, et utraque KAE ipſi PE, ut utraque MBE ipſi ΣE: demonſtratumque eſt, ſpatium, quod ſub utraque cum ΘAE, tum ΛBE continetur, æquale eſſe ſpatio, quod

Θέσει δεδομένης εὐθείας τῆς ΑΒ, καὶ δύο δοθέντων σημείων τῶν Α, Β, καὶ λόγου τοῦ ὃν ἔχει ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, τεμεῖν τὴν ΑΒ κατὰ τὸ Ε, καὶ προσθεῖναι τὰς ΖΑ, ΗΒ· ὥςε εἶναι ὡς τὴν Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὴν ΖΕ πρὸς τὴν ΕΗ· ἔτι τε εἶναι ὡς τὴν ΖΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως δοθεῖσάν τινα εὐθεῖαν πρὸς τὴν ΒΕ· ὡς δὲ τὴν ΗΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως τὴν αὐτὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πρὸς τὴν ΕΑ. Γεγονέτω, καὶ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν [w] αἱ ΘΑΚ, ΛΒΜ· καὶ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴση κείσθω ἑκατέρα τῶν ΑΚ, ΒΜ· [x] καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΚΕ, ΜΕ [y] ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ Λ, Θ. Ἐπεζεύχθω δὲ καὶ ἡ ΚΜ· καὶ [z] διὰ τοῦ Λ παράλληλος ἤχθω τῇ ΑΒ ἡ ΛΝ· διὰ δὲ τοῦ Ε τῇ ΝΚ ἡ ΞΕΟΠ. Ἐπεὶ οὖν ἐςὶν ὡς ἡ ΖΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΜΒ πρὸς ΒΕ· ὑπόκειται γάρ· ὡς δὲ ἡ ΜΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΕ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων· ὡς ἄρα ἡ ΖΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΕ. Ἴση ἄρα ἡ ΖΑ τῇ ΘΑ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἡ ΒΗ τῇ ΒΛ. Καὶ ἐπεὶ ἐςὶν ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑΕ πρὸς συναμφότερον τὴν ΜΒΕ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΚΑΕ πρὸς συναμφότερον τὴν ΛΒΕ· ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων ὁ αὐτός ἐςι τῷ τῆς ΑΕ πρὸς ΕΒ· [a] τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΛΒΕ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΘΑΕ ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΚΑΕ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΜΒΕ. Κείσθω τῇ ΚΑ ἴση ἑκατέρα τῶν ΑΡ, ΒΣ. Ἐπεὶ οὖν συναμφότερος μὲν ἡ ΘΑΕ ἴση ἐςὶ τῇ ΖΕ, συναμφότερος δὲ ἡ ΛΒΕ ἴση τῇ ΕΗ, συναμφότερος δὲ ἡ ΚΑΕ ἴση τῇ ΡΕ, συναμφότερος δὲ ἡ ΜΒΕ ἴση τῇ ΣΕ· καὶ ἐδείχθη τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΘΑΕ, καὶ συναμφοτέρου τῆς



[p] πρὸς ΖΔ [q] βάσις ἐςὶ [r] ἢ γὰρ καὶ τοῦτο [s] In MS. ἴσων deeſt [t] δοθείσης εὐθείας πρὸς ΖΑ [u] ἐπάγει
[w] αἱ ΘΑΖ, [x] In MS. καὶ deeſt. [y] ἐκβληθεῖσαι [z] καὶ διὰ τοῦ Λ [a] τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου ΘΛΕ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΛΒΕ ἴσον ἐςὶ

ΛΒΕ, ἴσον τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΚΛΕ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΜΒΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΖΕΗ ἴσον [b] ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΡΕΣ. Διὰ δὴ τοῦτο ὅταν τὸ Ρ μεταξὺ τῶν Α, Ζ πίπτῃ, τότε τὸ Σ ἐξωτέρω τοῦ Η πεσεῖται, καὶ τὸ ἀνάπαλιν. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ· ὡς δὲ ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ· ὡς ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ [c] ΖΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΖΕΗ ἴσον ἐδείχθη τῷ ὑπὸ ΡΕΣ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΡΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ. Κείσθω τῇ ΒΕ [d] ἴση ἡ ΕΟ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΒΟ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἑκάτερα· καὶ ἀπὸ τῶν Σ, Ρ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ ΣΤ, ΡΥ, συμβαλλέτωσαν αὐτῇ κατὰ τὰ Τ, Υ. Ἐπεὶ οὖν διὰ δοθέντος τοῦ Β, παρὰ θέσει δεδομένην τὴν ΑΒ, ἦκται ἡ ΤΥ, δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΒΟ ἡμίσειαν ὀρθῆς, δέδοται ἡ ΤΥ τῇ θέσει. Καὶ ἀπὸ δεδομένων τῶν Σ, Ρ θέσει ἠγμέναι [e] αἱ ΣΤ, ΡΥ τέμνουσιν αὐτὴν κατὰ τὰ Τ, Υ· δέδοται ἄρα ἐπὶ τὰ Τ, Υ. Δέδοται ἄρα ἡ ΤΥ τῇ θέσει, καὶ τῷ μεγέθει. Καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν τῶν ΕΟΒ, [f] ΣΤΒ τριγώνων ὁμοιότητα ἐστιν ὡς ἡ ΤΒ πρὸς ΒΟ, οὕτως ἡ [g] ΣΒ πρὸς ΒΕ· καὶ συνθέντι ἐστὶν, ὡς ἡ ΤΟ πρὸς ΟΒ, οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΒ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΒΟ πρὸς ΟΥ, οὕτως ἡ ΒΕ πρὸς ΕΡ. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΤΟ πρὸς ΟΥ, οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΤΟ [h] πρὸς ΟΥ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΥ· ὡς δὲ ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΣΕΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΡ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΥ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΣΕΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΡ. Καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ὑπὸ ΣΕΡ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΡ. Τὸ δὲ ἀπὸ ΟΥ τοῦ ἀπὸ ΕΡ διπλάσιον· ἐπειδὴ καὶ τὸ ἀπὸ ΟΒ τοῦ ἀπὸ ΒΕ. Καὶ τὸ ὑπὸ ΤΟΥ ἄρα τοῦ ὑπὸ ΣΕΡ ἐστὶ διπλάσιον. Τὸ δὲ ὑπὸ ΣΕΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ ἐδείχθη λόγον ἔχειν ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς τὴν Δ. Καὶ τὸ ὑπὸ ΤΟΥ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ λόγον ἔχει, ὃν ἡ διπλασία τῆς Γ πρὸς [i] τὴν Δ. Τὸ δὲ ἀπὸ ΕΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΞΟ· ἑκατέρα γὰρ τῶν ΕΗ, ΞΟ ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ ΛΒΕ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΟ λόγον ἔχει, ὃν ἡ διπλασία τῆς Γ πρὸς τὴν Δ· καὶ δέδοται ὁ τῆς διπλασίας τῆς Γ πρὸς τὴν Δ λόγος. Δέδοται ἄρα καὶ ὁ τοῦ ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΟ λόγος. Ἐὰν ἄρα ποιήσωμεν ὡς τὴν Δ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς Γ, οὕτως τὴν ΤΥ πρὸς ἄλλην τινὰ, ὡς τὴν Φ· καὶ περὶ τὴν ΤΥ γράψωμεν ἔλλειψιν, ὥστε τὰς καταγομένας ἐν τῇ ὑπὸ ΞΟΒ [k] γωνίᾳ, τουτέστιν ἐν ἡμισείᾳ ὀρθῆς, δύνασθαι τὰ παρὰ τὴν Φ ἐλλείποντα



continetur ſub utraque cùm ΚΛΕ, tum ΜΒΕ; ideo ſpatium, quod ſub ΖΕΗ continetur, ſpatio, quod continetur ſub ΡΕΣ, eſt æquale. Propterea quando punctum Ρ inter puncta Α, Ζ cadit, tunc punctum Σ citra Η cadet; et viciſſim. Quoniam igitur ut Γ ad Δ, ita ſe habet ΖΕ ad ΕΗ; et ut ΖΕ ad ΕΗ, ita ſpatium, quod ſub ΖΕΗ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ deſcribitur; ideo ut Γ ad Δ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΖΕΗ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ deſcribitur. Spatium autem, quod ſub ΖΕΗ continetur, ſpatio æquale eſſe demonſtratum eſt, quod continetur ſub ΡΕΣ. Ut igitur Γ ad Δ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΡΕΣ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ deſcribitur. Ponatur ipſi ΒΕ æqualis ΕΟ; junctaque ΒΟ ab utraque parte producatur, ut ΣΤ, ΡΥ ad rectos angulos ductæ in punctis Τ, Υ cum eadem concurrant. Quoniam igitur per datum punctum Β ad datam poſitione ΑΒ ducta eſt ΤΥ, quæ datum angulum ΕΒΟ, dimidium recti anguli, efficit; ideo ΤΥ poſitione data eſt. Quæ autem a datis poſitione punctis Σ, Ρ ducuntur; hoc eſt ΣΤ, ΡΥ; hæ in punctis Τ, Υ eandem ſecant: ideoque puncta Τ, Υ data ſunt. Data eſt igitur poſitione et magnitudine ΤΥ. Et quoniam, propter triangulorum ΕΟΒ, ΣΤΒ ſimilitudinem, ut ΤΒ ad ΒΟ, ita ſe habet ΣΒ ad ΒΕ; ideo etiam componendo, ut ΤΟ ad ΟΒ, ita ſe habet ΣΕ ad ΕΒ. Ut autem ΒΟ ad ΟΥ, ita ſe habet ΒΕ ad ΕΡ. Ut igitur ΤΟ ad ΟΥ, ita, æqua proportione, ſe habet ΣΕ ad ΕΡ. Ut autem ΤΟ ad ΟΥ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΤΟΥ continetur, ad quadratum, quod ab ΟΥ deſcribitur; et ut ΣΕ ad ΕΡ, ita ſpatium, quod continetur ſub ΣΕΡ, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΕΡ. Ut igitur ſpatium, quod ſub ΤΟΥ continetur, ad quadratum, quod ab ΟΥ deſcribitur, ita ſe habet ſpatium, quod continetur ſub ΣΕΡ, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΕΡ. Et permutando, ut ſpatium, quod ſub ΤΟΥ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΣΕΡ, ita ſe habet quadratum, quod ab ΟΥ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΕΡ. Sed quadratum quod ab ΟΥ deſcribitur duplum eſt quadrati quod ab ΕΡ deſcribitur; quoniam etiam quadratum, quod ab ΟΒ deſcribitur, quadrati, quod deſcribitur a ΒΕ, eſt duplum. Duplum eſt igitur etiam ſpatium, quod ſub ΤΟΥ continetur, ſpatii, quod continetur ſub ΣΕΡ. Demonſtratum autem eſt, ſpatium, quod ſub ΣΕΡ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ deſcribitur, eamdem rationem habere, quam Γ ad Δ. Spatium igitur, quod ſub ΤΟΥ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ deſcribitur, eamdem habet rationem, quam dupla ipſius Γ ad Δ. Quadratum autem, quod ab ΕΗ deſcribitur, æquale eſt quadrato, quod deſcribitur a ΞΟ: utralibet enim ΕΗ, ΞΟ æqualis eſt utrique ſimul ΛΒΕ. Spatium igitur, quod ſub ΤΟΥ continetur, ad quadratum, quod a ΞΟ deſcribitur, eamdem habet rationem, quam dupla ipſius Γ ad Δ: data eſt autem ratio duplæ ipſius Γ ad Δ. Data eſt igitur etiam ratio ſpatii, quod ſub ΤΟΥ continetur, ad quadratum, quod a ΞΟ deſcribitur. Itaque ſi fiat: ut Δ ad duplam ipſius Γ, ita ΤΥ ad aliam quamdam, puta Φ: et circa ΤΥ ellipſis deſcribatur, ita ut quæ ad axem ducuntur ad angulum ΞΟΒ;

[b] In MS. ἐστὶ deeſt [c] ΖΕΝ [d] ΕΘ [e] αἱ ΣΡ, ΤΥ [f] ΕΤΥ [g] ΕΒ [h] πρὸς ΟΥΣ. οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ· οὕτως τὸ ὑπὸ ΤΟΥ [i] τὴν Δ· καὶ τὸ ὑπὸ τοῦ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ ἔχει ὃν ἡ διπλασία τῆς Γ πρὸς τὴν Δ· τὸ δὲ ἀπὸ ΕΗ ἴσον ἐστὶ
[k] γωνία pro γίνεται ex MS.

hoc eſt dimidium recti anguli; poſſint ſpatia, quæ cum ſpatio deficiant ei, quod ſub T Υ Φ continetur, ſimili, ad Φ applicantur; hæc ellipſis, per reciprocationem primi et vigeſimi theorematis primi libri Conicorum Apollonii Elementorum, per punctum Ξ tranſibit. Deſcribatur, eaque ſit Υ Ξ T. Punctum igitur Ξ datam poſitione ellipſin contingit. Et quoniam Λ K diagonalis eſt parallelogrammi N M; æquale eſt ſpatium, quod ſub N Ξ Π continetur, ſpatio, quod continetur ſub A B M. Itaque ſi circa aſymptotos Θ K M per punctum B hyperbole deſcribatur, tranſibit per punctum Ξ, eademque data poſitione erit; cum et punctum B poſitione datum ſit, et utralibet A B, B M; ideoque etiam aſymptoti Θ K M. Deſcribatur, eaque ſit Ξ B. Punctum igitur Ξ datam poſitione hyperbolen contingit. Contingebat autem et datam poſitione ellipſin. Datum eſt igitur punctum Ξ, et quæ ab ipſo normalis ducitur Ξ E. Igitur punctum E eſt datum. Et quoniam ut M B ad B E, ita ſe habet Z A ad A E; dataque eſt A E; ideo etiam A Z eſt data. Eadem ratione data eſt et ipſa H B.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit, ut in allata figura, data quidem recta, quam ſecare oportet, A B; data vero alia, A K; denique data ratio, quæ ipſius Γ ad Δ. Ducatur ipſi A B ad rectos angulos B M, quæ rectæ A K æqualis ſit; jungaturque K M; et ipſi K A æqualis ponatur utraque A P, et B Σ; et a punctis P, Σ ducantur ad rectos angulos P Υ, Σ T. Conſtituatur autem ad punctum B angulus A B O dimidio recti anguli æqualis; productaque B O ab utraque parte ſecet Σ T, P Υ in punctis T, Υ. Fiat porro, ut Δ ad duplam ipſius Γ, ita T Υ ad Φ: et circa T Υ ellipſis deſcribatur, ita ut quæ ad axem ducantur ad angulum dimidio recti anguli æqualem, poſſint ſpatia, quæ cum ſpatio deficiant ei, quod ſub T Υ Φ continetur, ſimili, ad Φ applicantur. Deinde deſcribatur circa aſymptotos A K, K M per punctum B hyperbole B Ξ ellipſin in puncto Ξ ſecans: ducaturque a puncto Ξ ad A B normalis Ξ E, eademque ad Π producta. Ducatur per idem punctum Ξ ipſi A B parallela Λ Ξ N. Denique producantur K A, M B ad puncta Λ, Θ: jungaturque K E; eademque producta cum K N in puncto Θ concurrat. Quoniam igitur B Ξ hyperbole eſt, ejuſque aſymptoti, Θ K, K M; æquale eſt ſpatium, quod ſub N Ξ Π continetur, ſpatio, quod continetur ſub A B M, per duodecimum theorema libri ſecundi Conicorum Apollonii Elementorum; ideoque K E Λ eſt recta. Itaque ponantur æquales, ipſi quidem Θ Λ, A Z; ipſi vero Λ B, B H. Et quoniam ut dupla ipſius Γ ad Δ, ita ſe habet Φ ad T Υ; et ut Φ ad T Υ, ita, per theorema primum et vigeſimum libri primi Conicorum Apolloni Elementorum, ſpatium, quod ſub T O Υ continetur, ad quadratum, quod a Ξ O deſcribitur; ideo ut dupla ipſius Γ ad Δ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub T O Υ continetur, ad quadratum, quod a Ξ O deſcribitur. Quoniam vero ut T B ad B O, ita ſe habet Σ B ad B E; etiam componendo, ut T O ad O B, ita ſe habet Σ E ad E B. Ut autem B O ad O Υ, ita ſe habet B E ad E P. Ut igitur T O ad O Υ, ita etiam, æqua proportione, ſe habet Σ E ad E P. Propterea ut ſpatium, quod ſub T O Υ continetur, ad quadratum, quod ab O Υ deſcribitur, ita ſe habet ſpatium, quod continetur ſub Σ E P, ad quadratum, quod deſcribitur ab E P. Et permutando, ut ſpatium, quod ſub T O Υ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Σ E P, ita ſe habet quadratum, quod ab O Υ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab E P. Duplum eſt autem quadratum, quod ab O Υ deſcribitur, quadrati, quod deſcribitur ab E P; cum quadratum etiam, quod a B O deſcribitur, quadrati, quod deſcribitur a B E, duplum ſit. Æqualis eſt enim B E ipſi E O; quippe uterque angulus, qui ad puncta B, O eſt, dimidius eſt anguli recti. Duplum eſt

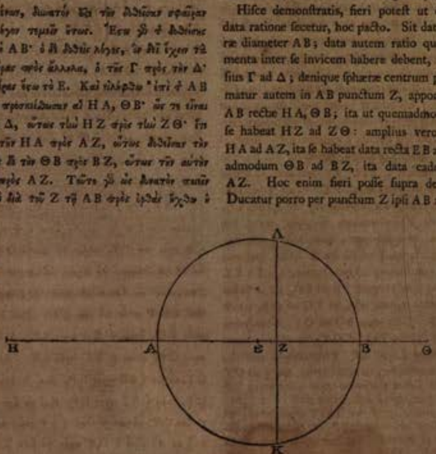
ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ Τ Υ Φ, ἥξει διὰ τοῦ Ξ, διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ πρώτου ϗ εἰκοστοῦ θεωρήματος τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν στοιχείων. Γεγράφθω, ϗ ἔστω ˡ ὡς ἡ Υ Ξ Τ. Τὸ ἄρα Ξ σημεῖον ἅπτεται θέσει δεδομένης ἐλλείψεως. Καὶ ἐπεὶ διαγώνιός ἐστιν ἡ Λ Κ τοῦ Ν Μ παραλληλογράμμου, ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ Ν Ξ Π τῷ ὑπὸ Α Β Μ. Ἐὰν ἄρα διὰ τοῦ Β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς Θ Κ Μ γράψωμεν ὑπερβολὴν, ἥξει διὰ τοῦ Ξ, καὶ ἔσται θέσει δεδομένη, διὰ τὸ ϗ τὸ Β σημεῖον τῇ θέσει δεδόσθαι, ϗ ἑκατέραν τῶν Α Β, Β Μ, ϗ διὰ τοῦτο τὰς Θ Κ Μ ἀσυμπτώτους. Γεγράφθω, ϗ ἔστω ἡ Ξ Β. Τὸ ἄρα Ξ σημεῖον ἅπτεται θέσει δεδομένης ὑπερβολῆς. Ἥπτετο δὲ καὶ θέσει δεδομένης ἐλλείψεως. Δέδοται ἄρα τὸ Ξ, ϗ ἀπ᾽ αὐτοῦ κάθετος ἡ Ξ Ε. Δέδοται ἄρα τὸ Ε. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Μ Β ᵐ πρὸς Β Ε, οὕτως ἡ Ζ Λ πρὸς Λ Ε, ϗ δέδοται ἡ Λ Ε· δέδοται ἄρα καὶ ἡ Λ Ζ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δέδοται ϗ ἡ Η Β.

Συντεθήσεται δὲ οὕτως. Ὡς γὰρ ἐπὶ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς, ἔστω ⁿ ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα, ἣν δεῖ ° τεμεῖν, ἡ Α Β· ἡ δὲ δοθεῖσα ἑτέρα ἡ Α Κ· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ. Ἤχθω τῇ Α Β πρὸς ὀρθὰς ἡ Β Μ ἴση οὖσα τῇ Α Κ· ϗ ἐπεζεύχθω ἡ Κ Μ, ϗ τῇ μὲν Κ Λ ἴση κείσθω ἡ Λ Ρ, ϗ ἡ Β Σ· ἀπὸ τῶν Ρ, Σ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ Ρ Υ, Σ Τ. Καὶ πρὸς τῷ Β σημείῳ συνεστάτω ἡμισεῖα ὀρθῆς ἡ ὑπὸ Α Β Ο, ϗ ἐκβληθεῖσα ἡ Β Ο ἐφ᾽ ἑκάτερα τεμνέτω τὰς Σ Τ, Ρ Υ κατὰ τὰ Τ, Υ. Καὶ γινέσθω ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς Γ, οὕτως ἡ Τ Υ πρὸς τὴν Φ· καὶ περὶ τὴν Τ Υ γεγράφθω ἔλλειψις, ὥστε τὰς καταγομένας ἐν ἡμισείᾳ ὀρθῆς δύνασθαι τὰ παρακείμενα ᵖ παρὰ τὴν Φ, ἐλλείποντα ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ Τ Υ Φ. Διὰ δὲ τοῦ Β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς ᵍ Α Κ, Κ Μ, γεγράφθω ὑπερβολὴ ἡ Β Ξ, τέμνουσα τὴν ἔλλειψιν κατὰ τὸ Ξ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὴν Α Β κάθετος ἤχθω ἡ Ξ Ε, καὶ ʳ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Π. Διὰ δὲ τοῦ Ξ τῇ Α Β παράλληλος ἤχθω ἡ Λ Ξ Ν. Καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ˢ αἱ Κ Λ, Μ Β ἐπὶ τὰ Λ, Θ· καὶ ἡ Κ Ε ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ Κ Ν κατὰ τὸ Θ. Ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστιν ἡ Β Ξ, ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ Θ Κ, Κ Μ, ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ Ν Ξ Π τῷ ὑπὸ Α Β Μ, διὰ τὸ ιβ´ θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων· ϗ διὰ τοῦτο εὐθεῖά ἐστιν ἡ Κ Ε Λ. Κείσθω οὖν τῇ μὲν Θ Λ ἴση ἡ Λ Ζ, τῇ δὲ Λ Β ἴση ἡ Β Η. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ διπλασία τῆς Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως ἡ Φ πρὸς τὴν Τ Υ· ὡς δὲ ἡ Φ πρὸς τὴν Τ Υ, οὕτως τὸ ὑπὸ Τ Ο Υ πρὸς τὸ ἀπὸ Ξ Ο, διὰ τὸ κα´ θεώρημα τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων· ὡς ἄρα ἡ διπλασία τῆς Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ Τ Ο Υ πρὸς τὸ ἀπὸ Ξ Ο. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Τ Β πρὸς Β Ο, οὕτως ἡ Σ Β πρὸς Β Ε· καὶ συνθέντι ὡς ἡ Τ Ο πρὸς Ο Β, οὕτως ἡ Σ Ε πρὸς Ε Β. Ἀλλ᾽ ὡς ἡ Β Ο πρὸς Ο Υ, οὕτως ἡ Β Ε πρὸς Ε Ρ. Καὶ δι᾽ ἴσου ἄρα ὡς ἡ Τ Ο πρὸς Ο Υ, οὕτως ἡ Σ Ε πρὸς Ε Ρ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ Τ Ο Υ πρὸς τὸ ἀπὸ Ο Υ, οὕτως τὸ ὑπὸ Σ Ε Ρ πρὸς τὸ ἀπὸ Ε Ρ. Ἐναλλὰξ ὡς τὸ ὑπὸ Τ Ο Υ πρὸς τὸ ὑπὸ Σ Ε Ρ, οὕτως τὸ ἀπὸ Ο Υ πρὸς τὸ ἀπὸ Ε Ρ. Ἀλλὰ τὸ ἀπὸ Ο Υ τοῦ ᵗ ἀπὸ Ε Ρ διπλάσιον, διὰ τὸ ϗ τὸ ἀπὸ Β Ο τοῦ ἀπὸ Β Ε. Ἴση γάρ ἐστιν ἡ Β Ε τῇ Ε Ο, ἡμισείας ᵘ ὀρθῆς οὔσης ἑκατέρας τῶν πρὸς τοῖς Β, Ο. Καὶ τὸ ὑπὸ Τ Ο Υ ἄρα διπλάσιόν ἐστι τοῦ ὑπὸ

ˡ ὡς ἡ Γ Ξ Τ ᵐ πρὸς Λ Ε ⁿ In MS. ἡ deeſt. ° τμηθῆ Δ Β ᵖ παρὰ pro περὶ ex MS. ᵍ Α Β. ʳ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ξ. Καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὴν Α Β κάθετος ἤχθω ἡ Λ Ξ Ν ˢ αἱ Κ Μ, Μ Β ᵗ ἀπὸ Ο Ρ ᵘ ὀρθῆς ἴσαι

ΣΕΡ. Ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὡς ἁ διπλασία τᾶς Γ πρὸς τὰν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ [w] ΞΟ, καὶ τῶν ἡγεμένων τὰ ἡμίσεα· ὡς ἄρα ἁ Γ πρὸς τὰν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΡΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΟ, [x] καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΗ· ἴσα γὰρ ἁ ΞΟ τᾷ ΕΗ, διὰ τὸ ἑκατέραν αὐτῶν ἴσαν εἶναι συναμφοτέρῳ τᾷ ΛΒΕ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς συναμφότερος ἁ ΘΑΕ πρὸς συναμφότερον τὰν ΜΒΕ, οὕτως συναμφότερος ἁ ΚΑΕ πρὸς συναμφότερον τὰν ΛΒΕ· ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων ὁ αὐτός ἐστι τῷ τᾶς ΑΕ πρὸς ΕΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τᾶς ΘΑΕ, καὶ συναμφοτέρου τᾶς ΛΒΕ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τᾶς ΚΑΕ, καὶ συναμφοτέρου τᾶς ΜΒΕ. Ἀλλὰ συναμφοτέρῳ μὲν τᾷ ΘΑΕ ἴσα ἐστὶν ἁ ΖΕ· συναμφοτέρῳ δὲ τᾷ ΛΒΕ, ἴσα ἁ ΕΗ· συναμφοτέρῳ δὲ τᾷ ΚΑΕ, ἴσα ἁ ΡΕ· συναμφοτέρῳ δὲ τᾷ ΜΒΕ, ἴσα ἁ ΕΣ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΖΕΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΡΕΣ. Ἀλλ' ὡς [y] ἁ Γ πρὸς τὰν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΡΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ. Καὶ ὡς ἄρα ἁ Γ πρὸς τὰν Δ, οὕτως [z] τὸ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ. Ἀλλ' ὡς τὸ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ, οὕτως ἁ ΖΕ πρὸς ΕΗ. Καὶ ὡς ἄρα ἁ Γ πρὸς τὰν Δ, οὕτως ἁ ΖΕ πρὸς ΕΗ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἁ ΜΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἁ ΘΑ πρὸς ΑΕ, ἴσα δὲ ἁ ΘΑ τᾷ ΖΑ· ὡς ἄρα ἁ ΜΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἁ ΖΑ πρὸς ΑΕ. Διὰ τὰ αὐτὰ καὶ ὡς ἁ ΚΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἁ ΗΒ πρὸς ΒΕ. Εὐθείας ἄρα δοθείσης τᾶς ΑΒ, καὶ ἑτέρας τᾶς ΑΚ, καὶ λόγου τοῦ τᾶς Γ πρὸς τὰν Δ· εἴληπται ἐπὶ τᾶς ΑΒ τυχὸν σημεῖον τὸ Ε, καὶ προστίθενται εὐθεῖαι ΖΑ, ΗΒ, καὶ γέγονεν ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ ἁ ΖΕ πρὸς ΕΗ. Ἔτι τε ἐστὶν ὡς ἁ δοθεῖσα ἁ ΜΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἁ ΖΑ πρὸς ΑΕ· ὡς δὲ αὐτὰ ἁ δοθεῖσα ἁ ΚΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἁ ΗΒ πρὸς ΒΕ. Ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Τούτων ἀποδεδειγμένων, δυνατόν ἐστι τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν εἰς τὸν δοθέντα λόγον τεμεῖν οὕτως. Ἔστω γὰρ ἁ δοθείσας σφαίρας διάμετρος ἁ ΑΒ· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος, ὃν δεῖ ἔχειν τὰ τμάματα τᾶς σφαίρας πρὸς ἄλλαλα, ὁ τᾶς Γ πρὸς τὰν Δ· κέντρον δὲ τᾶς σφαίρας ἔστω τὸ Ε. Καὶ εἰλάφθω [a] ἐπὶ τᾶς ΑΒ σημεῖον τὸ Ζ, καὶ προστιθέσθωσαν αἱ ΗΑ, ΘΒ· ὥστε εἶναι ὡς τὰν Γ πρὸς τὰν Δ, οὕτως τὰν ΗΖ πρὸς τὰν ΖΘ· ἔτι τε εἶναι, ὡς μὲν τὰν ΗΑ πρὸς ΑΖ, οὕτως δοθεῖσαν τὰν ΕΒ πρὸς ΒΖ· ὡς δὲ τὰν ΘΒ πρὸς ΒΖ, οὕτως τὰν αὐτὰν δοθεῖσαν τὰν ΕΑ πρὸς ΑΖ. Τοῦτο γὰρ ὡς δυνατὸν ποιεῖν προδέδεικται. Καὶ διὰ τοῦ Ζ τᾷ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἁ ΚΖΛ· καὶ διὰ τᾶς ΚΛ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν πρὸς τὰν ΑΒ τεμνέτω τὰν σφαῖραν. Λέγω ὅτι τὰ τμάματα τᾶς σφαίρας πρὸς ἄλλαλα λόγον ἔχει τὸν τᾶς Γ πρὸς τὰν Δ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἁ ΗΑ πρὸς ΑΖ, οὕτως ἁ ΕΒ πρὸς ΒΖ· καὶ συνθέντι, ὡς ἄρα ἁ ΗΖ πρὸς ΖΑ, οὕτως συναμφότερος ἁ ΕΒ, ΒΖ πρὸς ΒΖ. Ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, ὕψος δὲ τὰν ΖΗ, ἴσος ἐστὶ τῷ τμάματι τᾶς σφαίρας τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὰν αὐτάν,



igitur etiam ſpatium, quod ſub ΤΟΥ continetur, ſpatii, quod continetur ſub ΣΕΡ. Quoniam igitur demonſtratum eſt, ut dupla ipſius Γ ad Δ, ita ſe habere ſpatium, quod ſub ΤΟΥ continetur, ad quadratum, quod a ΞΟ deſcribitur; ideo, ſumptis præcedentium dimidiis, ut Γ ad Δ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΡΕΣ continetur, ad quadratum, quod a ΞΟ, id eſt ab ΕΗ, deſcribitur: æqualis eſt enim ΞΟ ipſi ΕΗ; quippe harum utraque utrique ſimul ΛΒΕ eſt æqualis. Quoniam igitur ut utraque ΘΑΕ ad utramque ΜΒΕ, ita ſe habet utraque ΚΑΕ ad utramque ΛΒΕ; utraque enim ratio eadem eſt quæ ipſius ΑΕ ad ΕΒ; ideo ſpatium, quod ſub utraque ſimul cum ΘΑΕ, tum ΛΒΕ continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub utraque ſimul cum ΚΑΕ, tum ΜΒΕ. Æqualis eſt autem utrique ΘΑΕ, ΖΕ; et utrique ΛΒΕ, ΕΗ; et utrique ΚΑΕ, ΡΕ; et utrique ΜΒΕ, ΕΣ. Spatium igitur, quod ſub ΖΕΗ continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΡΕΣ. Ut autem Γ ad Δ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΡΕΣ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ deſcribitur. Ut igitur Γ ad Δ, ita etiam ſe habet ſpatium, quod ſub ΖΕΗ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ deſcribitur. Ut autem ſpatium, quod ſub ΖΕΗ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ deſcribitur, ita ſe habet ΖΕ ad ΕΗ. Ut igitur Γ ad Δ, ita ſe habet ΖΕ ad ΕΗ. Et quoniam ut ΜΒ ad ΒΕ, ita ſe habet ΘΑ ad ΑΕ, æqualiſque eſt ΘΑ ipſi ΖΑ; ideo ut ΜΒ ad ΒΕ, ita ſe habet ΖΑ ad ΑΕ. Eadem ratione ut ΚΑ ad ΑΕ, ita etiam ſe habet ΗΒ ad ΒΕ. Itaque data recta ΑΒ; et alia item ΑΚ; et ratione ipſius Γ ad Δ; ſumptum eſt in ΑΒ punctum quoddam Ε, eidemque ΑΒ rectæ ΖΑ, ΗΒ ita appoſitæ, ut ΖΕ et ΕΗ datam inter ſe invicem rationem habeant. Amplius vero quemadmodum data recta ΜΒ ad ΒΕ, ita ſe habeat ΖΑ ad ΑΕ; et quemadmodum data eadem recta ΚΑ ad ΑΕ, ita ΗΒ ad ΒΕ. Quod oportebat facere.

Hiſce demonſtratis, fieri poteſt ut data ſphæra pro data ratione ſecetur, hoc pacto. Sit datæ quidem ſphæræ diameter ΑΒ; data autem ratio quam ſphæræ ſegmenta inter ſe invicem habere debent, eadem, quæ ipſius Γ ad Δ; denique ſphæræ centrum punctum Ε. Sumatur autem in ΑΒ punctum Ζ, apponanturque eidem ΑΒ rectæ ΗΑ, ΘΒ; ita ut quemadmodum Γ ad Δ, ita ſe habeat ΗΖ ad ΖΘ: amplius vero quemadmodum ΗΑ ad ΑΖ, ita ſe habeat data recta ΕΒ ad ΒΖ; et quemadmodum ΘΒ ad ΒΖ, ita data eadem recta ΕΑ ad ΑΖ. Hoc enim fieri poſſe ſupra demonſtratum eſt. Ducatur porro per punctum Ζ ipſi ΑΒ ad rectos angulos ΚΖΛ; planumque, quod rectum ad ΑΒ per ΚΛ agitur, ſphæram ſecet. Dico ſphæræ ſegmenta eamdem inter ſe invicem rationem habere, quam Γ ad Δ. Quoniam enim ut ΗΑ ad ΑΖ, ita ſe habet ΕΒ ad ΒΖ; etiam componendo, ut ΗΖ ad ΖΑ, ita ſe habet utraque ſimul ΕΒ, ΒΖ ad ΒΖ. Igitur conus baſim habens circulum, qui circa diametrum ΚΛ deſcribitur, et altitudinem ΖΗ, æqualis eſt ſphæræ ſegmento eamdem baſim habenti, et

[w] ΞΘ [x] ἀπὸ ΞΟ τῷ ΕΗ. Διὰ τὸ [y] ἁ Γ πρὸς τὰν Δ [z] τὸ ἀπὸ [a] ἐπὶ τᾶς

altitudinem Z A. Rurſus quoniam ut Θ B ad B Z, ita ſe habet E A ad A Z; etiam componendo, ut Θ Z ad B Z, ita ſe habet utraque ſimul E A, A Z ad A Z. Igitur conus baſim habens circulum, qui circa diametrum K Λ deſcribitur, et altitudinem Z Θ, æqualis eſt ſphæræ ſegmento eamdem baſim habenti, et altitudinem B Z. Quoniam igitur coni, quos diximus, ſuper eadem baſe conſtituti ſe habent invicem ut altitudines; nimirum ut Θ Z ad Z H, id eſt Γ ad Δ; ideo ſphæræ ſegmenta datam inter ſe invicem rationem habent. Quod oportebat facere.

Quo autem pacto oporteat per datum punctum circa datas aſymptotos hyperbolen deſcribere, demonſtrabimus; quandoquidem hoc in Conicis Elementis non traditur. Duæ ſint rectæ Γ A, A B, quæ angulum quemvis, qui ad punctum A eſt, comprehendant; et detur punctum aliquod Δ: proponatur autem per punctum Δ circa aſymptotos Γ A, A B deſcribenda hyperbole. Jungatur A Δ, eaque producatur ad punctum E: et ponatur A E ipſi Δ A æqualis. Ducatur autem per punctum Δ ipſi A B parallela Δ Z; ponaturque ipſi A Z æqualis Z Γ; et juncta Γ Δ producatur ad punctum B; et quadrato, quod a Γ B deſcribitur, æquale fiat ſpatium, quod ſub Δ E H continetur. Tum denique deſcribatur per punctum Δ circa A Δ productam hyperbole; ita ut quæ ad ipſam A Δ ducuntur, poſſint ſpatia, quæ cum ſpecie excedant ei, quæ ſub Δ E H continetur, ſimili ad E H applicantur. Dico rectas Γ A, A B deſcriptæ hyperboles aſymptotos eſſe. Quoniam enim parallela eſt Δ Z ipſi B A, et Γ Z æqualis ipſi Z A; etiam Γ Δ ipſi Δ B eſt æqualis. Quod igitur quadratum a Γ B deſcribitur id quadruplum eſt quadrati, quod deſcribitur a Γ Δ. Æquale autem eſt quadratum, quod a Γ B deſcribitur, ſpeciei, quæ ſub Δ E H continetur. Utrumque igitur quadratorum, quæ a Γ Δ, Δ B deſcribuntur, quarta pars eſt ſpeciei, quæ continetur ſub Δ E H. Igitur rectæ Γ A, A B, per primum theorema ſecundi libri Conicorum Apollonii Elementorum, hyperboles aſymptoti ſunt.



ὕψος δὲ τὸν Z A. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Θ B [b] πρὸς B Z, οὕτως ἡ E A πρὸς A Z· καὶ συνθέντι ἐστὶν ὡς ἡ Θ Z πρὸς B Z, οὕτως συναμφότερος ἡ E A, A Z πρὸς A Z. Ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν K Λ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν Z Θ, ἴσος ἐστὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτὴν, ὕψος δὲ τὴν B Z. Ἐπεὶ δὲ οἱ εἰρημένοι κῶνοι ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντες πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη, τουτέστιν ὡς ἡ Θ Z πρὸς Z H, τουτέστιν ἡ Γ πρὸς τὴν Δ· καὶ τὰ τμήματα ἄρα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν δοθέντα. Ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Ὡς δὲ δεῖ διὰ τοῦ δοθέντος σημείου περὶ τὰς δοθείσας ἀσυμπτώτους γράψαι ὑπερβολὴν, δείξομεν οὕτως· ἐπειδὴ οὐκ αὐτόθεν κεῖται ἐν τοῖς Κωνικοῖς Στοιχείοις. Ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ Γ A, A B τυχοῦσαν γωνίαν περιέχουσαι τὴν πρὸς τῷ A, καὶ δεδόσθω σημεῖόν τι τὸ Δ· καὶ προκείσθω διὰ τοῦ Δ περὶ ἀσυμπτώτους τὰς Γ A, A B γράψαι ὑπερβολήν. Ἐπεζεύχθω ἡ A Δ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ E, καὶ κείσθω τῇ Δ A [c] ἴση ἡ A E· καὶ διὰ τοῦ Δ τῇ A B παράλληλος ἤχθω ἡ Δ Z, καὶ κείσθω τῇ A Z ἴση ἡ Z Γ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ Γ Δ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ B, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς Γ B ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ Δ E H. Καὶ ἐκβληθείσης τῆς A Δ, γεγράφθω περὶ αὐτὴν διὰ τοῦ Δ ὑπερβολὴ, ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι τὰ [d] παρὰ τὴν E H ὑπερβάλλοντα εἴδει τῷ ὑπὸ Δ E H. Λέγω ὅτι τῆς γεγραμμένης ὑπερβολῆς ἀσύμπτωτοί εἰσιν αἱ Γ A, A B. Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ Δ Z τῇ B A, καὶ ἴση ἡ Γ Z τῇ Z A· ἴση ἄρα καὶ ἡ Γ Δ τῇ Δ B. Ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς Γ B τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς Γ Δ. Καί ἐστι τὸ ἀπὸ Γ B ἴσον τῷ ὑπὸ Δ E H. Ἑκάτερον ἄρα τῶν ἀπὸ Γ Δ, Δ B, τέταρτον μέρος ἐστὶ τοῦ ὑπὸ Δ E H εἴδους. Αἱ ἄρα Γ A, A B ἀσύμπτωτοί εἰσι τῆς ὑπερβολῆς, διὰ τὸ πρῶτον θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων.

IN QUINTI THEOREMATIS COMPOSITIONEM.

Porro autem in compoſitione cum ſphæræ diametrum Δ B produxiſſet, poſuiſſetque Z B dimidiæ ipſius diametri æqualem, eaque ſecta pro data ratione in puncto Θ, ſumpſiſſet in Δ B punctum ejuſmodi X, ut quemadmodum X Z ad Θ Z, ita ſe haberet quadratum, quod a Δ B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Δ X; iiſdem, quæ prius, conſtructis, ait: ut utraque ſimul K Δ X ad Δ X, ita fiat P X ad X B; ponitque punctum P inter puncta Θ, Z. Hoc autem ita ſe habere demonſtrandum eſt. Quoniam enim ut utraque ſimul K Δ X ad Δ X, ita ſe habet P X ad X B; dividendo, ut K Δ ad Δ X, ita ſe habet P B ad X B: et permutando, ut K B ad P B, ita Δ Γ ad B X. Major eſt autem Δ X quam X B. Major eſt igitur etiam K B, hoc eſt Z B, quam B P. Quare punctum P citra punctum Z cadet. At vero idem quoque cadere ultra punctum Θ, demonſtrabitur appoſite ad ea, quæ in analyſi ſunt, tota theorematis compoſitione abſoluta. Illud enim colligitur, ut P X ad X Λ, ita ſe habere Θ B ad Z Θ: idque etiam componendo. Atque hinc conveniens cum iis, quæ ſupra dicta ſunt, demonſtratio petenda eſt.

ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ ε.

Ἐν δὲ τῇ συνθέσει προσεκβάλλων τὴν διάμετρον τῆς σφαίρας τὴν Δ B, καὶ ἀποθέμενος τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς ἴσην τὴν Z B, καὶ τεμὼν αὐτὴν εἰς τὸν δοθέντα λόγον κατὰ τὸ Θ, καὶ ἐπὶ τῆς Δ B λαβὼν τὸ X οὕτως, ὥς τε εἶναι ὡς τὴν X Z πρὸς Θ Z, οὕτως τὸ ἀπὸ B Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Δ X, τὰ αὐτὰ κατασκευάζων τοῖς πρότερον φησιν, ὅτι γεγονέτω ὡς συναμφότερος ἡ K Δ X πρὸς Δ X, οὕτως ἡ P X πρὸς X B· καὶ τίθησι τὸ P μεταξὺ τῶν Θ, Z. Ὅτι δὲ ταῦτα οὕτως ἔχει δεικτέον. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ K Δ X πρὸς Δ X, [d] οὕτως ἡ P X πρὸς X B· διελόντι ὡς ἡ [e] K Δ πρὸς Δ X, ἡ P B πρὸς X B. Ἐναλλὰξ [f] ὡς ἡ K B πρὸς P B, ἡ Δ X πρὸς B X. Μείζων δὲ ἡ Δ X τῆς X B· μείζων ἄρα καὶ ἡ K B τῆς B P, τουτέστιν ἡ Z B τῆς B P· ὥς τε τὸ P ἐντὸς τοῦ Z πεσεῖται. Ὅτι δὲ καὶ ἐκτὸς τοῦ [g] Θ· δειχθήσεται ὁμοίως τοῖς ἐν τῇ ἀναλύσει προειρημένοις πάσης τῆς συνθέσεως τοῦ θεωρήματος. Συνάγεται γὰρ ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ P X πρὸς X Λ, ἡ Θ B πρὸς Z Θ, ὥς τε καὶ συνθέντι. Καὶ διὰ τοῦτο γὰρ ἀκόλουθος τοῖς ἄνω εἰρημένοις καὶ ἐνταῦθα ἡ δεῖξις.

[b] πρὸς Θ Z   [c] ἴση ἡ A Δ   [d] παρὰ pro περὶ ex MS.   [d] In MS. οὕτως deest   [e] K A   [f] ὡς ἡ K A B   [g] B

Καὶ δι' ἴσου ἐν τῇ τεταραγμένῃ ἀναλογίᾳ. Τεταραγμένην ἀναλογίαν ἐν τοῖς Στοιχείοις ἐμάθομεν οὖσαν[i] ὅταν μεγεθῶν ᾖ, καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος, γίνηται ὡς μὲν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον· ὡς δὲ ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι ἐν τοῖς πρώτοις, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις ἄλλο τι πρὸς ἡγούμενον. Κἀνταῦθα δὲ δέδεικται, ὡς μὲν ἡγούμενον ἡ ΡΛ πρὸς ἑπόμενον τὴν ΛΔ, οὕτως ἡγούμενον ἡ ΧΖ πρὸς ἑπόμενον τὴν ΖΘ· ὡς δὲ ἑπόμενον ἡ ΔΛ πρὸς ἄλλο τι τὴν ΔΧ, οὕτως ἄλλο τι ἡ ΒΖ πρὸς ἡγούμενον τὴν ΧΖ. Ἔστιν ἄρα καὶ δι' ἴσου, ὡς δέδεικται ἐν τῷ πέμπτῳ τῶν Στοιχείων, ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΘ.

Et æqua, eademque perturbata proportione. Perturbatam proportionem in Elementis eam eſſe didicimus, in qua tres cum ſint magnitudines, et aliæ ipſis multitudine æquales; ut præcedens ad ſequentem in primis magnitudinibus, ita ſe habet præcedens ad ſequentem in magnitudinibus ſecundis; et ut in primis ſequens ad aliam quamdam magnitudinem, ita in ſecundis alia quædam magnitudo ſe habet ad præcedentem. Itaque hic quoque demonſtratum eſt, ut præcedens ΡΛ ad ſequentem ΛΔ, ita ſe habere præcedentem ΧΖ ad ſequentem ΖΘ; et ut ſequens ΔΛ ad aliam quamdam ΔΧ, ita ſe habere aliam quamdam ΒΖ ad præcedentem ΧΖ. Ex quo ſequitur, ut in quinto Elementorum libro demonſtratum eſt, ut ΡΛ ad ΛΧ, ita ſe habere ΒΖ ad ΖΘ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ς'.

Τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Ἔστω τὰ δύο δοθέντα τμήματα σφαίρας τὰ ΑΒΓ, ΕΖΗ. Καὶ ἔστω τοῦ μὲν ΑΒΓ τμήματος βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον· τοῦ δὲ ΕΖΗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ, κορυφὴ δὲ τὸ Η σημεῖον. Δεῖ δὴ εὑρεῖν τμῆμα σφαίρας, ὃ ἔσται τῷ μὲν ΑΒΓ τμήματι ἴσον, τῷ δὲ ΕΖΗ ὅμοιον.

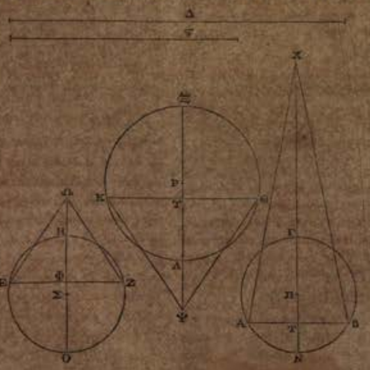
Εὑρήσθω καὶ ἔστω τὸ ΘΚΛ· καὶ ἔστω αὐτοῦ μὲν βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΘΚ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Λ σημεῖον. Ἔστωσαν δὴ καὶ κύκλοι ἐν ταῖς σφαίραις[k] οἱ ΑΝΒΓ, ΘΞΚΛ, ΕΟΖΗ, διάμετροι δὲ αὐτῶν πρὸς ὀρθὰς ταῖς βάσεσι τῶν τμημάτων αἱ ΓΝ, ΛΞ, ΗΟ· καὶ ἔστω κέντρα τὰ Π, Ρ, Σ. Καὶ πεποιήσθω ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΠΝ, ΝΤ πρὸς τὴν ΝΤ, οὕτως ἡ ΧΤ πρὸς ΤΓ· ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΡΞ, ΞΥ πρὸς ΞΥ, οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς ΥΛ· καὶ ὡς συναμφότερος ἡ ΣΟ, ΟΦ πρὸς ΟΦ, οὕτως[l] ἡ ΩΦ πρὸς ΦΗ· καὶ νοείσθωσαν κῶνοι, ὧν βάσεις μέν εἰσιν οἱ περὶ διαμέτρους τὰς ΑΒ, ΘΚ, ΕΖ κύκλοι, κορυφαὶ δὲ τὰ Χ, Ψ, Ω σημεῖα. Ἔστι δὲ ἴσος ὁ μὲν ΑΒΧ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΨΘΚ τῷ ΘΚΛ· ὁ δὲ ΕΩΖ τῷ ΕΗΖ. Τοῦτο γὰρ δέδεικται. Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας τῷ ΘΚΛ τμήματι, ἴσος ἄρα καὶ ὁ ΑΧΒ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώνῳ. Τῶν δὲ ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις ταῖς ὕψεσιν. Ἔστιν ἄρα ὡς ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ πρὸς τὸν κύκλον

PROP. VI. Prob.

Dato ſphæræ ſegmento ſimile, idemque alii dato æquale conſtituere.

Sint data duo ſphæræ ſegmenta ΑΒΓ, ΕΖΗ. Ac ſegmenti quidem ΑΒΓ baſis ſit circulus, qui circa diametrum ΑΒ deſcribitur, et vertex punctum Γ; ſegmenti vero ΕΖΗ baſis ſit circulus, qui deſcribitur circa diametrum ΕΖ, et vertex punctum Η. Oportet autem ſphæræ ſegmentum invenire, quod ſegmento quidem ΑΒΓ æquale, ſegmento vero ΕΖΗ ſimile ſit.

Inveniatur; idque ſit ſegmentum ΘΚΛ, cujus quidem baſis circulus, qui circa diametrum ΘΚ deſcribitur, vertex vero punctum Λ. Sint etiam in ſphæris circuli ΑΝΒΓ, ΘΞΚΛ, ΕΟΖΗ; quorum diametri ad rectos angulos ſegmentorum baſibus ΓΝ, ΛΞ, ΗΟ; centraque puncta Π, Ρ, Σ. Fiat porro, ut utraque quidem ſimul ΠΝ, ΝΤ ad ΝΤ, ita ΧΤ ad ΤΓ; ut utraque vero ſimul ΡΞ, ΞΥ ad ΞΥ, ita ΨΥ ad ΥΛ; denique ut utraque ſimul ΣΟ, ΟΦ, ad ΟΦ, ita ΩΦ ad ΦΗ: atque intelligantur coni, quorum baſes ſint circuli, qui circa diametros ΑΒ, ΘΚ, ΕΖ deſcribuntur, et vertices puncta Χ, Ψ, Ω. Æqualis autem eſt conus quidem ΑΒΧ ſphæræ ſegmento ΑΒΓ; conus vero ΨΘΚ ſphæræ ſegmento ΘΚΛ; conus denique ΕΩΖ ſphæræ ſegmento ΕΗΖ. Hoc enim demonſtratum eſt. Et quoniam æquale eſt ſphæræ ſegmentum ΑΒΓ ſegmento ΘΚΛ, æqualis eſt etiam conus ΑΧΒ cono ΨΘΚ. Æqualium autem conorum baſes et altitudines reciprocantur. Ut igitur circulus, qui circa diametrum



[i] ὄντων τῶν μεγεθῶν [k] αἱ ΑΓ, ΒΓ, ΘΞ, ΚΛ, ΕΟ, ΖΗ [l] ἡ ΟΦ

A B deſcribitur, ad circulum, qui deſcribitur circa diametrum Θ K, ita ſe habet Ψ Υ ad X T. Ut autem circulus ad circulum, ita ſe habet quadratum, quod ab A B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Θ K. Ut igitur quadratum, quod ab A B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Θ K, ita ſe habet Ψ Υ ad X T. Et quoniam ſimile eſt ſegmentum E Z H ſegmento Θ K Λ, ſimilis eſt etiam conus E Z Ω cono Ψ Θ K. Hoc enim demonſtrabitur. Ut igitur Ω Φ ad E Z, ita ſe habet Ψ Υ ad Θ K. Data eſt autem ratio ipſius Ω Φ ad E Z. Data eſt igitur etiam ratio ipſius Ψ Υ ad Θ K. Eadem ſit ratio ipſius X T ad Δ. Data eſt autem X T. Data eſt igitur etiam Δ. Et quoniam ut Ψ Υ ad X T, hoc eſt quadratum, quod ab A B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Θ K, ita ſe habet Θ K ad Δ; ponatur quadrato, quod deſcribitur a Θ K æquale ſpatium, quod continetur ſub A B, ϛ. Igitur ut quadratum, quod ab A B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Θ K, ita ſe habet A B ad ϛ. Ut autem quadratum, quod ab A B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Θ K, ita demonſtratum eſt ſe habere Θ K ad Δ. Igitur etiam permutando, ut A B ad Θ K, ita ſe habet ϛ ad Δ. Ut autem A B ad Θ K, ita ſe habet Θ K ad ϛ: eo quod quadrato, quod deſcribitur a Θ K, æquale eſt ſpatium, quod continetur ſub A B, ϛ. Ut igitur A B ad Θ K, ita ſe habet Θ K ad ϛ, et ϛ ad Δ. Duæ ſunt igitur inter datas duas A B, Δ mediæ proportione continua proportionales Θ K, ϛ.

Componetur autem problema hoc pacto. Sint ſphæræ ſegmenta, alterum quidem, cui æquale aliud conſtituere oportet, A B Γ, alterum vero, cui ſimile, E Z H: et ſint maximi ſphærarum circuli A B Γ N, H E O Z; ipſorumque diametri Γ N, H O; et centra, Π, Σ: et fiat, ut utraque quidem ſimul Π N, N T ad N T, ita X T ad T Γ; ut utraque vero ſimul Σ O, O Φ ad O Φ, ita Ω Φ ad Φ H. Æqualis eſt igitur conus quidem X A B ſegmento ſphæræ A B Γ; conus vero Z Ω E, ſegmento ſphæræ E H Z. Fiat, ut Ω Φ ad E Z, ita X T ad Δ: atque inter datas duas rectas A B, Δ duæ ſumantur mediæ proportione continua proportionales Θ K, ϛ; ita ut quemadmodum A B ad Θ K, ita ſe habeat Θ K ad ϛ, et ϛ ad Δ: et ſuper Θ K conſtituatur ſegmentum circuli Θ K Λ ſegmento circuli E Z H ſimile; et compleatur circulus, ejuſque diameter ſit Λ Ξ. Intelligatur porro ſphæra, cujus ſit maximus circulus Λ Θ Ξ K, et centrum P: planumque per Θ K producatur ad Λ Ξ rectum. Ac ſegmentum quidem ſphæræ, quod ad puncti Λ partes conſtituitur, ſimile eſt ſphæræ ſegmento E Z H; quoniam circulorum etiam ſegmenta ſimilia ſunt. Dico autem æquale etiam eſſe ſphæræ ſegmento A B Γ. Fiat, ut utraque ſimul P Ξ, Ξ Υ ad Ξ Υ, ita Ψ Υ ad Υ Λ. Æqualis eſt igitur conus Ψ Θ K ſphæræ ſeg-

τὸν περὶ διάμετρον τὴν Θ K, οὕτως ἡ Ψ Υ πρὸς X T. Ὡς δὲ ὁ κύκλος πρὸς τὸν κύκλον, οὕτως τὸ ἀπὸ A B πρὸς τὸ ἀπὸ Θ K. Ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ A B πρὸς τὸ ἀπὸ Θ K, οὕτως ἡ Ψ Υ πρὸς X T. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ E Z H τμῆμα τῷ Θ K Λ τμήματι, ὅμοιος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ E Z Ω κῶνος τῷ Ψ Θ K κώνῳ. Τοῦτο γὰρ δειχθήσεται. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Ω Φ πρὸς τὴν E Z, οὕτως ἡ Ψ Υ πρὸς Θ K. Λόγος δὲ τῆς Ω Φ πρὸς τὴν E Z δοθείς. Λόγος ἄρα καὶ [m] τῆς Ψ Υ πρὸς τὴν [n] Θ K δοθείς. Ὁ αὐτὸς ἔστω ὁ τῆς X T πρὸς Δ. Καί ἐστι δοθεῖσα ἡ X T. Δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ Δ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Ψ Υ πρὸς X T, τουτέστι τὸ ἀπὸ A B πρὸς τὸ ἀπὸ Θ K, οὕτως ἡ Θ K πρὸς Δ· κείσθω τῷ ἀπὸ Θ K ἴσον τὸ ὑπὸ A B, ϛ. [o] Ἔστιν ἄρα καὶ ὡς τὸ ἀπὸ A B πρὸς τὸ ἀπὸ Θ K, οὕτως ἡ A B πρὸς τὴν ϛ. Ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ A B πρὸς τὸ ἀπὸ Θ K, οὕτως ἡ Θ K πρὸς Δ. [p] Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ A B πρὸς Θ K, οὕτως ἡ ϛ πρὸς Δ. Ὡς δὲ ἡ A B πρὸς Θ K, οὕτως ἡ Θ K πρὸς ϛ· διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ἀπὸ Θ K τῷ ὑπὸ τῶν A B, ϛ. Ὡς ἄρα [q] ἡ A B πρὸς Θ K, οὕτως ἡ Θ K πρὸς ϛ, καὶ ἡ ϛ πρὸς Δ. Δύο ἄρα δοθεισῶν τῶν A B, Δ, δύο μέσαι κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ Θ K, ϛ.

Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως. Ἔστω τὸ μὲν ᾧ δεῖ ἴσον τμῆμα συνεστάσθαι τὸ A B Γ· ᾧ δὲ ὅμοιον τὸ E Z H· καὶ ἔστωσαν μέγιστοι κύκλοι τῶν σφαιρῶν [r] αἱ A B Γ N, H E O Z· διάμετροι δὲ αὐτῶν αἱ Γ N, [s] H O· καὶ κέντρα τὰ Π, Σ· καὶ πεποιήσθω ὡς μὲν συναμφότερος ἡ Π N, N T πρὸς N T, οὕτως ἡ X T πρὸς T Γ. ὡς δὲ συναμφότερος ἡ Σ O, O Φ πρὸς O Φ, ἡ [t] Ω Φ πρὸς Φ H. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν X A B κῶνος τῷ A B Γ τμήματι τῆς σφαίρας· ὁ δὲ Z Ω E τῷ E H Z. Πεποιήσθω ὡς ἡ Ω Φ πρὸς E Z, οὕτως ἡ X T πρὸς Δ. Καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν A B, Δ, δύο μέσαι ἀνάλογον εἰλήφθωσαν αἱ Θ K, ϛ· ὥς τε εἶναι, ὡς τὴν A B πρὸς Θ K, οὕτως τὴν K Θ πρὸς ϛ, καὶ τὴν ϛ πρὸς Δ· καὶ ἐπὶ τῆς Θ K κύκλου τμῆμα ἐπεστάσθω τὸ Θ K Λ, ὅμοιον τῷ E Z H κύκλου τμήματι, καὶ ἀναπεπληρώσθω ὁ κύκλος, καὶ ἔστω αὐτοῦ διάμετρος ἡ Λ Ξ. Καὶ νοείσθω σφαῖρα ἧς μέγιστος κύκλος ἐστὶν ὁ Λ Θ Ξ K, κέντρον δὲ τὸ P· καὶ διὰ τῆς Θ K ἐπίπεδον ὀρθὸν ἐκβεβλήσθω πρὸς τὴν Λ Ξ. [u] Ἔστι δὴ τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Λ, ὅμοιον τῷ E Z H τμήματι τῆς σφαίρας, ἐπειδὴ καὶ τῶν κύκλων τὰ τμήματα ἦν ὅμοια. Λέγω δὲ ὅτι καὶ ἴσον ἐστὶ τῷ A B Γ τμήματι τῆς σφαίρας. Πεποιήσθω ὡς συναμφότερος ἡ [w] P Ξ, Ξ T πρὸς τὴν Ξ T, οὕτως

[m] τῆς pro καὶ ex MS. [n] Θ K Ω [o] ἴσον [p] καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ A B πρὸς τὸ ἀπὸ Θ K, οὕτως ἡ Θ K πρὸς Δ. Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ A B πρὸς Θ K, οὕτως ἡ Σ πρὸς Δ [q] ἡ A B [r] αἱ A B Γ, N E, H Z Ω [s] H Θ [t] O Φ [u] ἴσον τὸ τμῆμα [w] P Ξ, Ξ Υ

ἡ ΨΥ πρὸς ΥΛ. Ἴσος [x] ἄρα ΨΘΚ κῶνος, τῷ ΘΚΛ τμήματι τῆς σφαίρας. Καὶ ἐπειδὴ ὅμοιός ἐστιν ὁ ΨΘΚ κῶνος τῷ ΖΩΕ κώνῳ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΩΦ πρὸς ΕΖ, τουτέστιν ἡ ΧΥ πρὸς Δ, οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς ΘΚ. Καὶ ἐναλλὰξ, καὶ ἀνάπαλιν. Ὡς ἄρα ἡ ΨΥ πρὸς ΧΥ, ἡ ΘΚ πρὸς Δ. Καὶ ἐπειδὴ ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΑΒ, ΚΘ, ς, Δ, ἔστιν ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, ἡ ΘΚ πρὸς Δ. Ὡς δὲ ἡ ΘΚ πρὸς Δ, ἡ ΨΥ πρὸς ΧΥ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, τουτέστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος, πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΘΚ κύκλον οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς τὴν ΧΥ. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΧΑΒ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώνῳ. Ὥστε καὶ τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ ΘΚΛ τμήματι τῆς σφαίρας. Τῷ δοθέντι ἄρα τμήματι τῷ ΑΒΓ ἴσον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ὅμοιον τῷ ΕΖΗ, τὸ αὐτὸ συνέσταται τὸ ΘΚΛ.

mento ΘΚΛ. Et quoniam ſimilis eſt conus ΨΘΚ cono ΖΩΕ; ut ΩΦ ad ΕΖ, hoc eſt ΧΥ ad Δ, ita ſe habet ΨΥ ad ΘΚ. Et permutando, invertendoque. Ut igitur ΨΥ ad ΧΥ, ita ſe habet ΘΚ ad Δ. Et quoniam rectæ ΑΒ, ΚΘ, ς, Δ proportionales invicem ſunt, ut quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΚ, ita ſe habet ΘΚ ad Δ. Ut autem ΘΚ ad Δ, ita ſe habet ΨΥ ad ΧΥ. Igitur etiam ut quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΚΘ; hoc eſt circulus, qui circa diametrum ΑΒ eſt, ad circulum, qui eſt circa diametrum ΘΚ; ita ſe habet ΨΥ ad ΧΥ. Æqualis eſt igitur conus ΧΑΒ cono ΨΘΚ. Quare etiam ſegmentum ſphæræ ΑΒΓ æquale eſt ſphæræ ſegmento ΘΚΛ. Dato igitur ſegmento ΑΒΓ æquale, idemque dato alii ΕΖΗ ſimile ſegmentum ΘΚΛ conſtitutum eſt.

E U T O C I U S.

Καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΕΖΗ τμῆμα τῷ ΘΚΛ τμήματι, ὅμοιος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ ΕΖΩ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώνῳ. Νοείσθωσαν γὰρ χωρὶς κείμεναι αἱ καταγραφαί, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΗ, ΗΖ, ΕΟ, ΟΖ, ΘΛ, ΛΚ, ΘΞ, ΞΚ. Ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ ΕΖΗ, ΘΚΛ τμήματα, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ὑπὸ ΕΗΖ, ΘΛΚ γωνίαι, ὥστε καὶ αἱ ἡμίσειαι αὐτῶν. Καὶ εἰσιν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς Φ, Υ. Καὶ ἡ λοιπὴ ἄρα τῇ λοιπῇ ἴση ἐστίν. Ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΗΦΖ τρίγωνον τῷ ΛΥΚ· καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΗΦ πρὸς ΦΖ, οὕτως ἡ ΛΥ πρὸς ΥΚ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὲ ἰσογωνίων ὄντων τῶν ΦΖΟ, ΥΚΞ τριγώνων, ἔστιν ὡς ἡ ΖΦ [y] πρὸς ΦΟ, ἡ ΚΥ πρὸς ΥΞ. Δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΗΦ πρὸς ΦΟ, ἡ ΛΥ πρὸς ΥΞ. Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΗΟ πρὸς ΟΦ, ἡ ΛΞ πρὸς ΞΥ· καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἡμίσεα, ὡς ἡ ΣΟ πρὸς ΟΦ, ἡ ΡΞ πρὸς ΞΥ. Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΣΟ, ΟΦ πρὸς ΦΟ, τουτέστιν ἡ ΩΦ πρὸς ΦΗ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΡΞ, ΞΥ πρὸς ΞΥ, τουτέστιν ἡ ΨΥ πρὸς ΥΛ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΗΦ πρὸς ΦΖ, ἡ ΛΥ πρὸς ΥΚ. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΩΦ πρὸς ΦΖ, ἡ ΨΥ πρὸς ΥΚ· καὶ τῶν ἑπομένων τὰ διπλάσια, ὡς ἄρα ἡ ΩΦ πρὸς ΕΖ, ἡ ΨΥ πρὸς ΘΚ. Τῶν ἄρα ΩΕΖ, ΨΘΚ κώνων ἀντιπεπόνθασιν οἱ ἄξονες καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων. Ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Et quoniam ſimile eſt ſegmentum ΕΖΗ ſegmento ΘΚΛ, ſimilis etiam eſt conus ΕΖΩ cono ΨΘΚ. Intelligantur enim figuræ poſitæ ſeorſum eſſe; junctæque ΕΗ, ΗΖ, ΕΟ, ΟΖ, ΘΛ, ΛΚ, ΘΞ, ΞΚ. Quoniam igitur ſegmenta ΕΖΗ, ΘΚΛ ſunt ſimilia, anguli ΕΗΖ, ΘΛΚ, horumque item dimidii æquales invicem ſunt. Qui autem anguli ad puncta ſunt Φ, et Υ, hi ſunt recti. Igitur et reliquus angulus reliquo angulo eſt æqualis. Hinc æquiangula ſunt triangula ΗΦΖ, ΛΥΚ: atque ut ΗΦ ad ΦΖ, ita ſe habet ΛΥ ad ΥΚ. Eadem ratione æquiangula cum ſint triangula ΦΖΟ, ΥΚΞ; ut ΖΦ ad ΦΟ, ita ſe habet ΚΥ ad ΥΞ. Igitur, æqua proportione, ut ΗΦ ad ΦΟ, ita ſe habet ΛΥ ad ΥΞ. Et componendo, ut ΗΟ ad ΟΦ, ita ΛΞ ad ΞΥ: et, ſumptis præcedentium dimidiis, ut ΣΟ ad ΟΦ, ita ΡΞ ad ΞΥ. Denique componendo, ut utraque ſimul ΣΟ, ΟΦ ad ΦΟ, hoc eſt ΩΦ ad ΦΗ, ita utraque ſimul ΡΞ, ΞΥ ad ΞΥ, hoc eſt ΨΥ ad ΥΛ. Ut autem ΗΦ ad ΦΖ, ita ſe habet ΛΥ ad ΥΚ. Ut igitur ΩΦ ad ΦΖ, ita etiam æqua proportione ſe habet ΨΥ ad ΥΚ: et, ſumptis ſequentium duplis, ut ΩΦ ad ΕΖ, ita ΨΥ ad ΘΚ. Conorum igitur ΩΕΖ et ΨΘΚ axes, et baſium diametri reciprocantur. Propterea coni ſimiles ſunt: quod oportebat demonſtrare.

Λόγος δὲ τῆς ΩΦ πρὸς τὴν ΕΖ δοθείς. Ἐπεὶ γὰρ δέδοται τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν, δεδομέναι εἰσὶ καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων, καὶ τὰ ὕψη τῶν τμημάτων· ὥστε δέδοται ἡ ΕΖ καὶ ἡ ΗΦ. Καὶ ἡ ἡμίσεια ἄρα τῆς ΕΖ ἡ ΕΦ δέδοται· ὥστε καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς· καί ἐστιν ἴσον τῷ ὑπὸ ΗΦΟ. Ἐὰν δὲ δοθὲν παρὰ δοθεῖσαν παραβληθῇ πλάτος

Data eſt autem ratio ipſius ΩΦ ad ΕΖ. Quoniam enim ſphærarum ſegmenta data ſunt, ipſæ quoque baſium diametri, et ſegmentorum altitudines ſunt datæ: quocirca data eſt cum ΕΖ, tum ΗΦ. Ideoque data etiam erit ΕΦ dimidia ipſius ΕΖ, quadratumque, quod ab eadem deſcribitur; quod quidem æquale eſt ſpatio, quod ſub ΗΦΟ continetur. At vero ſi datum ſpatium

[x] ἄρα ὁ ΨΘΚ

[y] In MS. πρὸς ΦΟ deſunt.

ad datam rectam applicatur, datam latitudinem facit. Igitur ΦΟ data eſt. Data eſt autem et ΦΗ. Data eſt igitur tota ſphæræ diameter; et propterea ipſius quoque dimidia ΣΟ. Data eſt autem et ΟΦ. Data eſt igitur ratio ipſius ΣΟ ad ΟΦ: et componendo, ratio utriuſque ſimul ΣΟ, ΟΦ ad ΟΦ, hoc eſt ipſius ΩΦ ad ΦΗ. Data eſt autem ΦΗ. Data eſt igitur ΩΦ. Data eſt autem et ΕΖ. Data eſt igitur ratio ipſius ΩΦ ad ΕΖ. [illegible] hæc dicta fuerint etiam de ſegmento ΔΒΓ; ex quibus colligetur rationem ipſius ΧΤ ad ΑΒ datam eſſe. Cum autem data ſit ΑΒ, data etiam eſt ipſa ΧΤ.

At vero ſi ſegmenta data ſint, ipſorum quoque altitudines datas eſſe manifeſtum eſt. Ut autem ex Datorum Elementis hoc ipſum colligi videatur, ita demonſtrabitur. Quoniam ſegmenta data ſunt poſitione, et magnitudine, datum eſt cum ΕΖ, tum angulus qui in ſegmento conſtituitur, ideoque ipſius etiam dimidius. Quocirca ſi intelligatur juncta eſſe ΕΗ, cum datus ſit rectus angulus, qui ad punctum Φ eſt, datus etiam erit angulus, qui relinquitur. Hinc datum erit ſpecie triangulum ΕΗΦ: ideoque etiam ratio ipſius ΕΦ ad ΦΗ. Data eſt autem ΕΦ, utpote quæ ipſius ΕΖ eſt dimidia. Data eſt igitur etiam ΦΗ. Licet autem alia quoque argumentatione uti. Quoniam data eſt poſitione recta ΕΖ, ductaque fuit a dato puncto Φ; ſecat enim ΕΖ in duas æquas partes ad rectos angulos recta poſitione data ΦΗ; et data præterea eſt poſitione ſegmenti circumferentia; ideo punctum Η eſt datum. Datum autem erat et punctum Φ. Data eſt igitur ΦΗ.

Quoniam ut ΨΥ ad ΧΤ; hoc eſt quadratum, quod a ΒΑ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΚ, ita ſe habet ΚΘ ad Δ. Quoniam enim ut ΨΥ ad ΘΚ, ita ſe habet ΧΤ ad Δ; permutando, ut ΨΥ ad ΧΤ, ita ſe habet ΚΘ ad Δ. Ut autem ΨΥ [illegible] ſe habet quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΚ. Æqualium enim conorum baſes et altitudines reciprocantur; baſeſque ſe invicem habent, ut quadrata, quæ a diametris deſcribuntur. Ut igitur quadratum, quod a ΒΑ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΚ, ita ſe habet ΘΚ ad Δ. Et permutando, ut ΑΒ ad ΘΚ, ita ϛ ad Δ. Quoniam enim ratio ipſius ΒΑ ad ϛ, et ΚΘ ad Δ eadem eſt, ut demonſtravimus, quæ quadrati, quod a ΒΑ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΚ; ideo etiam ratio ipſius ΒΑ ad ϛ eadem eſt quæ ipſius ΚΘ ad Δ. Quare permutando, ut ΒΑ ad ΘΚ, ita ſe habet ϛ ad Δ.

IN SEXTI COMPOSITIONEM.

Et quoniam rectæ ΑΒ, ΘΚ, ϛ, Δ proportionales inveniuntur, ut quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΚ, ita ſe habet ΘΚ ad Δ. Generaliter enim ſi quatuor fuerint rectæ proportionales, ut quadratum, quod a prima deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ſecunda, ita ſe habebit ſecunda ad quartam. Quoniam enim ut prima ad ſecundam ita ſe habet tertia ad quartam; permutando, ut prima ad tertiam ita ſecunda ſe habet ad quartam. Ut autem prima ad tertiam, ita ſe habet quadratum, quod a prima deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ſecunda. Ut igitur quadratum, quod a prima deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ſecunda, ita etiam ſe habet ſecunda ad quartam.

τοῦ [illegible]. Δοθεῖσα ἄρα ἡ ΦΟ· δοθεῖσα δὲ ἡ ΦΗ. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας δοθεῖσά ἐστι, καὶ διὰ τοῦτο καὶ ἡμίσεια αὐτῆς δέδοται ἡ ΣΟ. Ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ΟΦ. Δέδοται ἄρα καὶ ὁ τῆς ΣΟ πρὸς ΟΦ λόγος· καὶ συνθέντι ὁ συναμφοτέρου τῆς ΣΟ, ΟΦ πρὸς τὴν ΟΦ λόγος δοθείς ἐστι, τουτέστι τῆς ΩΦ [a] πρὸς ΦΗ. Καὶ δοθεῖσα ἡ ΦΗ. Δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΩΦ. Ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ΕΖ. Δέδοται ἄρα καὶ ὁ τῆς ΩΦ πρὸς ΕΖ λόγος. Τὰ αὐτὰ δὲ ἂν ῥηθείη καὶ ἐπὶ τοῦ ΔΒΓ τμήματος· καὶ συναχθήσεται ὁ τῆς ΧΤ πρὸς ΑΒ λόγος δοθείς. Καὶ διὰ τὸ δοθεῖσαν εἶναι τὴν ΑΒ, δοθεῖσα [b] ἔσται καὶ ἡ ΧΤ.

Ὅτι δ' ἂν τὰ τμήματα δεδομένα ᾖ, καὶ τὰ ὕψη αὐτῶν δέδονται, πρόδηλον μέν. Ἵνα δὲ καὶ τοῦτο [illegible] τῇ Στοιχειώσει τῶν δεδομένων [illegible]. [illegible] δέδοται τὰ τμήματα τῇ [illegible], δέδοται δὲ ἡ ΕΖ, καὶ ἡ ἐν τῷ τμήματι γωνία, ὥστε καὶ ἡ ἡμίσεια αὐτῆς. Καὶ ἐὰν νοήσωμεν ἐπεζευγμένην τὴν ΕΗ, δεδομένης τῆς πρὸς τῷ Φ ὀρθῆς, δεδομένη ἔσται καὶ ἡ λοιπή. Καὶ τὸ ΕΗΦ τρίγωνον τῷ εἴδει· ὥστε καὶ ὁ τῆς ΕΦ πρὸς ΦΗ λόγος δοθείς ἐστι. Καὶ δέδοται ἡ ΕΦ ἡμίσεια οὖσα τῆς ΕΖ. Δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΦΗ. Ἔνεστι δὲ καὶ ἄλλως λέγειν. Ἐπεὶ δέδοται ἡ ΕΖ τῇ θέσει, καὶ ἀπὸ δοθέντος τοῦ Φ, διχοτομεῖ γὰρ [illegible] τὴν ΕΖ, [illegible] ἡ ΦΗ τῇ θέσει δεδομένη· δέδοται δὲ καὶ ἡ περιφέρεια τοῦ τμήματος τῇ θέσει. Δέδοται ἄρα τὸ Η. Ἦν δὲ καὶ τὸ Φ δεδομένον. Δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΦΗ.

Ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ, [illegible] ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς Δ. Ἐπεὶ γὰρ γέγονεν ὡς ἡ ΨΥ πρὸς ΘΚ, ἡ ΧΤ [illegible] ΨΥ πρὸς ΧΤ, ἡ ΚΘ πρὸς Δ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ, τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ. Ἴσων γὰρ ὄντων τῶν κώνων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· ὡς δὲ αἱ βάσεις πρὸς ἀλλήλας, οὕτως τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, ἡ ΘΚ πρὸς τὴν Δ. Καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΘΚ, ἡ ϛ πρὸς Δ. [illegible] λόγος [illegible] τῆς ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, ὁ αὐτὸς [illegible] καὶ ὁ τῆς ΚΘ πρὸς Δ· καὶ ὁ τῆς ΒΑ ἄρα πρὸς ϛ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΚΘ πρὸς Δ. Ὥστε ἐναλλάξ ἐστιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΘΚ, ἡ ϛ πρὸς Δ.

ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ ϛ'.

Ἐπειδὴ ἀνάλογόν εἰσιν [c] αἱ ΑΒ, ΘΚ, ϛ, Δ, ἔστιν ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, [illegible] γὰρ [illegible] τέσσαρες [illegible] ἀνάλογον, ἔσται [illegible] τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν δευτέραν, ἡ τρίτη πρὸς τὴν τετάρτην· ἐναλλὰξ [illegible] [d] [illegible] πρὸς τὴν τετάρτην. Ἀλλ' ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, [illegible] τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης [illegible] τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην.

[a] πρὸς ΦΗ. Καὶ δέδοται ἡ ΦΗ δέδοται ἄρα
[b] ἄρα
[c] αἱ ΑΦ [illegible]
[d] In MS. [illegible]
[e] ὡς ἔστιν, ἴσαι αἱ

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ.

Δύο δοθέντων σφαίρας τμημάτων, εἴτε τῆς αὐτῆς, εἴτε μὴ, εὑρεῖν τμῆμα σφαίρας, ὃ ἔσαι[d] τῷ μὲν τῶν δοθέντων ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἕξει ἴσην τῇ τοῦ ἑτέρου τμήματος ἐπιφανείᾳ.

Ἔςω τὰ δοθέντα τμήματα σφαιρικὰ κατὰ τὰς ΑΒΓ, ΔΕΖ περιφερείας. Καὶ ἔςω ᾧ μὲν δεῖ ὅμοιον εὑρεῖν τὸ κατὰ τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν· οὗ δὲ τὴν ἐπιφάνειαν ἴσην ἔχειν τῇ ἐπιφανείᾳ, τὸ κατὰ τὴν ΔΕΖ. Καὶ γεγενήσθω. Καὶ ἔςω τὸ ΚΛΜ τμῆμα τῆς σφαίρας, τῷ μὲν ΑΒΓ τμήματι ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσην ἐχέτω τῇ τοῦ ΔΕΖ τμήματος ἐπιφανείᾳ. Καὶ νοείσθω τὰ κέντρα τῶν σφαιρῶν, καὶ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα ἐκβεβλήσθω ὀρθὰ πρὸς τὰς τῶν τμημάτων βάσεις· καὶ ἐν μὲν ταῖς σφαίραις τομαὶ ἔςωσαν οἱ ΚΛΜΝ, ΒΑΓΘ, ΕΖΗΔ μέγιςοι κύκλοι· ἐν δὲ ταῖς βάσεσι τῶν τμημάτων, αἱ ΚΜ, ΑΓ, ΔΖ εὐθεῖαι. Διάμετροι δὲ τῶν σφαιρῶν πρὸς ὀρθὰς οὖσαι ταῖς ΚΜ, ΑΓ, ΔΖ, ἔςωσαν αἱ ΛΝ, ΒΘ, ΕΗ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΛΜ, ΒΓ, ΕΖ. Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐςὶν ἡ τοῦ ΚΛΜ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τῇ τοῦ ΔΕΖ τμήματος ἐπιφανείᾳ, ἴσος ἄρα ἐςὶ καὶ ὁ κύκλος, [e]οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΜΛ, τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΕΖ. Αἱ γὰρ ἐπιφάνειαι [f]τῶν εἰρημένων τμημάτων ἴσαι ἐδείχθησαν κύκλοις, ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶ ταῖς ἀπὸ τῶν κορυφῶν τμημάτων ἐπὶ τὰς βάσεις ἐπιζευγνυμέναις. Ὥς τε καὶ ἡ ΜΛ τῇ ΕΖ ἴση ἐςίν. Ἐπεὶ δὲ ὅμοιόν ἐςι τὸ ΚΛΜ τῷ ΑΒΓ τμήματι, ἔςιν ἄρα ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΡΝ, ἡ ΒΠ πρὸς ΠΘ. Καὶ ἀνάπαλιν, καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΝΛ πρὸς ΛΡ, οὕτως ἡ ΘΒ πρὸς ΒΠ. Ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΜ, οὕτως ἡ ΒΠ πρὸς ΓΒ· ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα. Ὡς ἄρα ἡ ΝΛ πρὸς ΛΜ, τουτέςι πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΘΒ πρὸς ΒΓ. Καὶ ἐναλλάξ. Λόγος δὲ τῆς ΕΖ πρὸς ΒΓ δοθείς. Δοθεῖσα γὰρ ἑκατέρα. Λόγος ἄρα καὶ τῆς ΛΝ [g]πρὸς ΒΘ δοθείς. Καὶ ἐςι δοθεῖσα ἡ ΒΘ. Δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΛΝ. Ὥς τε καὶ ἡ σφαῖρα δοθεῖσά ἐςι.

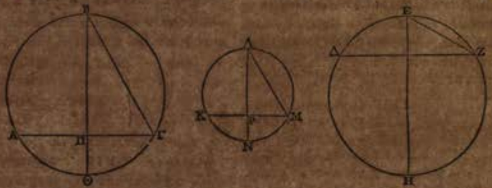
Συντεθήσεται δὴ οὕτως. Ἔςω τὰ δοθέντα δύο τμήματα σφαίρας, τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ· τὸ μὲν ΑΒΓ, ᾧ δεῖ ὅμοιον· τὸ δὲ ΔΕΖ, [h]οὗ τὴν ἐπιφάνειαν ἴσην

PROP. VII. PROB.

Datis duobus ſphæræ ſegmentis, ſive ejuſdem, ſive non ejuſdem, ſphæræ ſegmentum invenire, quod quidem datorum uni ſimile ſit, ſuperficiem vero habeat alterius ſegmenti ſuperficiei æqualem.

Sint data ſphærica ſegmenta, quæ ſecundum circumferentias ΑΒΓ, ΔΕΖ conſtituuntur. Et cui quidem oportet ſimile aliud ſphæræ ſegmentum invenire, hoc illud ſit, quod ſecundum circumferentiam ΑΒΓ conſtituitur; cujus vero ſuperficiei idem illud æqualem ſuperficiem habere debet, hoc illud ſit, quod conſtituitur ſecundum circumferentiam ΔΕΖ. Factum ſit. Et ſphæræ ſegmentum ΚΛΜ ſimile quidem ſit ſegmento ΑΒΓ, ſuperficiem vero habeat ſegmenti ΔΕΖ ſuperficiei æqualem. Intelligantur autem ſphærarum centra, planaque per centra ipſa producantur ad ſegmentorum baſes recta: et ſphærarum quidem ſectiones ſint circuli maximi ΚΛΜΝ, ΒΑΓΘ, ΕΖΗΔ; baſium vero ſegmentorum rectæ ΚΜ, ΑΓ, ΔΖ. Porro ſphærarum diametri, ad ΚΜ, ΑΓ, ΔΖ rectæ, ſint ΛΝ, ΒΘ, ΕΗ; junganturque ΛΜ, ΒΓ, ΕΖ. Et quoniam ſphæræ ſegmenti ΚΛΜ ſuperficies æqualis eſt ſuperficiei ſegmenti ΔΕΖ; æqualis eſt etiam circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipſi ΜΛ eſt æqualis, circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi ΕΖ. Demonſtratum enim eſt, ſuperficies horum, quæ diximus, ſegmentorum circulis æquales eſſe, quorum eæ, quæ ex centris, æquales ſunt rectis, quæ a ſegmentorum verticibus ad eorum baſes junguntur. Quare etiam ΜΛ ipſi ΕΖ eſt æqualis. Quoniam vero ſegmentum ΚΛΜ ſimile eſt ſegmento ΑΒΓ, ut ΡΛ ad ΡΝ, ita ſe habet ΒΠ ad ΠΘ. Et invertendo, componendoque, ut ΝΛ ad ΛΡ, ita ſe habet ΘΒ ad ΒΠ. Ut autem ΡΛ ad ΛΜ, ita ſe habet etiam ΒΠ ad ΓΒ: triangula enim ſimilia ſunt. Ut igitur ΝΛ ad ΛΜ, hoc eſt ad ΕΖ, ita ſe habet ΘΒ ad ΒΓ. Et permutando. Data eſt autem ratio ipſius ΕΖ ad ΒΓ. Utraque enim data eſt. Data eſt igitur etiam ratio ipſius ΛΝ ad ΒΘ. Data eſt autem ΒΘ. Data eſt igitur etiam ΛΝ. Quare ipſa etiam ſphæra eſt data.

Componetur autem problema hoc pacto. Sint data duo ſphæræ ſegmenta, ΑΒΓ, ΔΕΖ: et ΑΒΓ quidem, cui oportet ſimile aliud invenire; ΔΕΖ



[d] ὧν   [e e] οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΛΜ τῷ κύκλῳ· οὗτος ὁ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΕΖ   [f] τῶν εἰρημένων   [g] πρὸς ΒΘ in MS. deſunt.   [h] ἔςω

vero, cujus ſuperficiei idem hoc æqualem ſuperficiem habere debet: eademque conſtruantur, quæ in analyſi; et fiat, ut BΓ ad EZ, ita BΘ ad NΛ; circulusque circa diametrum ΛN deſcribatur. Porro intelligatur ſphæra, cujus maximus circulus ſit ΛKNM: et ſecetur NΛ in puncto P, ita ut quemadmodum ΘΠ ad ΠB, ita ſe habeat NP ad PΛ. Seceturque ſuperficies per punctum P plano ad ΛN recto; et jungatur ΛM. Similia ſunt igitur, quæ rectis KM, AΓ inſiſtunt, circulorum ſegmenta. Quare ſegmenta etiam ſphærarum ſimilia ſunt. Et quoniam ut ΘB ad BΠ, ita ſe habet NΛ ad ΛP; hoc enim quoque ex ſectione conſequitur; atque ut ΠB ad BΓ, ita ſe habet PΛ ad ΛM; ideo etiam ut ΘB ad NΛ, ita ſe habet BΓ ad ΛM. Ut autem ΘB ad ΛN, ita etiam ſe habebat BΓ ad EZ. Igitur EZ ipſi ΛM eſt æqualis. Quare etiam circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt EZ, æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi ΛM. Ac circulus quidem, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt EZ æqualis eſt ſuperficiei ſegmenti ΔEZ; circulus vero, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi ΛM, æqualis eſt ſuperficiei ſegmenti KΛM. Hoc enim in primo libro demonſtratum eſt. Æqualis eſt igitur et ſuperficies ſphæræ ſegmenti KΛM ſegmenti ΔEZ ſuperficiei: itemque ſimile ſegmentum KΛM ſegmento ABΓ.

ἔχειν τῇ ἐπιφανείᾳ· καὶ τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω τοῖς ἐπὶ τῆς ἀναλύσεως, καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΒΘ πρὸς ΛΝ· καὶ περὶ διάμετρον τὴν ΛΝ κύκλος γεγράφθω. Καὶ νοείσθω σφαῖρα ἧς μέγιστος ἔστω κύκλος ὁ ΛΚΝΜ· καὶ τετμήσθω ἡ ΝΛ κατὰ τὸ Ρ· ὥς τε εἶναι ὡς τὴν ΘΠ πρὸς ΠΒ, τὴν ΝΡ πρὸς ΡΛ. Καὶ διὰ τοῦ Ρ ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ ἐπιφάνεια ὀρθῷ πρὸς τὴν [i] ΑΝ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ [k] ΑΜ. Ὅμοια ἄρα ἐστὶ τὰ ἐπὶ τῶν ΚΜ, ΑΓ εὐθειῶν τοῦ κύκλου τμήματα. Ὥς τε καὶ τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν ἐστιν ὅμοια. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ΘΒ πρὸς ΒΠ, οὕτως ἡ ΝΛ πρὸς ΛΡ καὶ γὰρ τοῦτο κατὰ διαίρεσιν· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΠΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΡΛ πρὸς ΛΜ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΒ πρὸς ΝΛ, ἡ ΒΓ πρὸς ΛΜ. Ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΛΝ, ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ. Ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΖ τῇ ΛΜ. Ὥς τε καὶ ὁ κύκλος, [l] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ ΕΖ, ἴσος ἐστὶ [m] κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΛΜ. Καὶ ὁ μὲν τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων τὴν ΕΖ κύκλος, ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ τμήματος. ὁ δὲ κύκλος, [n] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΛΜ, ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΚΛΜ τμήματος. Τοῦτο γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται. Ἴση ἄρα καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΚΛΜ τμήματος τῆς σφαίρας, [o] τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ τμήματος· καὶ ἐστιν ὅμοιον τὸ ΚΛΜ τῷ ΑΒΓ.

EUTOCIUS.

IN SEPTIMUM.

Quoniam vero ſegmentum KΛM ſimile eſt ſegmento ABΓ; ut PΛ ad PN, ita ſe habet BΠ ad ΠΘ. Si enim jungantur MN, ΓΘ, cum ſegmenta ſimilia ſint, æquales utique erunt anguli, qui ad puncta ſunt B, Λ. Qui autem ſunt ad puncta M, Γ, ii ſunt recti. Eſt igitur reliquus angulus reliquo angulo æqualis. Hinc triangula æquiangula invicem ſunt: et ut ΘB ad ΘΓ, ita ſe habet ΛN ad MN. Ut autem ΘΓ ad ΘΠ, ita ſe habet, propter triangulorum ΓΘΠ, MNP ſimilitudinem, MN ad NP. Ut igitur BΘ ad ΘΠ, ita, æqua proportione, ſe habet ΛN ad NP. Dividendo igitur, ut BΠ ad ΠΘ ita ΛP ad PN.

Data eſt autem ratio ipſius EZ ad BΓ: utraque enim data eſt. Quoniam enim data ſunt ſphærarum ſegmenta, datæ ſunt etiam cum baſium diametri, tum ſegmentorum altitudines. Quare cum data ſit AΓ, data etiam eſt ejus dimidia ΓΠ. Data autem eſt et BΠ, rectumque cum illa angulum comprehendit. Data eſt igitur BΓ. Eadem ratione ipſa etiam EZ data eſt. Quare ipſius BΓ ad EZ ratio eſt data.

ΕΙΣ ΤΟ ζ.

Ἐπεὶ δὲ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΚΛΜ τῷ ΑΒΓ τμήματι, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΡΝ, ἡ ΒΠ πρὸς ΠΘ. Ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῶσιν αἱ ΜΝ, ΓΘ, ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ τμήματα, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ πρὸς [p] τοῖς Β, Λ γωνίαι. Εἰσὶ δὲ καὶ αἱ πρὸς τοῖς Μ, Γ ὀρθαί. Καὶ ἡ λοιπὴ ἄρα τῇ λοιπῇ. Καὶ ἰσογώνιά ἐστι τὰ τρίγωνα· καὶ ἔστιν ὡς [q] ἡ ΘΒ πρὸς ΘΓ, οὕτως ἡ ΛΝ πρὸς ΜΝ. Ἀλλ᾽ ὡς ἡ ΘΓ πρὸς ΘΠ, ἡ ΜΝ πρὸς ΝΡ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΓΘΠ, ΜΝΡ τριγώνων. Καὶ δι᾽ ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΒΘ πρὸς ΘΠ, ἡ ΛΝ πρὸς ΝΡ. Ὥς τε καὶ διελόντι, ὡς ἡ ΒΠ πρὸς ΠΘ, οὕτως ἡ ΛΡ πρὸς ΡΝ.

Λόγος δὲ τῆς ΕΖ πρὸς ΒΓ δοθείς· δέδοται γὰρ ἑκατέρα. Ἐπεὶ γὰρ δέδοται τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν, δεδομέναι εἰσὶ καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων, καὶ τὰ ὕψη τῶν τμημάτων. Ὥς τε ἐπεὶ δέδοται ἡ ΑΓ, δέδοται καὶ ἡ ἡμίσεια αὐτῆς ἡ ΓΠ. Δέδοται δὲ καὶ ἡ ΒΠ, καὶ ὀρθὴν γωνίαν περιέχουσι. Δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΒΓ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, καὶ ἡ ΕΖ δεδομένη ἐστίν. Ὥς τε καὶ ὁ τῆς ΒΓ πρὸς ΕΖ λόγος δεδομένος ἐστίν.

IN SEPTIMI COMPOSITIONEM.

Similia ſunt igitur, quæ rectis KM, AΓ inſiſtunt, circulorum ſegmenta. Si enim jungantur, ut in analyſi, ΓΘ, MN; cum recti ſint anguli, qui ad puncta ſunt Γ, M, normaleſque ΓΠ, et MP; hæ utique proportionales mediæ inter baſis ſegmenta ſunt. Quare ut prima BΠ ad tertiam ΠΘ, ita ſe habet quadratum, quod a prima

ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ ζ.

Ὅμοια ἄρα ἐστὶ τὰ ἐπὶ τῶν ΚΜ, ΑΓ τμήματα κύκλων. Ἐὰν γὰρ, ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει, ἐπιζευχθῶσιν αἱ ΓΘ, ΜΝ, ἐπεὶ ὀρθαί εἰσιν αἱ πρὸς τοῖς Γ, Μ, καὶ κάθετοι αἱ ΓΠ, ΜΡ· μέσαι ἀνάλογόν εἰσι τῶν τῆς βάσεως τμημάτων. Ὥς τε ἔστιν ὡς ἡ πρώτη ἡ ΒΠ, πρὸς τὴν τρίτην τὴν ΠΘ, οὕτως τὸ ἀπὸ

[i] ΑΝ [k] ΑΜ [l] οὕτως [m] In MS. deſunt, κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστί. [n] οὕτως [o] τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ τμήματος in MS. deſunt. [p] ταῖς ΒΑΓ [q] ἡ ΘΒ πρὸς ΘΠ· δι᾽ ἡ ΑΗ πρὸς ΗΡ, διὰ τὴν ὡς.

τῆς πρώτης τῆς Π Β, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τῆς Π Γ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ὡς ἡ Λ Ρ πρὸς Ρ Ν, οὕτως τὸ ἀπὸ Λ Ρ πρὸς τὸ ἀπὸ Ρ Μ. Καί ἐστιν ὡς ἡ Β Π πρὸς Π Θ, ἡ Ρ Λ πρὸς Ρ Ν. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ Β Π πρὸς τὸ ἀπὸ Π Γ, οὕτως τὸ ἀπὸ Λ Ρ πρὸς τὸ ἀπὸ Ρ Μ. Καὶ ὡς ἄρα [1] ἡ Π Β πρὸς Π Γ, οὕτως ἡ Λ Ρ, πρὸς Ρ Μ· καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσι. Ἰσογώνια ἄρα τὰ τρίγωνα. Ἴσαι ἄρα πρὸς ταῖς Β, Λ γωνίαι, καὶ αἱ διπλάσιαι αὐτῶν αἱ ἐν τοῖς τμήμασιν. Ὅμοια ἄρα εἰσὶ τὰ τμήματα.

II B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ſecunda B Γ. Eadem ratione etiam ut Λ P ad P N, ita ſe habet quadratum, quod a Λ P deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a P M. Ut autem B Π ad Π Θ, ita ſe habet P Λ ad P N. Ut igitur quadratum, quod a B Π deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Π Γ, ita ſe habet quadratum, quod a Λ P deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a P M. Igitur etiam ut Π B ad Π Γ, ita ſe habet Λ P ad P M: et propterea quæ latera circa æquales angulos ſunt, ea ſunt proportionalia. Triangula igitur æquiangula invicem ſunt; æqualeſque anguli, qui ſunt ad puncta B, Λ, et eorum item dupli, qui in ſegmentis conſtituuntur. Igitur ſegmenta ſimilia ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης σφαίρας τμῆμα τεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥς τε τὸ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, τὸν δοθέντα λόγον ἔχειν.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ Α Β Γ Δ, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ Β Δ. Δεῖ δὴ τὴν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν τῷ διὰ τῆς Α Γ, ὅπως τὸ Α Β Γ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν Α Β Γ κῶνον λόγον [2] ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

Γεγονέτω, καὶ ἔστω κέντρον τῆς σφαίρας τὸ Ε· καὶ ὡς συναμφότερος ἡ Ε Δ, Δ Ζ πρὸς Δ Ζ, οὕτως ἡ Η Ζ πρὸς Ζ Β. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Α Γ Η κῶνος τῷ Α Β Γ τμήματι. Λόγος ἄρα καὶ τοῦ Α Η Γ κώνου πρὸς τὸν Α Β Γ κῶνον δοθείς. Λόγος ἄρα τῆς Η Ζ πρὸς Ζ Β δοθείς. Ὡς δὲ ἡ Η Ζ πρὸς Ζ Β συναμφότερος ἡ Ε Δ, Δ Ζ πρὸς Δ Ζ. Λόγος ἄρα συναμφοτέρου τῆς Ε Δ, Ζ Δ πρὸς Δ Ζ δοθείς. Ὥς τε καὶ τῆς Ε Δ πρὸς Δ Ζ. Δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ Δ Ζ· ὥς τε καὶ ἡ Α Γ. Καὶ ἐπεὶ συναμφότερος ἡ Ε Δ, Δ Ζ πρὸς Δ Ζ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ Ε Δ, Δ Β πρὸς Δ Β· καὶ ἔστι συναμφότερος μὲν [3] ἡ Ε Δ, Δ Β τρὶς ἡ Ε Δ· ἡ δὲ Β Δ δὶς ἡ Ε Δ· συναμφότερος ἄρα ἡ Ε Δ, Δ Ζ πρὸς Δ Ζ, μείζονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο. Καὶ ἔστιν ὁ συναμφοτέρου τῆς Ε Δ, Δ Ζ πρὸς Δ Ζ λόγος ὁ αὐτὸς τῷ δοθέντι. Δεῖ ἄρα τὸν διδόμενον λόγον εἰς τὴν σύνθεσιν μείζονα εἶναι, τοῦ ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο.

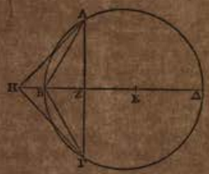
Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως. Ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ Α Β Γ Δ, διάμετρος δὲ ἡ Β Δ, κέντρον δὲ τὸ Ε· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Κ Θ πρὸς Κ Λ, μείζων τοῦ ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο. Ἔστι δὲ ὡς τρία πρὸς δύο, συναμφότερος ἡ Ε Δ, Δ Β πρὸς Δ Β. Καὶ ἡ Θ Κ ἄρα πρὸς Κ Λ μείζονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει συναμφότερος [4] ἡ Ε Δ, Δ Β πρὸς Δ Β. Διελόντι ἄρα ἡ Θ Λ πρὸς Λ Κ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Ε Δ πρὸς Δ Β. Καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ Θ Λ πρὸς Λ Κ, οὕτως ἡ Ε Δ πρὸς Δ Ζ·

PROP. VIII. Prob.

A data ſphæra ſegmentum plano ſecare, ita ut ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem, datam rationem habeat.

Sit data ſphæra, cujus maximus circulus A B Γ Δ, et diameter B Δ. Oportet autem ſphæram plano per A Γ acto ita ſecare, ut ſphære ſegmentum A B Γ ad conum A B Γ eamdem, ac quæ data eſt, rationem habeat.

Factum ſit; centrumque ſphæræ ſit punctum E: atque ut utraque ſimul E Δ, Δ Z and Δ Z, ita ſe habeat H Z ad Z B. Æqualis eſt igitur conus A Γ H ſegmento A B Γ. Igitur ratio coni A H Γ ad conum A B Γ data eſt. Data eſt igitur etiam ratio ipſius H Z ad Z B. Ut autem H Z ad Z B,

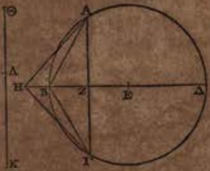


ita ſe habet utraque ſimul E Δ, Δ Z ad Δ Z. Data eſt igitur ratio utriuſque ſimul E Δ, Δ Z ad Δ Z. Quare ipſius quoque E Δ, ad Δ Z. Data eſt igitur Δ Z. Quare etiam A Γ. Et quoniam utraque ſimul E Δ, Δ Z ad Δ Z majorem rationem habet quam utraque ſimul E Δ, Δ B ad Δ B: ac utraque quidem ſimul E Δ, Δ B eſt E Δ ter ſumpta; Δ B vero eadem eſt E Δ bis ſumpta; ideo utraque ſimul E Δ, Δ Z ad Δ Z majorem rationem habet quam tria ad duo. Eſt autem ratio utriuſque ſimul E Δ, Δ Z ad Δ Z eadem ac data. Oportet igitur, ad compoſitionem quod attinet, datam rationem ea majorem eſſe, quam habent tria ad duo.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit data ſphæra, cujus maximus circulus A B Γ Δ, diameter B Δ, et centrum E: data autem ratio eadem quæ rectæ K Θ ad K Λ ea major, quam habent tria ad duo. Ut autem tria ad duo, ita ſe habent utraque ſimul E Δ, Δ B ad Δ B. Igitur etiam Θ K ad K Λ majorem rationem habet, quam utraque ſimul E Δ, Δ B ad Δ B. Igitur dividendo, Θ Λ ad Λ K majorem habet rationem, quam E Δ ad Δ B. Fiat, ut Θ Λ ad Λ K, ita E Δ ad Δ Z: ducaturque per punctum Z, ad rectos

[1] ἡ Π Β πρὸς Π Γ· ἡ Λ Ρ πρὸς Ρ Μ [2] ἔχῃ [3] ἡ πρὸς Δ Ζ· μείζονα λόγον ἔχει [4] ἡ Ε Δ, Δ Β· διελόντι

angulos ipſi BΔ, AZΓ; et per AΓ planum agatur ad BΔ rectum. Dico ſphæræ ſegmentum ABΓ ad conum ABΓ eamdem rationem habere, quam ΘK ad KΛ. Fiat enim ut utraque ſimul EΔ, ΔZ ad ΔZ, ita HZ ad ZB. Æqualis eſt igitur conus ΓAH ſphæræ ſegmento ABΓ. Et quoniam ut ΘK ad KΛ, ita ſe habet utraque ſimul EΔ, ΔZ ad ΔZ; hoc eſt HZ ad ZB; hoc eſt conus AHΓ ad conum ABΓ; æqualiſque eſt conus AHΓ ſphæræ ſegmento ABΓ. Ideo ut ſegmentum ABΓ ad conum ABΓ, ita ſe habet ΘK ad KΛ.



καὶ διὰ τοῦ Z τῇ BΔ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ AZΓ· καὶ διὰ τῆς AΓ ἤχθω ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὴν BΔ. Λέγω ὅτι [w] τὸ ABΓ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν ABΓ κῶνον λόγον ἔχει τὸν αὐτὸν τῷ ΘK πρὸς KΛ. Πεποιείσθω γὰρ ὡς συναμφότερος ἡ EΔ, ΔZ πρὸς ΔZ, οὕτως ἡ HZ πρὸς ZB. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΓAH κῶνος τῷ ABΓ τμήματι τῆς σφαίρας. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΘK πρὸς KΛ, οὕτως συναμφότερος ἡ EΔ, ΔZ πρὸς ΔZ, τουτέστιν ἡ HZ πρὸς ZB· τουτέστιν ὁ AHΓ κῶνος πρὸς τὸν ABΓ κῶνον· ἴσος δὲ ὁ AHΓ κῶνος [x] τῷ ABΓ τμήματι τῆς σφαίρας. Ὡς ἄρα τὸ ABΓ τμῆμα πρὸς τὸν ABΓ κῶνον, οὕτως ἡ ΘK πρὸς KΛ.

EUTOCIUS.

IN OCTAVUM.

Data eſt igitur ratio utriuſque ſimul EΔ, ΔZ ad ΔZ. Quoniam enim utraque ſimul EΔ, ΔZ datam ad ΔZ rationem habet; ſi data magnitudo ad aliquam ſui partem datam rationem habuerit, etiam ad reliquam datam rationem habebit. Quare utraque ſimul EΔ, ΔZ datam ad EΔ habet rationem. Quoniam igitur utraque EΔ, ΔZ ad utramque ſimul EΔ, ΔZ datam rationem habet, eædem datam quoque inter ſe invicem rationem habebunt. Igitur ratio ipſius EΔ ad ΔZ data eſt. Data eſt autem EΔ; cum diameter data ſit. Data eſt igitur ΔZ: et reliqua etiam dabitur ZB. Hinc datum erit ſpatium, quod ſub ΔZB continetur; hoc eſt quadratum, quod ab AZ deſcribitur; ideoque etiam recta AZ. Igitur et tota AΓ erit data. Aliter autem demonſtraveris, AΓ datam eſſe. Quoniam enim data eſt poſitione diameter ΔB; punctumque item Z, ut petitum fuit; ductaque eſt a dato puncto Z ad rectos angulos AΓ; ideo data poſitione eſt AΓ. Data eſt autem etiam circuli circumferentia. Data ſunt igitur puncta A, Γ. Igitur ipſa AZΓ eſt data.

Et quoniam utraque ſimul EΔ, ΔZ ad ΔZ majorem rationem habet, quam utraque ſimul EΔ, ΔB ad ΔB. Quoniam enim EΔ major eſt quam dimidia ipſius ΔZ, utraque ſimul EΔ, ΔZ major eſt quam ipſius ΔZ ſeſquialtera. Utraque autem ſimul EΔ, ΔB ſeſquialtera eſt ipſius BΔ. Igitur utraque ſimul EΔ, ΔZ ad ΔZ majorem rationem habet, quam utraque ſimul EΔ, ΔB ad ΔB. Aut aliter: quoniam major eſt BΔ quam ΔZ, et alia quædam eſt EΔ; ideo EΔ ad ΔZ majorem rationem habet quam EΔ ad ΔB. Et componendo, utraque ſimul EΔ, ΔZ ad ΔZ majorem habet rationem quam utraque ſimul EΔ, ΔB ad ΔB. Compoſitio theorematis ex iis, quæ dicta ſunt manifeſta eſt.

ΕΙΣ ΤΟ Η.

Λόγος ἄρα δεδομένος συναμφοτέρου τῆς EΔ, ΔZ πρὸς ΔZ. Ἐπεὶ γὰρ συναμφότερος ἡ EΔ, ΔZ πρὸς ΔZ λόγον ἔχει δεδομένον· ἐὰν [y] δεδομένον μέγεθος πρὸς τι μέρος ἑαυτοῦ λόγον ἔχῃ δεδομένον, καὶ πρὸς τὸ λοιπὸν λόγον ἕξει δεδομένον. Ὥστε καὶ συναμφότερος ἡ EΔ, ΔZ πρὸς EΔ λόγον ἔχει δεδομένον. Ἐπεὶ οὖν ἑκατέρα τῆς EΔ, ΔZ πρὸς συναμφότερον τὴν EΔ, ΔZ λόγον ἔχει δεδομένον, καὶ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἕξουσι δεδομένον. Δέδοται ἄρα ὁ τῆς EΔ πρὸς ΔZ λόγος. Καὶ δέδοται ἡ EΔ· δέδοται γὰρ ἡ διάμετρος. Δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΔZ. Λοιπὴ ἄρα ἡ ZB δοθήσεται. Ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ ΔZB, τουτέστι τὸ ἀπὸ AZ, τουτέστιν ἡ AZ, δοθεῖσα ἔσται. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ AΓ. Καὶ ἄλλως δὲ λέγοις ἄν, ὅτι ἡ AΓ δοθεῖσά ἐστιν. Ἐπεὶ γὰρ δέδοται ἡ διάμετρος ἡ ΔB τῇ θέσει· δέδοται δὲ καὶ τὸ Z, ὡς εἴρηται, καὶ ἀπὸ δεδομένου τοῦ Z πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἡ AΓ· δέδοται ἡ AΓ τῇ θέσει. Ἀλλὰ καὶ ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια. Δέδοται ἄρα τὰ A, Γ. Καὶ αὐτὴ ἡ AZΓ δοθεῖσα ἐστί.

Καὶ ἐπεὶ συναμφότερος μὲν ἡ EΔ, ΔZ πρὸς ΔZ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ EΔ, ΔB πρὸς ΔB. Ἐπεὶ γὰρ ἡ EΔ μείζων ἢ ἡμίσειά ἐστι τῆς ΔZ, συναμφότερος ἄρα ἡ EΔ, ΔZ τῆς ΔZ μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιολία. Συναμφότερος δὲ ἡ EΔ, ΔB τῆς ΔB ἡμιολία. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ EΔ, ΔZ πρὸς ΔZ, ἤπερ ἡ EΔ, ΔB πρὸς ΔB. Ἢ καὶ ἄλλως· ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΔB τῆς [z] ΔZ, ἄλλη δέ τις ἡ EΔ· ἡ EΔ ἄρα μείζονα λόγον ἔχει πρὸς ΔZ ἤπερ ἡ EΔ πρὸς ΔB. Συνθέντι συναμφότερος ἡ EΔ, ΔZ πρὸς ΔZ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ EΔ, ΔB πρὸς ΔB. Ἡ σύνθεσις τοῦ θεωρήματος σαφὴς διὰ τῶν ἐνταῦθα εἰρημένων.

PROP. IX. Theor.

Si ſphæra plano non per centrum ſecetur, majus ſegmentum ad minus minorem quidem rationem habet ejus dupla, quam habet majoris ſegmenti ſuperficies ad minoris ſuperficiem; majorem vero ſeſquialtera.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Θ.

Ἐὰν σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ [a] ἔλασσον, ἐλάσσονα μὲν λόγον ἔχει, ἢ διπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ μείζονος τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐλάσσονος ἐπιφάνειαν· μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

[w] τὸ ἀπὸ ABΓ [x] τῷ ABΓ in MS. deſunt. [y] δεδομένοις ex MS. [z] AB. [a] In MS. deeſt ἔλασσον.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ διάμετρος ἡ ΒΔ· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τῆς ΑΓ ὀρθῷ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον· καὶ ἔστω μεῖζον τμῆμα τῆς σφαίρας τὸ ΑΒΓ. Λέγω ὅτι τὸ ΑΒΓ τμῆμα * πρὸς τὸ ΑΔΓ, ἐλάττονα μὲν ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος· μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

Sit ſphæra, et maximus in ea circulus ΑΒΓΔ, et diameter ΒΔ: planoque per ΑΓ ſecetur ad circulum ΑΒΓΔ recto; ſitque majus ſphæræ ſegmentum ΑΒΓ. Dico ſegmentum ΑΒΓ ad ſegmentum ΑΔΓ, minorem quidem rationem habere ejus dupla, quam habet ſuperficies majoris ſegmenti ad ſuperficiem minoris ſegmenti; majorem vero ſeſquialtera.



Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΑ, ΑΔ· καὶ ἔστω κέντρον τὸ Ε· καὶ πεποιήσθω ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ ἡ ΘΖ πρὸς ΖΒ· ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΕΒ, ΒΖ πρὸς ΒΖ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ· καὶ νοείσθωσαν κῶνοι, βάσιν μὲν ἔχοντες τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλον, κορυφὰς δὲ τὰ Θ, Η σημεῖα. Ἔσται δὴ ἴσος ὁ μὲν ΑΘΓ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΑΓΗ τῷ ΑΔΓ. Καὶ ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, οὕτως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΑΔΓ τμήματος. Τοῦτο γὰρ προγέγραπται. Δεικτέον ὅτι τὸ μεῖζον τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸ ἔλασσον, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος. Λέγω ὅτι καὶ ὁ ΑΘΓ κῶνος πρὸς τὸν ΑΗΓ, τουτέστιν ἡ ΖΘ πρὸς ΖΗ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, τουτέστιν ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΘΖ πρὸς ΖΒ, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΕΒ, ΒΖ πρὸς ΒΖ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΖΔ· ἔσται καὶ ὡς ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ, ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ. Ἴση γὰρ ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ· τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς ἐπάνω συναποδέδεικται. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ ΕΒ, ΒΖ πρὸς ΒΖ, ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ, ἔστω τῇ ΒΕ ἴση ἡ ΒΚ. Δῆλον γὰρ ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΘΒ τῆς ΒΕ· ἐπεὶ καὶ ἡ ΒΖ τῆς ΖΔ. Καὶ ἔσται ὡς ἡ ΚΖ πρὸς ΖΒ, ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ. Ὡς δὲ ἡ ΖΒ πρὸς ΖΔ, ἐδείχθη ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ, ἴση δὲ ἡ ΒΕ τῇ ΚΒ. Ὡς ἄρα ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, οὕτως ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΘΖ πρὸς ΖΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ· ὡς δὲ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, ἐδείχθη ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ· ἡ ΘΖ ἄρα πρὸς ΖΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΖΚ πρὸς

Jungantur enim ΒΑ, ΑΔ; centrum autem ſit punctum Ε; et fiat, ut utraque quidem ſimul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ, ita ΘΖ ad ΖΒ; ut utraque vero ſimul ΕΒ, ΒΖ ad ΒΖ, ita ΗΖ ad ΖΔ: atque intelligantur coni baſim habentes circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, et vertices puncta Θ, Η. Æqualis utique erit conus quidem ΑΘΓ ſphæræ ſegmento ΑΒΓ, conus vero ΑΓΗ ſegmento ΑΔΓ. Atque ut quadratum, quod a ΒΑ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΑΔ, ita ſe habet ſuperficies ſegmenti ΑΒΓ ad ſuperficiem ſegmenti ΑΔΓ. Hoc enim antea ſcriptum eſt. Oportet demonſtrare, majus ſphæræ ſegmentum ad minus minorem rationem habere ejus dupla, quam habet ſuperficies majoris ſegmenti ad ſuperficiem minoris ſegmenti. Dico etiam conum ΑΘΓ ad conum ΑΗΓ, hoc eſt ΖΘ ad ΖΗ, minorem rationem habere ejus dupla, quam habet quadratum, quod a ΒΑ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΑΔ, hoc eſt ΒΖ ad ΖΔ. Et quoniam ut utraque quidem ſimul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ, ita ſe habet ΘΖ ad ΖΒ; ut utraque vero ſimul ΕΒ, ΒΖ ad ΒΖ, ita ſe habet ΖΗ ad ΖΔ; ſe habebit etiam ut ΒΖ ad ΖΔ, ita ΘΒ ad ΒΕ. Æqualis eſt enim ΒΕ ipſi ΕΔ, ut in ſuperioribus theorematibus demonſtratum eſt. Rurſus quoniam ut utraque ſimul ΕΒ, ΒΖ ad ΒΖ, ita ſe habet ΗΖ ad ΖΔ, ſit ΒΚ ipſi ΒΕ æqualis. Conſtat enim ΘΒ majorem eſſe quam ΒΕ; cum major ſit etiam ΒΖ quam ΖΔ. Atque ſe habebit ut ΚΖ ad ΖΒ, ita ΗΖ ad ΖΔ. Ut autem ΖΒ ad ΖΔ, ita demonſtratum eſt ſe habere ΘΒ ad ΒΕ, æqualiſque eſt ΒΕ ipſi ΚΒ. Ut igitur ΘΒ ad ΒΚ, ita ſe habet ΚΖ ad ΖΗ. Et quoniam ΘΖ ad ΖΚ minorem rationem habet, quam ΘΒ ad ΒΚ; demonſtratumque eſt, ut ΘΒ ad ΒΚ, ita ſe habere ΚΖ ad ΖΗ; ideo ΘΖ ad ΖΚ minorem rationem

* πρὸς τὴν

habet, quam KZ ad ZH. Minus eſt igitur ſpatium, quod ſub ΘZ, ZH continetur, quadrato, quod a ZK deſcribitur. Spatium igitur, quod ſub ΘZ, ZH continetur, ad quadratum quod a ZH deſcribitur, hoc eſt ZΘ ad ZH, minorem rationem habet quam quadratum, quod a KZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ZH. Quod autem quadratum a KZ deſcribitur, id ad quadratum, quod deſcribitur a ZH, rationem habet ejus duplam, quam habet KZ ad ZH. ΘZ igitur ad ZH rationem habet minorem ejus dupla, quam habet KZ ad ZH. Ut autem KZ ad ZH, ita ſe habet BZ ad ZΔ. ΘZ igitur ad ZH rationem habet minorem ejus dupla, quam habet BZ ad ZΔ. Hoc vero illud eſt, quod quærebamus. Et quoniam æqualis eſt BE ipſi EΔ, minus eſt ſpatium, quod ſub BZ, ZΔ continetur, ſpatio, quod continetur ſub BE, EΔ. BZ igitur ad BE minorem rationem habet, quam EΔ ad ΔZ; hoc eſt ΘB ad BZ. Minus eſt igitur quadratum, quod a ZB deſcribitur, ſpatio, quod ſub ΘB, BE continetur; hoc eſt illo, quod continetur ſub ΘB, BK. Æquale ſit quadratum, quod a BN deſcribitur, ſpatio, quod continetur ſub ΘB, BK. Ut igitur ΘB ad BK, ita ſe habet quadratum, quod a ΘN deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a NK. Quadratum autem, quod a ΘZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ZK, majorem rationem habet, quam quadratum, quod a ΘN deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a NK. Igitur etiam quadratum, quod a ΘZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ZK, majorem rationem habet, quam ΘB ad BK; hoc eſt ΘB ad BE; hoc eſt KZ ad ZH. ΘZ igitur ad ZH rationem habet majorem ejus ſeſquialtera, quam habet KZ ad ZH. Hoc enim in fine demonſtrabitur. Atque ut ΘZ quidem ad ZH, ita ſe habet conus AΘΓ ad conum AHΓ; hoc eſt ſegmentum ABΓ ad ſegmentum AΔΓ; ut vero KZ ad ZH, ita ſe habet BZ ad ZΔ; hoc eſt quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AΔ; hoc eſt ſuperficies ſegmenti ABΓ ad ſuperficiem ſegmenti AΔΓ. Majus igitur ſegmentum ad minus rationem habet minorem quidem ejus dupla, quam habet ſuperficies majoris ſegmenti ad ſuperficiem minoris ſegmenti; majorem vero ſeſquialtera.

Aliter. Sit ſphæra, in qua maximus circulus ABΓΔ, diameter AΓ, et centrum E; eaque plano ſecetur per BΔ ad AΓ recto. Dico majus ſegmentum ΔAB ad minus BΓΔ rationem habere minorem quidem ejus dupla, quam habet ſuperficies ſegmenti ABΔ ad ſuperficiem ſegmenti BΓΔ; majorem vero ſeſquialtera. Jungantur enim AB, BΓ. Ratio autem ſuperficiei

ΖΗ. [c] Ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΘΖ, ΖΗ, τοῦ ἀπὸ ΖΚ. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΘΖ, ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ, τουτέστιν ἡ ΖΘ πρὸς ΖΗ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς ΚΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ. Τὸ δὲ ἀπὸ ΚΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ, διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ. Ἡ ἄρα ΘΖ πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ διπλασίονα τοῦ [d] ὃν ἔχει ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ. Ὡς δὲ ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ. Ἡ ΘΖ ἄρα πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλασίονα τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ. Τοῦτο δὲ ἐζητοῦμεν. Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ, ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΒΖ, ΖΔ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΔ. Ἡ ΖΒ ἄρα πρὸς ΒΕ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ· τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΒΖ. Ἔλασσον ἄρα τὸ ἀπὸ ΖΒ τοῦ ὑπὸ τῶν ΘΒ, ΒΕ· τουτέστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΘΒ, ΒΚ. Ἔστω ἴσον τὸ ἀπὸ ΒΝ τῷ ὑπὸ ΘΒ, ΒΚ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, τὸ ἀπὸ ΘΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΚ. Τὸ δὲ ἀπὸ ΘΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ, μείζονα λόγον ἔχει ἢ τὸ ἀπὸ ΘΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΚ. Καὶ τὸ ἀπὸ ΘΖ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ· τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ· τουτέστιν ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ. Ἡ ἄρα ΘΖ πρὸς ΖΗ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς ΚΖ πρὸς ΖΗ. Τοῦτο γὰρ [e] ἐπὶ τέλει. Καί ἐστιν ὡς μὲν ἡ ΘΖ πρὸς ΖΗ, ὁ ΑΘΓ κῶνος πρὸς τὸν ΑΗΓ κῶνον· τουτέστι τὸ ΑΒΓ τμῆμα πρὸς τὸ ΑΔΓ τμῆμα. Ὡς δὲ ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ, τουτέστι τὸ ἀπὸ [f] ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ· τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ τμήματος, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΑΔΓ τμήματος. [g] Ἄλλ' ἔστι τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον, ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει, οὗ ἂν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος· μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

Ἄλλως. Ἔστω σφαῖρα, ἐν ᾗ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ ἡ ΑΓ, κέντρον δὲ τὸ Ε· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ὀρθῷ διὰ τῆς ΒΔ πρὸς τὴν ΑΓ. Λέγω ὅτι τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ ΔΑΒ πρὸς τὸ ἔλασσον τὸ ΒΓΔ, ἐλάσσονα ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει, οὗ ἂν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΔ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΒΓΔ τμήματος· μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον. Ἐπιζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΑΒ, ΒΓ. Ὁ δὲ

[c] ἐλάσσονα ἄρα [d] In MS. ὃν ἔχει ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ· ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλασίονα τοῦ ὃν deſunt. [e] ἐπι- [illegible] [f] ΒΑ [g] ἀλλ' ἔστι

τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγος, ὁ τοῦ κύκλου ἐστὶν [h] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον [i] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΒΓ, τουτέστιν ὁ τῆς ΑΘ πρὸς τὴν [k] ΘΓ. Κείσθω τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἴση ἑκατέρᾳ [l] τῶν ΑΖ, ΓΗ. Ὁ δὲ τοῦ ΒΑΔ τμήματος πρὸς τὸ ΒΓΔ λόγος συνῆπται ἐκ τοῦ ὃν ἔχει τὸ ΒΑΔ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον, [m] οὗ ἡ βάσις μέν ἐστιν, ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον· καὶ ὁ αὐτὸς κῶνος πρὸς τὸν κῶνον βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν, κορυφὴν δὲ [n] τὸ Γ σημεῖον· καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος πρὸς τὸ ΒΓΔ τμῆμα. Ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ΒΑΔ τμήματος λόγος, πρὸς τὸν ΒΑΔ κῶνον, ὁ τῆς ΗΘ ἐστὶ πρὸς ΘΓ· ὁ δὲ τοῦ κώνου, πρὸς τὸν κῶνον ὁ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ· ὁ δὲ τοῦ ΒΓΔ κώνου πρὸς τὸ τμῆμα τὸ ΒΓΔ, ὁ τῆς ΑΘ ἐστὶ πρὸς ΘΖ. Ὁ δὲ συνημμένος ἐκ τοῦ τῆς ΗΘ πρὸς ΘΓ, καὶ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ, ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΘ, ΘΗ ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ· ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ ΗΘ, ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ, μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΖ, ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ ἐστὶν [o] ἐπὶ τὴν ΘΑ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ, ἐπὶ τὴν ΘΖ· ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ [p] ἐπὶ τὴν ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ. Ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ, ὁ τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΑ ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ. Ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ ΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΖΘ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ διπλασίου, ὅς ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΗΘ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Ὅτι ἄρα μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΖΘ, τοῦ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Ὅτι ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ΘΖ τῆς ΘΗ. Φημὶ δὴ ὅτι καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον λόγον μείζονα ἔχει, ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς ἐπιφανείας πρὸς [q] ἐπιφάνειαν λόγου. Ἀλλ' ὁ μὲν τῶν τμημάτων ἐδείχθη, ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ· τοῦ δὲ τῆς ἐπιφανείας πρὸς ἐπιφάνειαν λόγου ἡμιόλιός ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΒ [r] κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ ΒΓ

ad ſuperficiem eadem eſt quæ circuli, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt ΑΒ, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt ΒΓ; hoc eſt eadem quæ rectæ ΑΘ ad ΘΓ. Ponatur ei, quæ ex centro circuli, æqualis utraque ΑΖ, ΓΗ. Ratio autem ſegmenti ΒΑΔ ad ſegmentum ΒΓΔ componitur ex ratione, quam habet tum ſegmentum ΒΑΔ ad conum, cujus quidem baſis eſt circulus, qui circa diametrum ΒΔ deſcribitur, vertex vero punctum Α; tum idem conus ad conum, cujus quidem baſis eadem eſt, vertex vero punctum Γ; tum idem hic, quem diximus, conus ad ſegmentum ΒΓΔ. Sed ratio quidem ſegmenti ΒΑΔ ad conum ΒΑΔ eadem eſt quæ ipſius ΗΘ ad ΘΓ; ratio vero coni ΒΑΔ ad conum ΒΓΔ eadem quæ ipſius ΑΘ ad ΘΓ; ratio denique coni ΒΓΔ ad ſegmentum ΒΓΔ eadem quæ ipſius ΑΘ ad ΘΖ. Quæ autem ratio componitur ex ratione tum ipſius ΗΘ ad ΘΓ, tum ipſius ΑΘ ad ΘΓ, eadem eſt quæ ſpatii, quod continetur ſub ΑΘ, ΘΗ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ; quæque componitur ex ratione tum ſpatii, quod continetur ſub ΗΘ, ΘΑ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, tum ipſius ΑΘ ad ΘΖ, eadem eſt quæ ſpatii, quod continetur ſub ΗΘ, ΘΑ, ducti in ΘΑ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ: quæ quidem ratio ſpatii, quod continetur ſub ΗΘ, ΘΑ, ducti in ΘΑ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ, eadem eſt quæ quadrati, quod deſcribitur ab ΑΘ, ducti in ΘΗ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ. At hæc ratio ſpatii, quod continetur ſub ΗΘ, ΘΑ, ducti in ΘΑ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘΗ, eadem eſt quæ quadrati, quod a ΘΑ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ. Quoniam igitur quadratum, quod a ΘΑ deſcribitur, ductum in ΘΗ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ ductum in ΖΘ rationem habet minorem dupla rationis ipſius ΑΘ ad ΘΓ: rationis autem ipſius ΑΘ ad ΘΓ dupla eſt ratio quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ; ideo quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, ductum in ΗΘ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ, minorem rationem habet, quam idem quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, ductum in ΗΘ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘΗ. Oportet igitur demonſtrare majus eſſe quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, ductum in ΖΘ, quadrato, quod deſcribitur a ΓΘ, ducto in ΘΗ. Itaque demonſtrare oportet majorem eſſe ΘΖ quam ΘΗ. Dico autem etiam majus ſegmentum ad minus rationem habere majorem



[h] ὄντων [i] ὄντος [k] ΑΓ [l] τῶν ex MS, [m] ὄντων [n] τὸ Α [o] πρὸς τὴν ΘΑ. [p] πρὸς [q] πρὸς ἐπιφάνειαν deſunt. [r] κύκλου

ſeſquialtera rationis ſuperficiei ad ſuperficiem. At vero demonſtratum eſt ſegmentorum rationem eamdem eſſe atque quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, in ΘΗ ducti, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ: et rationis ſuperficiei ad ſuperficiem ſeſquialtera eſt ratio cubi, qui ab ΑΒ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΒΓ. Dico igitur quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, in ΘΗ ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, majorem rationem habere, quam cubum, qui ab ΑΒ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΒΓ; hoc eſt cubum, qui ab ΑΘ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΘΒ; hoc eſt quadratum, quæ ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΒΘ, et ΑΘ ad ΘΒ. At vero ratio quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΒ, adjungens ſibimetipſi rationem ipſius ΑΘ ad ΘΒ, eadem eſt quæ quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘ, ΘΒ. Ratio autem quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘ, ΘΒ, eadem eſt quæ quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, in ΘΗ ducti, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘ, ΘΒ, ductum in ΘΗ. Dico igitur quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, in ΘΗ ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, majorem rationem habere, quam quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΘ, ΘΓ; hoc eſt quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, in ΘΗ ductum, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΘ, ΘΓ, ductum in ΘΗ. Oportet igitur demonſtrare, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, in ΘΖ ductum, minus eſſe ſpatio, quod continetur ſub ΒΘ, ΘΓ, ducto in ΘΗ. Quod idem eſt ac demonſtrare quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΘ, ΘΓ, minorem rationem habere, quam ΗΘ ad ΘΖ. Oportet igitur demonſtrare, ΗΘ ad ΘΖ rationem habere majorem, quam ΓΘ ad ΘΒ. Ducatur a puncto Ε, rectæ ΕΓ ad rectos angulos, ΕΚ; et a puncto Β ipſi ΕΚ ad angulos item rectos, ΒΛ. Reliquum eſt ut demonſtremus, ΗΘ ad ΘΖ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘΒ. Æqualis eſt autem ΘΖ utrique ſimul ΑΘ, ΚΕ. Oportet igitur demonſtrare ΗΘ ad utramque ſimul ΘΑ, ΚΕ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘΒ. Itaque etiam ablata a ΘΗ, ΓΘ, et a ΚΕ, ΕΛ ipſi ΒΘ æquali, demonſtrare oportebit reliquam ΓΗ ad reliquam utramque ſimul ΑΘ, ΚΛ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘΒ; hoc eſt ΘΒ ad ΘΛ; hoc eſt ΛΕ ad ΘΛ. Et permutando ΚΕ ad ΕΛ majorem rationem habere, quam utramque ſimul ΚΛ, ΘΛ ad ΘΛ: denique dividendo, ΚΛ ad ΛΕ majorem rationem habere, quam ΚΛ ad ΘΛ; ideoque minorem eſſe ΛΕ quam ΘΛ.

[s] κύβον. Φημὶ δὴ, ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος, πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον· τουτέστιν ὁ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβος, πρὸς τὸν ἀπὸ ΘΒ κύβον· τουτέστιν ὁ τοῦ [t] ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, καὶ [u] ὁ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ. Ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, προσλαβὼν τὸν τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐστιν πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘΒ. Ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘΒ, [x] ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐστιν ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘΒ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Φημὶ δὲ ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΘ [y] ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘ, ΘΓ· τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘ, ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Δεικτέον ἂν ὅτι τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΘ, ΘΓ, ἐπὶ τὴν ΗΘ. Ὃ ταυτόν ἐστι τῷ δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘ, ΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. [z] Ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ· καὶ ἀπὸ τοῦ Β καθετὸς ἐπ' αὐτὴν [a] ἡ ΒΛ. Ἐπίλοιπον [b] ἡμῖν δεῖξαι, διότι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ· ἴση δέ ἐστι ἡ ΘΖ συναμφοτέρῳ τῇ ΑΘ, ΚΕ. Δεῖξαι ἄρα [c] δεῖ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΑ, ΚΕ, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Καὶ ἀφαιρεθείσης ἄρα [d] ἀπὸ τῆς ΘΗ τῆς ΓΘ, ἀπὸ δὲ τῆς ΚΕ, τῆς ΕΛ ἴσης τῇ ΒΘ, δεήσει δειχθῆναι, ὅτι λοιπὴ ἡ ΓΗ πρὸς λοιπὴν συναμφότερον τὴν ΑΘ, ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ, τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΘΛ· τουτέστιν ἡ ΛΕ πρὸς ΘΛ. Καὶ ἐναλλὰξ, ὅτι ἡ ΚΕ πρὸς ΕΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΘΛ, πρὸς [e] ΘΛ. Καὶ διελόντι, ἡ ΚΛ πρὸς ΛΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΚΛ πρὸς ΘΛ. Ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΛΕ τῆς ΘΛ.

[s] κύβων [t] ὁ τῆς ΑΘ [u] In MS. ἀπὸ deeſt. [w] καὶ ὁ τῆς ΑΘ. [x] ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐστιν ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘΒ in MS. deſunt. [y] ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ τουτέστι [z] ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ in MS. deſunt. [a] ἡ ΒΔ [b] μεῖον [c] δέον [d] ἀπὸ ex MS. [e] ΘΔ

EUTOCIUS.

ΕΙΣ ΤΟ θ'.

Ἡ ΘΖ πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ διπλασίονα τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ· τουτέστιν ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ. Ἐπεὶ γὰρ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς κάθετος ἦκται ἡ ΑΖ, τῶν πρὸς τῇ καθέτῳ τριγώνων ὁμοίων ὄντων, ἔστιν ὡς ἡ ΖΒ πρὸς ΒΑ, ἡ ΑΒ πρὸς ΒΔ· καὶ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τρίτης, ὡς ἀνωτέρω δέδεικται. Ὡς ἄρα ἡ ΖΒ πρὸς ΒΔ, τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΔ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΒΔ πρὸς ΔΖ, οὕτω τὸ ἀπὸ [f]ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ. Ὡς γὰρ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας. Καὶ δι' ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς [g]ΔΖ. Συναχθείη δ' ἂν τὸ αὐτὸ καὶ ἄλλως οὕτως. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΖΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΔΖ, τῆς ΒΔ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, καὶ ἔστι τῷ μὲν ὑπὸ ΔΒΖ ἴσον [h]τὸ ἀπὸ ΒΑ· τῷ δὲ ὑπὸ ΒΔΖ ἴσον τὸ ἀπὸ ΔΑ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΔΖ.

Καὶ ἐπεὶ ἡ ΘΖ πρὸς ΖΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ. Καθόλου γὰρ ἐὰν ὦσι δύο μεγέθη ἄνισα, καὶ προστεθῇ αὐτοῖς ἴσα, τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλασσον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ συντεθὲν πρὸς τὸ συντεθέν. Ἔστωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ ΑΒ, ΓΔ· καὶ προσκείσθωσαν αὐταῖς ἴσαι αἱ ΒΕ, ΔΖ. Λέγω ὅτι ἡ ΑΒ πρὸς ΓΔ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΑΕ πρὸς ΓΖ. Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ, ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς ΒΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΒΕ, τουτέστι πρὸς ΔΖ. Ὥστε καὶ συνθέντι ἡ ΑΕ πρὸς ΕΒ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΔΖ, διὰ τὰ προδεδειγμένα· καὶ ἀναστρέψαντι, ἡ ΑΕ πρὸς ΑΒ ἐλάσσονα ἤπερ ἡ ΓΖ πρὸς ΓΔ. Ὥστε ἐναλλάξ, δῆλον ἔσται τὸ προτεθέν.



Ἔλαττον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΘΖΗ τοῦ ἀπὸ ΖΚ. Ἐὰν γὰρ ὦσι τρεῖς εὐθεῖαι συνεχεῖς, ὡς αἱ Α, Β, Γ, ὥστε τὴν Α πρὸς τὴν Β ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤπερ τὴν Β πρὸς τὴν Γ· τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων τῶν Α, Γ, ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς μέσης τῆς Β. Ἐὰν γὰρ ποιῶμεν, ὡς τὴν Α πρὸς τὴν Β, [i]οὕτως τὴν Β πρὸς ἄλλην τινά, ἔσται πρὸς μείζονα τῆς Γ· εἴπερ δεῖ ἐλαττοῦσθαι τὸν τῆς Β πρὸς Γ λόγον. Καὶ ἔσται τὸ ὑπὸ τῆς Α, καὶ τῆς μείζονος τῆς Γ, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς Β. Ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν Α, Γ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς Β.



Τὸ ἄρα ὑπὸ ΘΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΚΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ. Ὡς γὰρ ἡ

IN NONUM.

ΘZ ad ZH minorem rationem habet ejus dupla, quam habet quadratum, quod a BA deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AΔ; hoc eſt BZ ad ZΔ. Quoniam enim in triangulo rectangulo ducta eſt ab angulo recto normalis AZ; cum triangula, quæ ad normalem ſunt, ſimilia invicem ſint, ut ZB ad BA, ita ſe habet AB ad BΔ: et ut prima ad tertiam, ita quadratum quod a prima deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ſecunda; et quadratum, quod a ſecunda deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a tertia, quemadmodum ſupra demonſtratum eſt. Igitur ut ZB ad BΔ, ita ſe habet quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BΔ. Ut autem BΔ ad ΔZ, ita ſe habet quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔA. Ut enim prima ad tertiam, ita ſe habet quadratum, quod a prima deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ſecunda. Ut igitur quadratum, quod a BA deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔA, ita ſe habet, æqua proportione, BZ ad ΔZ. Colligetur autem hoc idem etiam hoc pacto. Quoniam enim ut BZ ad ZΔ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ZBΔ continetur ad ſpatium, quod continetur ſub BΔZ, ſumpta BΔ communi altitudine; et ſpatio quidem, quod ſub ΔBZ continetur, æquale eſt quadratum, quod a BA deſcribitur; ſpatio vero, quod continetur ſub BΔZ, quadratum eſt æquale, quod deſcribitur a ΔA; ideo ut quadratum, quod a BA deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔA, ita ſe habet BZ ad ΔZ.

Et quoniam ΘZ ad ZK minorem rationem habet, quam ΘB ad BK. Generaliter enim ſi duæ fuerint inæquales magnitudines, iiſque æquales duæ aliæ adjiciantur, major ad minorem majorem rationem habet, quam compoſita ad compoſitam. Sint enim inæquales duæ rectæ AB, ΓΔ; iiſque æquales adjiciantur BE, ΔZ. Dico, AB ad ΓΔ majorem rationem habere, quam AE ad ΓZ. Quoniam enim major eſt AB quam ΓΔ, AB ad BE majorem rationem habet, quam ΓΔ ad BE, hoc eſt ad ΔZ. Quare, etiam componendo, AE ad EB majorem habet rationem, quam ΓZ ad ΔZ, per ea, quæ antea demonſtrata ſunt: et convertendo, AE ad AB rationem habet minorem, quam ΓZ ad ΓΔ. Quare permutando quod propoſitum eſt conſtabit.

Minus eſt igitur ſpatium, quod ſub ΘZH continetur, quadrato, quod a ZK deſcribitur. Si enim tres fuerint rectæ deinceps poſitæ, puta A, B, Γ, ita ut A ad B minorem rationem habeat, quam B ad Γ; quod ſub earum extremis A, Γ ſpatium continetur, id quadrato minus eſt, quod a media B deſcribitur. Si enim fiat, ut A ad B, ita B ad aliam quamdam; hæc utique major erit quam Γ; ſi quidem ratio ipſius B ad Γ minui debet. Atque erit ſpatium, quod ſub A, et majore quam Γ continetur, æquale quadrato, quod a B deſcribitur. Quare ſpatium, quod continetur ſub A et Γ, minus eſt quadrato, quod deſcribitur a B.

Spatium igitur, quod ſub ΘZH continetur, ad quadratum, quod a ZH deſcribitur, minorem rationem habet,

[f] ΕΑ [g] πρὸς Δ [h] τῷ [i] In MS. οὕτως deeſt

quam quadratum, quod a KZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ZH. Ut enim ΘZ ad ZH ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΘZH continetur, ad quadratum, quod a ZH deſcribitur. At vero ſpatium, quod ſub ΘZH continetur, minus eſt quadrato, quod a ZK deſcribitur. Major autem magnitudo majorem ad eamdem rationem habet, quam minor.

Et quoniam æqualis eſt BE ipſi EΔ, minus eſt ſpatium, quod ſub BZΔ continetur, ſpatio, quod continetur ſub BEΔ. Nam ſpatium quidem, quod ſub BEΔ continetur, æquale eſt quadrato, quod ab EΔ deſcribitur; ſpatium vero, quod continetur ſub BZΔ, una cum quadrato, quod ab EZ deſcribitur, eidem illi quadrato eſt æquale. Hoc autem conſtat, id ſpatium, quo longius abeſt punctum Z ab eo puncto, quod rectam BΔ in duas æquas partes ſecat, eo minus eſſe ſpatio, quod ſub æqualibus rectis continetur. Nam una cum majore quadrato, quod a rectis, quæ inter puncta ſecantia interjiciuntur, deſcribitur, ſpatio æquale eſt, quod ſub rectis æqualibus continetur. Quare et ſi recta in inæquales partes in puncto alio atque alio ſecetur; quod ſpatium ſub ſegmentis continetur, quæ puncto, in quo eadem recta ſecatur in duas æquas partes, propiora ſunt, id ſpatio eſt majus, quod continetur ſub ſegmentis, quæ ab eodem puncto ſunt remotiora.

BZ igitur ad BE minorem rationem habet, quam EΔ ad ΔZ. Generaliter enim ſi quatuor ſint termini, puta A, B, Γ, ΔE; et ſpatium, quod ſub A, ΔE continetur, minus ſit ſpatio, quod continetur ſub B, Γ; A ad B minorem rationem habet, quam Γ ad ΔE. Sit enim ſpatium, quod continetur ſub B, Γ, æquale ſpatio, quod continetur ſub A, ZE. Ut igitur A ad B, ita ſe habet Γ ad ZE. Habet autem Γ ad ZE minorem rationem, quam ad EΔ. Habet igitur etiam A ad B minorem rationem quam Γ ad ΔE.



Ut igitur ΘB ad BK, ita ſe habet quadratum, quod a ΘN deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a NK. Quoniam enim ſpatio, quod ſub ΘBK continetur, æquale eſt quadratum, quod a BN deſcribitur, ſe habent invicem proportionales tres, ut ΘB ad BN, ita BN ad BK. Et ut prima ad tertiam, ΘB ad BK, ita ſe habet quadratum, quod a ſecunda deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a tertia; hoc eſt quadratum, quod a BN deſcribitur ad quadratum, quod deſcribitur a BK, ut ſupra demonſtratum eſt. Rurſus quoniam ut ΘB ad BN, ita ſe habet BN ad BK; componendo, ut ΘN ad NB, ita ſe habet KN ad KB: et permutando, ut ΘN ad NK, ita NB ad BK. Igitur etiam, ut quadratum, quod a ΘN deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a NK, ita ſe habet quadratum, quod a NB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BK. Ut autem quadratum, quod a NB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BK, ita demonſtratum eſt ſe habere ΘB ad BK. Ut igitur ΘB ad BK, ita etiam ſe habet quadratum, quod a ΘN deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a NK.

Quadratum autem, quod a ΘZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ZK, majorem rationem habet, quam quadratum, quod a ΘN deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a NK. Rurſus enim inæqualibus duabus ΘZ, ZK cum NZ adjecta ſit; propter id, quod ſupra dictum eſt, ΘZ ad ZK majorem rationem habet, quam ΘN ad NK: quare etiam dupla. Quod igitur quadratum a ΘZ deſcribitur, id ad quadratum quod deſcribitur a ZK, majorem rationem habet, quam quadratum, quod a ΘN deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a NK, hoc eſt ΘB ad BE; hoc eſt KZ ad ZH.

ἡ ΘΖ πρὸς ΖΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΘΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ. [k] Τὸ δὲ ὑπὸ ΘΖΗ τοῦ ἀπὸ ΖΚ ἔλασσον. Τὸ δὲ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλασσον.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ, ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ [l] τῶν ΒΖΔ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΕΔ. Τὸ μὲν γὰρ ὑπὸ ΒΕΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΕΔ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΒΖΔ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΕΖ, ἴσον ἐστὶ τῷ αὐτῷ. Καὶ δῆλον, ὅτι ὅσῳ τῆς διχοτομίας [m] ἀφέστηκε τὸ Ζ, * μεῖζον, ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ἴσων. Μετὰ γὰρ μείζονος τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ [n] τῶν τομῶν, ἴσον γίνεται τὸ ὑπὸ τῶν ἴσων. Ὥς τι εὐθεῖα εἰς ἄνισα τέμνηται κατ' ἄλλα καὶ ἄλλα σημεῖα, τὸ ὑπὸ τῶν τμημάτων τῶν ἔγγιον τῆς διχοτομίας, μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ἀπωτέρων τμημάτων.

Ἡ ΒΖ ἄρα πρὸς ΒΕ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ. Καθόλου γὰρ, ἐὰν ὦσι τέσσαρες ὅροι, ὡς αἱ Α, Β, Γ, ΔΕ· καὶ ᾖ τὸ ὑπὸ τῶν Α, ΔΕ ἔλασσον τοῦ ὑπὸ Β, Γ· ἡ Α πρὸς τὴν Β ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Γ πρὸς ΔΕ. Ἔστω γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν Β, Γ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν Α, ΖΕ. Ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, ἡ Γ πρὸς τὴν ΖΕ. Ὁ δὲ Γ πρὸς τὴν ΖΕ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὴν ΕΔ. [o] Καὶ ἡ Α ἄρα πρὸς τὴν Β ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Γ πρὸς ΔΕ.

Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΘΒ [p] πρὸς ΒΚ, τὸ ἀπὸ ΘΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΚ. Ἐπεὶ γὰρ τῷ ὑπὸ ΘΒΚ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΒΝ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσιν, ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΒΝ, ἡ ΒΝ πρὸς ΒΚ. Καὶ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τρίτης, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΒΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΚ, ὡς δέδεικται ἀνωτέρω. Πάλιν ἐπεὶ ἐστιν ὡς ΘΒ πρὸς ΒΝ, ἡ ΒΝ [q] πρὸς ΒΚ· συνθέντι, ὡς ἡ ΘΝ πρὸς ΝΒ, ἡ ΚΝ πρὸς ΚΒ· ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΘΝ πρὸς ΝΚ, ἡ ΝΒ πρὸς ΒΚ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΘΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΚ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΝΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΚ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΝΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΚ, οὕτως ἐδείχθη ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΘΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΚ.

Τὸ δὲ ἀπὸ [r] ΘΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΘΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΚ. Πάλιν γὰρ δύο ἀνίσοις ταῖς ΘΖ, [s] ΖΚ πρόσκειται ἡ ΝΖ· καὶ διὰ τὸ ἀνωτέρω εἰρημένον ἡ ΘΖ πρὸς ΖΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΘΝ πρὸς ΝΚ· ὥστε καὶ τὰ διπλάσια. [t] Τὸ ἄρα ἀπὸ ΘΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΘΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΚ, [u] τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ, τουτέστιν ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ.

[k] τὸ δὲ ὑπὸ ΘΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ τὸ δὲ ὑπὸ ΘΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ ἔλασσον [l] τῶν ΒΕΔ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΖΔ [m] ἀφέστηκε [n] τῶν τομῶν ἴσων γάρ [o] ἡ ἡ Α ἄρα [p] πρὸς ΘΚ [q] πρὸς ΑΒ [r] ΘΚ [s] ΖΕ [t] τῷ [u] τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ· τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ.

* Meib. retinet μείζω

Ἡ ἄρα ΘΖ πρὸς ΖΗ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς ΚΖ πρὸς ΖΗ. Νοείσθωσαν γὰρ χωρὶς κείμεναι εὐθεῖαι, ὡς αἱ ΑΒ, Γ, Δ· ὥστε τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ μείζονα λόγον ἔχειν, ἤπερ τὴν Γ πρὸς τὴν Δ. Λέγω ὅτι ἡ ΑΒ πρὸς Δ μείζονα ἢ ἡμιόλιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς τὴν Δ. Εἰλήφθω γὰρ τῶν Γ, Δ μέση ἀνάλογον ἡ Ε. Ἐπεὶ οὖν τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ· ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ λόγος διπλάσιός ἐστι [a] τοῦ τῆς ΑΒ πρὸς Γ· ὁ δὲ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ διπλασίων ἐστὶ τοῦ τῆς Γ πρὸς Ε· καὶ ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς Γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ Γ πρὸς Ε. Γεγονέτω οὖν ὡς ἡ Ε πρὸς τὴν Γ, ἡ Γ πρὸς ΒΖ. Καὶ ἐπεὶ τέσσαρες εὐθεῖαι ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΒΖ, Γ, Ε, Δ, ἡ ΒΖ ἄρα πρὸς Δ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΒΖ πρὸς Γ, τουτέστιν ἡ Γ πρὸς Ε. Ἔχει δὲ καὶ ἡ Γ πρὸς Δ διπλασίονα λόγον τοῦ ἣ Γ πρὸς Ε. Ἡ ἄρα ΒΖ πρὸς Δ ἡμιόλιον [b] λόγον ἔχει τοῦ ἣ Γ πρὸς Δ. Ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς Δ μείζονα ἢ ἡμιόλιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ.*



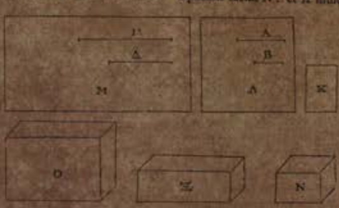
ΘZ igitur ad ZH rationem habet majorem ejus ſeſquialtera, quam habet KZ ad ZH. Intelligantur enim rectæ ſeorſum poſitæ, puta AB, Γ, Δ; ita ut quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ, majorem rationem habeat quam Γ ad Δ. Dico AB ad Δ rationem habere majorem, ejus ſeſquialtera, quam habet Γ ad Δ. Sumatur enim inter Γ, Δ proportionalis media E. Quoniam igitur quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ, majorem rationem habet, quam Γ ad Δ: et ratio quidem quadrati, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ, dupla eſt rationis ipſius AB ad Γ; ratio vero ipſius Γ ad Δ dupla eſt rationis ipſius Γ ad E; ideo etiam AB ad Γ majorem rationem habet, quam Γ ad E. Itaque fiat; ut E ad Γ, ita Γ ad BZ. Et quoniam quatuor ſunt rectæ proportione continua proportionales BZ, Γ, E, Δ; ideo BZ ad Δ rationem habet triplam ejus, quam habet BZ ad Γ; hoc eſt Γ ad E. Habet autem et Γ ad Δ rationem ejus duplam, quam Γ habet ad E. Habet igitur BZ ad Δ rationem ejus ſeſquialteram, quam habet Γ ad Δ. Propterea AB ad Δ rationem habet majorem ejus ſeſquialtera, quam Γ habet ad Δ.

ΛΕΜΜΑ ΕΙΣ ΤΟ ΕΞΗΣ.

Ἔστωσαν τέσσαρες ὅροι οἱ Α, Γ, Δ, Β. Λέγω ὅτι ὁ συγκείμενος λόγος ἐκ τοῦ ὑπὸ τῶν Α, Β πρὸς τὸ ἀπὸ Γ, μετὰ τοῦ τοῦ Β πρὸς Δ λόγου, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὑπὸ ΑΒ ἐπὶ τὴν Β πρὸς τὸ ἀπὸ Γ ἐπὶ τὴν Δ. Ἔστω γὰρ τῷ μὲν ὑπὸ ΑΒ ἴσος ὁ Κ, τῷ δὲ ἀπὸ Γ ἴσος ὁ Λ· καὶ γεγονέτω ὡς ἡ Β πρὸς Δ, οὕτως ὁ Λ πρὸς Μ. Ὁ ἄρα τοῦ Κ πρὸς Μ λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ Κ πρὸς Λ, τουτέστι τοῦ ὑπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ· καὶ τοῦ Λ πρὸς Μ, τουτέστι τοῦ Β πρὸς Δ. Ὁ δὲ Κ τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Ν ποιείτω· ὁ δὲ Λ τὸν Β πολλαπλασιάσας, τὸν Ξ ποιείτω· τὸν δὲ Δ πολλαπλασιάσας, τὸν Ο. Ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ὁ Κ ἐστιν, ὁ δὲ Κ τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Ν πεποίηκεν· [c] τὸ ἄρα Ν ἐστιν ὁ ὑπὸ ΑΒ ἐπὶ τὴν Β. Πάλιν ἐπεὶ τὸ ἀπὸ Γ ὁ Λ ἐστιν, ὁ δὲ Λ τὸν Δ πολλαπλασιάσας [d] τὸν Ο πεποίηκεν· ὁ Ο ἄρα ἐστὶν ὁ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν Δ. Ὥς τε ὁ τοῦ ὑπὸ ΑΒ ἐπὶ τὴν Β πρὸς τὸ ἀπὸ Γ ἐπὶ τὴν Δ λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ Ν πρὸς Ο. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ὁ τοῦ Κ πρὸς Μ [e] λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ Ν πρὸς Ο. Ἐπεὶ οὖν ἑκάτερος τῶν Κ, Λ τὸν Β πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τὸν Ν, Ξ πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Λ, οὕτως ὁ Ν πρὸς Ξ. Πάλιν ἐπεὶ ὁ Λ ἑκάτερον τῶν Β, Δ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Ξ, Ο πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Β πρὸς Δ, ὁ Ξ πρὸς Ο. Ἀλλ' ὡς ὁ Β πρὸς Δ, ὁ Λ πρὸς τὸν Μ. Καὶ ὡς ἄρα ὁ Λ πρὸς Μ, ὁ Ξ πρὸς Ο. Οἱ ἄρα Κ, Λ, Μ τοῖς Ν, Ξ, Ο ἐν τῷ αὐ-

LEMMA IN EAM, QUÆ SEQUITUR, DEMONSTRATIONEM.

Sint quatuor termini A, Γ, Δ, B. Dico rationem, quæ componitur ex ratione cum ſpatii, quod ſub A, B continetur ad quadratum, quod a Γ deſcribitur, tum ipſius B ad Δ, eamdem eſſe atque rationem ſpatii, quod continetur ſub A, B in B ducti, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ, ductum in Δ. Sit enim ſpatio, quod ſub AB continetur, æqualis terminus K; et quadrato, quod a Γ deſcribitur, æqualis terminus Λ: et fiat ut B ad Δ, ita Λ ad M. Ratio igitur ipſius K ad M componitur ex ratione cum ipſius K ad Λ; hoc eſt ſpatii quod ſub A, B continetur, ad quadratum, quod a Γ deſcribitur; tum ipſius Λ ad M; hoc eſt ipſius B ad Δ. Porro K B multiplicans faciat N: et Λ multiplicans quidem B, faciat Ξ; multiplicans vero Δ, faciat O. Quoniam igitur ſpatium, quod ſub AB continetur, terminus eſt K; qui quidem K B multiplicans fecit N; ideo N ſpatium eſt, quod continetur ſub AB, ductum in B. Rurſus quoniam quadratum, quod a Γ deſcribitur, terminus eſt Λ; qui quidem Λ multiplicans Δ fecit O;



ideo O eſt quadratum, quod deſcribitur a Γ, ductum in Δ. Quare ratio ſpatii, quod ſub AB continetur, ducti in B, ad quadratum, quod a Γ deſcribitur, ductum in Δ, eadem eſt atque ratio ipſius N ad O. Oportet igitur demonſtrare, rationem ipſius K ad M eamdem eſſe atque rationem ipſius N ad O. Quoniam igitur uterque terminus K, Λ, B multiplicans, utrumque N, Ξ fecit; ut K ad Λ, ita ſe habet N ad Ξ. Rurſus quoniam terminus Λ multiplicans utrumque B, Δ, utrumque fecit Ξ, O; ut B ad Δ, ita ſe habet Ξ ad O. Ut autem B ad Δ, ita ſe habet Λ ad M. Ut igitur Λ ad M, ita etiam ſe habet Ξ ad O. Quo fit ut termini K, Λ, M; et N, Ξ, O bini binis ſibi invicem proportione reſpondeant. Igitur etiam

[a] τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ [b] λόγον ἔχει τοῦ τῆς Γ πρὸς Δ ex MS. [c] ὁ ἄρα Η [d] τὴν Β [e] λόγοι ἐπὶ

* Ita ſupplet Meibomius loci hujus ſententiam.

ut K ad M, ita, æqua proportione, ſe habet N ad O. Ac ratio quidem ipſius K ad M eadem eſt atque illa, quæ componitur ex ratione cum ſpatii, quod ſub AB continetur, ad quadratum, quod a Γ deſcribitur, tum ipſius B ad Δ; ratio vero ipſius N ad O eadem eſt atque ratio ſpatii, quod continetur ſub AB, ducti in B, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ, ductum in Δ. Quæ igitur ratio componitur ex ratione cum ſpatii, quod ſub AB continetur, ad quadratum, quod a Γ deſcribitur, tum ipſius B ad Δ, hæc eadem eſt atque ratio ſpatii, quod continetur ſub AB, ducti in B, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ, ductum in Δ.

Illud vero manifeſtum eſt, ſpatium quod, ſub AB continetur, in B ductum, æquale eſſe quadrato, quod a B deſcribitur, ducto in A. Quoniam enim ut A ad B, ita ſe habet ſpatium, quod ſub AB continetur, ad quadratum, quod a B deſcribitur, ſumpta communi altitudine B; ſi vero quatuor ſint termini invicem proportionales, ſpatium, quod ſub eorum extremis continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub mediis. Ideo ſpatium, quod ſub AB continetur, in B ductum, æquale eſt quadrato, quod a B deſcribitur, ducto in A.

IN ALTERAM NONI DEMONSTRATIONEM.

Dictum in præcedentibus eſt; ſi inter duas magnitudines media ſumatur, extremarum rationem ex ea componi, quam habet cum prima ad mediam, tum media ad tertiam. Quin etiam ſi plures mediæ ſumantur, extremarum ratio ex iis pariter componitur, quas habent invicem omnes magnitudines deinceps poſitæ. Itaque hoc loco dicit, rationem ſegmenti BAΔ ad ſegmentum BΓΔ componi ex ratione, quam habet tum ſegmentum BAΔ ad conum, cujus quidem baſis eſt circulus, qui circa diametrum BΔ deſcribitur, vertex vero punctum A; tum idem conus ad conum, cujus quidem baſis eadem eſt, vertex vero punctum Γ; tum idem hic, quem diximus, conus ad ſegmentum BΓΔ. Nimirum ſumptis inter ſegmenta ΔAB, et BΓΔ mediis, quos diximus, conis. Sed ratio quidem ſegmenti BAΔ ad conum BAΔ eadem eſt quæ ipſius HΘ ad ΘΓ: nimirum per Poriſma tertii theorematis libri ſecundi. Quippe in eo dicebatur, ſegmentum ad conum, qui in ipſo eſt, eamdem habere rationem, quam utraque ſimul tum ea, quæ ex centro ſphæræ, tum reliqui ſegmenti altitudo ad reliqui ſegmenti altitudinem. Ratio vero coni BAΔ ad conum BΓΔ eadem quæ ipſius AΘ ad ΘΓ. Cum enim ſuper eadem baſe conſtituti ſint, ſe invicem habent ut altitudines. Ratio denique coni BΓΔ ad ſegmentum BΓΔ eadem quæ ipſius AΘ ad ΘZ: nimirum per Poriſmatis, quod diximus, reciprocationem. Quare ratio ſegmenti BAΔ ad ſegmentum BΓΔ ex ratione componitur tum ipſius HΘ ad ΘΓ, tum ipſius AΘ ad ΘΓ, tum ipſius AΘ ad ΘZ. Quæ autem ratio componitur ex ratione tum ipſius HΘ ad ΘΓ, tum ipſius AΘ ad ΘΓ, eadem eſt quæ ſpatii, quod continetur ſub HΘA, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ. Æquiangula enim parallelogramma rationem habent, quæ ex lateribus componitur. Quæque componitur ex ratione tum ſpatii, quod continetur ſub HΘA, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, tum ipſius AΘ ad ΘZ, eadem eſt quæ ſpatii, quod continetur ſub HΘA, ducti in ΘA, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ: nimirum ut in præmiſſo theoremate demonſtratum eſt. Quæ quidem ratio ſpatii, quod continetur ſub HΘA, ducti in ΘA, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘZ, eadem eſt quæ quadrati, quod deſcribitur ab AΘ, ducti

τοῦ λόγου εἶναι τοῖς δύο λαμβανομένοις. Καὶ δι᾽ ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ K πρὸς M, οὕτως ὁ N πρὸς O. [b] Καὶ ὁ τοῦ K πρὸς M λόγος, ὁ αὐτὸς τῷ συγκειμένῳ ἔκ τε τοῦ ὑπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ Γ, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ὁ B πρὸς Δ· ὁ δὲ τοῦ N πρὸς O λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὑπὸ AB ἐπὶ τὴν B πρὸς τὸ ἀπὸ Γ ἐπὶ τὴν Δ. Ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ ὑπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ Γ, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ὁ B πρὸς Δ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὑπὸ AB ἐπὶ τὴν B πρὸς τὸ ἀπὸ Γ ἐπὶ τὴν Δ.

Φανερὸν δὲ, καὶ ὅτι τὸ ὑπὸ AB ἐπὶ τὴν B ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ B ἐπὶ τὴν A. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ A πρὸς τὴν B, οὕτως τὸ ὑπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ B, τοῦ B κοινοῦ ὕψους λαμβανομένου· ἐὰν δὲ τέσσαρα ἦν ἀνάλογα ᾖ, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων. Τὸ ἄρα [c] ὑπὸ AB ἐπὶ τὴν B, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ B ἐπὶ τὴν A.

ΕΙΣ ΤΟ ΑΛΛΩΣ ΤΟΥ θ.

Εἴρηται ἐν τοῖς προλαβοῦσιν, ὡς ἐὰν δύο μεγεθῶν ληφθῇ τὸ μέσον, ὁ τῶν ἄκρων λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ πρῶτον πρὸς τὸ μέσον, καὶ τὸ μέσον πρὸς τὸ τρίτον. Ὁμοίως [d] δὴ κἂν πλείονα μέσα ληφθῇ, ὁ τῶν ἄκρων λόγος σύγκειται ἐκ τῶν λόγων ὧν ἔχουσιν πάντα κατὰ τὸ ἑξῆς πρὸς ἄλληλα τὰ μεγέθη. Καὶ ἐνταῦθα οὖν φησιν, ὅτι ὁ τοῦ BAΔ τμήματος πρὸς τὸ BΓΔ τμῆμα λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ BAΔ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον, οὗ βάσις μὲν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν BΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ A σημεῖον, καὶ ὁ αὐτὸς κῶνος [e] πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν, κορυφὴν δὲ τὸ Γ σημεῖον· καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος πρὸς τὸ BΓΔ τμῆμα. Δηλαδὴ τοῦ ΔAB τμήματος, καὶ τοῦ BΓΔ μέσων λαμβανομένων τῶν εἰρημένων κώνων. Ἀλλ᾽ ὁ μὲν τοῦ BAΔ τμήματος πρὸς τὸν BAΔ κῶνον, ὁ τῆς HΘ ἐστὶ πρὸς ΘΓ· διὰ τὸ Πόρισμα τοῦ τρίτου θεωρήματος τοῦ δευτέρου βιβλίου. Ἐλέγετο γὰρ τὸ τμῆμα πρὸς τὸν ἐν ἑαυτῷ κῶνον τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος. Ὁ δὲ τοῦ BAΔ κώνου πρὸς τὸν BΓΔ κῶνον, ὁ τῆς AΘ ἐστὶ πρὸς ΘΓ. Ἐπεὶ γὰρ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως εἰσὶ, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ὕψη. Ὁ δὲ τοῦ BΓΔ κώνου πρὸς τὸ BΓΔ τμῆμα, ὁ τῆς AΘ ἐστὶ πρὸς ΘZ· διὰ τὸ ἀνάπαλιν τοῦ εἰρημένου Πορίσματος. Ὥστε ὁ τοῦ BAΔ τμήματος πρὸς τὸ BΓΔ τμῆμα λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς HΘ πρὸς ΘΓ, καὶ τοῦ τῆς AΘ πρὸς ΘΓ, καὶ τοῦ τῆς AΘ [f] πρὸς ΘZ. Ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ τῆς HΘ πρὸς ΘΓ, μετὰ τοῦ τῆς AΘ πρὸς ΘΓ, ὁ τοῦ ὑπὸ HΘA ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ. Τὰ γὰρ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν. Ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ HΘA πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ, μετὰ τοῦ τῆς AΘ πρὸς ΘZ, ὁ τοῦ ὑπὸ HΘA ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΘA, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘZ· ὡς δέδεικται ἐν τῷ προληφθέντι λήμματι. Ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ HΘA ἐπὶ τὴν ΘA πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘZ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ AΘ ἐπὶ

[b] καὶ ἐπεὶ ὁ τοῦ K [c] ὑπὸ ABE [d] δὴ [e] πρὸς αὐτὸν [f] πρὸς ΘΓ

τοῦ ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ· καὶ τοῦτο ἀποδέδεικται ἐν τῷ προλαφθέντι. Ὁ ἄρα τοῦ τμήματος πρὸς τὸ τμῆμα λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΛΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ. Ἐπεὶ οὖν δεῖ δεῖξαι, ὅτι τὸ τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου· δεῖ ἄρα δεῖξαι, [g] ὅτι τὸ ἀπὸ ΛΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΒΑΔ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΒΓΔ· τουτέστι ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΓ, οὕτως ἡ ΛΘ πρὸς ΘΓ· δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς προλαφθεῖσι θεωρήμασι. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΛΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ [h] ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς ΛΘ πρὸς ΘΓ. Ἀλλὰ τοῦ τῆς ΛΘ πρὸς ΘΓ λόγου διπλάσιός ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΛΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. Ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ ΛΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΛΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΛΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ, τῆς ΘΗ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένου, οὕτως τὸ ἀπὸ ΛΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Χρὴ ἄρα ἀποδεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΛΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ αὐτὸ [i] τὸ ἀπὸ ΛΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΖΘ μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ· τουτέστιν ὅτι μείζων ἡ ΖΘ τῆς ΘΗ. Ἔστι δὲ τοῦτο φανερόν. Ἀνίσοις γὰρ ταῖς ΛΘ, ΘΓ ἴσαι προσκεῖνται αἱ ΖΛ, ΓΗ.

Ταῦτα εἰπών, αὐτὸς μὲν οὐκ ἐπήγαγε τὴν σύνθεσιν, ἡμεῖς δ' αὐτὴν προστίθεμεν. Ἐπεὶ ἡ ΖΘ τῆς ΘΗ μείζων ἐστί, τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Ὥστε τὸ ἀπὸ ΛΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ αὐτὸ τὸ ἀπὸ ΛΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. [k] Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΛΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, τὸ ἀπὸ ΛΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΛΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΛΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ. Ἀλλ' ὁ τοῦ ἀπὸ ΛΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ λόγος διπλάσιός ἐστι τοῦ τῆς ΛΘ [l] πρὸς ΘΓ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΛΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς ΛΘ πρὸς ΘΓ. Ἀλλ' ὁ μὲν τῶν τμημάτων λόγος ὁ αὐτὸς ἐδείχθη τῷ ὃν ἔχει

in ΘH, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘZ: hoc enim quoque in præmiſſo theoremate demonſtratum eſt. Itaque ratio ſegmenti ad ſegmentum eadem eſt quæ quadrati, quod ab ΛΘ deſcribitur, ducti in ΘH, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ. Cum igitur demonſtrare oporteat ſegmentum ad ſegmentum rationem habere minorem ejus dupla, quam habet ſuperficies ad ſuperficiem, oportet utique demonſtrare, quadratum, quod ab ΛΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, rationem habere minorem ejus dupla, quam habet ſuperficies ſegmenti BAΔ ad ſuperficiem ſegmenti BΓΔ; hoc eſt quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓB. Ut autem quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BΓ, ita ſe habet ΛΘ ad ΘΓ: hoc enim in præcedentibus demonſtratum eſt. Demonſtrandum igitur eſt, quadratum, quod ab ΛΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘZ, rationem habere minorem ejus dupla, quam habet ΛΘ ad ΘΓ. Dupla autem ipſius ΛΘ ad ΘΓ ratio eadem eſt quæ quadrati, quod ab ΛΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ. Demonſtrandum eſt igitur, quadratum, quod ab ΛΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, minorem rationem habere, quam quadratum, quod ab ΛΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ. Ut autem quadratum, quod ab ΛΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ita ſe habet, ſumpta ΘH communi altitudine, quadratum, quod ab ΛΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘH. Demonſtrandum igitur eſt, quadratum, quod ab ΛΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, minorem rationem habere, quam idem quadratum, quod ab ΛΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘH. Ad quam autem magnitudinem magnitudo eadem minorem habet rationem, ea major eſt. Demonſtrandum eſt igitur, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, in ZΘ ductum, majus eſſe quadrato, quod deſcribitur a ΓΘ, ducto in ΘH; hoc eſt majorem eſſe ZΘ quam ΘH. Hoc vero manifeſtum eſt. Quippe inæqualibus ΛΘ, ΘΓ æquales adjectæ ſunt ZΛ, ΓH.

Hæc cum dixiſſet ipſe quidem compoſitionem non intulit, quam nos ſubjicimus. Quoniam ZΘ major eſt quam ΘH, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur in ΘZ ductum, majus eſt quadrato, quod deſcribitur a ΓΘ, ducto in ΘH. Quare quadratum, quod ab ΛΘ deſcribitur in ΘH ductum ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘZ, minorem rationem habet, quam idem quadratum, quod ab ΛΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘH. Ut autem quadratum, quod ab ΛΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘH, ita ſe habet quadratum, quod ab ΛΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ. Igitur quadratum, quod ab ΛΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, minorem rationem habet, quam quadratum, quod ab ΛΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ. Ratio autem quadrati, quod ab ΛΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, dupla eſt rationis ipſius ΛΘ ad ΘΓ. Igitur quadratum, quod ab ΛΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, rationem habet minorem ejus dupla, quam ΛΘ habet ad ΘΓ. Demonſtratum autem eſt, ſegmentorum rationem eamdem eſſe atque quadrati, quod

[g] ὅτι ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΒ [h] ΕΘ [i] τὸ ἀπὸ ΛΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτό; in MS. deſunt.
[k] ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΛΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ· πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ· τὸ ἄρα etc. [l] πρὸς ΓΘ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΛΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ λόγος διπλάσιος ἐστὶ τοῦ τῆς ΛΘ πρὸς ΘΓ· τὸ ἄρα

ab ΑΘ deſcribitur, in ΘΗ ducti, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ; ſuperficierum vero eamdem atque ipſius ΑΘ ad ΘΓ. Igitur ſegmentum ad ſegmentum rationem habet minorem ejus dupla quam ſuperficies habet ad ſuperficiem.

Deinde vero reſolvens alteram theorematis partem, ſequitur. Dico autem etiam majus ſegmentum ad minus rationem habere majorem ſeſquialtera rationis ſuperficiei ad ſuperficiem. At vero demonſtratum eſt, ſegmentorum rationem eamdem eſſe atque quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, in ΘΗ ducti, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ: et rationis ſuperficiei ad ſuperficiem ſeſquialtera eſt ratio cubi, qui ab ΑΒ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΒΓ; hoc eſt cubi, qui ab ΑΘ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΘΒ. Nam rationis ipſius ΑΒ ad ΒΓ dupla quidem ratio eadem eſt quæ quadrati, quod ab ΑΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΒΓ; tripla vero eadem quæ cubi, qui ab ΑΒ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΒΓ. Ut autem cubus, qui ab ΑΒ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΒΓ, ita ſe habet cubus, qui ab ΑΘ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΘΒ. Nam ut ΑΒ ab ΒΓ, ita ſe habet, propter triangulorum ΑΒΓ, ΑΒΘ ſimilitudinem, ΑΘ ad ΘΒ: et ſi quatuor ſint rectæ invicem proportionales, etiam ſolida ſimilia, quæ ab ipſis ſimili modo deſcribuntur, proportionalia invicem ſunt. Quare cubus, qui ab ΑΘ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΘΒ, rationem habet ejus ſeſquialteram, quam quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, habet ad quadratum, quod deſcribitur a ΒΓ; hoc eſt ſuperficies ad ſuperficiem. Ut autem ſegmentum ad ſegmentum, ita ſe habet quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, in ΘΗ ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ. Dico igitur quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, in ΘΗ ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, majorem rationem habere, quam cubum qui ab ΑΘ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΘΒ; hoc eſt quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΒ, et ΑΘ ad ΘΒ. Ratio enim quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΒ, dupla rationis ipſius ΑΘ ad ΘΒ, adjungens ſibimetipſi rationem ipſius ΑΘ ad ΘΒ, eadem eſt quæ cubi, qui ab ΑΘ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΘΒ: utraque enim ejuſdem rationis eſt tripla. At vero ratio quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΒ, adjungens ſibimetipſi rationem ipſius ΑΘ ad ΘΒ, eadem eſt quæ quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘΒ. Quoniam enim ratio ipſius ΑΘ ad ΘΒ eadem eſt quæ ipſius ΘΒ ad ΘΓ; proportionalis media cum ſit ΒΘ; ideo ratio quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΒ, itemque ipſius ΑΘ ad ΘΒ, eadem eſt quæ quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΒ, quæque ipſius ΒΘ ad ΘΓ. Ratio autem ipſius ΒΘ ad ΘΓ eadem eſt quæ quadrati, quod a ΒΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΒΘΓ continetur, ſumpta ΒΘ communi altitudine. Quare ratio quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΒ, itemque ipſius ΑΘ ad ΘΒ, eadem eſt quæ quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΒ; quæque quadrati, quod a ΒΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΒΘΓ continetur. Ratio autem quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΒΘΓ continetur, ex ratione componitur cum quadrati,

τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ· ὁ δὲ τῶν ἐπιφανειῶν ὃν ἔχει ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ. Τὸ ἄρα τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢ ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου.

Ἑξῆς δὲ ἀναλύων τὸ ἕτερον μέρος τοῦ θεωρήματος ἐπάγει. Φημὶ δὲ ὅτι τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸν ἡμιόλιον τοῦ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου. Ἀλλ' ὁ μὲν τῶν τμημάτων ἐδείχθη ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ· τοῦ δὲ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου ἡμιόλιός ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΒ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον· τουτέστιν, ὁ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ ΘΒ κύβον. Τοῦ γὰρ τῆς ΑΒ πρὸς ΒΓ διπλάσιος μέν ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΒ τετραγώνου πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΓ τετράγωνον· τριπλάσιος δὲ ὁ τοῦ [u] ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον. Ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον, οὕτως ὁ ἀπὸ ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΘΒ κύβον. Ὡς γὰρ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΘ πρὸς ΘΒ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΑΒΓ, ΑΒΘ τριγώνων. Ἐὰν δὲ ὦσι τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν στερεά, τὰ ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογόν ἐστιν. Ὥς τι ὁ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΘΒ κύβον, ἡμιόλιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΒ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΓ τετράγωνον· τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν. Ἀλλ' ὡς τὸ τμῆμα [x] πρὸς τὸ τμῆμα, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ. Φημὶ οὖν, ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τῆς ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ [w] ΓΘ ἐπὶ τῆς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΘΒ κύβον· τουτέστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, καὶ ὁ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ. Ὁ γὰρ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, διπλάσιος τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, προσλαβὼν τὸν τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ ΘΒ κύβον· ἑκάτερος γὰρ τοῦ αὐτοῦ ἐστι τριπλάσιος. Ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, προσλαβὼν τὸν τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐστὶ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ. Ἐπεὶ γὰρ ὁ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΘΒ πρὸς ΘΓ, τῆς ΒΘ μέσης ἀνάλογον ὑπαρχούσης· ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ,[y] μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, μετὰ τοῦ τῆς ΒΘ πρὸς ΘΓ. Ἀλλ' ὁ τῆς ΒΘ πρὸς ΘΓ ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΒΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, τῆς ΒΘ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης. Ὥς τι ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ λόγος, μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΘΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ. Ἀλλ' ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ λόγος, ὁ συγκείμενός ἐστιν ἐκ τοῦ

[u] ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον· ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ in MS. deſunt. [x] In MS. deſunt πρὸς τὸ τμῆμα MS. deſunt. [w] ΓΘ ex MS. [y] μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ in

ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, καὶ τοῦ ἀπὸ ΒΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, τοῦ ἀπὸ ΒΘ μέσου λαμβανομένου· Ὥς τι ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ λόγος, μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ [a] ὑπὸ ΒΘΓ. Ὃν δὲ τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ λόγον, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ· τῆς ΘΗ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης. Φημὶ δὲ ὅτι τὸ [b] ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστι. Δεικτέον δὲ ὅτι τὸ ἀπὸ [c] ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἔλασσόν [d] ἐστι τοῦ ὑπὸ ΒΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ· ὃ ταυτόν ἐστι τῷ δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΘΗ πρὸς ΘΖ. Ἐὰν γὰρ ὦσι τέσσαρες ὅροι ὡς ἐνταῦθα, τὸ ἀπὸ ΓΘ, καὶ τὸ ὑπὸ ΓΘΒ, καὶ ἡ ΘΗ, καὶ ΘΖ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἔλαττον ᾖ τοῦ ὑπὸ τῶν μέσων, ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ τρίτος πρὸς τὸν τέταρτον, ὡς δέδεικται ἀνωτέρω. Εὐλόγως ἄρα ἐχρῆν δεῖξαι τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ [e] ἔλασσον τοῦ ὑπὸ ΓΘΒ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Ταυτὸν ἐστι τῷ δεῖξαι ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΘΗ πρὸς ΘΖ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ, ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, [f] ἤπερ ἡ ΘΗ πρὸς ΘΖ· τουτέστιν ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ, καὶ ἀπὸ τοῦ Β κάθετος ἐπ' αὐτὴν ἡ ΒΛ. Ἐπίλοιπον ἡμῖν δεῖξαι δεῖ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ἴση δέ ἐστιν ἡ ΘΖ συναμφοτέρῳ τῇ ΘΑ, ΚΕ. Ἡ γὰρ ΑΖ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστί. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ἡ ΘΗ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΑ, ΚΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Καὶ ἀφαιρεθείσης ἄρα ἀπὸ τῆς ΗΘ ἡ ΓΘ, ἀπὸ δὲ τῆς ΚΕ ἡ ΕΛ ἴσης τῇ ΒΘ· δεῖται δειχθῆναι, ὅτι λοιπὴ ἡ ΓΗ πρὸς λοιπὴν συναμφότερον τὴν ΛΘ, ΚΛ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ἐπεὶ γὰρ δεῖ δειχθῆναι, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΑ, ΚΕ μείζονα λόγον ἔχει, [g] ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ· καὶ ἐναλλὰξ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΚΕ πρὸς ΘΒ· τουτέστι πρὸς ΛΕ. Καὶ διελόντι, ἡ ΗΓ πρὸς ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΚΛ πρὸς ΛΕ, τουτέστι πρὸς ΒΘ· καὶ ἐναλλὰξ, ὅτι ἡ ΗΓ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΑ, ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ, οὕτως ἡ ΘΒ πρὸς ΘΑ· τουτέστιν ἡ ΛΕ πρὸς ΑΘ. Ὅτι ἄρα ἡ ΗΓ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΑΚΛ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΛΕ πρὸς ΑΘ. Καὶ ἐναλλὰξ, ὅτι ἡ ΓΗ, τουτέστιν ἡ ΚΕ πρὸς ΕΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΘΑ πρὸς ΘΑ· διελόντι ἡ ΚΛ πρὸς

quod ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΒΘ, tum quadrati, quod deſcribitur a ΒΘ, ad ſpatium, quod ſub ΒΘΓ continetur; medio utique ſumpto quadrato, quod deſcribitur a ΒΘ. Quare ratio quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΒΘ, itemque ipſius ΑΘ ad ΘΒ, eadem eſt quæ quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΒΘΓ continetur. Ratio autem quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΘΓ, eadem eſt quæ quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, in ΘΗ ducti, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΘΓ, ductum in ΘΗ: nimirum ſumpta ΘΗ communi altitudine. Dico igitur quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, in ΘΗ ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘΖ, majorem rationem habere, quam quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, in ΘΗ ductum, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘΒ, ductum in ΘΗ. Ad quam autem magnitudinem magnitudo eadem majorem rationem habet, ea minor eſt. Oportet igitur demonſtrare, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, in ΘΖ ductum, minus eſſe ſpatio, quod continetur ſub ΒΘΓ, ducto in ΘΗ: quod idem eſt ac demonſtrare, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘΒ, minorem rationem habere, quam ΘΗ ad ΘΖ. Si enim quatuor, ut hic, termini fuerint; id eſt quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur; ſpatium, quod continetur ſub ΓΘΒ; ΘΗ, et ΘΖ; ſolidumque, quod ſub eorum extremis continetur, minus ſit ſolido, quod continetur ſub mediis; primus terminus ad ſecundum minorem utique rationem habet, quam tertius ad quartum, ut ſupra demonſtratum eſt. Itaque merito demonſtrare oportebat, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, in ΘΖ ductum, minus eſſe ſpatio, quod continetur ſub ΓΘΒ, ducto in ΘΗ. Quod idem eſt ac demonſtrare, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘΒ, minorem rationem habere, quam ΘΗ ad ΘΖ. Ut autem quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘΒ, ita ſe habet ΓΘ ad ΘΒ. Oportet igitur demonſtrare, ΓΘ ad ΘΒ minorem rationem habere, quam ΘΗ ad ΘΖ; hoc eſt, ΗΘ ad ΘΖ rationem habere majorem, quam ΓΘ ad ΘΒ. Ducatur a puncto Ε, rectæ ΕΓ ad rectos angulos, ΕΚ; et a puncto Β ipſi ΕΚ ad angulos item rectos, ΒΛ. Reliquum eſt, ut demonſtremus, ΗΘ ad ΘΖ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘΒ. Æqualis eſt autem ΘΖ utrique ſimul ΘΑ, ΚΕ. Quippe ΑΖ ei, quæ ex centro, eſt æqualis. Oportet igitur demonſtrare, ΗΘ ad utramque ſimul ΘΑ, ΚΕ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘΒ. Itaque etiam ablata ab ΗΘ, ΓΘ; et a ΚΕ, ΕΛ ipſi ΒΘ æquali; demonſtrare oportebit, reliquam ΓΗ ad reliquam utramque ſimul ΛΘ, ΚΛ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘΒ. Quoniam enim demonſtrare oportet, ΗΘ ad utramque ſimul ΘΑ, ΚΕ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘΒ; oportebit utique demonſtrare, etiam permutando, ΗΘ ad ΘΓ majorem rationem habere, quam utramque ſimul ΘΑ, ΚΕ ad ΘΒ; hoc eſt ad ΛΕ. Et dividendo, ΗΓ ad ΓΘ majorem rationem habere, quam utramque ſimul ΘΑ, ΚΛ ad ΛΕ; hoc eſt ad ΒΘ: et permutando, ΗΓ ad utramque ſimul ΘΑ, ΚΛ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘΒ. Ut autem ΓΘ ad ΘΒ, ita ſe habet ΘΒ ad ΘΑ; hoc eſt ΛΕ ad ΑΘ. Oportebit igitur demonſtrare, ΗΓ ad utramque ſimul ΘΑ, ΚΛ majorem rationem habere, quam ΛΕ ad ΑΘ. Et permutando, ΓΗ, hoc eſt ΚΕ ad ΕΛ majorem rationem habere, quam utramque ſimul ΚΛ, ΘΑ ad ΘΑ. Denique, dividendo, ΚΛ

[a] ἀπὸ [b] ἀπὸ deeſt. [c] ΓΔ [d] ἡ [e] μείζω [f] ὅπερ ἡ ΘΗ πρὸς ΘΖ· τουτέστιν ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει in MS. deſunt. [g] ὅπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ· καὶ ἐναλλὰξ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει in MS. deſunt.

ad ΛE majorem rationem habere, quam eamdem KΛ ad ΘA: hoc eſt minorem eſſe ΛE quam ΘA. Nos vero deinceps compoſitionem adjiciemus. Quoniam ΛE minor eſt quam AΘ; KΛ ad ΛE majorem rationem habet quam KΛ ad AΘ. Et componendo, KE ad EΛ majorem rationem habet, quam utraque ſimul KΛ, AΘ ad AΘ. Æqualis eſt autem ΛE ipſi BΘ. Igitur HΓ ad BΘ majorem rationem habet, quam utraque ſimul KΛ, AΘ ad AΘ. Et permutando, HΓ ad utramque ſimul KΛ, AΘ majorem rationem habet quam BΘ ad ΘA; hoc eſt ΓΘ ad ΘB. Et permutando, HΓ ad ΓΘ majorem rationem habet, quam utraque ſimul KΛ, AΘ ad ΘB. Et componendo, HΘ ad ΘΓ majorem rationem habet, quam utraque ſimul KΛ, AΘ una cum ΘB, hoc eſt utraque ſimul AΘ, KE ad BΘ. Æqualis eſt autem KE ipſi AZ. Igitur HΘ ad ΘΓ majorem rationem habet, quam ZΘ ad ΘB. Et permutando, HΘ ad ΘZ majorem rationem habet, quam ΓΘ ad ΘB. Ut autem ΓΘ ad ΘB, ita ſe habet quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘB. Igitur propter ea, quæ antea dicta ſunt, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, in ΘZ ductum, minus eſt ſpatio, quod continetur ſub ΓΘB, ducto in ΘH. Quod igitur quadratum ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, id ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, majorem rationem habet, quam quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘB, ductum in ΘH: nimirum quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, majorem habet rationem, quam quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘB. Ratio autem quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub BΘΓ, ex ratione componitur cum quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘB, tum quadrati, quod deſcribitur a ΘB, ad ſpatium, quod continetur ſub BΘΓ; medio utique ſumpto quadrato, quod deſcribitur a BΘ: et ratio quadrati, quod deſcribitur a BΘ ad ſpatium, quod continetur ſub BΘΓ, eadem eſt quæ rectæ ΘB ad ΘΓ; hoc eſt rectæ AΘ ad BΘ. Quod igitur quadratum ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, id ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, majorem rationem habet, quam quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘB, et recta AΘ ad ΘB. Quæ autem ratio componitur ex ratione cum quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘB, tum rectæ AΘ ad ΘB, hæc eadem eſt quæ cubi, qui ab AΘ, deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΘB; hoc eſt cubi, qui ab AB deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a BΓ. Quod igitur quadratum ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, id ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, majorem rationem habet, quam cubus, qui ab AB deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a BΓ. Demonſtratum eſt autem rationem quidem quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ducti, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, eamdem eſſe atque rationem ſegmentorum: rationem vero cubi, qui ab AB deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a BΓ, ſeſquialteram eſſe rationis ſuperficierum. Segmentum igitur ad ſegmentum rationem habet majorem ejus ſeſquialtera, quam ſuperficies habet ad ſuperficiem.

ΛΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ αὐτὴ ἡ ΚΛ πρὸς ΘΑ· τουτέστιν ἐλάσσων ἡ ΛΕ τῆς ΘΑ ἐστίν. Ἑξῆς δὲ ἡμεῖς τὴν σύνθεσιν προσθήσομεν. Ἐπεὶ ἡ ΛΕ τῆς ΑΘ ἐλάσσων, ἡ ἄρα ΚΛ πρὸς ΛΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΚΛ πρὸς ΑΘ. Συνθέντι ἡ ΚΕ πρὸς ΕΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΑΘ πρὸς ΑΘ. Ἡ δὲ ΛΕ τῇ ΒΘ ἐστὶν ἴση. Ἡ ἄρα ΗΓ πρὸς ΒΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΑΘ πρὸς ΑΘ. Ἐναλλάξ, ἡ ἄρα ΗΓ πρὸς συναμφότερον τὴν ΚΛ, ΑΘ, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΘ πρὸς ΘΑ, τουτέστιν ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ἐναλλάξ, ἡ ΗΓ πρὸς ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΑΘ πρὸς ΘΒ. Συνθέντι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΑΘ μετὰ τῆς ΘΒ, τουτέστι συναμφότερος ἡ ΑΘ, ΚΕ πρὸς [a] ΒΘ. Ἴση δὲ ἡ ΚΕ τῇ ΑΖ. Ἡ ἄρα ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΒ. Ἐναλλάξ, ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ὡς δὲ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ. Ἡ ἄρα ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ· καὶ διὰ πρότερον εἰρημένα, τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΓΘΒ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ [b] ἐπὶ τὴν ΘΗ· τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ. Ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ [c] πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, τοῦ ἀπὸ ΒΘ μέσου λαμβανομένου, σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, καὶ τοῦ ἀπὸ ΒΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ· ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΒΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΒΘ πρὸς ΘΓ, τουτέστι τῷ τῆς ΑΘ πρὸς ΒΘ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, μετὰ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ. Ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, καὶ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβου, πρὸς τὸν ἀπὸ ΘΒ κύβον· τουτέστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΒ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ ΒΓ κύβον. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ ΑΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΒΓ κύβον. Ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ λόγος ὁ αὐτὸς ἐδείχθη τῷ τῶν τμημάτων· ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ [d] κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον λόγος, ἡμιόλιος ἐδείχθη τοῦ τῶν ἐπιφανειῶν λόγου. Τὸ ἄρα τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἡμιόλιον οὗ ἔχει ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν.

[a] ΑΘ [b] ἐπὶ τὴν ΘΗ, ὅπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον τοῦ ἀπὸ ΒΘ in MS. deſunt. [c] ΑΘ [d] πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘ, ΘΓ

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ί.

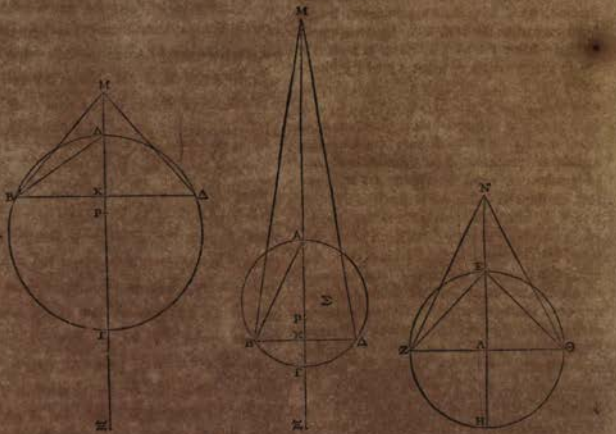
Τῶν ἐπὶ τῇ ἴσῃ ἐπιφανείᾳ περιεχομένων σφαιρικῶν τμημάτων, μεῖζόν ἐστι τὸ ἡμισφαίριον.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ· καὶ ἄλλη σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΕΖΗΘ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΕΗ· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ἡ μὲν ἑτέρα σφαῖρα διὰ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ ἑτέρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου. Ἔστω δὲ τὰ μὲν τέμνοντα ἐπίπεδα ὀρθὰ πρὸς τὰς ΑΓ, ΕΗ διαμέτρους· καὶ τετμήσθωσαν κατὰ τὰς ΔΒ, ΖΘ γραμμάς. Ἔστι δὲ τὸ μὲν κατὰ τὴν ΖΕΘ περιφέρειαν τμῆμα τῆς σφαίρας ἡμισφαίριον· τῶν δὲ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν τεμῶν, ἐν μὲν τῷ ἑτέρῳ σχήματι πρὸς ὃ τὸ Σ σημεῖον μεῖζον ἡμισφαιρίου, ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ ἔλασσον ἡμισφαιρίου. Ἴσαι δὲ ἔστωσαν [a] αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. Λέγω δὴ ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ κατὰ τὴν ΖΕΘ περιφέρειαν ἡμισφαίριον, τοῦ κατὰ τὴν [b] ΒΑΔ περιφέρειαν τμήματος.

PROP. X. Theor.

Sphæricorum ſegmentorum, quæ æquali ſuperficie comprehenduntur, quod eſt hemiſphærium, id eſt maximum.

Sit ſphæra, cujus maximus circulus ΑΒΓΔ, et diameter ΑΓ: aliaque item ſphæra, cujus maximus circulus ΕΖΗΘ, et diameter ΕΗ: planoque ſecentur altera quidem per centrum, altera vero non per centrum acto. Quæ autem ſecant plana recta ſint ad diametros ΑΓ, ΕΗ: ſecenturque ſphæræ ſecundum lineas ΔΒ, ΖΘ. Ac ſegmentum quidem ſphæræ, quod ſecundum circumferentiam ΖΕΘ conſtituitur, hemiſphærium eſt: quæ autem ſegmenta conſtituuntur ſecundum circumferentiam ΒΑΔ, horum quidem alterum in ea figura, in qua eſt punctum Σ, majus eſt hemiſphærio; alterum vero in figura alia hæmiſphærio minus. Æquales autem ſint ſegmentorum, quæ diximus, ſuperficies. Dico igitur hemiſphærium, quod ſecundum circumferentiam ΖΕΘ conſtituitur, majus eſſe hemiſphærio, quod conſtituitur ſecundum circumferentiam ΒΑΔ.



Ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐπιφάνειαι τῶν εἰρημένων τμημάτων, φανερὸν ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΑ τῇ ΕΖ εὐθείᾳ· Δέδεικται γὰρ ἑκάστου τμήματος ἡ ἐπιφάνεια ἴση οὖσα κύκλῳ, [c] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος εὐθείᾳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος. Καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡμίσεως κύκλου ἡ ΒΑΔ περιφέρεια ἐν τῷ ἑτέρῳ σχήματι, πρὸς ὃ [d] τὸ Σ σημεῖον, δῆλον ὅτι ἡ ΒΑ ἐλάσσων ἐστὶ ἢ διπλασίων δυνάμει τῆς ΑΚ.

Quoniam enim æquales ſunt ſegmentorum, quæ diximus, ſuperficies, manifeſtum eſt ΒΑ rectæ ΕΖ æqualem eſſe. Demonſtratum enim eſt, cujuſque ſegmenti ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti. Et quoniam circumferentia ΒΑΔ in ea figura, in qua eſt punctum Σ, major eſt dimidio circuli; manifeſtum eſt ΒΑ rectæ quidem ΑΚ

[a] αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. Λέγω δὴ in MS. deſunt. [b] ΖΗΘ [c] ὄντος [d] τὸ Γ

minorem eſſe quam duplam poteſtate; ejus vero, quæ ex centro, poteſtate majorem quam duplam. Sit porro ei, quæ ex centro circuli ΑΒΔ, æqualis ΓΞ: et quam rationem habet ΓΞ ad ΓΚ, hanc habeat ΜΑ ad ΑΚ: et a circulo, qui circa diametrum ΒΔ eſt, conus deſcribatur verticem habens punctum Μ. Æqualis eſt igitur hic conus ſphæræ ſegmento, quod ſecundum circumferentiam ΒΑΔ conſtituitur. Sit item rectæ ΕΑ æqualis ΕΝ: et a circulo, qui circa diametrum ΘΖ eſt, deſcribatur conus verticem habens punctum Ν. Æqualis eſt igitur hic conus hemiſphærio, quod conſtituitur ſecundum circumferentiam ΘΕΖ. Spatium autem, quod ſub ΑΡ, ΡΓ continetur, majus eſt ſpatio, quod continetur ſub ΑΚ, ΚΓ; cum minus alterius latus minore alterius latere ſit majus: et quadratum, quod ab ΑΡ deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΑΚ, ΓΞ; cum dimidium ſit quadrati, quod deſcribitur ab ΑΒ. Igitur etiam utrumque utroque eſt majus. Quod igitur ſpatium ſub ΓΑ, ΑΡ continetur, majus eſt ſpatio, quod continetur ſub ΞΚ, ΚΑ. Spatio autem, quod ſub ΞΚ, ΚΑ continetur, æquale eſt ſpatium, quod continetur ſub ΜΚ, ΚΓ. Majus eſt igitur ſpatium, quod ſub ΓΑ, ΑΡ continetur, ſpatio, quod continetur ſub ΜΚ, ΚΓ. Quare majorem rationem habet ΓΑ ad ΓΚ, quam ΜΚ ad ΑΡ. Quam autem rationem habet ΑΓ ad ΓΚ, hanc habet quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΒΚ. Conſtat igitur majorem rationem habere dimidium quadrati, quod ab ΑΒ deſcribitur; quod quidem æquale eſt quadrato, quod deſcribitur ab ΑΡ; ad quadratum, quod deſcribitur a ΒΚ, quam ΜΚ ad duplam ipſius ΑΡ; quæ quidem ipſi ΑΝ eſt æqualis. Majorem igitur rationem habet etiam circulus, qui circa diametrum ΘΖ deſcribitur, ad circulum, qui deſcribitur circa diametrum ΒΔ, quam ΜΚ ad ΝΑ. Quare major eſt conus, qui baſim quidem habet circulum, qui circa diametrum ΖΘ deſcribitur, verticem vero punctum Ν, cono, qui baſim quidem habet circulum, qui deſcribitur circa diametrum ΒΔ, verticem vero punctum Μ. Itaque illud quoque conſtat hemiſphærium, quod ſecundum circumferentiam ΕΖΘ conſtituitur, majus eſſe ſegmento, quod conſtituitur ſecundum circumferentiam ΒΑΔ.

τῆς ἢ ἐκ τοῦ κέντρου μεῖζον ἢ διπλασίων δυνάμει.* Ἔστω δὲ καὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΔ κύκλου ἴση ἡ ΓΞ· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ ΓΞ πρὸς τὴν ΓΚ, τοῦτον ἐχέτω ἡ ΜΑ πρὸς ΑΚ· ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κῶνος ἔστω, κορυφὴν ἔχων τὸ Μ σημεῖον. Ἴσος δή ἐστιν οὗτος τῷ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν τμήματι τῆς σφαίρας. Ἔστω δὲ τῇ ΕΛ ἴση ἡ ΕΝ· καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΘΖ κῶνος ἔστω κορυφὴν ἔχων τὸ Ν σημεῖον. Ἴσος δὴ καὶ οὗτός ἐστι τῷ κατὰ τὴν ΘΕΖ περιφέρειαν ἡμισφαιρίῳ. Τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΑΡ, ΡΓ, μεῖζόν ἐστι τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΚΓ· διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου μείζονα ἔχει. Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΡ, ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν [a] ΑΚ, ΓΞ· ἥμισυ γάρ ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ. Μεῖζον οὖν ἐστι καὶ τὸ συναμφότερον τοῦ συναμφοτέρου. Τὸ ἄρα περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΡ, μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΞΚ, ΚΑ. Τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΞΚ, ΚΑ, ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΜΚ, ΚΓ. Ὥστε τὸ μεῖζόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΡ, τοῦ ὑπὸ τῶν ΜΚ, ΚΓ. Ὥστε μείζονα λόγον ἔχει ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΚΓ, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς τὴν ΑΡ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΚ, τοῦτον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ. Δῆλον οὖν, ὅτι μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ [b] ΑΡ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΡ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ ΛΝ. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει καὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΖΘ, πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς τὴν ΝΛ. Ὥστε μείζων ἐστὶν ὁ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΖΘ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Ν σημεῖον, τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ, κορυφὴν δὲ τὸ Μ σημεῖον. Δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν ΕΖΘ περιφέρειαν, μεῖζόν ἐστι τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν.

EUTOCIUS.

IN DECIMUM.

Manifeſtum autem eſt, ΒΑ rectæ quidem ΑΚ poteſtate minorem eſſe quam duplam; ejus vero, quæ ex centro, majorem quam duplam. Juncta enim a puncto Β ad centrum ΒΟ; cum angulus ΒΟΑ, qui ad centrum eſt, ſit obtuſus, quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, majus eſt quadratis, quæ deſcribuntur ab æqualibus rectis

ΕΙΣ ΤΟ ι.

Δῆλον δὲ ὅτι ἡ ΒΑ τῆς μὲν ΑΚ ἐλάσσων ἐστὶ ἢ διπλασία δυνάμει, τῆς δὲ ἐκ τοῦ κέντρου μείζων, ἢ διπλασία. Ἐπιζευχθείσης γὰρ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς ΒΟ, τῆς πρὸς τῷ κέντρῳ ἀμβλείας γινομένης τῆς ὑπὸ ΒΟΑ, τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν περιεχουσῶν

[a] ΑΞ [b] ΑΡ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς in MS. deſunt.

* Crediderim gloſſema eſſe.

ἴσων ἐστίν. Ὥς τε τὸ ὑπὸ αὐτῶν, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου μεῖζόν ἐστιν ἢ διπλάσιον. Πάλιν δὲ τοῦ ἀπὸ AB ἴσου ὄντος τοῖς ἀπὸ AK, KB, καὶ μείζονος ὄντος τοῦ ἀπὸ AK τοῦ ἀπὸ KB, τὸ ἀπὸ AB τοῦ ἀπὸ AK ἔλασσόν ἐστιν ἢ διπλάσιον. Καὶ ταῦτα μὲν ἐπὶ τοῦ σχήματος, ἐφ᾽ οὗ σημεῖον Σ. Ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ σχήματι τἀναντία τούτοις εἰκότως λεχθήσεται.

Ἔστω[1] τῇ EΛ ἴση ἡ EN· καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΘZ, κῶνος ἔστω κορυφὴν ἔχων τὸ N σημεῖον. Ἴσος δὲ καὶ οὗτος ἐστὶ τῷ κατὰ τὴν ΘEZ περιφέρειαν ἡμισφαιρίῳ. Ἐπεὶ γὰρ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΘZ, ὕψος δὲ τὴν ΛE, τοῦ μὲν κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν, καὶ ὕψος ἴσον, τριπλάσιός ἐστι, τοῦ δὲ ἡμισφαιρίου ἡμιόλιος· τὸ ἡμισφαίριον διπλάσιόν ἐστι τοῦ αὐτοῦ κώνου. Ἔστι δὲ καὶ ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΘZ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΛN, διπλάσιος τοῦ αὐτοῦ κώνου. Καὶ τὸ ἡμισφαίριον ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν περὶ διάμετρον τὴν ZΘ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΛN.

Τὸ δὲ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν AΡΓ μεῖζόν ἐστι τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν AKΓ, διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου μείζονα ἔχει. Εἴρηται γὰρ ἀνωτέρω, ὅτι ἐὰν εὐθεῖα τμηθῇ εἰς ἄνισα, κατ᾽ ἄλλο καὶ ἄλλο σημεῖον, τὸ ὑπὸ τῶν τμημάτων τῶν κατὰ τὴν ἐγγυτέραν τῆς διχοτομίας τομὴν μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν τμημάτων κατὰ τὴν ἀπωτέρω. Ταυτὸν δὲ ἐστιν εἰπεῖν, διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου μείζονα ἔχει. Ὅσῳ γὰρ ἐλάσσων ἐστὶ, τοσούτῳ πλεῖον ἀφέστηκεν ἡ τομὴ τῆς διχοτομίας.

Τὸ δὲ[2] ἀπὸ τῆς AΡ ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν AK, ΓΞ, ἥμισυ γάρ ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς AB. Ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῇ ἡ BΓ, διὰ τὸ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς κάθετον ἦχθαι τὴν BK, καὶ τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοια εἶναι ἀλλήλοις τε καὶ τῷ ὅλῳ· ἄρα τὸ ὑπὸ ΓAK ἴσον τῷ ἀπὸ AB. Ὥς τε καὶ τὸ ὑπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ΓA, καὶ AK, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΓΞ, AK, ἴσον ἐστὶ τῷ ἡμίσει τοῦ ἀπὸ AB, τουτέστι τῷ ἀπὸ AΡ.

Μεῖζον ἄρ᾽ ἐστὶ καὶ τὸ συναμφότερον τοῦ συναμφοτέρου. Ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ AK, ΓΞ[3] τῷ ἀπὸ AΡ, μεῖζον δὲ τὸ ὑπὸ AΡΓ τοῦ ὑπὸ AKΓ· ἐὰν δὲ ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα, καὶ ἐκεῖνο μεῖζον, ὃ καὶ ἐξ ἀρχῆς μεῖζον· [4]τῷ ὑπὸ AΡΓ προστεθέντος τοῦ ἀπὸ AΡ, τῷ δὲ ὑπὸ AKΓ τοῦ ὑπὸ AK, ΓΞ· μεῖζον γίνεται τὸ ὑπὸ AΡΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ AΡ, τοῦ ὑπὸ AKΓ, μετὰ τοῦ ὑπὸ AK, ΓΞ. Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ AΡΓ, μετὰ τοῦ ἀπὸ AΡ, ἴσον γίνεται τῷ ὑπὸ ΓAΡ, διὰ τὸ τρίτον θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Στοιχείων· τὸ δὲ ὑπὸ AKΓ, μετὰ τοῦ ὑπὸ AK, ΓΞ, ἴσον τῷ ὑπὸ AK, KΞ, διὰ τὸ πρῶτον θεώρημα τοῦ αὐτοῦ βιβλίου. Ὥς τε τὸ ὑπὸ ΓAΡ μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ AKΞ. Τῷ δὲ ὑπὸ τοῦ

[1] ᾗ τῇ [2] ἀπὸ AΡ [3] τῷ ἀπὸ AΡ in MS. deſunt. [4] τῷ μὲν ὑπὸ

obtuſum angulum comprehendentibus. Quare eorum alterius, nempe illius, quod ab ea, quæ ex centro, deſcribitur, majus eſt quam duplum. Ruſus autem cum quadratum, quod ab AB deſcribitur, æquale ſit quadratis quæ deſcribuntur ab AK, KB, quorum illud, quod ab AB deſcribitur majus eſt illo, quod deſcribitur a KB; quadratum utique, quod ab AB deſcribitur, quadrato, quod deſcribitur ab AK, minus eſt quam duplum. Atque hæc quidem de figura, in qua eſt punctum Σ. Nam de altera contraria prorſus dicenda ſunt.

Sit item rectæ EΛ æqualis EN: et a circulo, qui circa diametrum ΘZ eſt, deſcribatur conus verticem habens punctum N. Æqualis eſt igitur hic conus hemiſphærio, quod conſtituitur ſecundum circumferentiam ΘEZ. Quoniam enim cylindrus baſim habens circulum, qui circa diametrum ΘZ deſcribitur, et altitudinem ΛE, coni quidem eamdem baſim et altitudinem habentis triplus eſt, hemiſphærii vero ſeſquialter; ideo hemiſphærium coni illius eſt duplum. Duplus eſt autem ejuſdem coni etiam conus baſim habens circulum, qui circa diametrum ΘZ deſcribitur, et altitudinem ΛN. Æquale eſt igitur hemiſphærium cono baſim habenti circulum, qui circa diametrum ZΘ deſcribitur, et altitudinem ΛN.

Spatium autem, quod ſub APΓ continetur, majus eſt ſpatio, quod continetur ſub AKΓ; cum minus alterius latus minore alterius latere ſit majus. Dictum enim ſuperius eſt, ſi recta in inæquales partes in alio atque alio puncto ſecetur; quod ſpatium ſub ſegmentis continetur, quæ propius a rectæ ejus medio ſecantur, id ſpatio majus eſſe, quod continetur ſub ſegmentis, quæ ſecantur remotius ab eodem medio. Quod quidem idem eſt ac dicere, minus alterius ſpatii latus minore alterius latere majus eſſe. Quanto enim minus fuerit, tanto remotius rectæ ſegmenta ab ejus medio ſecabuntur.

Et quadratum, quod ab AP deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub AK, ΓΞ; cum dimidium ſit quadrati, quod deſcribitur ab AB. Si enim jungatur BΓ, cum in triangulo rectangulo ducta ſit a recto ejus angulo normalis BK, quæque ad normalem ſunt triangula, ſimilia toti ſibique invicem ſint; ſpatium, quod ſub ΓAK continetur, æquale eſt quadrato, quod ab AB deſcribitur. Quare etiam ſpatium, quod continetur ſub dimidia ipſius ΓA, et AK; hoc eſt illud, quod ſub ΓΞ, AK; æquale eſt dimidio quadrati, quod deſcribitur ab AB; hoc eſt illi, quod ab AP.

Igitur etiam utrumque utroque eſt majus. Quoniam enim æquale eſt ſpatium, quod ſub AK, ΓΞ continetur, quadrato, quod ab AP deſcribitur; majuſque ſpatium, quod ſub APΓ continetur, ſpatio, quod continetur ſub AKΓ; et ſi inæqualibus æqualia adjiciantur tota inæqualia ſunt, majuſque id, quod majus initio erat; ideo ſpatio, quod ſub APΓ continetur, adjecto quadrato, quod ab AP deſcribitur, ſpatioque, quod continetur ſub AKΓ, adjecto ſpatio, quod continetur ſub AK, ΓΞ; majus utique eſt ſpatium, quod ſub APΓ continetur, una cum quadrato, quod ab AP deſcribitur, ſpatio, quod continetur ſub AKΓ, una cum ſpatio, quod continetur ſub AK, ΓΞ. Sed ſpatium, quod ſub APΓ continetur, una cum quadrato, quod ab AP deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΓAP, per tertium theorema libri Elementorum ſecundi: et ſpatium, quod ſub AKΓ continetur, una cum ſpatio, quod continetur ſub AK, ΓΞ, ſpatio eſt æquale, quod continetur ſub AK, KΞ, per primum theorema ejuſdem libri. Quare ſpatium, quod ſub ΓAP continetur, majus eſt ſpatio, quod continetur,

ſub A K Ξ. Spatio autem, quod ſub Ξ K A continetur, æquale eſt ſpatium, quod continetur ſub M K Γ. Ponitur enim ut Ξ Γ ad Γ K ita ſe habere M A ad A K. Quare etiam componendo, ut Ξ K ad K Γ, ita ſe habet M K ad K A. Quod autem ſpatium ſub extremis continetur, id ſpatio æquale eſt, quod continetur ſub mediis. Igitur ſpatium, quod ſub Ξ K A continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub M K Γ. Majus eſt autem ſpatium, quod ſub Γ A P continetur, ſpatio, quod continetur ſub Ξ K A. Majus eſt igitur ſpatium, quod ſub Γ A P continetur, ſpatio, quod continetur ſub M K Γ. Quare majorem rationem habet A Γ ad Γ K, quam M K ad A P. Quoniam enim quatuor ſunt rectæ Γ A, K M, K Γ, A P; et ſpatium, quod ſub prima Γ A, et quarta A P continetur, majus eſt ſpatio, quod continetur ſub ſecunda M K, et tertia K Γ; ideo prima Γ A ad ſecundam M K majorem rationem habet, quam tertia K Γ ad quartam A P. Et permutando, Γ A ad K Γ majorem habet rationem, quam M K ad A P. Quam autem rationem habet A Γ ad K Γ, hanc habet quadratum, quod ab A B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a B K. Juncta enim B Γ, cum in triangulo rectangulo ducta a recto ejus angulo ſit normalis B K; ut A Γ ad Γ B, ita ſe habet B Γ ad Γ K. Propterea ut prima ad tertiam; hoc eſt A Γ ad Γ K; ita ſe habet quadratum, quod ab A Γ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ B. Ut autem quadratum, quod ab A Γ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ B, ita ſe habet quadratum, quod ab A B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a B K. Simile enim eſt triangulum A B K triangulo A B Γ. Ut igitur A Γ ad Γ K, ita ſe habet quadratum, quod ab A B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a B K. Habet autem A Γ ad Γ K majorem rationem, quam M K ad A P. Habet igitur majorem rationem etiam quadratum, quod ab A B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a B K, quam M K ad A P. Et de præcedentium dimidiis, dimidium quadrati, quod ab A B deſcribitur; hoc eſt quadratum, quod deſcribitur ab A P; ad quadratum, quod deſcribitur a B K, majorem rationem habet, quam dimidia ipſius M K ad A P; hoc eſt M K ad duplam ipſius A P. At vero quadrato, quod ab A P deſcribitur, æquale eſt quadratum, quod deſcribitur a Z A: ponitur enim, A B ipſi E Z æqualem eſſe, et B Z ipſius Z A poteſtate duplam; quippe B A ipſi A Z eſt æqualis: dupla autem ipſius A P eſt N A; cum ipſius quoque A Z ſit dupla. Quare quadratum, quod a Z A deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a B K, majorem rationem habet, quam M K, ad duplam ipſius A P, quæ quidem ipſi A N eſt æqualis. Majorem igitur rationem habet etiam circulus, qui circa diametrum Θ Z deſcribitur, ad circulum, qui deſcribitur, circa diametrum B Δ, quam M K ad N A. Quare major eſt conus, qui baſim quidem habet circulum, qui circa diametrum Θ Z deſcribitur, verticem vero punctum N, cono, qui baſim quidem habet circulum, qui deſcribitur circa diametrum B Δ, verticem vero punctum M. Si enim fiat ut circulus, qui circa diametrum Z Θ deſcribitur, ad circulum, qui deſcribitur circa diametrum B Δ, ita K M ad aliam quamdam rectam; hæc utique minor erit quam A N. Atque conus, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum Z Θ deſcribitur, et altitudinem minorem hujuſmodi rectam, æqualis quidem erit cono M B Δ; quod baſes et altitudines reciprocantur; minor vero cono N Θ Z; quod ſuper eadem baſe

ΞΚΑ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΜΚΓ. Ὑπόκειται γὰρ ὡς ἡ ΞΓ πρὸς ΓΚ, ἡ ΜΑ πρὸς ΑΚ. Ὥστε καὶ συνθέντι ὡς ἡ ΞΚ πρὸς ΚΓ, οὕτως ἡ ΜΚ πρὸς ΚΑ. Καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν μέσων. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΞΚΑ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΜΚΓ. Ἀλλὰ τοῦ ὑπὸ τῶν ΞΚΑ μεῖζον ἦν τὸ ὑπὸ ΓΑΡ. Καὶ τὸ ὑπὸ ΓΑΡ ἄρα μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΜΚΓ. Ὥστε μείζονα λόγον ἔχει ἡ ΑΓ πρὸς ΓΚ, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς ΑΡ. Ἐπεὶ γὰρ τέσσαρες εὐθεῖαί εἰσιν αἱ ΓΑ, ΚΜ, ΓΚ, ΑΡ· καὶ τὸ ὑπὸ πρώτης τῆς ΓΑ καὶ τετάρτης τῆς ΑΡ μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ δευτέρας τῆς ΜΚ, καὶ τρίτης τῆς ΚΓ· ἡ πρώτη ἡ ΓΑ πρὸς δευτέραν τὴν ΜΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ[a] ἡ τρίτη ἡ ΚΓ πρὸς τετάρτην τὴν ΑΡ. Καὶ ἐναλλὰξ ἡ ΓΑ πρὸς ΚΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς ΑΡ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΑΓ πρὸς ΓΚ, οὕτως ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ. Ἐπιζευχθείσης γὰρ τῆς ΒΓ, διὰ τὸ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς κάθετον ἦχθαι τὴν ΒΚ, γίνεται ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΒ, ἡ ΒΓ πρὸς ΓΚ. Καὶ διὰ τοῦτο ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, τουτέστιν ἡ ΑΓ πρὸς ΓΚ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ. Ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΚ. Ὅμοιον γὰρ τὸ ΑΒΚ τῷ ΑΒΓ. Ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΚ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΚ. Ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς ΑΡ. Καὶ τὸ ἀπὸ ΑΒ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς[b] ΑΡ. Καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἡμίση, τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ ΑΒ, ὅπερ ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΑΡ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡμίσεια τῆς ΜΚ πρὸς τὴν ΑΡ, τουτέστιν ἡ ΜΚ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΡ. Ἀλλὰ τῷ ἀπὸ ΑΡ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ[d] ΖΑ· ἐπειδὴ ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΕΖ ὑπόκειται ἴση, ἡ δὲ ΕΖ τῆς ΖΑ δυνάμει διπλῆ· ἴση γὰρ ἡ ΒΑ τῇ[e] ΑΖ· τῆς δὲ ΑΡ διπλασία ἡ[f] ΝΑ, ἐπεὶ καὶ τῆς ΑΖ. Ὥστε τὸ ἀπὸ ΖΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΡ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ ΑΝ. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει καὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν[g] ΘΖ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν[h] ΒΔ, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς ΝΑ. Ὥστε μείζων ἐστὶν ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΖΘ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Ν σημεῖον, τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Μ σημεῖον. Ἐὰν γὰρ ποιήσωμεν ὡς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΖΘ κύκλον πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλον, οὕτως τὴν ΚΜ πρὸς ἄλλην τινὰ, ἔσται πρὸς ἐλάσσονα τῆς ΑΝ. Καὶ ἴσος ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΖΘ, κύκλον, ὕψος δὲ τὴν εὑρεθεῖσαν ἐλάσσονα εὐθεῖαν, ἴσος μὲν τῷ ΜΒΔ, διὰ τὸ ἀντιπεπονθέναι τὰς βάσεις ταῖς ὕψεσιν,

[a] ἡ τρίτη ἡ ΚΓ πρὸς τετάρτην τὴν ΑΡ. Καὶ ἐναλλὰξ ἡ ΓΑ πρὸς ΚΓ μείζονα λόγον ἔχει: in MS. deſunt. [b] ΓΚ [c] ΑΡΚ [d] ΖΑ [e] ΑΖ [f] ΝΜΑ [g] ΒΘΖ [h] ΒΑ

ἐλάττων δὲ τοῦ ΝΘΖ, διὰ τὸ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντας πρὸς ἀλλήλους εἶναι ὡς τὰ ὕψη. Δῆλον οὖν ὅτι * καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν ΕΖΘ περιφέρειαν, μεῖζόν ἐστι τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν ΑΒΔ περιφέρειαν.

conſtituti ſe invicem habent ut altitudines. Itaque illud quoque conſtat, hemiſphærium, quod ſecundum circumferentiam ΕΖΘ conſtituitur, majus eſſe ſegmento, quod conſtituitur ſecundum circumferentiam ΑΒΔ.

Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα εἰς τὸ δεύτερον τοῦ Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.

Eutocii Aſcalonitæ commentarius in alterum Archimedis librum de ſphæra, et cylindro, ex editione ab Iſidoro Mileſio Mechanico præceptore noſtro recognita.

Εὐτοκίου πινυτοῦ γλαφυρὸς πόνος, ὅν ποτ' ἐκεῖνος
Γράψεν, τοῖς φθονεροῖς πολλάκι μεμψάμενος.

* Pro καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν ΕΖΘ περιφέρειαν, μεῖζόν ἐστι τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν ΑΒΔ, in MS. ſunt τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν ΕΖΘ

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ,

ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS

CIRCULI DIMENSIO,

CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α′.

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν, ἡ δὲ περίμετρος τῇ λοιπῇ.

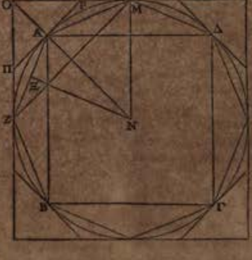
Ἐχέτω ὁ ΑΒΓΔ * κύκλος, ὡς ὑπόκειται· λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ τῷ Ε.

Εἰ γὰρ δυνατὸν, ἔστω μείζων ὁ κύκλος, καὶ ἐγγεγράφθω τὸ ΑΓ τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα· καὶ ἔστωσαν τὰ τμήματα ἤδη ἐλάσσονα τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει ὁ κύκλος τοῦ τριγώνου. Τὸ εὐθύγραμμον ἄρα ἔτι τοῦ τριγώνου ἐστὶ μεῖζον. Εἰλήφθω κέντρον τὸ Ν, καὶ καθετὸς ἡ ΝΞ. Ἐλάσσων ἄρα ἡ ΝΞ τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς. Ἔστι δὲ καὶ

PROP. I. Theor.

Quilibet circulus æqualis eſt triangulo rectangulo ejuſmodi, ut eorum laterum, quæ circa rectum angulum ſunt, alteri quidem æqualis ſit ea, quæ ex centro, alteri vero, ambitus.

Sit circulus ΑΒΓΔ, ut ponitur: dico eum æqualem eſſe triangulo Ε.



Sit enim circulus, ſi fieri poteſt, major, et inſcribatur eidem quadratum ΑΓ; ſecenturque circumferentiæ in duas æquas partes: et ſegmenta minora tandem ſint quam exceſſus, quo circulus triangulum excedit. Itaque rectilineum majus adhuc erit triangulo. Sumatur centrum Ν; ducaturque normalis ΝΞ. Minor eſt igitur ΝΞ altero trianguli latere. Eſt autem et rectilinei ambitus

* κύκλος τριγώνῳ τῷ Ε ὡς ὑπόκειται λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶ

altero latere minor; utpote qui minor etiam eſt ambitu circuli. Minus eſt igitur rectilineum triangulo E. Quod eſt abſurdum.

Sit autem circulus, ſi fieri poteſt, minor triangulo E. Et circumſcribatur eidem quadratum; ſeceturque circumferentiæ in duas æquas partes: et ducantur per ea puncta rectæ contingentes. Itaque angulus OAP rectus eſt; ideoque OP major quam MP; cum MP ipſi PA eſt æqualis. Quare triangulum POΠ majus eſt dimidio figuræ OZAM. Relinquantur ſegmenta, cujuſmodi eſt ΠZA, quæ minora ſint exceſſu, quo triangulum E excedit circulum ABΓΔ. Circumſcriptum igitur rectilineum minus adhuc eſt triangulo E. Quod eſt abſurdum. Eſt enim majus; eo quod NA æqualis eſt catheto trianguli, et ambitus major ejuſdem trianguli baſe.

Æqualis eſt igitur circulus triangulo E.

ἡ περίμετρος τοῦ εὐθυγράμμου τῆς λοιπῆς ἐλάττων, ἐπεὶ καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιμέτρου. Ἔλαττον ἄρα τὸ εὐθύγραμμον τοῦ Ε τριγώνου. Ὅπερ ἄτοπον.

Ἔστω δὲ ὁ κύκλος, εἰ δυνατὸν, [b] ἐλάττων τοῦ Ε τριγώνου. Καὶ περιγεγράφθω τὸ τετράγωνον· καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα· καὶ ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι διὰ τῶν σημείων. Ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΟΑΡ· ἡ ΟΡ ἄρα τῆς ΜΡ ἐστὶ μείζων· ἡ γὰρ ΡΜ [c] τῇ ΡΑ ἴση ἐστί. Καὶ τὸ ΡΟΠ τρίγωνον ἄρα τοῦ ΟΖΑΜ σχήματος μεῖζόν ἐστιν [d] ἢ τὸ ἥμισυ. Λελείφθωσαν οἱ τῷ ΠΖΑ τομεῖ ὅμοιοι ἐλάσσους τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ Ε [e] τρίγωνον τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. Ἔστι ἄρα τὸ περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἔτι τοῦ Ε ἔλασσον. Ὅπερ ἄτοπον. Ἔστι γὰρ μεῖζον· ὅτι ἡ μὲν ΝΑ ἴση ἐστὶ τῇ καθέτῳ τοῦ τριγώνου, ἡ δὲ περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου.

Ἴσος ἄρα ὁ κύκλος τῷ Ε τριγώνῳ.



EUTOCIUS.

Cum quæ in Archimedis Scriptis clariora ſunt, et minori conſideratione indigent, explicuerim; conſequens videtur eſſe, quo inſtitutum meum perſequar, ut quæ in illis abſolutam quamdam expoſitionem requirunt, quantum in me erit, adjungam ad ea, quæ prius in commentario de Sphæra et Cylindro conſcripſi. Optandum ſi quidem eſt in majoribus rebus, et plus requirentibus operæ verſari.

Itaque propoſitus nobis deinceps ſit libellus, qui Circuli Dimenſio inſcribitur. In quo, quid auctori propoſitum ſit, ex ipſa inſcriptione dignoſcitur. Hoc enim demonſtrare vult, cuinam ſpatio rectilineo circulus æqualis ſit; rem a Philoſophis, qui ante ipſum floruerunt, jampridem quæſitam. Hoc utique eſt quæſitum illud, quod cum Hippocrates Chius, et Antipho diligenter inveſtigaſſent, eas nobis falſas ratiocinationes reliquerunt, quas probe noſſe illos arbitror, qui Geometricam Eudemi Hiſtoriam, et Ariſtotelis Ceria evolverint.

Eſt autem hic libellus, ut ait Heraclides in Archimedis vita, ad neceſſarios vitæ uſus apprime utilis. Demonſtrat enim, circuli circumferentiam diametri eſſe triplam, et adhuc minorem quam ſeſquiſeptimam, majorem vero quam ſuperdecies partientem ſeptuageſimas primas. Hoc utique ait quam proxime eum demonſtraſſe: inveniſſe autem per quaſdam helicas, rectam lineam datæ circuli circumferentiæ æqualem.

ΕΥΤΟΚΙΟΣ.

Ἐχόμενον ἂν εἴη τῶν ἐμῶν πληρῶσαι σκοπὸν, τοῖς σαφεστέροις, καὶ βραχυτέρας ἐξηγήσεως δεομένοις τῶν ὑπ' Ἀρχιμήδους γεγραμμένων ἐντυγχάνοντι· καὶ τὰ ἀσαφῆ ἐν αὐτοῖς ἐπεξεργασίας δεόμενα, ὡς δυνατὸν ἐστὶν, σαφῆ ποιεῖν, τοῖς πρότερον ὑφ' ἡμῶν ἐν τῷ περὶ Σφαίρας καὶ Κυλίνδρου γεγραμμένοις· εὐχῆς δὲ ἀληθῶς ἄξιον τυγχάνειν, τὸ καὶ τοῖς μείζοσι καὶ πλείονος φροντίδος δεομένοις ἐπιστῆναι.

Εἰ δὲ δὴ οὖν πρὸς τὸ προκείμενον ἰέναι, τὸ γεγραμμένον Ἀρχιμήδει βιβλίον, Κύκλου Μέτρησιν, τὴν ἐπιγραφὴν ἔχον. [f] Ἐν ᾧ, τὴν πρόθεσιν τἀνδρὸς, ἐξ αὐτῆς τῆς ἐπιγραφῆς γνωρίζομεν. Βούλεται γὰρ δεῖξαι, τινὶ χωρίῳ εὐθυγράμμῳ ἴσος ἂν εἴη κύκλος· πρᾶγμα πάλαι, πρὸς τῶν πρὸ αὐτοῦ κλεινῶν φιλοσόφων, [h] ἐζητημένον. Δῆλον γὰρ [i] ὅτι τοῦτ' ἂν εἴη τὸ ζητούμενον, ὅπερ Ἱπποκράτης τε ὁ Χῖος καὶ Ἀντιφῶν ζητήσαντες ἐπιμελῶς, ἐκείνους ἡμῖν τοὺς παραλογισμοὺς εὑρήκασιν, οὓς ἀκριβοῦν εἰδέναι νομίζω, τούς τε τὴν Εὐδήμου Γεωμετρικὴν Ἱστορίαν ἐπεσκεμμένους, καὶ τῶν Ἀριστοτελικῶν μετασχόντας Κηρίων.

Ἀλλ' ἔστι μὲν τοῦτο τὸ βιβλίον, ὥς φησιν Ἡρακλείδης ἐν τῷ Ἀρχιμήδους βίῳ, πρὸς τὰς τοῦ βίου χρείας ἀναγκαῖον. Δείκνυσι γὰρ, ὅτι ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου ἐστὶ τριπλασίων, καὶ ἔτι ὑπερέχει, ἔλαττον μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μεῖζον δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις. Τοῦτο δὲ, φησὶ, σύνεγγυς δεδεῖχθαι· εὑρῆσθαι μέν τι αὐτῷ, διά τινων ἑλίκων, εὐθεῖαν ἴσην τῇ δοθέντος κύκλου περιφερείᾳ.

IN PRIMUM THEOREMA.

Primum theorema etiam iis, qui mediocriter in mathematicis diſciplinis exercitati ſunt, nullam videtur dubitationem habere; cum ipſa Archimedis verba perſpicua ſint, et quod propoſitum eſt, nulla re omiſſa, concludant.

ΕΙΣ ΤΟ Α' ΘΕΩΡΗΜΑ.

Τὸ πρῶτον θεώρημα, καὶ τοῖς ἐπὶ ποσὸν μαθημάτων γεγυμνασμένοις, οὐδεμίαν ἔχειν ζήτησιν δοκεῖται· αὐτῶν τῶν Ἀρχιμήδους ῥημάτων σαφῶς ἐκτιθεμένων, καὶ τὸ προκείμενον πρὸς τὸ τέλειον ἀνελλιπῶς ἀποσυναζόντων.

[b] μείζων [c] τὰς [d] In MS. deeſt ἢ [e] In MS. deeſt τρίγωνον [f] ἔχει ex MS. [g] ἄν [h] ἐζητεῖτο
[i] ὅτι τὸ τί

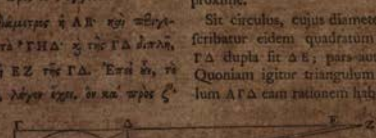
Δοκεῖ[a] δ' ἔτι καταχρήσασθαι, πρὸς τὴν ἀπόδειξιν, πράγματι μήπω δεδειγμένῳ. Ἐκθέμενος γὰρ τρίγωνον ὀρθογώνιον, φησίν, Ἐχέτω τὴν μίαν, τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου· τὴν δὲ λοιπήν, [b] τῇ περιφερείᾳ. Ἀλλά, τῇ περιφερείᾳ κύκλου ἴσην εὐθεῖαν λαβεῖν, οὔτε πρὸς αὐτοῦ δεδειγμένον ὄν, ἀλλ' οὐδὲ ὑπ' ἄλλου παραδεδομένον. Συνορᾶν δὲ [c] χρή, ὡς οὐδὲν ἔξω τῶν προσηκόντων ὑπ' Ἀρχιμήδους γέγραπται. Εἶναι γὰρ τὸ μέγεθος τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου, πάντες ἴσασιν· οἶμαι καὶ τοῦτο, τῶν ἐφ' ἓν διαστατῶν. Ἔστι δὲ καὶ εὐθεῖα τοῦ αὐτοῦ εἴδους. Κἂν εἰ μηδέπω ἐν φανερῷ δυνατόν, περιφερείᾳ κύκλου ἴσην εὐθεῖαν πορίσασθαι· ἀλλ' ὅμως εἶναί τινα τῇ φύσει εὐθεῖαν ἴσην αὐτῇ, παρ' οὐδενὸς [d] ἐστι ζητούμενον. Τὸ τοίνυν καὶ παρὰ Ἀρχιμήδους προτεθέν, τοιοῦτόν ἐστιν· ὅτι τρίγωνον τὸ ὀρθογώνιον, τὸ ἔχον ὡς προείρηται τὰς πλευράς, ἴσον ἐστὶ τῷ κύκλῳ. Ὥς τι τὸ προτεθὲν ἐκθέμενος, [e] οὐδαμῶς ἂν κατηγορεῖσθαι εἰκότως· θαυμάζοιτο δ' ἂν μᾶλλον καὶ τούτῳ [illegible], τοῦ οὕτως ἀναγκαιοτάτου τῶν ζητημάτων, σαφῶς καὶ ῥᾳδίως τὴν εὕρεσιν [illegible]. Ὡς δὲ εἴρηται, οὐδεμίαν ζήτησιν τοῦ πρώτου θεωρήματος. Τὸ γὰρ ΠΟΡ τρίγωνον, ὅτι μεῖζόν ἐστι ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΑΖΟΜ σχήματος· καί, ὅτι ἀεί, περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, δυνατόν, εὐθύγραμμον περιγράψαι, ὥστε τὰ τμήματα, τὰ μεταξὺ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ περιγραφομένου εὐθυγράμμου, ἐλάττονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου· σαφῶς εἴρηται ἐν τοῖς, εἰς τὸ πρῶτον τῶν περὶ Σφαίρας καὶ Κυλίνδρου γεγραμμένοις ἡμῖν.

Sed tamen Archimedes videtur ad demonſtrationem re quadam perperam uſus eſſe, quæ nondum ſit demonſtrata. Cum enim triangulum rectangulum expoſuiſſet: habeat, inquit, eorum laterum, quæ circa rectum angulum ſunt, alterum quidem æquale ei, quæ ex centro; alterum vero circumferentiæ. At vero quo pacto recta linea ſumatur circuli circumferentiæ æqualis, neque ipſe, neque alius quiſpiam demonſtravit. Verum illud animadvertendum eſt, nihil Archimedem ſcripſiſſe, quod minus conveniat. Conſtat enim inter omnes, circuli circumferentiam magnitudinem eſſe, atque ex iis etiam, opinor, quarum una eſt dimenſio. Eſt autem et recta linea ejuſdem generis. Itaque licet nondum appareat, qua quis ratione poſſit circuli circumferentiæ æqualem rectam exhibere; eſſe tamen natura rectam aliquam eidem æqualem nemo unquam dubitavit. Quod igitur Archimedes proponit, id eſt hujuſmodi: triangulum rectangulum latera, ut diximus, habens, circulo æquale eſſe. Quare dum propoſitum ſuum exequitur minime accuſandus videtur; quin potius admiratione dignus vel hoc ipſo exiſtimari debet, quod rem tam arduam via clara atque expedita adinvenerit. Ut autem dictum eſt, primum hoc theorema nullam dubitationem habet. Nam triangulum ΠΟΡ majus eſſe dimidio figuræ ΑΖΟΜ: et omnino fieri poſſe, ut dato circulo rectilineum circumſcribatur, ita ut, quæ inter circuli circumferentias, et circumſcripti rectilinei latera ſegmenta interjiciuntur, dato ſpatio minora ſint; perſpicue dictum a nobis eſt in iis, quæ in primum librum de Sphæra et Cylindro conſcripſimus.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β΄.

Ὁ κύκλος, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον, λόγον ἔχει, ὃν ια΄ πρὸς ιδ΄, ἔγγιστα.

Ἔστω κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ περιγεγράφθω τετράγωνον τὸ [f] ΓΗΔ· καὶ τῆς ΓΔ διπλῆ, ἡ ΔΕ· ἕβδομον δὲ ἡ ΕΖ τῆς ΓΔ. Ἐπεὶ οὖν, τὸ ΑΓΕ πρὸς τὸ ΑΓΔ, λόγον ἔχει, ὃν κα΄ πρὸς ζ΄· πρὸς δὲ τὸ ΑΕΖ τὸ ΑΓΔ λόγον ἔχει, ὃν ἑπτὰ πρὸς ἕν· τὸ ΑΓΖ ἄρα πρὸς τὸ ΑΓΔ ἐστιν, ὡς κβ΄ πρὸς ζ΄. Ἀλλά, τοῦ ΑΓΔ, τετραπλάσιόν ἐστι τὸ ΓΗ τετράγωνον. Τὸ ἄρα ΑΓΖ τρίγωνον, πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον, λόγον ἔχει, ὃν κβ΄ πρὸς κη΄, ἢ ὃν ια΄ πρὸς ιδ΄. Τὸ δὲ [g] ΑΓΖ τρίγωνον, τῷ ΑΒ κύκλῳ ἴσον ἐστίν· ἐπεὶ ἡ μὲν ΑΓ κάθετος ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου· ἡ δὲ βάσις τῇ τοῦ κύκλου περιμέτρῳ· ἥτις τῆς διαμέτρου τριπλασίων, καὶ τοῦ ζ΄ ἔγγιστα ὑπερέχουσα, δειχθήσεται. Ὁ κύκλος οὖν, πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον, λόγον ἔχει, ὃν ια΄ πρὸς ιδ΄, ἔγγιστα.



PROP. II. Theor.

Circulus ad quadratum, quod a diametro deſcribitur, eam rationem habet, quam 11, ad 14, proxime.

Sit circulus, cujus diameter ΑΒ; et circumſcribatur eidem quadratum ΓΗΔ; et lateris ΓΔ dupla ſit ΔΕ; pars autem ſeptima, ΕΖ. Quoniam igitur triangulum ΑΓΕ ad triangulum ΑΓΔ eam rationem habet, quam 21 ad 7; triangulum autem ΑΓΔ ad triangulum ΑΕΖ habet eam, quam 7 ad 1; ideo triangulum ΑΓΖ ad triangulum ΑΓΔ ſe habet ut 22 ad 7. At vero trianguli ΑΓΔ quadruplum eſt quadratum ΓΗ: adeoque ΑΓΖ triangulum ad ΓΗ quadratum, ut 22 ad 28, ſeu 11 ad 14. Et triangulum ΑΓΖ circulo ΑΒ eſt æquale; quoniam cathetus ΑΓ æqualis eſt ei, quæ ex centro circuli, et baſis ejuſdem ambitui, qui quidem diametri triplus eſt, et adhuc excedit parte fere ſeptima, ut demonſtrabitur. Circulus igitur ad quadratum ΓΗ eam habet rationem, quam 11 ad 14, proxime.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ΄.

Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος, τῆς διαμέτρου, τριπλασίων ἐστί, καὶ ἔτι ὑπερέχει, ἐλάσσονι μὲν ἢ

PROP. III. Theor.

Cujuſlibet circuli ambitus diametri eſt triplus, et adhuc parte quadam excedit, quæ quidem

[a] [illegible] [b] [illegible] [c] [illegible] [d] ἐν deeſt. [e] Sic MS. [f] ΓΗ [g] ΑΓΔΖ

minor eſt ſeptima diametri parte,* major vero decem ſeptuageſimis primis.

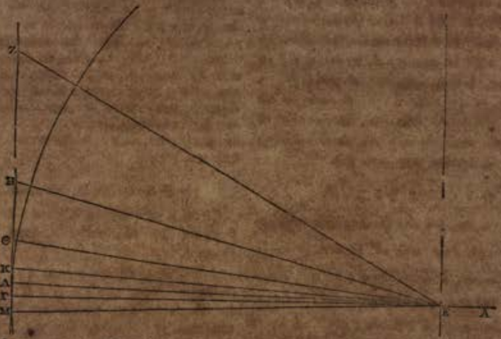
ἑβδόμῳ μέρει τῆς διαμέτρου, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις.

Sit circulus, cujus diameter ΑΓ, et centrum Ε; et recta contingens ΓΛΖ: ſitque angulus ΖΕΓ tertia pars anguli recti. Itaque ΕΖ ad ΖΓ eandem rationem habet, quam 306 ad 153: et ΕΓ ad ΓΖ majorem habet rationem, quam 265 ad 153.

Ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, καὶ κέντρον τὸ Ε, καὶ ἡ ΓΛΖ ἐφαπτομένη, καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ ' τρίτον ὀρθῆς. Ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΓ, λόγον ἔχει, ὃν τϛ' πρὸς ρνγ'· ἡ δὲ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΖ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν σξε' πρὸς ρνγ'.

Secetur angulus ΖΕΓ in duas æquas partes recta ΕΗ. Ut igitur ΖΕ ad ΕΓ, ita ſe habet ΖΗ ad ΗΓ: et permutando, componendoque; ut utraque ſimul ΖΕ, ΕΓ ad ΖΓ, ita ſe habet ΕΓ ad ΓΗ. Quare ΓΕ ad ΓΗ majorem rationem habet, quam 571 ad 153. Igitur ΕΗ ad ΗΓ poteſtate quidem majorem habet rationem quam 349450 ad 23409; longitudine vero majorem, quam $591\frac{1}{8}$ ad 153.

Τετμήσθω οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ δίχα τῇ ΕΗ. Ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΖΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΓ· καὶ συνθέντι, καὶ ἐναλλάξ· ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ· ὥς τε ἡ ΓΕ πρὸς ΓΗ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ φοα' πρὸς ρνγ'. Ἡ ΕΗ ἄρα πρὸς ΗΓ, δυνάμει, μείζονα λόγον ἔχει, ' ἢ ὃν λδ,θυν' πρὸς β,γυθ'· μήκει ἄρα, μείζονα ἢ ὃν φϟα' η' πρὸς ρνγ'.



Rurſus ſecetur angulus ΗΕΓ in duas æquas partes, recta ΕΘ. Igitur eadem ratione ΕΓ ad ΓΘ majorem rationem habet, quam $1162\frac{1}{8}$ ad 153. Igitur ΘΕ ad ΘΓ majorem rationem habet, quam $1172\frac{1}{8}$ ad 153.

Πάλιν δίχα ἡ ὑπὸ ΗΕΓ τῇ ΕΘ. Διὰ τὰ αὐτὰ ἄρα, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ,αρξβ' η' πρὸς ρνγ'. Ἡ ΘΕ ἄρα πρὸς ΘΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ,αροβ' η' πρὸς ρνγ'.

Amplius ſecetur angulus ΘΕΓ in duas æquas partes, recta ΕΚ. Igitur ΕΓ ad ΓΚ majorem rationem habet, quam $2334\frac{1}{4}$ ad 153. Igitur ΕΚ ad ΓΚ majorem rationem habet quam $2339\frac{1}{4}$ ad 153.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΕΓ τῇ ΕΚ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν βτλδ' δ' πρὸς ρνγ': Ἡ ΕΚ ἄρα πρὸς ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν βτλθ' δ' πρὸς ρνγ'.

Secetur demum angulus ΚΕΓ in duas æquas partes, recta ΛΕ. Igitur ΕΓ ad ΛΓ majorem rationem habet quam $4673\frac{1}{2}$ ad 153.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΕΓ τῇ ΛΕ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΛΓ, μείζονα λόγον ἔχει, * ἤπερ ,δχογ∠' πρὸς ρνγ'.

Quoniam igitur angulus ΖΕΓ, tertia pars cum ſit anguli recti, quater in duas æquas partes ſectus eſt; erit utique angulus ΛΕΓ anguli recti pars octava et quadrageſima. Itaque ponatur ad punctum Ε huic ipſi æqualis angulus ΓΕΜ, et producatur ΖΓ ad punctum Μ. Eſt igitur angulus ΛΕΜ anguli recti pars quarta et vigeſima. Propterea recta ΛΜ latus eſt circumſcripti circulo polygoni latera habentis ſex et nonaginta.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ, τρίτον οὖσα ὀρθῆς, τέτμηται τετράκις δίχα· ἡ ὑπὸ ΛΕΓ, ὀρθῆς * ἐστὶ μη'. Κείσθω οὖν αὐτῇ ἴση, πρὸς τῷ Ε, ἡ ὑπὸ ΓΕΜ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ. Ἡ ἄρα ὑπὸ ΛΕΜ, ὀρθῆς ἐστὶ κδ'. Καὶ ἡ ΛΜ ἄρα εὐθεῖα, πλευρά ἐστι τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγραφομένου πολυγώνου πλευρὰς ἔχοντος ϟϛ'.

* τρίτον ὀρθῆς * ἔχει δὲ ΛΔΜ ΘΓΝ πρὸς Μ γθ'. μέσου τοῦ περὶ τὸν κύκλον ἐστὶ πολυγώνου

* γα' μείζων ἢ * ϑχογ' * ἐστὶ κδ'· καὶ ἡ ΛΜ ἄρα εὐθεῖα

Ἐπεὶ οὖν, ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΑ, ἐδείχθη, μείζονα λόγον ἔχουσα,[a] ἤπερ ͵δχογ∠ πρὸς ρνγ· ἀλλὰ τῆς μὲν ΕΓ διπλῆ ἡ ΑΓ, τῆς δὲ ΓΑ[b] διπλασίων ἡ ΑΜ· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΑΜ, μείζονα λόγον ἔχει,[c] ἤπερ ͵δχογ∠ πρὸς ρνγ. Καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν τοῦ ϟϛ' πολυγώνου περίμετρον, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵δχογ∠ πρὸς Μ͵δχπη.

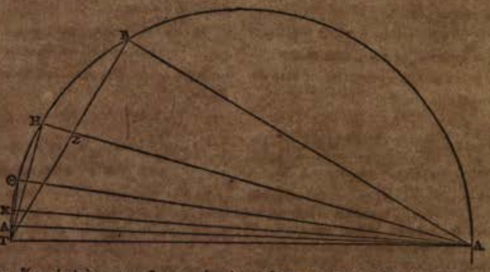
Ἀνάπαλιν ἄρα, ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ Μ͵δχπη πρὸς ͵δχογ∠. Καί ἐστι τριπλασίω, καὶ ὑπερέχουσι[d] χξζ∠· ἅπερ, τῶν[e] ͵δχογ∠, ἐλάσσονά ἐστιν ἢ τὸ ἕβδομον. Ὥστε, τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν κύκλον, τῆς διαμέτρου ἐστὶ τριπλάσιον, καὶ ἔλαττον ἢ τῷ ἑβδόμῳ μέρει μεῖζον. Ἡ τοῦ κύκλου ἄρα περίμετρος πολὺ μᾶλλον, ἐλάσσων ἐστὶν, ἢ τριπλασίων καὶ ἑβδόμῳ μέρει μείζων.

Ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ[f] τρίτου ὀρθῆς. Ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς ΒΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει,[g] ἢ ὃν ͵ατνα πρὸς ψπ· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΒ, ὃν ͵αφξ πρὸς ψπ.

Quoniam igitur demonſtratum eſt, ΕΓ ad ΓΑ majorem rationem habere, quam 4673½ ad 153; et dupla quidem ipſius ΕΓ eſt ΑΓ, dupla vero ipſius ΓΑ eſt ΑΜ; ideo etiam ΑΓ ad ΑΜ majorem rationem habet, quam 4673½ ad 153. Igitur etiam ΑΓ ad ambitum polygoni latera habentis ſex et nonaginta, majorem rationem habet, quam 4673½ ad 14688.

Igitur e contrario ambitus polygoni ad diametrum minorem rationem habet quam 14688 ad 4673½. Atque horum numerorum alter alterius triplus eſt, et adhuc excedit unitatibus 667½; quæ quidem minores ſunt quam ſeptima pars ipſius 4673½. Quare ambitus polygoni circulo circumſcripti diametri eſt triplus, et adhuc minor quam ſeſquiſeptimus. Multo igitur magis circuli ambitus diametri minor eſt quam triplus ſeſquiſeptimus.

Sit circulus, cujus diameter ΑΓ: ſitque angulus ΒΑΓ tertia pars anguli recti. Igitur ΑΒ ad ΒΓ minorem rationem habet, quam 1351 ad 780: ipſa autem ΑΓ ad ΓΒ habet eam, quam 1560 ad 780.



Τετμήσθω δίχα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ΑΗ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ, ἀλλὰ καὶ τῇ ὑπὸ ΗΑΓ· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΓΒ[h] ἄρα, τῇ ὑπὸ ΗΑΓ, ἐστὶν ἴση. Καὶ κοινὴ, ἡ ὑπὸ ΑΗΓ ὀρθή.[i] Καὶ τρίτη ἄρα ἴση ἔσται ἡ ὑπὸ ΗΖΓ, τρίτῃ τῇ[k] ὑπὸ ΑΓΗ. Ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΑΗΓ τῷ ΓΗΖ τριγώνῳ. Ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ, ἡ ΓΗ πρὸς ΗΖ, καὶ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ. Ἀλλ', ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ, καὶ συναμφότερος ἡ ΓΑ, ΑΒ πρὸς ΒΓ. Καὶ ὡς συναμφότερος ἄρα ἡ ΒΑΓ πρὸς ΒΓ,[l] ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ. Διὰ τοῦτο οὖν, ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βϡια πρὸς ψπ· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΗ, ἐλάσσονα,[m] ἢ ὃν ͵γιγ∠δ' πρὸς ψπ.

Δίχα ἡ ὑπὸ ΓΑΗ τῇ ΑΘ. Ἡ ΑΘ ἄρα, διὰ τὰ αὐτὰ, πρὸς τὴν ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ[n] ὃν ͵ε϶κδ∠δ' πρὸς ψπ, ἢ ὃν ͵αωκγ πρὸς σμ· ἑκατέρα

Secetur angulus ΒΑΓ in duas æquas partes, recta ΑΗ. Quoniam igitur æqualis eſt angulus ΒΑΗ cum angulo ΗΓΒ, tum angulo ΗΑΓ; æqualis utique eſt etiam angulus ΗΓΒ angulo ΗΑΓ. Communis eſt autem rectus angulus ΑΗΓ. Æqualis eſt igitur et tertius angulus ΗΖΓ tertio ΑΓΗ. Quare æquiangulum eſt triangulum ΑΗΓ triangulo ΓΗΖ: ideoque ut ΑΗ ad ΗΓ, ita ſe habet cum ΓΗ ad ΗΖ, tum ΑΓ ad ΓΖ. Ut autem ΑΓ ad ΓΖ, ita ſe habet utraque ſimul ΓΑ, ΑΒ ad ΒΓ. Ut igitur utraque ſimul ΒΑ, ΑΓ ad ΒΓ, ita etiam ſe habet ΑΗ ad ΗΓ. Et propterea ΑΗ ad ΗΓ minorem habet rationem, quam 2911 ad 780: ipſa autem ΑΓ ad ΓΗ minorem, quam 3013½¼ ad 780.

Secetur angulus ΓΑΗ in duas æquas partes, recta ΑΘ. Igitur eadem ratione ΑΘ ad ΘΓ minorem rationem habet, quam 5924½¼ ad 780; vel quam 1823 ad 240. Uterque enim utriuſque

[a] ἔχειν ἤπερ [illegible] [b] διπλασίων [c] ἔχει ἤπερ [illegible] πρὸς Μ[illegible] [d] χξζ∠ [e] ὄγδοον διάστασι [f] τρίτου ὀρθῆς
[g] ἢ ὃν τινα πρὸς ψπ, δίχα [h] ἄρα deeſt. [i] καὶ τρίτη. Ἔσται [k] τῇ ὑπὸ ΑΓΗ· ἰσογώνιον [l] ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ
[m] ἢ ὃν γ[illegible] [n] [illegible]

idem eſt ac $\frac{4}{13}$. Quare AΓ ad ΓΘ minorem rationem habet, quam $1838\frac{9}{11}$ ad 240.

Amplius ſecetur angulus ΘAΓ in duas æquas partes, recta KA. Igitur etiam KA ad KΓ minorem rationem habet, quam $3661\frac{9}{11}$ ad 240; vel quam 1007 ad 66. Uterque enim utriuſque idem eſt ac $\frac{11}{40}$. Igitur AΓ ad ΓK minorem rationem habet, quam $1009\frac{1}{6}$ ad 66.

Secetur demum angulus KAΓ in duas æquas partes, recta ΛA. Igitur AΛ ad ΛΓ minorem habet rationem, quam $2016\frac{1}{6}$ ad 66; ipſa autem AΓ ad ΓΛ minorem quam $2017\frac{1}{4}$ ad 66.

Igitur e contrario AΓ ad ΓΛ majorem rationem habet, quam 66 ad $2017\frac{1}{4}$. Et polygoni ambitus ad diametrum majorem habet rationem, quam 6336 ad $2017\frac{1}{4}$. Atque horum numerorum alter alterius major eſt quam triplus ſuperdecies partiens ſeptuageſimas primas. Quare ambitus polygoni latera habentis ſex et nonaginta circulo inſcripti diametri major eſt quam triplus ſuperdecies partiens ſeptuageſimas primas. Multo igitur magis circuli ambitus diametri major eſt quam triplus ſuperdecies partiens ſeptuageſimas primas.

Igitur circuli ambitus diametri eſt triplus, et adhuc parte quadam excedit, quæ minor quidem eſt ſeptima diametri parte, major vero decem ſeptuageſimis primis.

γὰρ ἑκατέρου δ' ιγ'. Ὥστε ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΘ, [l] ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵αωλη θ' ια' πρὸς σμ'.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΑΓ τῇ ΚΑ. Καὶ ἡ ΚΑ πρὸς τὴν ΚΓ, ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵γχξα θ' ια' πρὸς σμ', ἢ ὃν ͵αζ πρὸς ξϛ'· ἑκάτερα γὰρ ἑκατέρων ια' μ'. Ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς [m] τὴν ΓΚ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ͵αθ' ϛ' πρὸς ξϛ'.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΑΓ τῇ ΛΑ. Ἡ ΛΑ ἄρα πρὸς τὴν ΛΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ ͵βιϛ ϛ' πρὸς ξϛ'· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΛ, ἐλάσσονα, ἢ τὰ ͵βιζ δ' πρὸς ξϛ'.

Ἀνάπαλιν ἄρα, ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΛ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ξϛ' πρὸς ͵βιζ δ'· καὶ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον, μείζονα ἔχει λόγον, [n] ἤπερ ͵ϛτλϛ' πρὸς ͵βιζ δ'. Ἅπερ τῶν ͵βιζ δ', μείζονά ἐστιν [o] ἢ τριπλασίονα καὶ δέκα [p] οα'. Καὶ ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ ϟϛ' πολυγώνου τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ, τῆς διαμέτρου [q] τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ δέκα οα'. Ὥστε καὶ ὁ κύκλος ἔτι μᾶλλον τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων [r] ἢ δέκα οα'.

Ἡ ἄρα τοῦ κύκλου περίμετρος, τῆς διαμέτρου, τριπλασίων ἐστί, καὶ ἐλάσσων μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μείζων δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις, ὑπερέχουσα.

EUTOCIUS.

IN TERTIUM THEOREMA.

In hoc theoremate continue jubemur, dati numeri latus quadraticum invenire. Hoc autem in numero, qui quadratus non ſit, accurate inveniri non poteſt. Si enim numerum in ſeipſum ducas, quadratum aliquem numerum facies: ſin autem numerum et particulam, non facies numerum integrum, ſed numerum et particulam. Quomodo autem oporteat latus invenire, quod datum numerum quamproxime faciat, dictum eſt ab Herone in Metricis; dictum et a Pappo, Theone, aliiſque compluribus, qui Magnam Claudii Ptolemæi Compoſitionem explicarunt. Quare non eſt cur in eo laboremus, quod licet iis, qui ejuſmodi ſtudio tenentur, ex illis petere.

Sitque angulus ΓEZ tertia pars anguli recti. Si enim hexagoni circumferentia in duas æquas partes ſecetur, ſumptoque ejus dimidio ad punctum Γ, jungatur EZ; erit utique angulus ΓEZ tertia pars anguli recti. Quæ enim circumferentia ad punctum Γ ſumpta eſt, cum dimidia ſit circumferentiæ hexagoni, erit circuli pars duodecima. Quare etiam angulus ΓEZ, cum ſit ad centrum, duodecima erit quatuor rectorum angulorum, ideoque tertia recti unius anguli pars.

Itaque EZ ad ZΓ eamdem rationem habet, quam 306 ad 153. Duplam quidem eſſe EZ ipſius ZΓ ex hoc patet. Si enim EZ producatur ad punctum M, ſumptaque recta huic æquali, alia jungatur a puncto E; qui angulus ad punctum M conſtituitur idem erit ac duæ tertiæ recti anguli partes. Eſt autem cum angulus, qui

ΕΙΣ ΤΟ Γ ΘΕΩΡΗΜΑ.

Ἐν τούτῳ τῷ θεωρήματι, συνεχῶς ἐπιτάττομεθα, τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ, τὴν τετραγωνικὴν πλευρὰν εὑρεῖν. Τοῦτο δὲ ἀκριβῶς μὲν εὑρεῖν, ἐπὶ ἀριθμοῦ μὴ ὄντος τετραγώνου, ἀδύνατον. Ἀριθμὸς μὲν γὰρ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος, ποιεῖ τινὰ τετράγωνον ἀριθμόν· ὁ ἀριθμὸς δὲ σὺν μορίῳ, [s] ἐφ' ἑαυτὸν γινόμενος, οὐκέτι ἀριθμὸν ποιεῖ ὁλόκληρον, ἀλλὰ καὶ μόριον. Ὅπως δὲ δεῖ σύνεγγυς τὴν δυναμένην πλευρὰν τὸν δοθέντα ἀριθμὸν εὑρεῖν· εἴρηται μὲν Ἥρωνι ἐν τοῖς Μετρικοῖς· εἴρηται δὲ Πάππῳ, καὶ Θέωνι, καὶ ἑτέροις πλείοσιν, ἐξηγουμένοις τὴν Μεγάλην Σύνταξιν τοῦ Κλαυδίου Πτολεμαίου. Ὥστε οὐδὲν ἡμᾶς χρὴ περὶ τούτου ζητεῖν. [t] Ἐξὸν τοῖς φιλομαθέσιν ἐξ ἐκείνων ἀναλέγεσθαι.

Καὶ ἡ ὑπὸ ΓΕΖ [u] τρίτον ὀρθῆς. Ἐὰν γὰρ τὴν τοῦ ἑξαγώνου περιφέρειαν διχοτομήσαντες, καὶ τὸ ἥμισυ αὐτῆς πρὸς τῷ Γ ἀπολαβόντες, ἐπιζεύξωμεν τὴν ΕΖ· ἡ ὑπὸ ΓΕΖ, τρίτον ὀρθῆς. Ἡ γὰρ πρὸς τῷ Γ ἀπολειφθεῖσα περιφέρεια, ἡμίσεια οὖσα τῆς τοῦ ἑξαγώνου, δωδέκατόν ἐστι τοῦ κύκλου· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΓΕΖ γωνία, πρὸς τῷ κέντρῳ οὖσα, δωδέκατόν ἐστι τῶν τεσσάρων ὀρθῶν, [w] τρίτον ἄρα ὀρθῆς.

Ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΓ, λόγον ἔχει, ὃν τϛ' πρὸς ρνγ'. Ὅτι διπλῆ ἐστιν ἡ ΕΖ τῆς ΖΓ, δῆλον ἐντεῦθεν. Ἐὰν γὰρ προσεκβάλλωμεν τὴν ΖΓ [x] ἐπὶ τὸ Μ, καὶ ἴσην αὐτῇ ἀποθέμενοι, ἐπιζεύξωμεν ἀπὸ τοῦ Ε· συσταθήσεται ἡ [y] πρὸς τῷ Μ γωνία, δίμοιρον ὀρθῆς. Ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ Ε γωνία,

[l] ἐλάσσονα λόγον ἔχει in MS. deſunt. [m] κατάγων [n] ὑπὲρ ͵ϛτλϛ' πρὸς ͵βιζ δ' [o] ἢ τριπλασίονα τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ
[p] ἢ ἐν αἷς, ὅτι [q] τριπλασιῶν [r] ἢ ι' ια' [s] ἀφ' ἑαυτὰ [t] ἐξ ὧν τοῦ [u] τρίτη [w] τρίτη ἄρα ὀρθῆς
[x] ἐπὶ τὸ Γ [y] πρὸς τῷ Γ

διμοίρου ὀρθῆς· ἴση δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ Ζ διμοίρου. Ἰσοπλεύρου ἄρα τριγώνου ἥμισύ ἐστι τὸ ΓΕΖ. Καί, διὰ τὸ τὴν βάσιν τοῦ ἰσοπλεύρου, ἴσην οὖσαν τῇ ΕΖ, δίχα τέμνεσθαι κατὰ τὸ Γ· διπλῆ ἐστὶν ἡ ΕΖ τῆς ΓΖ.

Ἡ δὲ ΕΓ πρὸς ΓΖ, μείζονα λόγον ἔχει, ὃν σξε΄ πρὸς ρνγ΄. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΕΖ ὑπόκειται τϛ΄· ἐὰν αὐτὰ ἐφ' ἑαυτὰ πολλαπλασιάσωμεν, γίνονται $\overset{\theta}{M}$ ͵γχλϛ΄. Ἡ δὲ ΓΖ ἐστὶ ρνγ΄· ὥστε τὸ ἀπ' αὐτῆς ἴσον $\overset{\beta}{M}$ ͵γυθ. Ἐπεὶ δὲ τὸ [a] ἀπὸ ΕΖ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ ΕΓ, ΓΖ· ἐὰν ἀπὸ τοῦ ἀπὸ ΕΖ, ὄντος $\overset{\theta}{M}$ ͵γχλϛ΄, ἀφέλωμεν τὸ ἀπὸ ΓΖ, ὑπάρχον $\overset{\beta}{M}$ ͵γυθ΄, καταλειφθήσεται τὸ ἀπὸ ΕΓ, $\overset{\zeta}{M}$ σκζ΄· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ, σξε΄ καὶ ἔτι μόριον ἐλάχιστον καὶ ἀκατάληπτον· λείπεται γὰρ ὁ τῶν σξε΄ δυνάμενος, τοῦ ἀκριβοῦς, μονάσι β΄. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ἡ ΕΖ τϛ΄	ἡ ΖΓ ρνγ΄	τὰ δὲ σξε΄
ἐπὶ τϛ΄	ἐπὶ ρνγ΄	ἐπὶ σξε΄
$\overset{\theta}{M}$ ͵αω	$\overset{\alpha}{M}$ ͵ετ΄	$\overset{\delta}{M}\overset{\alpha}{M}$ ͵β ͵α
͵αωλϛ΄	͵ζχν΄	$\overset{\alpha}{M}$ ͵β ͵γχπ΄
	υνθ΄	͵ϛτκε΄
$\overset{\theta}{M}$ ͵γχλϛ΄	$\overset{\beta}{M}$ ͵γυθ΄	$\overset{\zeta}{M}$ σκε΄

λοιπὸν, τὸ ἀπὸ ΕΓ, $\overset{\zeta}{M}$ σκζ.

λείπει ἄρα Μ° β΄ εἰς τὸ ἀκριβές.

Τετμήσθω δὲ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ δίχα τῇ ΕΗ. Ἔστιν [b] ἄρα ὡς ΖΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΓ. Διὰ τὸ τρίτον θεώρημα τοῦ ἕκτου βιβλίου τῶν Εὐκλείδου Στοιχείων. [c] Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΓ πρὸς ΓΗ. Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ. Συναμφότερος δὲ ἡ ΖΕ, ΕΓ, μείζων ἐστὶν ἤπερ φοα΄· ἡ μὲν γὰρ ΖΕ ὑπόκειται τϛ΄· ἡ δὲ ΕΓ, σξε΄ καὶ ἔτι μορίου τινός· ὥστε μείζων εἰσὶ τῶν φοα΄· ἡ ΖΓ ἐστὶ ρνγ΄. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ φοα΄ πρὸς ΡΝΓ. Ὥστε καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΗΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ φοα΄ πρὸς ρνγ΄.

Ἡ ΗΕ ἄρα πρὸς ΗΓ, δυνάμει, μείζονα λόγον ἔχει, ὃν $\overset{\lambda\delta}{M}$ ͵θυν΄ πρὸς $\overset{\beta}{M}$ ͵γυθ΄. Συναχθήσονται δὲ τῷδε τῷ τρόπῳ. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ, μείζονα λόγον ἔχουσα, ἤπερ φοα΄ πρὸς ρνγ΄· ἐάν ὑποθῶμεν [d] τὴν μὲν ΕΓ, φοα΄· τὴν δὲ ΓΗ, ρνγ΄· ἔσται τὸ μὲν ἀπὸ ΕΓ, $\overset{\lambda\beta}{M}$ ͵ϛμα΄· τὸ δὲ ἀπὸ ΓΗ, $\overset{\beta}{M}$ ͵γυθ΄· συναμφότερα δὲ, ἴσα ὄντα τῷ ἀπὸ ΕΗ, ἔσται $\overset{\lambda\delta}{M}$ ͵θυν΄· τούτων πλευρὰ τετραγωνικὴ, φϟα΄ η΄ ἔγγιστα. Ἐλλείπει γὰρ ἡ ἀπὸ τοῦ φϟα΄ η΄ [e] τετράγωνος, εἰς τὸ ἀκριβές, Μ° κα ϛ΄ ια΄ ἔγγιστα. Ἡ ἄρα [f] ΕΗ πρὸς ΗΓ, δυνάμει μὲν, μείζονα λόγον ἔχει, ὃν $\overset{\lambda\delta}{M}$ ͵θυν΄ πρὸς $\overset{\beta}{M}$ ͵γυθ΄· μήκει δὲ, μείζονα ὃν [g] φϟα΄ η΄ πρὸς ρνγ΄. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ad punctum E, tum qui ad punctum Z conſtituitur, idem ac duæ partes tertiæ anguli recti. Æquianguli igitur trianguli dimidium eſt triangulum ΓEZ. Propterea cum æquilateri trianguli baſis, quæ ipſi EZ eſt æqualis, in duas æquas partes ad punctum Γ ſecetur; dupla erit EZ ipſius ΓZ.

Et EΓ ad ΓZ majorem habet rationem, quam 265 ad 153. Cum enim ponatur EZ eſſe 306; ſi in ſe ipſum ducatur, fiet 93636. Eſt autem ΓZ 153; ideoque quadratum, quod ab ipſa deſcribitur, 23409. Quoniam igitur quadratum, quod ab EZ deſcribitur, æquale eſt quadratis, quæ deſcribuntur ab EΓ, ΓZ; ſi a quadrato, quod ab EZ deſcribitur; hoc eſt a 93636; quadratum auferatur, quod deſcribitur a ΓZ; hoc eſt 23409; reliquum erit quadratum, quod deſcribitur ab EΓ; hoc eſt 70227. Cujus quidem latus quadratum eſt 265, et adhuc particula admodum exigua. Quod enim quadratum a 265 fit, id ab exquiſito quadrato deficit unitatibus duabus. Multiplicationes autem ſubjiciuntur.

EZ 306	ZΓ 153	265
in 306	in 153	in 265
9....	1....	4....
18..	5...	12...
18..	3..	1...
36	5...	12...
	25..	36..
	15.	3..
	3..	1...
	15.	3..
	9	25
Qu. EZ 93636	Qu. ZΓ 23409	Qu. 70225
	Reliquum quadratum, quod ab EΓ deſcribitur, eſt 70227.	Deficit igitur, ab exquiſito quadrato unitatibus duabus.

Secetur angulus ZEΓ in duas æquas partes, recta EH. Ut igitur ZE ad EΓ, ita ſe habet ZH ad HΓ. Nimirum per tertium theorema libri ſexti Elementorum Euclidis. Et componendo, ut utraque ſimul ZE, EΓ ad EΓ, ita ZΓ ad ΓH. Et permutando, ut utraque ſimul ZE, EΓ ad ZΓ, ita EΓ ad ΓH. Utraque autem EZ, EΓ major eſt quam 571: nam ponitur ZE 306; et EΓ 265, et adhuc quædam particula. Quare major eſt quam 571. Ipſa autem ZΓ eſt 153. Utraque igitur ZE, EΓ ad ZΓ majorem rationem habet, quam 571 ad 153. Quare EΓ ad ΓH majorem rationem habet, quam 571 ad 153.

Igitur EH ad HΓ majorem poteſtate habet rationem, quam 349450 ad 23409. Hoc autem ſic colligetur. Quoniam demonſtratum eſt, EΓ ad ΓH majorem rationem habere, quam 571 ad 153; ſi quis poſuerit EΓ eſſe 571, et ΓH 153; erit utique quadratum quidem, quod ab EΓ deſcribitur, 326041; quadratum vero, quod deſcribitur a ΓH, 23409. Cum autem utraque æqualia ſint quadrato, quod deſcribitur ab EH, hoc ipſum erit 349450. Cujus quidem latus quadratum eſt 591$\frac{1}{8}$ proxime. Quod enim quadratum a 591$\frac{1}{8}$ fit, id ab exquiſito quadrato proxime deficit unitatibus 21$\frac{1}{6}$ $\frac{1}{11}$. Igitur EH ad HΓ poteſtate quidem majorem habet rationem, quam 349450 ad 23409; longitudine vero, quam 591$\frac{1}{8}$ ad 153. Multiplicationes autem ſubjiciuntur.

[a] τοῦ ἀπὸ ΕΖ [b] ἄρα ὡς ἡ ΖΕ [c] In MS. συνθέντι deeſt. [d] τὴν μὲν [e] ὁ τετράγωνος [f] ΕΓ [g] ἢ ἔγγιστα

EΓ 571 in 571	HΓ 153 in 153	$591\frac{1}{8}$ in $591\frac{1}{8}$
25....	1....	25....
35...	5...	45...
5..	3..	5..
35...	5...	$62\frac{1}{8}$
49..	25..	45...
7.	15.	81..
571	3..	9.
	15.	$11\frac{1}{8}$
	9	$591\frac{1}{8}$
		$62\frac{1}{8}$
		$1\frac{1}{8}\frac{1}{8}\frac{1}{64}$
Qu. EΓ, 326041	Qu. HΓ 23409	Qu. $349428\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{64}$, vel $349428\frac{3}{4}\frac{1}{64}$

Ex his colligitur quadratum, quod ab EH deſcribitur, 349450

Deficit igitur proxime ab exquiſito quadrato unitatibus $21\frac{1}{6}\frac{1}{12}$

ἡ EΓ φοα´ ἐπὶ φοα´	ἡ HΓ ρνγ´ ἐπὶ ρνγ´	φϞα´ η´ ἐπὶ φϞα´ η´
MM ͵ϛφ´	M ͵ετ´	MM ͵ϛϡβ´
M ͵γ ͵βϡ´	͵γ ͵βφ´	M ͵δφ´
φοα´	τμθ´	φξβ´ η´
		ξβ´ η´
M ͵ϛ ͵μα´	M ͵γυθ´	M ͵θυκη´ ξδ´

Ἐκ τούτων συνάγεται τὸ ἀπὸ EH, M ͵θυν´

Ἐλλείπει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς Mº κας´ η´ ἔγγιστα.

Rurſus ſecetur angulus HEΓ in duas æquas partes, recta ΘE. Eadem ratione EΓ ad ΓΘ majorem rationem habet, quam $1162\frac{1}{8}$ ad 153. Cum enim angulus ſectus in duas æquas partes ſit, ut HE ad EΓ, ita ſe habet HΘ ad ΘΓ. Et componendo, ut utraque ſimul HE, EΓ ad HΓ, ita EΓ ad ΓΘ. Atque eſt ipſa quidem EΓ, 571 et adhuc quædam particula; ipſa vero EH, $591\frac{1}{8}$ et adhuc quædam particula. Igitur in unum collectæ majores ſunt quam $1162\frac{1}{8}$. Eſt autem HΓ 153. Utraque igitur ſimul HE, EΓ ad HΓ majorem rationem habet, quam $1162\frac{1}{8}$ ad 153. Quare etiam EΓ ad ΓΘ rationem habet majorem, quam $1162\frac{1}{8}$ ad 153.

Igitur ΘE ad ΘΓ majorem rationem habet, quam $1172\frac{1}{8}$ ad 153. Quoniam enim demonſtratum eſt EΓ ad ΘΓ majorem rationem habere, quam $1162\frac{1}{8}$ ad 153: ſi quis poſuerit eas ita ſe habere; erit utique quadratum quidem, quod ab EΓ deſcribitur, $1350534\frac{1}{2}\frac{1}{64}$; quadratum vero, quod deſcribitur a ΓΘ, 23409. Quadratum igitur, quod ab EΘ deſcribitur, cum æquale ſit quadratis quæ deſcribuntur ab EΓ, ΓΘ, erit $1373943\frac{1}{2}\frac{1}{64}$. Cujus quidem latus quadratum eſt 1172, proxime. Quod enim quadratum ab ipſo ſit, id ab exquiſito quadrato proxime deficit unitatibus $66\frac{1}{2}$. Multiplicationes autem ſubjiciuntur.

Πάλιν δίχα ἡ ὑπὸ HEΓ τῇ ΘE. Διὰ τὰ αὐτὰ ἡ EΓ πρὸς ΓΘ, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ͵αρξβ´ η´ πρὸς ρνγ´. Γίνεται γὰρ, διὰ τὸ δεδεῖχθαι τὴν γωνίαν, ὡς ἡ HE πρὸς EΓ, ἡ HΘ πρὸς ΘΓ. Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ HE, EΓ πρὸς EΓ, ἡ HΓ πρὸς ΓΘ. Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς συναμφότερος ἡ HE, EΓ πρὸς HΓ, ἡ EΓ πρὸς ΓΘ. Καί ἐστιν ἡ μὲν EΓ, φοα´ καὶ ἔτι μορίου τινός· ἡ δὲ EH, φϞα´ η´ καὶ ἔτι μορίου τινός. Μείζονες ἄρα εἰσὶν, [g]ἤπερ ͵αρξβ´ η´. Καί ἐστιν ἡ HΓ, ρνγ´. Συναμφότερος ἄρα ἡ HE, EΓ πρὸς HΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵αρξβ´ η´ πρὸς ρνγ´. Ὥστε καὶ ἡ EΓ πρὸς ΓΘ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵αρξβ´ η´ πρὸς ρνγ´.

Ἡ ΘE ἄρα πρὸς ΘΓ, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν [h]͵αροβ´ η´ πρὸς ρνγ´. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται, ἡ EΓ πρὸς ΘΓ, μείζονα λόγον ἔχουσα, ἤπερ ͵αρξβ´ η´ πρὸς ρνγ´· εἴ τις ὑποθεῖτο αὐτὰς οὕτως ἔχειν· ἴσον τὸ μὲν ἀπὸ EΓ, ρλε M ͵φλδ´ ξδ´· τὸ δὲ ἀπὸ ΓΘ, β M ͵γυθ. Τὸ ἄρα ἀπὸ EΘ, ἴσον ὂν τοῖς ἀπὸ EΓ, ΓΘ, ἴσον ρλζ M ͵γϡμγ´ ξδ´· ὧν πλευρὰ [i]τετραγωνικὴ ͵αροβ´ ἔγγιστα. Λείπεται γὰρ τοῦ ἀκριβοῦς δυνάμει, τὸ ἀπ' αὐτῆς, Mº ξϛ´ ∠. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

EΓ $1162\frac{1}{8}$ in $1162\frac{1}{8}$	ΘΓ 153 in 153	$1172\frac{1}{8}$ in $1172\frac{1}{8}$
1......	1....	1......
1.....	5...	1.....
6....	3..	7....
2...	5...	2...
125	25..	125
1.....	15.	1.....
1....	3..	1....
6...	15.	7...
2..	9	2..
$12\frac{1}{2}$	Qu. ΘΓ 23409	$12\frac{1}{2}$
6....		7....
6...		7...
36..		49..
12.		14.
$7\frac{1}{2}$		$8\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
2...		2...
2..		2..
12.		14.
$4\frac{1}{4}$		$4\frac{1}{4}$
$145\frac{1}{64}$		$146\frac{1}{4}\frac{1}{64}$
Qu. EΓ $1350534\frac{1}{2}\frac{1}{64}$		Qu. $1373877\frac{1}{64}$

Quadratum, quod ab EΘ deſcribitur, æquale quadratis, quæ deſcribitur ab EΓ, ΓΘ, eſt $1373943\frac{1}{2}\frac{1}{64}$.

Deficit igitur ab exquiſito quadrato unitatibus $66\frac{1}{2}$.

ἡ EΓ ͵αρξβ´ η´ ἐπὶ ͵αρξβ´ η´	ἡ ΘΓ ρνγ´ ἐπὶ ρνγ´	͵αροβ´ η´ ἐπὶ ͵αροβ´ η´
MMM ͵βρμ´	M ͵ετ´	MMM ͵βρμ´
MM ͵ϛτιβ∠	͵βφ´	MM ζσιβ∠
M ͵ϛͅγρξβ∠	τμθ´	M ͵ζ ͵θπμ´ ∠ η´
͵βσμδ´ η´		͵βτμδ´ η´
ρμδ´ ξδ´		ρμϛ ∠ ξδ´
M ͵φλδ∠ ξδ´	M ͵γυθ	M ͵γωοζ ξδ´

τὸ ἀπὸ EΘ, ἴσον τοῖς ἀπὸ EΓ, ΓΘ, ἐστὶ ρλζ M ͵γϡμγ∠ ξδ´.

Ἐλλείπει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς Mº ξϛ´ ∠.

[g] ἤπερ deeſt. [h] ἢ ὃν ͵αροβ´ [i] τετραγωνικὴ ͵αροβ´ ἔγγιστα.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΕΓ τῇ ΕΚ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ͵βτλδ δʹ πρὸς ρνγʹ. Πάλιν γὰρ, διὰ τὴν διχοτομίαν τῆς ὑπὸ ΘΕΓ γωνίας, ἔστιν, ὡς ἡ ΘΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΘΚ πρὸς ΓΚ. Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΕ, ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΚ. Ἐναλλάξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΕ, ΕΓ πρὸς ΘΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΚ. Καὶ ἐπεὶ δέδεικται ἡ ΘΕ, ͵αροβʹ ηʹ, καὶ ἔτι μορίῳ πλεῖον· ἡ δὲ ΕΓ, ͵αρξβʹ ηʹ καὶ[k] ἔτι μορίῳ πλεῖον· συναμφότερος ἄρα ἡ ΘΕ, ΕΓ μείζων ἐστὶν ἢ ͵βτλδ δʹ. Καὶ ὑπόκειται ἡ ΘΓ, ρνγʹ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΘΕ, ΕΓ πρὸς ΘΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βτλδ δʹ πρὸς ρνγʹ. Ὥστε καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βτλδ δʹ πρὸς ρνγʹ.

Ἡ ΕΚ ἄρα πρὸς τὴν ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ͵βτλθ δʹ πρὸς ρνγʹ. Πάλιν γὰρ, ἐπεὶ ὑπόκειται ἡ μὲν ΕΓ, ͵βτλδ δʹ· ἡ δὲ ΓΚ, ρνγʹ· ἴσον τὸ μὲν ἀπὸ ΕΓ $\overset{\varphi\mu\delta}{M}$ ͵ηψκγ ιϛʹ· τὸ δὲ ἀπὸ ΓΚ, $\overset{\beta}{M}$ ͵γυθʹ· τούτοις δὲ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΚΕ· ἔσται ἄρα $\overset{\varphi\mu\zeta}{M}$ ͵βρλβ ιϛʹ· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ἔγγιστα ͵βτλθ δʹ. Λείπει γὰρ τὸ ἀπ' αὐτῆς, τοῦ ἀκριβοῦς, Μ° μα∠. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ἡ ΕΓ ͵βτλδ δʹ ἐπὶ ͵βτλδ δʹ	ἡ ΓΚ ρνγʹ ἐπὶ ρνγʹ	͵βτλθ δʹ ἐπὶ ͵βτλθ δʹ
ΜΜΜ ͵ϛφʹ	Μ ͵ετʹ	ΜΜΜΜ ͵ϛφ
ΜΜ ͵ϛ μσυʹ	͵βφυʹ τμθʹ	ΜΜ ͵ϛ βψυʹ
Μ ͵ϛ ωϙζ ∠		Μ ͵ϛ ϡ ϙζ ∠
ρ ͵ασμγα φπγ ∠ ιϛʹ	$\overset{\beta}{M}$ ͵γυθʹ	Μ ρ βψ ροπε δʹ φπδ ∠ δʹ ιϛʹ
$\overset{\varphi\mu\delta}{M}$ ͵ηψκγ ιϛʹ		$\overset{\varphi\mu\zeta}{M}$ ͵β ϙ ∠ ιϛʹ
Ἐκ τούτων συνάγεται τὸ ἀπὸ ΕΚ, $\overset{\varphi\mu\zeta}{M}$ ͵βρλβ ιϛʹ.		Λείπει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς, Μ° μα∠.

Amplius ſecetur angulus ΘΕΓ in duas æquas partes, recta ΕΚ. Igitur ΕΓ ad ΓΚ majorem rationem habet, quam 2334¼ ad 153. Rurſus enim cum angulus ΘΕΓ ſectus in duas æquas partes ſit, ut ΘΕ ad ΕΓ, ita ſe habet ΘΚ ad ΓΚ. Et componendo, ut utraque ſimul ΘΕ, ΕΓ ad ΕΓ, ita ΓΘ ad ΓΚ. Et permutando, ut utraque ſimul ΘΕ, ΕΓ ad ΘΓ, ita ΕΓ ad ΓΚ. Et quoniam demonſtratum eſt, ΘΕ quidem eſſe 1172⅛ et adhuc quamdam particulam; ΕΓ vero, 1162⅛, et adhuc quamdam particulam; ideo utraque ſimul ΘΕ, ΕΓ major eſt quam 2334¼. Ponitur autem ΘΓ eſſe 153. Igitur utraque ſimul ΘΕ, ΕΓ ad ΘΓ majorem rationem habet quam 2334¼ ad 153.

Igitur ΕΚ ad ΓΚ majorem rationem habet, quam 2339¼ ad 153. Rurſus enim quoniam ponitur ΕΓ quidem eſſe 2334¼; ΓΚ vero, 153; erit utique quadratum, quod ab ΕΓ deſcribitur, 5448723$\frac{1}{16}$; et quadratum, quod deſcribitur a ΓΚ, 23409. Quibus cum æquale ſit quadratum, quod deſcribitur a ΚΕ, hoc ipſum erit 5472132$\frac{1}{16}$. Cujus quidem latus quadratum eſt 2339¼ proxime. Quod enim quadratum ab ipſo fit, id ab exquiſito quadrato deficit unitatibus 41½. Multiplicationes autem ſubjiciuntur.

ΕΓ 2334¼ in 2334¼	ΓΚ 153 in 153	2339¼ in 2339¼
4......	1....	4......
6.....	5...	6.....
6....	3..	6....
8...	5...	18...
5..	25..	5..
6.....	15.	6.....
9....	3..	9....
9...	15.	9...
12..	9	27..
75	Qu. ΓΚ 23409	75
6....		6....
9...		9...
9..		9..
12.		27.
7½		7½
8...		18...
12..		27..
12.		27.
16		81
1		2¼
583' $\frac{1}{16}$		584½ ¼ $\frac{1}{16}$
Qu. ΕΓ 5448723$\frac{1}{16}$ Ex his colligitur quadratum, quod ab ΕΚ decribitur, 5472132$\frac{1}{16}$.		Qu. 5472090' $\frac{1}{16}$ Deficit igitur ab exquiſito quadrato, unitatibus, 41½.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΕΓ τῇ ΕΛ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΛ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὰ ͵δχογ∠ πρὸς ρνγ. Πάλιν γὰρ, διὰ τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας, ἐστὶν, ὡς ἡ ΚΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΚΛ πρὸς ΛΓ· καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΚΕ, ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΚΓ πρὸς ΓΛ· ἐναλλὰξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΚΕ, ΕΓ πρὸς ΓΚ, ἡ ΕΓ πρὸς ΛΓ. Καὶ ἔστιν ἡ μὲν ΚΕ, ͵βτλθ δʹ καὶ[l] ἔτι μορίῳ πλεῖον· ἡ δὲ ΕΓ, ͵βτλδ δʹ καὶ ἔτι μορίῳ πλεῖον[m]· συναμφότερος ἄρα ἡ ΚΕ, ΕΓ μείζων,[n] ἐστὶν ἢ ͵δχογ∠. Καὶ ἔστιν ἡ ΚΓ, ρνγ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΚΕ, ΕΓ πρὸς ΚΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵δχογ πρὸς ρνγ∠. Ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΚΕ, ΕΓ πρὸς ΚΓ, οὕτως ἡ ΕΓ πρὸς ΓΛ. Καὶ ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΛ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵δχογ∠ πρὸς ρνγ.

Secetur demum angulus ΚΕΓ in duas æquas partes, recta ΕΛ. Igitur ΕΓ ad ΓΛ majorem rationem habet, quam 4673½ ad 153. Rurſus enim cum angulus ſectus in duas æquas partes ſit, ut ΚΕ ad ΕΓ, ita ſe habet ΚΛ ad ΛΓ. Et componendo, ut utraque ſimul ΚΕ, ΕΓ ad ΕΓ, ita ΚΓ ad ΓΛ. Et permutando, ut utraque ſimul ΚΕ, ΕΓ ad ΚΓ, ita ΕΓ ad ΛΓ. Atque eſt ipſa quidem ΚΕ 2339¼ et adhuc quædam particula; ipſa vero ΕΓ 2334¼ et adhuc quædam particula. Igitur ΚΕ, ΕΓ in unum collectæ majores ſunt quam 4673½. Eſt autem ΚΓ 153. Utraque igitur ſimul ΕΚ, ΕΓ ad ΚΓ majorem rationem habet, quam 4673½ ad 153. Ut autem utraque ſimul ΚΕ, ΕΓ ad ΚΓ, ita ſe habet ΕΓ ad ΓΛ. Igitur etiam ΕΓ ad ΓΛ majorem rationem habet, quam 4673½ ad 153.

[k] ἡ ΘΓ. ρνγʹ [l] ἐπὶ μορίου [m] πλεῖον ex MS. [n] ἐστὶ ex MS.

Quoniam igitur angulus ZEΓ, tertia pars cum ſit anguli recti, duodecima pars eſt quatuor rectorum angulorum; atque hujus dimidius HEΓ eorumdem pars quarta et vigeſima; et amplius hujus dimidius ΘEΓ octava et quadrageſima; et amplius hujus dimidius KEΓ ſexta et nonageſima; erit utique poſtremi hujus dimidius ΛEΓ quatuor rectorum pars centeſima nonageſima ſecunda.

Ponatur igitur, inquit, huic ipſi æqualis angulus ΓEM, et producatur ZΓ ad punctum M. Igitur angulus ΛEM, quippe duplus anguli ΛEΓ, ſexta et nonageſima eſt quatuor rectorum angulorum pars. Propterea ΛM latus eſt circumſcripti circulo polygoni latera habentis ſex et nonaginta.

Quoniam igitur demonſtratum eſt, EΓ ad ΓΛ majorem rationem habere, quam 4673½ ad 153: et dupla quidem ipſius EΓ eſt AΓ; dupla vero ipſius ΛΓ eſt ΛM: ideo etiam AΓ ad ΛM majorem rationem habet, quam 4673½ ad 153. Igitur e contrario ΛM ad AΓ minorem habet rationem quam 153 ad 4673½. Et quoniam ΛM latus eſt polygoni latera habentis ſex et nonaginta, ejus ambitus eſt 14688: ſi enim 96 in 153 duxeris, hunc numerum facies. Igitur polygoni ambitus ad diametrum AΓ minorem rationem habet, quam 14688 ad 4673½. Propterea triplus eſt diametri circuli, et adhuc excedit unitatibus 667½. Hæ autem minores ſunt quam ſeptima pars diametri, ſeptima unitatis parte. Nam ſeptuplum unitatum 667½, hoc eſt 4672½, minus eſt quam diameter unitate. Quoniam igitur polygoni ambitus minor eſt quam triplus ſeſquiſeptimus diametri; minorque circuli ambitus quam polygoni; ideo multo magis ambitus circuli diametri minor eſt quam triplus ſeſquiſeptimus.

Deinde vero conſtruens reliquam theorematis partem: Sit, inquit, circulus cujus diameter AΓ; ſitque angulus BAΓ tertia pars anguli recti. Hoc autem fiet, ſi a puncto Γ ſumpta ΓB hexagoni circumferentiæ æquali, jungatur AB. Qui enim angulus conſtituitur ſuper hexagoni circumferentia, ſi ad centrum quidem conſtituitur, idem eſt ac duæ tertiæ partes anguli recti; ſi vero ad circumferentiam, idem ac pars tertia.

Quoniam igitur rectus eſt angulus ABΓ, rectique pars tertia BAΓ; angulus AΓB idem eſt ac duæ tertiæ recti anguli partes. Si igitur producatur ΓB ad punctum B, ſumptaque recta eidem æquali, alia jungatur ad punctum A; æquilaterum triangulum fiet. Cum autem normalis AB baſim in duas æquas partes ſecet; AΓ ipſius AB eſt dupla. Quod ſi rurſus ponatur AΓ eſſe 1560; erit ΓB 780. Atque erit quadratum quidem, quod ab AΓ deſcribitur, 2433600; quadratum vero, quod deſcribitur a ΓB, 608400. Et ſi auferatur a quadrato quod ab AΓ deſcribitur, quadratum, quod deſcribitur a ΓB; reliquum erit quadratum, quod deſcribitur ab AB, 1825200. Cujus quidem latus quadratum eſt 1351 proxime. Quod enim quadratum ab hoc fit, id exquiſitum quadratum excedit ſola unitate. Quocirca AB ad BΓ minorem, inquit, rationem habet, quam 1351 ad 780. Multiplicationes autem ſubjiciuntur.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ, τρίτον οὖσα ὀρθῆς, δωδέκατον μέρος ἐστὶ τῶν τεσσάρων* ὀρθῶν· ταύτης δὲ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΗΕΓ, εἰκοστοτέταρτον ἂν εἴη· ταύτης δὲ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΘΕΓ, μη' ἐστί· ταύτης δὲ ἡμίσειά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΚΕΓ, ϟϛ' ἄρα ἐστί· ἧς ἡμίσεια οὖσα ἡ ὑπὸ ΛΕΓ, ρϟβ' ἐστί.

Κείσθω οὖν, φησὶ, ἴση αὐτῇ ἡ ὑπὸ ΓΕΜ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ. *Ἡ ἄρα ὑπὸ ΛΕΜ, διπλασία οὖσα τῆς* ὑπὸ ΛΕΓ, ϟϛ' ἐστὶ τῶν τεσσάρων ὀρθῶν. Ὥστε καὶ ἡ ΛΜ πλευρά ἐστι τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευρὰς ἔχοντος ϟϛ'.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΛ, ἐδείχθη, μείζονα λόγον ἔχουσα ἤπερ δχογ L' πρὸς ρνγ'· καὶ ἔστι τῆς μὲν ΕΓ διπλῆ ἡ ΑΓ, τῆς δὲ ΛΓ ἡ ΛΜ· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΛΜ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ δχογ L' πρὸς ρνγ'. Ἀνάπαλιν ἄρα, ἡ ΛΜ πρὸς ΑΓ, ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἤπερ ρνγ' πρὸς δχογ L'. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΛΜ, πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ τοῦ πλευρὰς ἔχοντος ϟϛ'· *ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ πολυγώνου, ἐστὶ* αδχπη'· ὁ γὰρ ϟϛ' ἐπὶ τὸν ρνγ' πολυπλασιαζόμενος τοῦτον ποιεῖ. *Ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον, ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἤπερ αδχπη' πρὸς δχογ L'. *Ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ πολυγώνου, τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐστὶ τριπλασία, καὶ ἔτι ὑπερέχει* Μο. χξζ L'· ταῦτα δὲ ἐλάττονά ἐστι τοῦ ἑβδόμου τῆς διαμέτρου, μιᾶς μονάδος ἑβδόμῳ μέρει· τὰ γὰρ ἑπταπλάσια τῶν* χξζ L', ἅπερ ἐστὶ δχοβ L', ἐλάττονά ἐστι τῆς διαμέτρου, Μο. α'. Ἐπεὶ οὖν τὸ πολύγωνον ἔλαττόν ἐστιν, ἢ τριπλάσιον καὶ ἔτι ἑβδόμῳ ὑπερέχον· ἡ δὲ περίμετρος τοῦ κύκλου ἐλάττων ἐστὶ τῆς τοῦ πολυγώνου· πολλῷ ἄρα ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια, τῆς διαμέτρου, ἐστὶ τριπλασία καὶ ἔτι ὑπερέχει ἐλάσσονι ἢ ἑβδόμῳ μέρει.

Ἑξῆς δὲ κατασκευάζων τὸ λοιπὸν μέρος τοῦ θεωρήματος, φησὶ, Ἔστω κύκλος* περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ· καὶ τρίτον ὀρθῆς, ἡ ὑπὸ ΒΑΓ. Τοῦτο δὲ ἔσται, ἐὰν, ἀπὸ τοῦ Γ, τῇ τοῦ ἑξαγώνου περιφερείᾳ ἴσην ἀπολαβόντες τὴν ΓΒ, ἐπιζεύξωμεν τὴν ΑΒ. Ἡ γὰρ ἐπὶ τῆς τοῦ ἑξαγώνου περιφερείας βεβηκυῖα γωνία, πρὸς μὲν τῷ κέντρῳ, δίμοιρόν ἐστιν ὀρθῆς· πρὸς δὲ τῇ περιφερείᾳ, τρίτον.

Ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ, τρίτον δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ· δίμοιρον ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΒ. Ἐὰν ἄρα προσεκβάλλοντες τὴν ΓΒ ἐπὶ τὸ Β, καὶ ἴσην αὐτῇ ἀπολαβόντες, ἀπὸ τοῦ Α ἐπιζεύξωμεν· ἰσόπλευρον ἔσται τὸ τρίγωνον. Καὶ, διὰ τὸ τὴν ΑΒ κάθετον διχοτομεῖν τὴν βάσιν, διπλῆ ἐστιν ἡ ΑΓ τῆς ΓΒ. Ἐὰν οὖν πάλιν λάβωμεν τὴν ΑΓ, ,αφξ', ἔσται ἡ ΓΒ, ψπ'. Καὶ τὸ μὲν ἀπὸ ΑΓ* ἔσται Μ σμγ ,γχ'· τὸ δὲ ἀπὸ ΓΒ, Μ ξ ,ηυ'. Καὶ ἐὰν ἀφέλωμεν τὸ ἀπὸ ΓΒ, ἀπὸ τοῦ ἀπὸ ΑΓ· λοιπὸν καταλειφθήσεται τὸ ἀπὸ* ΑΒ, Μ ρπβ ,εσ'· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ,ατνα' ἔγγιστα· περιττεύει γὰρ τὸ ἀπ' αὐτῆς τοῦ ἀκριβοῦς, Μο. α'. Διὸ φησὶν, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, ἤπερ ,ατνα' πρὸς ψπ'. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

* ἴσων. * ἡ deest. * ὑπὸ ΛΕΓ ΟΒ ἐστὶ τῶν τεσσάρων ὀρθῶν * ἡ περιδιάμετρος * Μαχπη' ὁ γὰρ * ἡ περιδιάμετρος * ἤπερ ἡ διάμετρος * Μχξζ' * ἅπερ χξζ' * περιδιάμετρος * Μ σμγ γχ' * Μ ρπβ εσ'

ἡ ΑΓ ͵αφξ'
ἐπὶ ͵αφξ'

$\overset{\rho}{\mathrm{M}}\overset{\nu}{\mathrm{M}}\overset{\xi}{\mathrm{M}}$
$\overset{\nu}{\mathrm{M}}\overset{\kappa\epsilon}{\mathrm{M}}\overset{\gamma}{\mathrm{M}}$
$\overset{\xi}{\mathrm{M}}\overset{\gamma}{\mathrm{M}}$ ͵γχ'

$\overset{\sigma\mu\gamma}{\mathrm{M}}$ ͵γχ'

ἡ ΓΒ ψπ'
ἐπὶ ψπ'

$\overset{\mu\theta}{\mathrm{M}}\overset{\epsilon}{\mathrm{M}}$ ͵ς
$\overset{\epsilon}{\mathrm{M}}$ ͵ς ͵ςυ'

$\overset{\xi}{\mathrm{M}}$ ͵ηυ'

͵ατνα'
ἐπὶ ͵ατνα'

$\overset{\rho}{\mathrm{M}}\overset{\lambda}{\mathrm{M}}\overset{\epsilon}{\mathrm{M}}$ ͵α'
$\overset{\lambda}{\mathrm{M}}\overset{\theta}{\mathrm{M}}\overset{\epsilon}{\mathrm{M}}$ ͵ατ'
$\overset{\epsilon}{\mathrm{M}}\overset{\kappa}{\mathrm{M}}$ ͵ε ͵βφν'
͵ατνα'

$\overset{\rho\pi\beta}{\mathrm{M}}$ ͵εσα'

ἃς ἀφελόμενοι τὸ ἀπὸ ΒΓ ἀπὸ τοῦ ἀπὸ ΑΓ, καταλείπεται $\overset{\rho\pi\beta}{\mathrm{M}}$ ͵εσ'.

ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς M° α'.

Τετμήσθω δίχα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ΑΖΗ. Ἐπεὶ δὲ ἐστιν ἡ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς περιφερείας βεβήκασιν· ἀλλὰ καὶ τῇ ὑπὸ ΗΑΓ· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΓΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΑΗΓ ἐστὶν ἴση. Καὶ κοινὴ ἡ ὑπὸ ΑΗΓ ὀρθή. Καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΖΓ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΑΓΗ ἐστὶν ἴση. Ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΗΓ τρίγωνον τῷ ΓΗΖ τριγώνῳ. Ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ, ἡ ΓΗ πρὸς ΗΖ· καὶ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ. Τῶν γὰρ ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ, καὶ ὁμόλογοι[b] αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι.

Ἀλλ' ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ, συναμφότερος ἡ ΓΑΒ πρὸς ΓΒ, καὶ ὡς συναμφότερος ἄρα ἡ ΒΑΓ πρὸς ΒΓ, [c] ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΖ· ἐστὶν, ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, [d] ἡ ΒΖ πρὸς ΓΖ. Καὶ συνθέντι ὡς συναμφότερος ἡ ΒΑ, ΑΓ πρὸς ΑΓ, ἡ ΒΓ πρὸς ΓΖ. Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΒΑ, ΑΓ πρὸς ΒΓ, ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ. Καί ἐστιν ἡ μὲν ΑΒ ἐλάσσων ἢ ͵ατνα'· ἡ δὲ ΑΓ, ͵αφξ'· ἡ δὲ ΒΓ, ψπ'. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΑΒ, ΑΓ πρὸς ΒΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βϡια' πρὸς ψπ'. Καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βϡια' πρὸς ψπ'. Ὡς δὲ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ, ἡ ΑΗ[e] πρὸς ΗΓ· καὶ ἡ ΑΗ ἄρα πρὸς ΗΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βϡια' πρὸς ψπ'. Διὰ δὲ ταῦτα, ἔσται τὸ μὲν ἀπὸ ΑΗ, $\overset{\omega\mu\zeta}{\mathrm{M}}$ ͵γϡκα'· τὸ δὲ ἀπὸ ΗΓ, $\overset{\xi}{\mathrm{M}}$ ͵ηυ'. Καὶ ἔστιν αὐτοῖς ἴσον, τὸ ἀπὸ ΑΓ· καὶ αὐτὸ ἄρα ἐστὶ[f] $\overset{\varsigma\eta}{\mathrm{M}}$ ͵βτκα'· ὧν πλευρὰ τετράγωνος, ͵γιγ L' δ' ἔγγιστα· ὑπερέχει γὰρ[g] τὸ ἀπ' αὐτῆς, ἀκριβοῦς δυνάμενος, M° τξη ις'. Διὰ ταῦτα οὖν φαμὲν, ὅτι ἡ ΑΓ πρὸς ΓΗ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, [h] ἤπερ ͵γιγ L' δ' πρὸς ψπ'. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ἡ ΑΗ ͵βϡια'
ἐπὶ ͵βϡια'

$\overset{\upsilon}{\mathrm{M}}\overset{\rho\pi}{\mathrm{M}}\overset{\beta}{\mathrm{M}}$ ͵β
$\overset{\rho\pi}{\mathrm{M}}\overset{\pi\alpha}{\mathrm{M}}$ ͵βϡ'
$\overset{\beta}{\mathrm{M}}$ ͵θρ'
͵βϡια'

$\overset{\omega\mu\zeta}{\mathrm{M}}$ ͵γϡκα'

ἡ ΗΓ ψπ'
ἐπὶ ψπ'

$\overset{\mu\theta}{\mathrm{M}}\overset{\epsilon}{\mathrm{M}}$ ͵ς
$\overset{\epsilon}{\mathrm{M}}$ ͵ς ͵ςυ'

$\overset{\xi}{\mathrm{M}}$ ͵ηυ'

͵γιγ L' δ'
ἐπὶ ͵γιγ L' δ'

$\overset{\varsigma}{\mathrm{M}}\overset{\gamma}{\mathrm{M}}$ ͵β ͵ασ L' δ'
$\overset{\gamma}{\mathrm{M}}$ ρμ L' δ'
β L' δ' L' ιε'
͵αφς L' δ' L' δ'
ψνγ L' δ' ις'

$\overset{\varsigma\eta}{\mathrm{M}}$ ͵βχπθ' ις'

τὰ ἀπὸ τῶν ΑΗ, ΗΓ, $\overset{\varsigma\eta}{\mathrm{M}}$ ͵βτκα'

ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς M°. τξη ις'

AΓ 1560	ΓB 780	1351
in 1560	in 780	in 1351
1......	49....	1......
5.....	56...	3.....
6....	56...	5....
5.....	64..	1...
25....	608400	3.....
30...		9....
6....		15...
30...		3..
36..		5....
2433600		15...
		25..
		5.
		1351
		1825201

Si auferatur a quadrato, quod ab AΓ deſcribitur, quadratum, quod deſcribitur ab AB; reliquum eſt 1825200. Excedit igitur exquiſitum quadratum ſola unitate.

Secetur angulus BAΓ in duas æquas partes, recta AZH. Quoniam igitur æqualis eſt angulus BAH cum angulo HΓB: nam eidem circumferentiæ inſiſtunt: tum angulo HAΓ; æqualis utique eſt etiam angulus HΓB angulo HAΓ. Communis eſt autem rectus angulus AHΓ. Æqualis eſt igitur et reliquus angulus HZΓ reliquo AΓH. Quare æquiangulum eſt triangulum AHΓ triangulo ΓHZ: ideoque ut AH ad HΓ, ita ſe habet cum ΓH ad HZ, tum AΓ ad ΓZ. Æquiangulorum enim triangulorum latera proportionalia ſunt, eaque ſibi invicem reſpondent, quæ æqualibus angulis ſubjiciuntur.

Ut autem AΓ ad ΓZ, ita ſe habet utraque etiam ΓAB ad BΓ. Ut igitur utraque BAΓ ad BΓ, ita etiam ſe habet AH ad HΓ. Quoniam enim angulus BAΓ ſectus in duas æquas partes eſt ab AZ; ut BA ad AΓ, ita ſe habet BZ ad ZΓ. Et componendo, ut utraque ſimul BA, AΓ ad AΓ, ita BΓ ad ΓZ. Et permutando, ut utraque ſimul BA, AΓ ad BΓ, ita AΓ ad ΓZ. Atque AB quidem minor eſt quam 1351; AΓ vero eſt 1560; denique BΓ 780. Utraque igitur ſimul AB, AΓ ad BΓ minorem rationem habet, quam 2911 ad 780. Quare etiam AΓ ad ΓZ minorem rationem habet, quam 2911 ad 780. Ut autem AΓ ad ΓZ, ita ſe habet AH ad HΓ. Igitur etiam AH ad HΓ minorem rationem habet, quam 2911 ad 780. Hiſce autem poſitis, quadratum quidem, quod ab AH deſcribitur, erit 8473921; quadratum vero, quod deſcribitur ab HΓ, 608400. Quibus cum æquale ſit quadratum, quod deſcribitur ab AΓ, hoc ipſum erit 9082321. Cujus quidem latus quadratum eſt $3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$, proxime. Quod enim quadratum ab ipſo fit, id exquiſitum quadratum unitatibus $368\frac{1}{16}$. Et propterea dicit: AΓ ad ΓH minorem rationem habet, quam $3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ ad 780. Multiplicationes autem ſubjiciuntur.

AH 2911	HΓ 780	$3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
in 2911	in 780	in $3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
4......	49....	9......
18.....	56...	3....
2....	56...	9...
2...	64..	15..
18.....	608400	75.
81....		3....
9...		1..
9..		3.
2....		5
9...		$2\frac{1}{4}$
1..		9...
1.		3.
2911		9
8473921		$1\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{16}$
		$1506\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
		$753\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{16}$
		$9082689\frac{1}{16}$

Quadrata, quæ ab AH, HΓ deſcribuntur, 9082321. Excedit exquiſitum quadratum unitatibus $368\frac{1}{16}$.

[b] αἱ τὰς γωνίας
[c] ἡ αα' πρὸς ψγ'
[d] ἡ γξ' πρὸς ξ'
[e] καὶ ἡ αα' ἄρα πρὸς ψγ'
[f] $\overset{\varsigma\eta}{\mathrm{M}}$
[g] τὸ ἀπ' αὐτῶν τῆς ἀκριβοῦς
[h] ἤπερ ͵ατνδ'

Secetur angulus ΓΑΗ in duas æquas partes recta ΑΘ. Cum enim angulus ſectus in duas æquas partes ſit; utique, propter triangulorum ſimilitudinem, laterumque proportionem, ſe habebit, componendo et permutando, ut utraque ſimul ΗΑΓ ad ΗΓ, ita ΑΘ ad ΘΓ. Ponitur autem ΑΗ minorem eſſe quam 2911; et ΑΓ minorem quam $3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. Utraque igitur ſimul ΗΑ, ΑΓ minor eſt quam $5924\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. Atque eſt ΗΓ 780. Igitur utraque ſimul ΗΑ, ΑΓ ad ΗΓ minorem rationem habet, quam $5924\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ ad 780. Quare etiam ΑΘ ad ΘΓ minorem habet rationem, quam $5924\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ ad 780: ideoque minorem etiam, quam $455\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ ad 60. Uterque enim utriuſque pars eſt decima tertia. Et, quæ horum quadrupla ſunt, ΑΘ ad ΘΓ minorem rationem habet, quam 1823 ad 240. Propterea dicit, utrumque utriuſque idem eſſe ac $\frac{4}{13}$. Cum autem ΑΘ ſit 1823, erit quadratum, quod ab ea deſcribitur, 3323329: cumque ΘΓ ſit 240, quadratum, quod ab ea deſcribitur, erit 57600. Quibus cum æquale ſit quadratum, quod deſcribitur ab ΑΓ, hoc ipſum erit 3380929. Cujus quidem latus quadratum eſt $1838\frac{9}{11}$, proxime. Quod enim quadratum ab ipſo ſit, id exquiſitum quadratum excedit proxime unitatibus 323. Quare ΑΓ ad ΘΓ minorem rationem habet, quam $1838\frac{9}{11}$ ad 240. Multiplicationes autem ſubjiciuntur.

ΑΘ 1823 in 1823	ΓΘ 240 in 240	$1838\frac{9}{11}$ in $1838\frac{9}{11}$
1.......	4....	1.......
8.....	8...	8.....
2....	8...	3....
3...	16..	8...
8.....	57600	$818\frac{2}{11}$
64....		8.....
16...		64....
24..		24...
2....		64..
16...		$654\frac{6}{11}$
4..		3....
6.		24...
3...		9..
24..		24.
6.		$24\frac{6}{11}$
9		8...
3323329		64..
		24.
		64
		$6\frac{6}{11}$
		$818\frac{2}{11}$
		$654\frac{6}{11}$
		$24\frac{6}{11}$
		$6\frac{6}{11}\frac{81}{121}$
		$3381251\frac{7}{11}\frac{81}{121}$
		ſive $3381252\frac{37}{121}$

Quadratum, quod ab ΑΓ deſcribitur, his æquale, eſt 3380928. Excedit igitur proxime exquiſitum quadratum unitatibus 323.

Amplius ſecetur angulus ΘΑΓ in duas æquas partes, recta ΚΑ. Rurſus cum angulus ſectus in duas æquas partes ſit; utique, propter triangulorum ſimilitudinem, laterumque proportionem, ſe habebit, componendo et permutando, ut utraque ſimul ΘΑ, ΑΓ ad ΓΘ, ita ΑΚ ad ΚΓ. Utraque autem ſimul ΘΑ, ΑΓ minor eſt quam $3661\frac{9}{11}$: nam ponitur ΘΑ minorem eſſe quam 1823; et ΑΓ minorem quam $1838\frac{9}{11}$: atque eſt ΘΓ 240. Igitur utraque ſimul ΘΑ, ΑΓ ad ΘΓ minorem rationem habet, quam $3661\frac{9}{11}$ ad 240. Quare etiam ΑΚ ad ΚΓ minorem habet rationem, quam $3661\frac{9}{11}$ ad 240. At partes $\frac{11}{40}$ numeri $3661\frac{9}{11}$ idem ſunt ac 1007; numerique 240 idem ac 66. Igitur ΑΚ ad ΚΓ minorem rationem habet, quam 1007 ad 66. Atque eſt quadratum quidem, quod ab ΑΚ deſcribitur, 1014049; quadratum vero, quod deſcribitur a ΚΓ, 4356. Quibus cum æquale ſit quadratum, quod deſcribitur ab ΑΓ, hoc ipſum erit 1018405. Cujus quidem latus quadratum eſt $1009\frac{1}{6}$, proxime. Quod enim quadratum ab ipſo ſit, id exquiſitum quadratum excedit unitatibus, $2\frac{1}{4}\frac{1}{32}$. Igitur ΑΓ ad ΓΚ minorem rationem habet, quam $1009\frac{1}{6}$ ad 66. Multiplicationes autem ſubjiciuntur.

Δίχα ἡ ὑπὸ ΓΑΗ τῇ ΑΘ. Διὰ δὴ τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας· πρὸς τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων, καὶ ἀναλογίαν τῶν πλευρῶν· καὶ τὸ συνθέντι, καὶ ἐναλλὰξ[1] ἐστὶν, ὡς συναμφότερος ἡ ΗΑΓ πρὸς ΗΓ, ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ. Καὶ ὑπόκειται ἡ μὲν ΑΗ, ἐλάσσων ἢ ͵βϡια· ἡ δὲ ΑΓ, ἐλάσσων ἤπερ ͵γιγ ∠´δ´· συναμφότερος ἄρα ἡ ΗΑ, ΑΓ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ͵εϡκδ ∠´δ´. Ἡ δὲ ΗΓ, ἐστὶ ψπ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΗΑ, ΑΓ πρὸς ΗΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵εϡκδ ∠´δ´ πρὸς ψπ. Ὥστε καὶ ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵εϡκδ ∠´δ´ πρὸς ψπ. Ὥστε ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ υνε ∠´δ´ πρὸς ξ· ἑκάτερος γὰρ ἑκατέρου ἐστὶ μέρος ιγ´. Καὶ, τῶν τούτων τετραπλασίων, ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵αωκγ πρὸς σμ. Διὰ τοῦτο γάρ φησιν, ἐστὶν ἑκάτερος ἑκατέρου ἐστὶ δ ιγ´. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΘ ἐστὶν ͵αωκγ· τὸ ἄρα[2] ἀπ᾿ αὐτῆς ἐστι τλβ Μ ͵γτκθ. Ἔστι δὲ καὶ ἡ ΘΓ, σμ· καὶ τὸ ἀπ᾿ αὐτῆς ε Μ ͵ζχ. Καὶ ἐστι τοῖς ἀπὸ ΑΘ, ΘΓ, ἴσον τὸ ἀπὸ ΑΓ. Ἔχει ἄρα τλη Μ ϡκθ· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ͵αωλη θ´ ια´ ἔγγιστα· τὸ γὰρ ἀπ᾿ αὐτῆς, ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς, Μ° τκγ´ ἔγγιστα. Ὥστε ἡ ΑΓ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵αωλη θ´ ια´ πρὸς σμ. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ἡ ΑΘ ͵αωκγ ἐπὶ ͵αωκγ	ἡ ΘΓ σμ ἐπὶ σμ	͵αωλη θ´ ια´ ἐπὶ ͵αωλη θ´ ια´
MMM ͵γ	M ͵η	MMM ͵ωκβ
MMM ͵ς ͵βυ	͵η ͵ηχ	MMM ͵β ͵ςυχνβ ϛ´
MM ͵ςυξ	M ͵ζχ	MM ͵βϡσμκβ ϛ´
͵ϛ ͵βυξθ		͵η ͵ςυσμξβ ϛ´
τλβ M ͵γτκθ		ωπβ χνδ ϛ´
		κδ ϛ ϛ ϛ πα´
		τλη M ͵αση ζ πα´
		ἢ, τλη M ͵ασνβ λζ´

Τούτῳ ἴσον, τὸ ἀπὸ ΑΓ, ἐστὶ τλη M ϡκη.

ὑπερέχει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς M°. τκγ´ ἔγγιστα.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΑΓ γωνία τῇ ΚΑ. Πάλιν δὴ, διὰ τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας, καὶ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων, καὶ τὴν ἀναλογίαν τῶν πλευρῶν· καὶ τὸ συνθέντι, καὶ ἐναλλὰξ ἐστὶν, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΓ πρὸς ΓΘ, ἡ ΑΚ πρὸς ΚΓ. Ἀλλὰ συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΓ, ἐλάσσων ἐστὶν, ἢ ͵γχξα θ´ ια´· ἐπειδὴ ἡ μὲν ΘΑ ὑπόκειται ἐλάσσων ἢ ͵αωκγ· ἡ δὲ ΑΓ, ἐλάσσων ἢ ͵αωλη θ´ ια´· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΘΓ, σμ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΘΑ, ΑΓ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵γχξα θ´ ια´ πρὸς σμ. Ὥστε καὶ ἡ ΑΚ πρὸς ΚΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵γχξα θ´ ια´ πρὸς σμ. Καὶ ἐπεὶ, τῶν μὲν ͵γχξα θ´ ια´, τὰ ια μ´, ἐστὶ ͵αζ· τῶν δὲ σμ, ξϛ· ἡ ΑΚ ἄρα πρὸς ΚΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ͵αζ πρὸς ξϛ. Καὶ ἔστι τὸ μὲν ἀπὸ ΑΚ, ρα M ͵δμθ· τὸ δὲ ἀπὸ ΚΓ, ͵δτνϛ· οἷς ἴσον ἐν τὸ ἀπὸ ΑΓ, ἐστὶ ρα M ͵ηυε· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ, ͵αθ ϛ´ ἔγγιστα[1]· ὑπερέχει γὰρ τοῦ ἀκριβοῦς, τὸ ἀπ᾿ αὐτῆς, M° ιβ´ γ´ λϛ´. Ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΚ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵αθ ϛ´ πρὸς ξϛ´. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

[1] ιγ´. καὶ

[2] ἀπ᾿ αὐτῆς μέρη ια´

[1] ὑπερέχει γὰρ τὸ ἀπ᾿ αὐτῆς τοῦ ἀκριβοῦς M° ιβ γ´ λϛ´.

ἡ ΑΚ ͵αζ / ἐπὶ ͵αζ — Μ ζ / ͵ζμθ — Μ ͵δμθ

ἡ ΚΓ ξϛ´ / ἐπὶ ξϛ´ — ͵γχϞϛ / τξϛ — ͵δτνϛ

͵αθ ϛ´ / ἐπὶ ͵αθ ϛ´ — Μ ͵θξ κ ϛ´ / ͵θτξϛ / ͵ϛλζ αλϛ´ — Μ ͵ηυιζ γ´ λϛ´

Τούτοις ἴσον, τὸ ἀπὸ ΑΓ, ἐστὶ Μ ͵ηυε.

ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς Μ ιβ γ´ λϛ´.

AK 1007 in 1007	KΓ 66 in 66	$1009\frac{1}{6}$ in $1009\frac{1}{6}$
1......	36..	1......
7...	36.	9...
7...	36.	$166\frac{1}{6}\frac{1}{6}$
49	36	9...
		81
		$1\frac{1}{6}$
		$166\frac{1}{6}\frac{1}{6}$
		$1\frac{1}{6}\frac{1}{36}$
1014049	4356	$1018417\frac{1}{3}\frac{1}{36}$

Quadratum his æquale, quod ab AΓ deſcribitur, eſt 1018405. Excedit exquiſitum quadratum unitatibus $12\frac{1}{3}\frac{1}{36}$.

Ἔτι δίχα ἁ ὑπὸ ΚΑΓ τᾷ ΑΛ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἐστιν, ὡς συναμφότερος ἁ ΚΑ, ΑΓ ποτὶ ΚΓ, ἁ ΑΛ ποτὶ ΛΓ. Καὶ ἐστιν ἁ μὲν ΑΚ, ἐλάσσων ἢ ͵αζ· ἁ δὲ ΑΓ, ἐλάσσων ἢ ͵αθ ϛ´· ἁ δὲ ΚΓ, ξϛ´. Συναμφότερος ἄρα ἁ ΚΑ, ΑΓ ποτὶ ΚΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βιϛ ϛ´ ποτὶ ξϛ´· καὶ ἁ ΑΛ ἄρα ποτὶ ΛΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βιϛ ϛ´ ποτὶ ξϛ´. Καὶ ἐπεὶ ἁ ΑΛ ὑπόκειται ͵βιϛ ϛ´, καὶ τὸ ἀπ᾽ αὐτᾶς Μ ͵δϡκη λϛ´· ἁ δὲ ΛΓ, ξϛ´, καὶ τὸ ἀπ᾽ αὐτᾶς ͵δτνϛ´· ἴσον δὲ αὐτοῖς ἐστι τὸ ἀπὸ ΑΓ· ἴσον ἄρα Μ ͵θσπδ λϛ´· ἆς πλευρὰ[m] τετραγωνικὰ ἐστι ͵βιζ δ´ ἔγγιστα· ὑπερέχει τὸ ἀπ᾽ αὐτᾶς τοῦ ἀκριβοῦς, Μ ιγ ∠ λϛ´. Ὥστε ἁ ΑΓ ποτὶ ΓΛ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βιζ δ´ ποτὶ ξϛ´. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ἡ ΑΛ ͵βιϛ ϛ´ / ἐπὶ ͵βιϛ ϛ´ — ΜΜΜ ͵βτλγ γ´ / Μ ͵ϛα ∠ ϛ´ / Μ ͵βλϛα / τλγ γ´ ∠ ϛ´ α λϛ´ — Μ ͵δϡκη λϛ´

ἡ ΑΓ ξϛ´ / ἐπὶ ξϛ´ — ͵γχϞϛ / τξϛ — ͵δτνϛ

͵βιζ δ´ / ἐπὶ ͵βιζ δ´ — ΜΜΜ ͵βφ´ / Μ ͵ζθ∠ / Μ ͵θβ∠ / φ∠ ∠ ις´ — Μ ͵θσϞζ ∠ ις´

Τούτοις ἴσον, τὸ ἀπὸ ΑΓ ἐστὶ Μ ͵θσπδ λϛ´

ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς Μ ιγ ∠ λϛ´

AΛ $2016\frac{1}{6}$ in $2016\frac{1}{6}$	AΓ 66 in 66	$2017\frac{1}{4}$ in $2017\frac{1}{4}$
4......	36..	4......
2....	36.	2....
12...	36.	14...
$333\frac{1}{3}$	36	5..
2....	4356	2....
1..		1..
6.		7.
$1\frac{1}{3}\frac{1}{6}$		$2\frac{1}{4}$
12...		14...
6.		7.
36		49
1		$1\frac{3}{4}$
$333\frac{1}{3}$		5..
$1\frac{1}{3}\frac{1}{6}$		$2\frac{1}{4}$
$\frac{1}{36}$		$1\frac{3}{4}\frac{1}{16}$
$4064928\frac{1}{36}$		$4069297\frac{1}{2}\frac{1}{16}$

Quadratum his æquale, quod ab AΓ deſcribitur, eſt $4069284\frac{1}{36}$. Excedit proxime exquiſitum quadratum unitatibus $13\frac{1}{2}\frac{1}{36}$.

Secetur demum angulus KAΓ, recta AΛ. Eadem ratione, ut utraque ſimul KA, AΓ ad KΓ, ita ſe habet AΛ ad ΛΓ. Atque eſt AK quidem minor quam 1007; AΓ vero minor quam $1009\frac{1}{6}$; denique KΓ eſt 66. Utraque igitur ſimul KA, AΓ ad KΓ minorem rationem habet, quam $2016\frac{1}{6}$ ad 66. Igitur etiam AΛ ad ΛΓ minorem habet rationem, quam 2016 ad 66. Et quoniam ponitur, AΛ eſſe $2016\frac{1}{6}$; et ΛΓ 66; erit utique quadratum quidem, quod a prima deſcribitur, 4064928 $\frac{1}{36}$: quadratum vero, quod deſcribitur ab altera, 4356. Quibus cum æquale ſit quadratum, quod deſcribitur ab AΓ, hoc ipſum erit $4069284\frac{1}{36}$. Cujus quidem latus quadratum eſt $2017\frac{1}{4}$ proxime. Quod enim quadratum ab ipſo fit, id exquiſitum quadratum proxime excedit unitatibus $13\frac{1}{36}$. Quare AΓ ad ΓΛ minorem rationem habet, quam $2017\frac{1}{4}$ ad 66. Multiplicationes autem ſubjiciuntur.

Ἐπεὶ δὲ ἁ ΑΓ ποτὶ ΓΛ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βιζ δ´[n] ποτὶ ξϛ´· ἀνάπαλιν ἄρα, ἁ ΑΓ[o] ποτὶ ΓΛ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ξϛ´ ποτὶ ͵βιζ δ´. Καὶ ἐπεὶ ἁ ΓΒ περιφέρεια, ἕκτον ἐστὶ τοῦ κύκλου· ἁ ΗΓ ἄρα, ιβ´ μέρος ἐστίν· ἁ δὲ ΘΓ, κδ´· ἁ δὲ ΚΓ, μη´· ἁ δὲ ΛΓ, ϞϚ´. Ὥστε ἁ ΛΓ εὐθεῖα, πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ, ϞϚ´ πλευρὰς ἔχοντος· καί ἐστιν ἁ ΛΓ,[p] ξϛ´. Ἡ ἄρα περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν τοῦ[q] κύκλου διάμετρον, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵ϛτλϛ´ πρὸς ͵βιζ δ´. Ταῦτα δὲ[r] ἐστι τριπλάσια, καὶ ἔτι ὑπερέχει σπδ ∠· ἅπερ ἐλάττονά ἐστι δέκα ἑβδομηκοστομόνων· ὅ ἐστι Μ κζ ∠ ἔγγιστα· τὰ δὲ δεκαπλάσια σοζ´. Πολὺ ἄρα, ἡ τοῦ κύκλου περίμετρος, μείζων ἐστὶ τῆς τριπλασίας καὶ δέκα ἑβδομηκοστομόνων.

Ὡς μὲν ἐν ἐνεχώρει, οἱ παρ᾽ αὐτοῦ εἰρημένοι ἀριθμοὶ, μετρίως ἐπεσαφηνίσθησαν.

Quoniam igitur AΓ ad ΓΛ minorem rationem habet quam $2017\frac{1}{4}$ ad 66; e contrario AΓ ad ΓΛ majorem habet rationem, quam 66 ad $2017\frac{1}{4}$. Et quoniam circumferentia ΓB ſexta eſt totius circuli pars; erit utique HΓ pars duodecima; ΘΓ, quarta et vigeſima; KΓ, octava et quadrageſima; denique ΛΓ, ſexta et nonageſima. Quare recta ΛΓ polygoni latus eſt latera habentis ſex et nonaginta. Atque eſt ΛΓ 66. Igitur polygoni ambitus ad diametrum circuli majorem rationem habet, quam 6336 ad $2017\frac{1}{4}$. Horum autem numerorum alter alterius triplus eſt, et adhuc excedit unitatibus $284\frac{1}{4}$; quæ quidem majores ſunt quam decem ipſius $2017\frac{1}{4}$ ſeptuageſimæ primæ. Pars utique ſeptuageſima eſt $27\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ proxime; atque hujus decuplum 277. Multo igitur magis circuli ambitus diametri major eſt quam triplus ſuper decies particeis ſeptuageſimas primas.

Itaque numeri ab eo poſiti, ut fieri potuit, mediocriter explicati ſunt.

m τετράγωνος   n ἴσως ͵βιζ δ´ ξϛ´   o πρὸς γα´ ex MS.   p ἡ λγ´ ϛ´   q ποτὶ ἑαυτὴν   r ἐπὶ δεκα.

Scire autem oportet Apollonium Pergæum in Ocytocio idem per numeros alios demonſtraſſe, et rem vero propinquiorem reddidiſſe. Quod quidem exquiſitius eſſe videtur: ſed tamen ad id, quod Archimedes ſibi propoſuit, nihil confert. Diximus enim ſibi hoc in libro propoſuiſſe, quod vero propinquum eſt, invenire, propter neceſſarios vitæ uſus. Propterea neque Porus Nicænus merito videtur Archimedem reprehendere, quod non accurate invenerit cui rectæ lineæ circuli circumferentia ſit æqualis. Hinc in Ceriis idem ait, Præceptorem ſuum, Philonem intelligens Gadarenſem, rem ad accuratiores numeros perduxiſſe, quam ii ſunt, quos Archimedes propoſuit; id eſt 7 et 22. Omnes enim pariter videntur ejus propoſitum ignoraſſe. Utuntur autem myriadum multiplicationibus, et diviſionibus, quas non facile aſſequetur, qui in Magni Logiſticis verſatus non fuerit. Quod ſi quis omnino vellet rem ad minimum redigere, opus eſſet, ut ea probe aſſecutus, quæ in Mathematica Claudii Ptolemæi Compoſitione traduntur, per partes et minutias, et per rectas lineas in circulo aptatas id faceret. Atque id ego ſane feciſſem, niſi, quod ſæpius dixi, intellexiſſem, fieri non poſſe, ut per ea, quæ hic propoſita ſunt, recta linea accurate inveniatur circuli circumferentiæ æqualis. Et ſi quis eo contentus ſit, quod proximum vero eſt, ſuffecerint ea, quæ hic ab Archimede tradita ſunt.

Eutocii Aſcalonitæ Commentarius in Archimedis Circuli Dimenſionem, ex editione ab Iſidoro Mileſio Mechanico præceptore noſtro recognita.

Ἰστέον δὲ, ὅτι καὶ Ἀπολλώνιος ὁ Περγαῖος ἐν τῷ * Ὠκυτοκίῳ ἀπέδειξεν αὐτὸ δι' ἀριθμῶν ἑτέρων, ἔτι τὸ σύνεγγυς μᾶλλον ἀγαγών. Τοῦτο δὲ ἀκριβέστερον μὲν εἶναι δοκεῖ· οὐ χρήσιμον δὲ πρὸς τὸν Ἀρχιμήδους σκοπόν. Ἔφαμεν γὰρ αὐτὸν σκοπὸν ἔχειν, ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ, τὸ σύνεγγυς εὑρεῖν διὰ τὰς ἐν τῷ βίῳ χρείας. Ὥς τε οὐδὲ Πόρος ὁ Νικαεὺς εὐκαίρως εὑρεθήσεται μεμψάμενος Ἀρχιμήδει, ὡς μὴ ἀκριβῶς εὑρόντι, Ποίᾳ εὐθείᾳ ἴση ἐστὶν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια. Ἐξ ὧν αὐτὸς ἐν τοῖς Κηρίοις φησὶ τὸν ἑαυτοῦ διδάσκαλον, Φίλωνα λέγων τὸν ἀπὸ Γαδάρων, εἰς ἀκριβεστέρους ἀριθμοὺς ἀγαγεῖν, τῶν ὑπ' Ἀρχιμήδους εἰρημένων, τοῦ τε ζ φημὶ καὶ τῶν κβ. Ἅπαντες γὰρ ἐφεξῆς φαίνονται τὸν σκοπὸν αὐτοῦ ἠγνοηκότες· κέχρηνται δὲ καὶ τοῖς τῶν μυριάδων πολλαπλασιασμοῖς καὶ μερισμοῖς· οἷς οὐ ῥᾳδίως παρακολουθήσει, τὸν μὴ διὰ τῶν Μάγνου Λογιστικῶν ἠγμένον. Εἰ δέ τις ἐθέλοι ἐπὶ ἔλαττον αὐτὸ καταγαγεῖν· ἀρκέσει τοῖς ἐν τῇ Μαθηματικῇ Συντάξει Κλαυδίου Πτολεμαίου εἰρημένοις ἀκολουθήσαντα, διὰ τῶν μοιρῶν καὶ λεπτῶν, καὶ τῶν ἐν τῷ κύκλῳ εὐθειῶν τοῦτο ποιεῖν· καὶ ἐποίησα ἂν ἐγὼ τοῦτο, εἰ μὴ, ὅπερ πολλάκις εἶπον, ἐνόουν, ὡς οὐκ ἀκριβῶς δυνατὸν, διὰ τῶν ἐνταῦθα εἰρημένων, εὑρεῖν, τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ ἴσην εὐθεῖαν. Καὶ εἴ τις τὸ σύνεγγυς ἐπὶ † τὸ μᾶλλον ἐκζητεῖ, ἀρκεῖ τὰ ὑπ' Ἀρχιμήδους ἐνταῦθα εἰρημένα.

Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου Ὑπόμνημα, εἰς τὴν Ἀρχιμήδους τοῦ Κύκλου Μέτρησιν· Ἐκδόσεως παρανεγνωσμένης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ, τῷ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.

* ὠκυτοκίῳ

† περὶ

In MS. Multiplicationes ita ſe habent.

1.

ἡ ΕΖ τγ. ἡ ΖΓ ρνγ. λοιπὸν τὸ ἀπὸ ΕΓ [illegible]

[illegible] ἐπὶ τγ. ἐπὶ ρνγ. [illegible]

[illegible] λοιπὸν ἄρα [illegible]

[illegible] εἰς τὸ ἀκριβὲς [illegible]

[illegible]

In Margine.

ἡ ΕΖ τγ	ἡ ΖΓ ρνγ
ἐπὶ τγ	ἐπὶ ρνγ
[illegible]	

[illegible]

2.

ἡ ΕΓ φοα ἡ ΗΓ [illegible] ἐπὶ φοα

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] ἐκ τούτων συνάγεται τὸ ἀπὸ [illegible]

[illegible] λείπει ἄρα ἀκριβὲς [illegible] ἔγγιστα.

3.

ἡ ΕΓ [illegible] ἡ ΘΓ [illegible] ἐπὶ [illegible]

ἐπὶ [illegible] ἐπὶ [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

τὸ ἀπὸ ΕΘ ἴσον τοῖς ἀπὸ ΕΓ, ΓΑ ἐπὶ [illegible]

λείπει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς [illegible]

4.

ἡ ΕΒ [illegible] ἡ ΓΚ [illegible]

ἐπὶ [illegible] ἐπὶ [illegible]

[illegible] (αὐτη) [illegible]

[illegible]

[illegible]

ἐκ τούτων συνάγεται τὸ ἀπὸ ΕΚ [illegible]

[illegible] λείπει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς [illegible]

5.

ἡ ΑΓ [illegible] ἡ ΓΒ [illegible] (αὐτή) [illegible]

[illegible] (hoc pro [illegible] in MS. ponitur) [illegible]

[illegible]

[illegible] ἀπὸ ΑΓ ἀπὸ τῆς ΒΓ [illegible]

[illegible] περισσεύει τοῦ ἀκριβοῦς [illegible]

6.

ἡ ΑΗ [illegible] ἡ ΗΓ [illegible] ἐπὶ [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] τὰ ἀπὸ τῶν ΑΗ, ΗΓ [illegible]

[illegible] ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς [illegible]

7.

ἡ ΑΘ [illegible] ἡ ΘΓ [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] τούτοις ἴσον τὸ ἀπὸ [illegible]

[illegible] ἐπὶ [illegible] ἔγγιστα.

ὑπερέχει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς [illegible] ἐγγύς.

8.

ἡ ΑΚ [illegible] ἡ ΚΓ [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] τούτοις ἴσον τὸ [illegible] ἐπὶ [illegible]

ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς [illegible]

9.

ἡ ΑΛ [illegible] ἡ ΛΓ [illegible] ἐπὶ [illegible] ἐπὶ [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] τούτοις ἴσον τῷ ἀπὸ ΑΓ ἐπὶ [illegible]

[illegible] περισσεύει τοῦ ἀκριβοῦς [illegible]

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΠΕΡΙ ΕΛΙΚΩΝ.

ARCHIMEDIS
DE HELICIBUS.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΩΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ.

ΤΩΝ ποτὶ Κόνωνα ἀποςαλέντων θεωρημάτων, ὑπὲρ ὧν αἰεὶ τὰς ἀποδείξιας ἐπιςέλλειν μοι γράφεις, τῶν μὲν πλείςων ἐν τοῖς ὑπὸ Ἡρακλείδα κομισθέντεσσιν ἔχεις γεγραμμένας, τινὰς δὲ αὐτῶν [a] καὶ ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράψας, ἐπιςέλλω τοί. Μὴ θαυμάσῃς δέ, εἰ πλείονα χρόνον ποιήσαντες ἐκδίδομεν τὰς ἀποδείξιας αὐτῶν. Συμβέβηκε γὰρ τοῦτο γεγενῆσθαι, διὰ τὸ βούλεσθαί με πρότερον διδόμεν τοῖς περὶ τὰ μαθήματα πραγματευομένοις, καὶ μαςεύειν αὐτὰ προαιρουμένοις. Πόσα γὰρ τῶν ἐν Γεωμετρίᾳ θεωρημάτων οὐκ εὐμέθοδα ἐν ἀρχᾷ φανέντα, χρόνῳ τὰν ἐξεργασίαν λαμβάνοντι; Κόνων μὲν οὐχ [b] ἱκανὸν λαβὼν ἐς τὰν μαςεῦσιν αὐτῶν χρόνον, μεταλλάξεν τὸν βίον, [c] καὶ ἄδηλα ἐποίησεν καὶ ταῦτα πάντα [d] εὑρὼν, καὶ ἄλλα πολλὰ ἐξευρὼν, καὶ ἐπὶ τὸ πλεῖον προάγαγε Γεωμετρίαν. Ἐπιςάμεθα γὰρ ὑπάρξασαν αὐτῷ σύνεσιν [e] εὐ τὰν τυχοῦσαν περὶ τὸ μάθημα, καὶ φιλοπονίαν ὑπερβάλλουσαν. Μετὰ

ARCHIMEDES DOSITHEO SAL.

THEOREMATUM, quæ ad Cononem miſi, demonſtrationes, quas ut conſcribam quotidie flagitas, plurimas quidem iis in libris habes, quos Heraclides attulit; nonnullas vero hoc etiam in libro ad te mitto. Noli autem admirari, ſi diu cunctatus eorum demonſtrationes in lucem edo. Hoc enim ea de cauſa factum eſt, quod prius cum viris communicare voluerim in mathematicis diſciplinis exercitatis, qui ſummo ea ſcrutandi ſtudio tenebantur. Quot ſunt enim theoremata in Geometria, quæ cum principio videantur via et ratione carere ad cognoſcendum, tempore fiunt manifeſta? Conon quidem cum tempus ſibi ſumpſiſſet ad hæc ſcrutanda minime idoneum, vita deceſſit, eaque obſcura reliquit; licet his omnibus aliiſque plurimis inventis longe Geometriæ fines amplificaverit. Novimus enim fuiſſe in eo viro haud vulgarem ſcientiæ hujus peritiam, eximiamque induſtriam. Exactis autem poſt Cononis obitum pluribus annis, nemo extitit, quod ego ſciam, qui

[a] In MS. καὶ deeſt. [b] ἱκανὸν λαβὼν ἐς τὰν μαςεῦσιν [c] In MS. καὶ deeſt. [d] εὑρὼν [e] οὐ

ex his problematibus ullum attigerit. Mihi vero libet unumquodque eorum ſigillatim in medium afferre; contingit enim, ut duo quædam, quæ in eo libro ſejuncta ſunt, longe a ſcopo aberrent; ut qui ſe omnia inveniſſe jactant, nec ullam tamen demonſtrationem afferunt, refellantur: quippe profeſſi aliquando ſunt ea ſe inveniſſe, quæ fieri nullo modo poſſunt. Quæ ſint igitur ea problemata; et quorum tibi demonſtrationes obtulerim; quorumque hoc libro exploratas offeram, declarabo. Problematum hoc primum erat: data ſphæra, planum ſpatium invenire ſphæræ ſuperficiei æquale: quod quidem primum, edito de ſphæra libro, in promptu eſt. Cum enim demonſtratum ſit, cujuſlibet ſphæræ ſuperficiem quadruplam eſſe circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra, conſtat quomodo fieri poſſit, ut planum ſpatium inveniatur ſphæræ ſuperficiei æquale. Alterum hoc erat: dato cono vel cylindro, ſphæram invenire cono vel cylindro æqualem. Tertium: datam ſphæram plano ſecare, ita ut ejus ſegmenta propoſitam inter ſe invicem rationem habeant. Quartum: datam ſphæram plano ſecare, ita ut ſuperficiei ſegmenta propoſitam inter ſe invicem habeant rationem. Quintum: datum ſphæræ ſegmentum dato ſphæræ ſegmento aſſimilare. Sextum: datis duobus ſphæræ ſegmentis ſive ejuſdem, ſive non ejuſdem, ſegmentum aliquod ſphæræ invenire, quod alteri quidem ſegmentorum ſimile ſit, ſuperficiem vero habeat alterius ſuperficiei æqualem. Septimum: a data ſphæra ſegmentum plano ſecare, ita ut ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem, propoſitam rationem habeat; quæ quidem major non ſit ea, quam habent tria ad duo. Horum igitur, quæ diximus, omnium demonſtrationes Heraclides attulit. Quod autem poſt hæc ſejunctum erat, id eſt falſum. Eſt autem hujuſmodi: ſi ſphæra plano ſecetur in inæquales partes, majus ſegmentum ad minus rationem habet ejus duplam, quam habet major ſuperficies ad minorem. Hoc vero falſum eſſe, ex iis, quæ prius ad te miſſa ſunt, manifeſtum eſt. Atque hoc etiam in illis ſejunctum erat. Si ſphæra plano ſecetur in inæquales partes ad rectos angulos alicui diametro earum, quæ in ſphæra ſunt, majus ſegmentum ad minus eamdem rationem habet, quam majus ſegmentum diametri ad minus. Majus enim ſphæræ ſegmentum ad minus minorem quidem rationem habet ejus dupla, quam habet major ſuperficies ad minorem, majorem vero ſeſquialtera. Poſtremum quoque, quod ſejunctum erat, problema eſt falſum: ſi ſphæræ alicujus diameter ſecetur, ita ut quadratum, quod a majore ſegmento deſcribitur, triplum ſit quadrati, quod deſcribitur a minore ſegmento; planumque, quod per id punctum agitur ad rectos angulos ipſi diametro,

δὲ τὰν Κόνωνος τελευτὰν πολλῶν ἐτέων ἐπιγεγενημένων, οὐδ' ὑφ' ἑνὸς οὐδὲν τῶν προβλημάτων αἰσθανόμεθα κεκινημένον. Βούλομαι δὲ καθ' ἓν ἕκαστον αὐτῶν προενέγκασθαι, καὶ γὰρ συμβαίνει δύο τινὰ τ' ἐν αὐτῷ[f] ἦμεν κεχωρισμένα, τέλους δὲ ἀποτάξεμένα·[g] ὅπως[h] οἱ φαμένοι μὲν πάντα εὑρίσκειν, ἀπόδειξιν δ' αὐτῶν οὐδεμίαν ἐκφερόντες, ἐλέγχωνται, οἱ πόθ' ὁμολογηκότες εὑρίσκειν τὰ ἀδύνατα. Ταῦτα δὴ ποῖα τῶν προβλημάτων ἐστί, καὶ τίνων τὰς ἀποδείξιας ἔχεις ἀπεσταλμένας, καὶ ποίων ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ κομίζομες δοκιμάζοντες, ἐμφανίσω τοι. Πρῶτον δὴ τῶν προβλημάτων ἦν· σφαίρας δοθείσας ἐπίπεδον χωρίον εὑρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶς σφαίρας· ὃ δὴ καὶ πρᾶτον ἐγένετο φανερὸν, ἐκδοθέντος τοῦ περὶ τᾶς σφαίρας βιβλίου. Δειχθέντος γὰρ ὅτι πάσας σφαίρας ἁ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ, δῆλον ὡς δυνατόν ἐστι χωρίον ἐπίπεδον εὑρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶς σφαίρας. Δεύτερον δέ· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου, σφαίραν εὑρεῖν ἴσαν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ. Τρίτον δέ· τὰν δοθεῖσαν σφαίραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμάματα αὐτᾶς ποτ' ἄλλαλα τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν. Τέταρτον δέ· τὰν δοθεῖσαν σφαίραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥς τε τὰ τμάματα τᾶς ἐπιφανείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν ποτ' ἄλλαλα. Πέμπτον δέ· τὸ δοθὲν τμᾶμα σφαίρας τῷ δοθέντι τμάματι σφαίρας ὁμοιῶσαι. Ἕκτον δέ· δύο δοθέντων τμαμάτων σφαίρας, εἴτε τᾶς αὐτᾶς, εἴτε ἄλλας εὑρεῖν τι τμᾶμα σφαίρας, ὃ ἐσσεῖται αὐτὸ μὲν ὅμοιον τῷ ἑτέρῳ τῶν τμαμάτων, τὰν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσαν ἕξει τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου τμάματος. Ἕβδομον· ἀπὸ τᾶς δοθείσας σφαίρας τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥς τε τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὴν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον, τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν μὴ μείζονα τοῦ ὃν ἔχει τὰ τρία ποτὶ τὰ β. Τούτων[i] μὲν τῶν εἰρημένων πάντων τὰς ἀποδείξιας Ἡρακλείδας ἐκόμισεν. Τὸ δὲ μετὰ ταῦτα κεχωρισμένον ψεῦδος ἐστί. Ἐστὶ δέ· αἴκα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμαθῇ εἰς ἄνισα, τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον διπλασίονα λόγον ἕξει, ἢ ἁ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα. Ὅτι δὲ τοῦτο ψεῦδός ἐστι, διὰ τῶν προαπεσταλμένων φανερόν ἐστι. Κεχώρισται γὰρ ἐν αὐτοῖς τόδε. Αἴκα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμαθῇ εἰς ἄνισα ποτ' ὀρθὰς διαμέτρῳ τινὶ τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ, τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν τὸ τμᾶμα τὸ μεῖζον τᾶς διαμέτρου ποτὶ τὸ ἔλασσον. Τὸ γὰρ μεῖζον τμᾶμα τᾶς σφαίρας ποτὶ τὸ[k] ἔλασσον, ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἁ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα, μείζονα δὲ, ἢ ἡμιόλιον. Ἦν δὲ καὶ τὸ ἔσχατον κεχωρισμένον τῶν προβλημάτων ψεῦδος· ὅτι αἴκα σφαίρας τινὸς ἁ διάμετρος τμαθῇ, ὥς τε τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμάματος τετράγωνον τριπλάσιον ἦμεν τοῦ τετραγώνου, τοῦ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος, καὶ διὰ τοῦ σαμείου τὸ ἐπίπεδον ἀχθὲν ποτ'

[f] Sic MS. [g] μὴ κεχωρισμένα [h] ὅπως ex MS. [i] μὲν ὧν τῶν [k] ἔλασσον ὃ μὲν

ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ τέμνῃ τὰν σφαῖραν· τὸ τοιοῦτον τῷ εἴδει σχῆμα, οἷόν ἐστι τὸ μεῖζον τᾶς σφαίρας τμᾶμα, μέγιστόν ἐστι τῶν ἄλλων τμαμάτων τῶν ἐχόντων ἴσαν τὰν ἐπιφάνειαν. Ὅτι δὲ τοῦτο ψεῦδός ἐστι, δῆλον διὰ τῶν προαπεσταλμένων θεωρημάτων. Δέδεικται γὰρ, ὅτι τὸ ἡμισφαίριον μέγιστόν ἐστι τῶν περιεχομένων ὑπὸ ἴσας ἐπιφανείας σφαίρας τμαμάτων. Μετὰ δὲ ταῦτα περὶ τοῦ κώνου προβεβλημένα ἐστὶ τάδε. Αἴκα ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, μενούσας τᾶς διαμέτρου, περιενεχθῇ, ὥστε ἄξονα εἶμεν τὰν διάμετρον, τὸ περιγραφὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, κωνοειδὲς καλείσθω. Καὶ αἴκα τοῦ κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμνῃ τι τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον, κορυφὴ δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος. Εἰ[l] δὲ καὶ τὸ εἰρημένον σχῆμα, ἐπιπέδῳ τμαθῇ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ὅτι μὲν ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, δῆλον. Ὅτι δὲ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον, δεῖξαι δεῖ. Καὶ αἴκα τοῦ κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις· ὅτι μὲν ὦν αἱ τομαὶ ἐσσοῦνται ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ, δῆλον, αἴκα τὰ ἀποτέμνοντα ἐπίπεδα μὴ ὀρθὰ ἔωντι ποτὶ τὸν ἄξονα. Ὅτι δὲ τὰ τμάματα ποτ' ἄλλαλα τοῦτον ἑξοῦντι τὸν λόγον, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ ἀπὸ τᾶν κορυφᾶν αὐτῶν ἀγμέναι παρὰ τὸν ἄξονα μέχρι τὰ ἐπίπεδα τέμνοντα, δεῖξαι δεῖ. Τούτων δ' αἱ ἀποδείξιες οὔπω τοι ἀποστέλλονται. Μετὰ δὲ ταῦτα περὶ τᾶς[m] ἕλικος ἦν προβεβλημένα ταῦτα. Ἐντὶ δὲ ὥσπερ ἄλλο τι γένος προβλημάτων οὐδὲν ἐπίκοινον ἐχόντων τοῖς προειρημένοις, ὑπὲρ ὧν ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τὰς[n] ἀποδείξιας γεγραφήκαμέν τοι. Ἐντὶ δὲ τάδε.

ſphæram ſecet; talis ſpecie figura, quale eſt majus ſphæræ ſegmentum, maxima eſt omnium ſegmentorum, quæ æquali ſuperficie comprehenduntur. Hoc vero falſum eſſe conſtat ex iis theorematibus, quæ prius ad te miſſa ſunt. Demonſtratum enim eſt, omnium, quæ æquali ſuperficie comprehenduntur, ſegmentorum, id eſſe maximum, quod eſt hemiſphærium. Hæc deinceps de cono propoſita erant. Si rectanguli coni ſectio, manente diametro, circumagatur, ita ut diameter ipſa ſit axis; quæ a rectanguli coni ſectione figura deſcribitur, conoides vocetur. Et ſi conoiden planum contingat, planumque aliud, quod plano contingenti parallelum agitur, conoidis ſegmentum aliquod ſecet; ſegmenti, quod ſectum eſt, baſis vocetur planum, quod ſecat; vertex vero punctum, in quo planum alterum conoiden contingit. Quod ſi figura, quam diximus, plano ſecetur ad rectos angulos axi, ſectionem quidem circulum eſſe, manifeſtum eſt. Segmentum vero, quod ſectum eſt, ſeſquialterum eſſe coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem, hoc oportet demonſtrare. Et ſi duo conoidis ſegmenta planis ſecentur utcunque actis, ſectiones quidem eſſe acutiangulorum conorum ſectiones manifeſtum eſt, dummodo ne ea quæ ſecant, plana recta ſint ad axem. Segmenta vero eam inter ſe invicem rationem habere, quam habent poteſtate inter ſe invicem rectæ, quæ ab eorum verticibus ducuntur axi parallelæ ad ea uſque, quæ ſecant, plana, hoc item demonſtrare oportet. Horum autem demonſtrationes nondum ad te mittuntur. Hæc demum de helice propoſita erant. Hoc autem eſt quaſi aliud problematum genus nihil cum iis, quæ prædiximus, commune habentium; de quibus tibi hoc in libro demonſtrationes conſcripſi. Atque hæc ſunt hujuſmodi.

ΠΕΡΙ ΕΛΙΚΩΝ.

Αἴκα εὐθεῖα γραμμὰ ἐν ἐπιπέδῳ, μένοντος τοῦ ἑτέρου πέρατος, ἰσοταχέως περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, ἅμα δὲ τᾷ γραμμᾷ τᾷ περιφερομένᾳ φέρηται τὸ σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ, κατὰ τᾶς εὐθείας ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος, τὸ σαμεῖον ἕλικα γράψει ἐν τῷ ἐπιπέδῳ. Φαμὶ δὴ τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἀποκατασταθείσας ὅθεν[o] ὥρμασε, τρίτον μέρος εἶμεν τοῦ κύκλου τοῦ γραφέντος, κέντρῳ μὲν τῷ μένοντι σαμείῳ, διαστήματι δὲ τᾷ εὐθείᾳ τᾷ διανυσθείσᾳ ὑπὸ τοῦ σαμείου ἐν τᾷ μιᾷ περιφορᾷ τᾶς εὐθείας. Καὶ αἴκα τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος τὸ ἔσχατον γινόμενον· ἄλλα δέ τις εὐθεῖα τᾷ περιαχθείσᾳ καὶ ἀποκατασταθείσᾳ γραμμᾷ ποτ' ὀρθὰς ἀχθῇ ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος αὐτᾶς, ὥστε ἐμπίπτειν τᾷ ἐπιψαυούσᾳ· φαμὶ τὰν ποταχθεῖ-

DE HELICIBUS.

Si recta linea in plano, manente altero ejus termino, æquabiliter circumacta eodem reſtituatur, unde moveri cœpit; et una cum linea circumacta feratur punctum aliquod æquabiliter ſibi ipſi in eadem linea incipiens a manente ejus termino; punctum hoc helicen in plano deſcribet. Dico jam ſpatium, quod ab helice, et recta linea eodem, unde moveri cœpit, reſtituta comprehenditur, tertiam eſſe partem circuli deſcripti centro quidem puncto manente, intervallo autem ea rectæ lineæ parte, quæ a puncto fuerit uno orbe tranſmiſſa. Et ſi helicen recta quædam contigerit in extremo ipſius helicis termino; et recta quædam alia rectæ lineæ circumactæ, eodemque, unde moveri cœpit, reſtitutæ ad rectos angulos ducatur a manente ejus termino, ita ut contingenti occurrat; dico rec-

[l] δὰ [m] ἕλικας [n] ἀποδείξιες ex MS. [o] ὥρμασε

tam hanc, quæ ducta eſt, circumferentiæ circuli eſſe æqualem. Et ſi recta linea circumacta, et punctum, quod in ea fertur, repetitis orbibus circumagantur, eodemque, unde moveri cœperant, reſtituantur; dico ſpatii, quod[r] ſecundo orbe ab helice comprehenditur, quod quidem comprehenditur tertio orbe, eſſe duplum; quod vero quarto, triplum; quod quinto denique, quadruplum; atque ita porro, quæ ſpatia poſterioribus orbibus comprehenduntur, ea ſecundum numeros, qui hos conſequuntur, multiplicia eſſe ſpatii, quod ſecundo orbe comprehenditur. Quod autem ſpatium primo orbe comprehenditur, ſextam eſſe partem ſpatii, quod comprehenditur orbe ſecundo. Et ſi in helice uno orbe deſcripta duo puncta ſumantur; ducanturque ab eis rectæ ad manentem circumactæ lineæ terminum; deſcribanturque duo circuli centro quidem puncto manente, intervallis vero rectis ad manentem lineæ terminum ductis; quæque harum rectarum minor eſt, producatur; dico ſpatium, quod comprehenditur tum a circumferentia majoris circuli, quæ inter rectas ad eaſdem helicis partes interjicitur, tum ab helice, rectaque producta; ad ſpatium, quod comprehenditur tum a circumferentia minoris circuli, tum ab eadem helice, rectaque terminos earum jungente, eam rationem habere, quam habet ea, quæ ex centro minoris circuli, cum duabus tertiis partibus exceſſus, quo ea, quæ ex centro majoris circuli, excedit eam, quæ ex centro minoris circuli; habet, inquam, ad eam, quæ ex centro minoris circuli, cum tertia exceſſus, quem diximus, parte. Horum ego aliorumque de helice demonſtrationes in hunc librum conjeci. Præmittuntur autem, quod in aliis quoque geometricis uſu venit, quæ ad ea demonſtranda ſunt neceſſaria. Atque in his quoque eorum, quæ in libris antea a me editis ſumpta ſunt, iſtud ſumo: inæqualium linearum et inæqualium ſpatiorum id, quo majus excedit minus ſibimetipſi aliquoties additum, fieri poſſe, ut excedat quodcunque propoſitum fuerit ex iis, quæ inter ſe invicem comparantur.

PROP. I. Theor.

Si in aliqua linea feratur punctum aliquod æquabiliter ſibi ipſi, ſumanturque in ea duæ lineæ; quæ ſumptæ ſunt, eamdem inter ſe invicem rationem habebunt, quam tempora, quibus punctum eaſdem lineas tranſmiſit.

Feratur enim punctum aliquod in linea AB æquabiliter, ſumanturque in ea duæ lineæ ΓΔ, ΔE. Ac tempus, in quo punctum lineam ΓΔ tranſmiſit, ſit ZH; in quo vero tranſmiſit ΔE, ſit HΘ. Oportet demonſtrare, lineam ΓΔ ad lineam ΔE eamdem rationem habere, quam tempus ZH ad tempus HΘ.

μιν εὐθεῖαν ἴσαν εἶμεν τᾷ τοῦ κύκλου [p] περιφερείᾳ. Καὶ αἴκα ἁ περιαγομένα γραμμὰ καὶ τὸ σαμεῖον, τὸ φερόμενον κατ' αὐτᾶς, πλείονας περιφορὰς περιενεχθέωντι καὶ ἀποκαταςαθέωντι πάλιν ὅθεν ὥρμασεν· φαμὶ τὸ χωρίον, τοῦ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ περιλαφθέντος ὑπὸ τᾶς ἕλικος, τὸ μὲν ἐν τᾷ τρίτᾳ περιλαφθὲν διπλάσιον ἐσσεῖσθαι· τὸ δὲ ἐν τᾷ τετάρτᾳ τριπλάσιον· τὸ δὲ ἐν τᾷ πέμπτᾳ τετραπλάσιον· καὶ ἀεὶ τὰ ἐν ταῖς ὕστερον περιφοραῖς περιλαμβανόμενα χωρία κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμοὺς πολλαπλάσια ἐσσεῖσθαι τοῦ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ [q] περιλαφθέντος. Τὸ δὲ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ περιλαφθὲν χωρίον ἕκτον μέρος εἶμεν, τοῦ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ περιλαφθέντος χωρίου. Καὶ αἴκα [r] ἐπὶ τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας δύο σημεῖα λαφθέωντι, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἐπιζευχθέωντι εὐθεῖαι ἐπὶ τὸ μεμενακὸς πέρας τᾶς περιενεχθείσας γραμμᾶς, καὶ κύκλοι δύο [s] γεγραφέωντι κέντρῳ μὲν τῷ μεμενακότι σαμείῳ, διαστημάτεσσι δὲ ταῖς ἐπιζευχθείσαις ἐπὶ τὸ μεμενακὸς πέρας τᾶς εὐθείας, [t] καὶ ἐλάσσων τᾶν ἐπιζευχθεισᾶν ἐκβληθῇ· φαμὶ τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς τοῦ μείζονος κύκλου περιφερείας τᾶς ἐπὶ τᾷ αὐτᾷ ἕλικι μεταξὺ τᾶν εὐθειᾶν ἐούσας, καὶ τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐκβληθείσας ποτὶ τὸ περιλαφθὲν χωρίον, ὑπό τε τᾶς τοῦ ἐλάσσονος κύκλου περιφερείας, καὶ τᾶς αὐτᾶς ἕλικος, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ πέρατα αὐτῶν, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον ὃν ἔχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ δύο [u] τριτημοριᾶν τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾧ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάσσονος κύκλου ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετ' ἑνὸς τριτημορίου τᾶς εἰρημένας ὑπεροχᾶς. Τούτων δή μοι καὶ ἄλλων περὶ τᾶς ἕλικος αἱ ἀποδείξιες, ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράφονται. Πρόκεινται δὲ ὡς καὶ τῶν ἄλλων τῶν γεωμετρουμένων τὰ χρείαν ἔχοντα, εἰς τὰν ἀπόδειξιν αὐτῶν. Λαμβάνω δὲ καὶ ἐν τούτοις τῶν ἐν τοῖς πρότερον ἐκδεδομένοις βιβλίοις λημμάτων τόδε· [v] τᾶν ἀνίσων γραμμᾶν, καὶ τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχὰν ᾇ ὑπερέχει τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος αὐτὰν αὑτᾷ συντιθεμέναν, δυνατὸν εἶμεν παντὸς ὑπερέχειν τοῦ προτεθέντος τῶν ποτ' ἄλλαλα λεγομένων.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

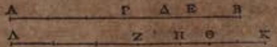
Εἴκα κατά τινος γραμμᾶς ἐνεχθῇ τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον, καὶ λαφθέωντι ἐν αὐτᾷ δύο γραμμαὶ, αἱ ἀπολαφθεῖσαι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον ποτ' ἀλλάλας ὅνπερ οἱ χρόνοι ἐν οἷς τὸ σαμεῖον τὰς γραμμὰς διαπορεύθη.

Ἠνέχθω γάρ τι σαμεῖον κατὰ τᾶς AB γραμμᾶς ἰσοταχέως, καὶ λελάφθωσαν ἐν αὐτᾷ δύο γραμμαὶ αἱ ΓΔ, ΔE. Ἔστω δὲ ὁ χρόνος, ἐν ᾧ τὰν ΓΔ γραμμὰν τὸ σαμεῖον διεπορεύθη, ὁ ZH, ἐν ᾧ δὲ τὰν ΔE ὁ HΘ. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ ΓΔ γραμμὰ ποτὶ τὰν ΔE γραμμὰν, ὃν χρόνος ὁ ZH ποτὶ τὸν HΘ.

[p] Sic MS. [q] Pro περιλαφθέντος. Τὸ δὲ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ περιλαφθὲν χωρίον ἕκτον μέρος in MS. legitur περιλαμφθέντος, ἕκτον μέρος [r] περὶ [s] περιγεγραφέωντι [t] καὶ ἁ ἐλάσσων τᾶν [u] τρίτα μορίων [v] τᾶς ἴσας

Συγκείσθωσαν γὰρ ἐκ τᾶν ΓΔ, ΔΕ γραμμᾶν αἱ ΛΔ, ΔΒ γραμμαὶ [x] καθ᾽ ἁντινοῦν σύνθεσιν ἔτως, ὥς τε ὑπερέχειν τὰν ΛΔ τᾶς ΔΒ. Καὶ ὁσάκις μὲν σύγκειται ἁ ΓΔ γραμμὰ ἐν τᾷ ΛΔ, τοσαυτάκις συγκείσθω ὁ χρόνος ὁ ΖΗ ἐν τῷ χρόνῳ τῷ ΛΗ· ὁσάκις δὲ σύγκειται ἁ ΔΕ γραμμὰ ἐν τᾷ ΔΒ, τοσαυτάκις συγκείσθω ὁ ΘΗ χρόνος ἐν τῷ ΚΗ χρόνῳ. Ἐπεὶ ὦν ὑπόκειται τὸ σαμεῖον ἰσοταχέως ἐνηνέχθαι κατὰ τᾶς ΑΒ γραμμᾶς, δῆλον ὡς ἐν ὅσῳ χρόνῳ τὰν ΓΔ ἐνηνέκται, ἐν τοσούτῳ καὶ ἑκάσταν ἐνηνέκται τᾶν ἴσαν τᾷ ΓΔ. Φανερὸν ὦν, ὅτι καὶ συγκειμέναν [y] τὰν ΛΔ γραμμὰν, ἐν τοσούτῳ χρόνῳ ἐνηνέκται, ὅσος ἐστὶν ὁ ΛΗ χρόνος· ἐπειδὴ τοσαυτάκις σύγκειται ἅτε ΓΔ γραμμὰ ἐν τᾷ ΛΔ γραμμᾷ, καὶ ὁ ΖΗ χρόνος ἐν τῷ ΛΗ χρόνῳ. Διὰ * ταῦτα δὴ καὶ τὰν ΒΔ γραμμὰν ἐν τοσούτῳ χρόνῳ τὸ σαμεῖον ἐνήνεκται, ὅσος ἐστὶν ὁ ΚΗ χρόνος. Ἐπεὶ ὦν μείζων ἐστὶν ἁ ΛΔ γραμμὰ τᾶς ΒΔ, δῆλον ὅτι ἐν πλείονι χρόνῳ τὸ σαμεῖον τὰν ΔΛ διαπορεύεται γραμμὰν, ἢ τὰν ΒΔ. Ὥς τε ὁ χρόνος ὁ ΛΗ μείζων ἐστὶ τῶ ΚΗ χρόνω. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ αἴκα ἐκ τῶν χρόνων τῶν ΖΗ, ΗΘ συντεθέωντι χρόνοι [z] καθ᾽ ἁντινοῦν σύνθεσιν, ὥς τε ὑπερέχειν τὸν ἕτερον τοῦ ἑτέρου, ὅτι καὶ τὰν ἐκ τᾶν γραμμᾶν τᾶν ΓΔ, ΔΕ, κατὰ τὰν αὐτὰν σύνθεσιν συντεθεῖσαν ὑπερέξει ἁ ὁμόλογος τῷ ὑπερέχοντι χρόνῳ. Δῆλον ὦν ὅτι τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἁ ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΕ, ὃν ὁ χρόνος ὁ ΖΗ ποτὶ τὸν χρόνον τὸν ΗΘ.

Componantur enim ex lineis ΓΔ, ΔΕ lineæ ΛΔ, ΔΒ ſecundum quamlibet compoſitionem, ita ut ΛΔ ipſam ΔΒ excedat. Et quoties quidem ponitur linea ΓΔ in ΛΔ, toties ponatur tempus ΖΗ in tempore ΛΗ; quoties vero ponitur linea ΔΕ in ΔΒ, toties tempus ΘΗ ponatur in tempore ΚΗ.



Quoniam igitur ponitur punctum in linea ΑΒ æquabiliter ferri, conſtat quanto tempore lineam ΓΔ tranſmiſit, tanto unamquamque earum tranſmiſiſſe, quæ ipſi ΓΔ æquales ſunt. Quare compoſitam etiam lineam ΛΔ tanto tempore tranſmiſit, quantum eſt tempus ΛΗ; quoniam toties ponitur linea ΓΔ in linea ΛΔ, quoties tempus ΖΗ in tempore ΛΗ. Eadem autem ratione etiam lineam ΒΔ tanto tempore tranſmiſit, quantum eſt tempus ΚΗ. Quoniam igitur major eſt linea ΛΔ quam ΒΔ, conſtat punctum majore tempore lineam ΛΔ tranſmittere, quam ΒΔ. Quare tempus ΛΗ majus eſt quam tempus ΚΗ. Pariter autem demonſtrabitur, ſi ex temporibus ΖΗ, ΗΘ componantur tempora ſecundum quamlibet compoſitionem, ita ut alterum alterum excedat, etiam linearum, quæ ex lineis ΓΔ, ΔΕ ſecundum eamdem compoſitionem compoſitæ fuerint, alteram alteram excedere, prout tempori quæque ſuo reſpondet. Conſtat igitur lineam ΓΔ ad lineam ΔΕ eamdem rationem habere, quam tempus ΖΗ ad tempus ΗΘ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β.

Αἴκα δύο σαμεῖα ἑκάτερον κατά τινος γραμμᾶς ἐνεχθέντος, μὴ τᾶς αὐτᾶς ἰσοταχέως αὐτῷ ἑαυτῷ φερόμενον, λαφθέωντι ἐν ἑκατέρᾳ [a] τᾶν γραμμᾶν δύο γραμμαὶ, αἵ τε πρῶται ἐν ἴσοις χρόνοις [b] ὑπὲρ τῶν σαμείων διανυέσθων, καὶ αἱ δεύτεραι· τὸν αὐτὸν ἕξοντι λόγον ποτ᾽ ἀλλάλας αἱ λαφθεῖσαι γραμμαί.

Ἔστω κατὰ τᾶς ΑΒ γραμμᾶς ἐνηνεγμένον τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ, καὶ ἄλλο κατὰ τᾶς ΚΛ. Λελάφθωσαν δὲ ἐν τᾷ ΑΒ δύο αἱ ΓΔ, ΔΕ γραμμαὶ, καὶ ἐν τᾷ ΚΛ αἱ ΖΗ, ΗΘ· ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ τὸ κατὰ τᾶς ΑΒ γραμμᾶς ἐνηνεγμένον σαμεῖον τὰν ΓΔ γραμμὰν διαπορευέσθω, ἐν ὅσῳ τὸ ἕτερον κατὰ τᾶς ΚΛ ἐνεχθὲν τὰν ΖΗ· ὁμοίως καὶ τὰν ΔΕ γραμμὰν ἐν ἴσῳ διαπορευέσθω τὸ σαμεῖον, ἐν ὅσῳ τὸ ἕτερον τὰν ΗΘ. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΕ, ὃν ἁ ΖΗ ποτὶ τὰν ΗΘ.

Ἔστω δὴ ὁ χρόνος ἐν ᾧ τὰν ΓΔ γραμμὰν διαπορεύετο τὸ σαμεῖον ὁ ΜΝ. Ἐν τούτῳ δὴ τῷ χρόνῳ καὶ τὸ ἕτερον σαμεῖον διαπορεύεται τὰν ΖΗ. Πάλιν δὲ καὶ ἐν ᾧ τὰν ΔΕ γραμμὰν διεπορεύετο τὸ σαμεῖον, ἔστω ὁ ΝΞ χρόνος. Ἐν τούτῳ δὴ καὶ τὸ ἕτερον σαμεῖον δια-

PROP. II. Theor.

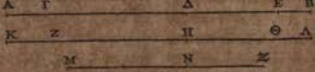
Si duo puncta, utrumque in linea aliqua, non in una eademque, ferantur æquabiliter ſibi ipſis; ſumanturque in utraque linea duæ lineæ, quarum tum primæ, tum ſecundæ a punctis æqualibus temporibus tranſmittantur; quæ lineæ ſumptæ ſunt eamdem inter ſe invicem rationem habebunt.

Feratur in linea ΑΒ punctum aliquod æquabiliter ſibi ipſi; et aliud item in linea ΚΛ. Sumantur autem in ΑΒ duæ lineæ ΓΔ, ΔΕ; et in ΚΛ item duæ ΖΗ, ΗΘ: et quanto tempore punctum, quod in ΑΒ fertur, lineam ΓΔ tranſmittat, quanto alterum, quod fertur in ΚΛ tranſmittit lineam ΖΗ; pariterque etiam lineam ΔΕ tanto tempore punctum tranſmittat, quanto alterum tranſmittit lineam ΗΘ. Oportet demonſtrare eamdem rationem habere ΓΔ ad ΔΕ, quam ΖΗ ad ΗΘ.

Tempus enim, quo lineam ΓΔ punctum tranſmiſit, ſit ΜΝ. Hoc autem tempore etiam punctum alterum lineam ΖΗ tranſmittit. Rurſus tempus, quo punctum tranſmiſit lineam ΔΕ, ſit ΝΞ. Hoc autem tempore etiam punctum

[x] καθ᾽ ὃν τρόπον [y] τᾶν ΛΔ γραμμᾶν [z] καθαντινοῦν [a] τᾶν γραμμᾶν [b] ὑπὸ τῶν σαμείων
* Fortaſſe τὰ αὐτὰ

alterum tranſmittit lineam H Θ. Eamdem igitur rationem habebunt linea Γ Δ ad lineam Δ E, quam tempus M N ad tempus N Ξ, et linea Z H ad lineam H Θ, quam tempus M N ad tempus N Ξ. Conſtat igitur eamdem rationem habere Γ Δ ad Δ E, quam Z H ad H Θ.



PROP. III. Prob.

Circulis quotlibet datis, fieri poteſt, ut recta ſumatur, quæ major ſit quam circulorum circumferentiæ.

Circumſcripto enim unicuique circulo polygono, conſtat, quæ ex omnibus ambitibus recta componitur, hanc majorem eſſe quam omnes circulorum circumferentias.

PROP. IV. Prob.

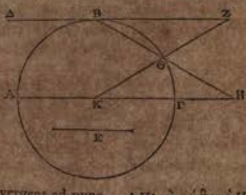
Datis duabus lineis inæqualibus, recta, et circuli circumferentia, fieri poteſt, ut recta ſumatur, quæ minor quidem ſit quam datarum linearum major, major vero quam minor.

Quoties enim exceſſus, quo major linea excedit minorem, ſibimetipſi additur, ut rectam excedat, tot ſi in partes æquales eadem recta dividatur, minor erit pars una quam exceſſus. Quod ſi circumferentia major fuerit quam recta, addita eidem rectæ parte una, conſtat, eam majorem quidem eſſe, quam minorem datarum linearum, minorem vero quam majorem. Nam quæ additur pars, minor eſt quam exceſſus.

PROP. V. Prob.

Dato circulo, et recta circulum contingente, fieri poteſt, ut a centro circuli ad contingentem recta ducatur; ita ut, quæ inter contingentem, et circuli circumferentiam recta interjicitur, ad eam, quæ ex centro, minorem rationem habeat, quam quæ interjicitur inter contactum, rectamque ductam circuli circumferentia, ad datam quamlibet circuli circumferentiam.

Datus ſit circulus A B Γ, cujus centrum K, circulumque contingat Δ Z in puncto B: data ſit etiam quælibet circuli circumferentia. Fieri autem poteſt, ut recta aliqua ſumatur major quam data circumferentia; eaque ſit recta E. Ducatur a centro A H ipſi Δ Z parallela: ponaturque H Θ ipſi E æqualis vergens ad punc-



προβέβηκε τὰν H Θ. Τὸν αὐτὸν δὴ λόγον ἑξόντι ἃ τε Γ Δ ποτὶ τὰν Δ E γραμμὰν, ὃν ὁ χρόνος ὁ M N ποτὶ N Ξ, καὶ ἁ Z H ποτὶ τὰν H Θ, ὃν ὁ χρόνος ὁ M N ποτὶ τὸν N Ξ. Δῆλον ὦν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ Γ Δ ποτὶ τὰν Δ E, ὃν ἁ Z H ποτὶ τὰν H Θ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Κύκλων δοθέντων ὁποσοῦν τῷ πλήθει, δυνατόν ἐστιν εὐθεῖαν λαβεῖν μείζονα ἁπασᾶν τᾶν τῶν κύκλων περιφερειᾶν.

Περιγραφέντος γὰρ περὶ ἕκαστον τῶν κύκλων πολυγώνου, δῆλον ὡς ἡ ἐκ πασῶν συγκειμένη τῶν περιμέτρων εὐθεῖα [d] μείζων ἐστὶ πασᾶν τᾶν τῶν κύκλων περιφερειᾶν.[e]

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Δύο γραμμᾶν δοθεισᾶν ἀνίσων, εὐθείας τε καὶ κύκλου περιφερείας, δυνατόν ἐστι λαβεῖν εὐθεῖαν τᾶς μὲν μείζονος τᾶν δοθεισᾶν γραμμᾶν ἐλάσσονα, τᾶς δὲ ἐλάσσονος μείζονα.

Ὁσάκις γὰρ ὑπεροχὰ, ᾇ ὑπερέχει ἁ μείζων γραμμὰ τᾶς ἐλάσσονος, αὐτᾷ συντιθεμένα ὑπερέξει τᾶς εὐθείας, καὶ εἰς τοσαῦτα ἴσα διαιρεθείσας τᾶς εὐθείας, τὸ ἓν τμᾶμα ἔλασσον ἐστὶ τᾶς ὑπεροχᾶς. Εἰ μὲν ὦν καὶ ἁ περιφέρεια μείζων τᾶς εὐθείας, ἑνὸς τμάματος ποτιτεθέντος ποτὶ τὰν εὐθεῖαν, τᾶς μὲν ἐλάσσονος τᾶν δοθεισᾶν, δῆλον ὡς μείζων ἐσσεῖται, τᾶς δὲ μείζονος ἐλάσσων. Καὶ γὰρ ἁ ποτικειμένα ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ὑπεροχᾶς.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Κύκλου δοθέντος, καὶ εὐθείας ἐπιψαυούσας τοῦ κύκλου, δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγαγεῖν εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας, καὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ ἁ περιφέρεια τοῦ κύκλου ἁ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς, καὶ τᾶς διαχθείσας ποτὶ τὰν δοθεῖσαν ὁποιανοῦν κύκλου περιφέρειαν.

Δεδόσθω κύκλος ὁ A B Γ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ K, καὶ ἐπιψαυέτω τοῦ κύκλου ἁ Δ Z κατὰ τὸ B· δεδόσθω δὲ καὶ κύκλου περιφέρεια ὁποιαοῦν. Δυνατὸν δὲ ἐστι τᾶς δοθείσας περιφερείας λαβεῖν τινὰ εὐθεῖαν μείζονα, καὶ ἔστω ἁ E εὐθεῖα μείζων τᾶς δοθείσας περιφερείας. Ἄχθω δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου παρὰ τὰν Δ Z, ἁ A H· καὶ κείσθω ἁ H Θ ἴσα τᾷ E, νεύουσα ἐπὶ τὸ B·

[c] Κύκλων δύο δοθέντων σφαίρας καὶ κυλίνδρου.

[d] μείζων ἄρα τᾶν

[e] Ad marginem in MS. legitur δέδεικται γὰρ ἐν τῷ α' διαγράμματι τοῦ περὶ

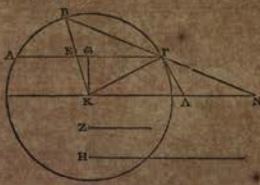
ἀπὸ δὴ τοῦ Κ κέντρου ἐπὶ τὸ Θ ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω. Τὸν αὐτὸν δὴ λόγον ἔχει ἁ ΘΖ ποτὶ τὰν ΘΚ, ὃν ἁ ΒΘ ποτὶ τὰν ΘΗ. Ἁ ἄρα ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν [*] ἁ ΒΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν δοθεῖσαν περιφέρειαν· διότι ἁ μὲν ΒΘ εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΒΘ περιφερείας· ἁ δὲ ΘΗ μείζων τᾶς δοθείσας περιφερείας. Ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει καὶ ἁ ΖΘ ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου, ἢ ἁ ΒΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν δοθεῖσαν περιφέρειαν.

tum B; quæque a centro K ad punctum Θ jungitur, producatur. Eamdem igitur rationem habet ΘZ ad ΘK, quam BΘ ad ΘH. Quare ZΘ ad ΘK minorem habet rationem, quam circumferentiam BΘ ad datam circumferentiam; eo quod recta BΘ minor eſt quam circumferentia BΘ, recta vero ΘH major eſt quam data circumferentia. Minorem igitur rationem habet etiam ZΘ ad eam, quæ ex centro, quam circumferentia BΘ ad datam circumferentiam.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ς΄.

Κύκλου δοθέντος, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσονος τᾶς διαμέτρου, δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτὶ τὰν περιφέρειαν[f] αὐτοῦ ποτιβαλεῖν εὐθεῖαν τέμνουσαν τὰν ἐν τῷ κύκλῳ διδομέναν γραμμάν, ὥς τε τὰν ἀπολαφθεῖσαν εὐθεῖαν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ διδομένας, ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ποτιπιπτούσας τοῦ ἐπὶ τᾶς περιφερείας, ποτὶ τὸ ἕτερον πέρας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ διδομένας εὐθείας, τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν· εἰ καὶ ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ἦν, τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ διδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

Δεδόσθω κύκλος ὁ ΑΒΓ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ Κ· καὶ ἐν αὐτῷ δεδόσθω εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἁ ΓΛ· καὶ λόγος ὃν ἔχει ἁ Ζ ποτὶ Η, ἐλάσσων τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΚΘ, καθέτου οὔσης τᾶς ΚΘ. Ἄχθω δὴ καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου παρὰ τὰν ΛΓ ἁ ΚΝ· καὶ τῇ ΚΓ ποτ' ὀρθὰς ἁ ΓΛ. Ὅμοια δή ἐστι τὰ ΓΘΚ, ΓΚΛ τρίγωνα· ἔστιν οὖν ὡς ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΚ, οὕτως ἁ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΛ. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η, ἢ ἁ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΛ. Ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η, τοῦτον ἐχέτω ἁ ΚΓ ποτὶ μείζονα τᾶς ΓΛ.[g] Ἐχέτω ποτὶ τὰν ΒΝ· κείσθω δὲ ἁ ΒΝ μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας διὰ τοῦ Γ. Δυνατὸν δέ ἐστιν οὕτως τεμεῖν· καὶ πεσεῖται ἐκτός, ἐπεὶ μείζων ἐστὶ τᾶς ΓΛ. Ἐπεὶ οὖν[h] ἁ ΒΚ ποτὶ ΒΝ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η· καὶ ἁ ΕΒ ποτὶ ΒΓ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν ἁ Ζ ποτὶ Η.



PROP. VI. Prob.

Circulo dato, et in circulo linea, quæ minor ſit quam diameter, fieri poteſt, ut a centro circuli ad ejus circumferentiam recta ejiciatur ſecans lineam in circulo datam; ita ut, quæ inter circumferentiam, et lineam in circulo datam recta interjicitur, ad rectam ductam a termino ejectæ, qui in circumferentia eſt, ad terminum lineæ in circulo datæ propoſitam rationem habeat; dummodo hæc ratio minor ſit ea, quam habet dimidia lineæ in circulo datæ, ad rectam, quæ a centro ad eamdem normalis ducitur.

Datus ſit circulus ABΓ, cujus centrum punctum K: dataque in eo ſit recta ΓA minor quam diameter: itemque ratio, quam habet Z ad H, ea minor, quam habet ΓΘ ad KΘ; normalis cum ſit ipſa KΘ. Ducatur autem a centro KN ipſi AΓ parallela; rectæque KΓ ad rectos angulos ducatur ΓA. Similia jam ſunt triangula ΓΘK, ΓKA; ideoque ut ΓΘ ad ΘK, ita ſe habet KΓ ad ΓA. Minorem igitur rationem habet Z ad H, quam KΓ ad ΓA. Quam vero rationem habet Z ad H, hanc habeat KΓ ad majorem quam ΓA. Habeat ad BN: ponaturque BN inter circumferentiam, et lineam, ita ut tranſeat per punctum Γ. Fieri autem poteſt, ut ita ſecetur: cadetque extra, quoniam major eſt quam ΓA. Quoniam igitur BK ad BN eamdem habet rationem, quam Z ad H; ipſa etiam EB ad BΓ rationem habebit eamdem quam Z ad H.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ΄.

Τῶν αὐτῶν διδομένων, καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ εὐθείας ἐκβεβλημένας, δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου ποτιβαλεῖν † ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν, ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας, καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἀπὸ τοῦ πέρατος ἀπολαφθείσας, ποτὶ τὸ

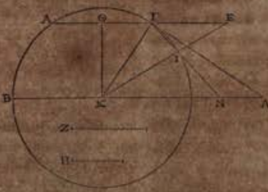
PROP. VII. Prob.

Iiſdem datis, et quæ in circulo data eſt, linea producta, fieri poteſt, ut a centro ad productam recta ejiciatur; ita ut, quæ inter circumferentiam, et productam recta interjicitur, ad rectam ductam a termino interjectæ ad terminum productæ propoſitam rationem

[f] ποτιλαβεῖν [g] ἐχέτωσαν [h] ἁ ΓΚ
* Fortaſſe deeſt ἔχει † Fortaſſe deeſt εὐθεῖαν

habeat; dummodo hæc ratio major ſit ea, quam habet dimidia lineæ in circulo datæ ad rectam, quæ a centro, ad eamdem normalis ducitur.

Data ſint eadem, quæ ſupra: quæque linea in circulo data eſt, producatur. Data autem ratio ea ſit, quam habet Z ad H, ea major, quam habet ΓΘ ad ΘK. Major erit igitur etiam ea, quam habet KΓ ad ΓΛ. Quam vero rationem habet Z ad H, hanc habebit KΓ ad minorem quam ΓΛ. Habeat ad IN, quæ vergat ad punctum Γ. Fieri autem poteſt, ut ita ſecetur: cadetque intra ΓΛ, quoniam minor eſt quam ΓΛ. Quoniam igitur eamdem habet rationem KΓ ad IN, quam Z ad H; ipſa etiam EI ad IΓ rationem habebit eamdem, quam Z ad H.



πέρας τᾶς ἐκβεβλημένας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν· αἰ καὶ ὁ δοθεὶς λόγος μείζων ᾖ τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας, ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

Δεδόσθω τὰ αὐτά, καὶ ἔστω ἁ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐκβεβλημένα. Ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ἔστω ὃν ἔχει ἁ Z ποτὶ τὰν H, μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘK. Μείζων ἂν ἐσσεῖται καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἁ KΓ ποτὶ ΓΛ. Ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ Z ποτὶ H, τοῦτον ἕξει ἁ KΓ ποτὶ ἐλάσσονα τᾶς ΓΛ. Ἐχέτω ποτὶ IN νεύουσαν ἐπὶ τὸ Γ. Δυνατὸν δὲ ἐστιν οὕτως τέμνειν· καὶ πεσεῖται ἐντὸς τᾶς ΓΛ· ἐπειδὴ ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΓΛ. Ἐπεὶ οὖν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ KΓ ποτὶ IN, ὃν ἁ Z ποτὶ H, καὶ ἁ EI ποτὶ IΓ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν ἁ Z ποτὶ τὰν H.

PROP. VIII. Prob.

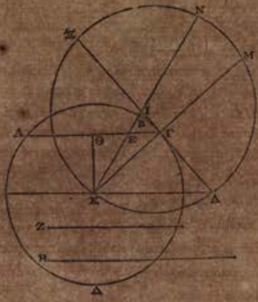
Circulo dato, et in circulo linea, quæ minor ſit quam diameter, et alia item linea circulum contingente in termino lineæ in circulo datæ; fieri poteſt ut a centro circuli recta aliqua ejiciatur, ita ut quæ pars ejus inter circuli circumferentiam, et lineam in circulo datam interjicitur, ad eam contingentis partem, quam recta ipſa a contactu abſcindit, propoſitam rationem habeat; dummodo hæc ratio minor ſit ea, quam habet dimidia lineæ in circulo datæ ad rectam, quæ a centro circuli ad eamdem normalis ducitur.

Sit datus circulus, ABΓΔ, et data in circulo linea minor quam diameter, ΓA: circulumque contingat ΞA in puncto Γ: et ratio, quam habet Z ad H, minor ſit ea, quam habet ΓΘ ad ΘK. Hæc erit etiam ea minor, quam habet ΓK ad ΓA, ſi ducta fuerit KΛ ipſi ΘΓ parallela. Itaque habeat KΓ ad ΓΞ eamdem rationem, quam Z ad H. Major utique eſt ΞΓ quam ΓA. Deſcribatur per puncta K, Λ, Ξ circuli circumferentia. Et quoniam major eſt ΞΓ quam ΓA; ſecantque ſeſe invicem ad rectos angulos KΓ, ΞΛ; fieri poteſt, ut rectæ MΓ

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Κύκλου δοθέντος, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσονος τᾶς διαμέτρου, καὶ ἄλλας ἐπιψαυούσας τοῦ κύκλου κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας· δυνατὸν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτιβαλεῖν τινὰ εὐθεῖαν,* ὥς τε τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας, καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας γραμμᾶς, ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν† αἴκα ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας, ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου κάθετον[i] ἀπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

Ἔστω κύκλος δεδομένος ὁ ABΓΔ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ εὐθεῖα δεδόσθω, ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἁ ΓA· καὶ ἁ ΞΛ ἐπιψαυέτω τοῦ κύκλου κατὰ τὸ Γ, καὶ λόγος ὃν ἔχει ἁ Z ποτὶ H ἔστω ἐλάσσων τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΓΘ ποτὶ ΘK. Ἐσσεῖται δὴ ἐλάσσων καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΓK ποτὶ ΓA, αἴκα παράλληλος ἀχθῇ ἁ KΛ τᾷ ΘΓ. Ἐχέτω δὴ ἁ KΓ ποτὶ ΓΞ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ Z ποτὶ H. Μείζων δή ἐστιν ἁ ΞΓ τᾶς ΓA. Γεγράφθω κύκλου περιφέρεια περὶ τὰ K, Λ, Ξ. Ἐπεὶ οὖν ἐστι μείζων ἁ ΞΓ τᾶς ΓA, καὶ ποτ' ὀρθὰς ἐντὶ ἀλλάλαις αἱ KΓ, ΞΛ, δυνατόν ἐστι τᾷ MΓ ἴσαν[k] ἄλλαν



[i] ἐπ' αὐτὰν [k] ποτ' ἄλλαν

* In hoc loco in Ed. Baſ. ſunt ποτὶ τὰν εὐθεῖαν, Deſunt autem hæc verba in Codice Regio, quo uſus eſt Rivaltus: et ſane delenda ſunt. † Fortaſſe εἰ καὶ

θέμεν τὰν ΙΝ, νεύουσαν ἐπὶ τὸ Κ. Τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν [l] ΞΙ, ΙΛ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΕ, ΙΛ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἁ ΞΙ ποτὶ ΚΕ· καὶ τὸ [m] ὑπὸ τᾶν ΚΙ, ΙΝ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙ, ΓΑ τὸν αὐτὸν ἔχει ὃν ἁ ΙΝ ποτὶ ΓΑ. Ὡς τε καὶ ἁ ΙΝ ποτὶ ΓΑ ἐστὶν, ὡς ἁ ΞΙ ποτὶ ΚΕ. Ὡς τε καὶ ἁ ΓΜ ποτὶ ΓΑ, καὶ ἁ ΞΓ ποτὶ ΚΓ, καὶ ποτὶ ΚΒ ἐστὶν, ὡς ἁ ΞΙ ποτὶ ΚΕ. Καὶ λοιπὴ ἁ ΙΓ ποτὶ ΒΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΞΓ ποτὶ τὰν ΓΚ, καὶ ὃν ἁ Η ποτὶ τὸ Ζ. Πέπτωκεν οὖν ἁ ΚΝ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἔχει ἁ μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας, ἁ ΒΕ ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η λόγον.

æqualis alia ponatur IN vergens ad punctum K. Spatium igitur, quod ſub ΞI, IΛ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub KE, IΛ, eamdem habet rationem, quam ΞI ad KE; quodque ſub KI, IN continetur, ad id, quod continetur ſub KI, ΓΑ, rationem habet eamdem, quam IN ad ΓΑ. Quare etiam IN ad ΓΑ ſe habet, ut ΞI ad KE. Quare etiam ΓΜ ad ΓΑ, et ΓΞ ad KΓ, et ad KB, ſe habet, ut ΞI ad KE. Hinc etiam reliqua IΓ ad BE eamdem habet rationem, quam ΞΓ ad ΓK, et quam H ad Z. Incidit igitur KN in contingentem, ejuſque pars BE, quæ inter circumferentiam, et lineam interjicitur, ad eam contingentis partem, quam ipſa KN a contactu abſcindit, eamdem habet rationem, quam Z ad H.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

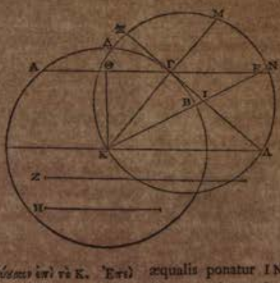
Τῶν αὐτῶν δεδομένων, καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ διαμέτρου ἐλάσσονος γραμμᾶς ἐκβεβλημένας, δυνατόν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν εὐθεῖαν, ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας, καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας, ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας ποτὶ τὰν ἁφὰν τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν· αἴκα ὁ δοθεὶς λόγος μείζων ᾖ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας, ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

Δεδόσθω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ τεθεῖσα ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου, ἁ ΓΑ διάχθω, καὶ ἐπιψαυέτω τοῦ κύκλου ἁ ΞΓ κατὰ τὸ Γ. Καὶ λόγος ὃν ἔχει ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η, μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΚ. Ἔσται δὴ μείζων, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΑ. Ἐχέτω οὖν ἁ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΞ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η. Ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν αὕτα [n] τᾶς ΓΑ. Πάλιν δὴ γεγράφθω κύκλος διὰ τῶν Ξ, Κ, Λ σαμείων. Ἐπεὶ οὖν ἐλάσσων ἐστὶν ἁ ΞΓ τᾶς ΓΑ, καὶ ποτ' ὀρθάς εἰσιν ἀλλάλαις αἱ ΚΜ, ΞΓ, δυνατὸν [o] τᾷ ΓΜ ἴσαν θέμεν τὰν ΙΝ νεύουσαν ἐπὶ τὸ Κ. Ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τᾶν ΞΙΛ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΛΙ, ΚΕ ἐστιν, ὡς ΞΙ ποτὶ ΚΕ· ἀλλὰ τῷ μὲν ὑπὸ τᾶν ΞΙΛ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙΝ· τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν ΛΙ, ΚΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙ, ΓΑ, διὰ τὸ εἶμεν ὡς τὰν ΚΕ ποτὶ ΙΚ, οὕτως τὰν ΑΓ ποτὶ ΑΙ· καὶ ὡς ἄρα ἁ ΞΙ ποτὶ ΚΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙΝ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙ, ΓΑ· τουτέστιν ὡς ΝΙ ποτὶ ΓΑ, τουτέστιν ἁ ΓΜ ποτὶ ΓΑ. Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἁ ΓΜ ποτὶ ΓΑ, [p] οὕ-

PROP. IX. Prob.

Iiſdem datis, et quæ in circulo data eſt, linea producta, fieri poteſt, ut a centro circuli ad productam recta ejiciatur; ita ut quæ pars ejus inter circumferentiam, et productam interjicitur, ad eam contingentis partem, quam recta ipſa a contactu abſcindit, propoſitam rationem habeat; dummodo hæc ratio major ſit ea, quam habet dimidia lineæ in circulo datæ ad rectam, quæ a centro circuli ad eamdem normalis ducitur.

Datus ſit circulus ΑΒΓΔ: et quæ linea in circulo data eſt, minor quam diameter, hoc eſt ΓΑ, producatur: circulumque contingat ΞΓ in puncto Γ: et ratio, quam habet Z ad H major ſit ea, quam habet ΓΘ ad ΘK. Hæc erit etiam ea major, quam habet KΓ ad ΓΑ. Itaque habeat KΓ ad ΓΞ eamdem rationem quam Z ad H. Minor utique eſt ΞΓ quam ΓΑ. Rurſus per puncta Ξ, K, Λ circulus deſcribatur. Et quoniam minor eſt ΞΓ, quam ΓΑ; ſecantque ſeſe invicem ad rectos angulos KM, ΞΓ; fieri poteſt, ut rectæ ΓΜ æqualis ponatur IN vergens ad punctum K. Quoniam igitur ſpatium, quod ſub ΞIΛ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΛI, KE, ſe habet, ut ΞI ad KE: ac ei quidem, quod ſub ΞIΛ continetur, æquale eſt id, quod continetur ſub KIN; ei vero, quod ſub ΛI, KE continetur, id eſt æquale, quod continetur ſub KI, ΓΑ; eo quod ut KE ad IK, ita ſe habet ΑΓ ad ΑI: ideo etiam ut ΞI ad KE ita ſe habebit ſpatium, quod ſub KIN continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub KI, ΓΑ; hoc eſt,



[l] ΞΙΛ [m] ὑπὸ τᾶν ΚΙΝ [n] τᾶς ΓΑ [o] τᾷ ΙΜ [p] In MS. οὕτως deeſt.

ut N I ad Γ Λ; hoc eſt, ut Γ M ad Γ Λ. Se habet autem etiam ut Γ M ad Γ Λ, ita Ξ Γ ad K Γ. Se habet igitur ut Ξ I ad K E, ita Ξ Γ ad K B; et reliqua I Γ ad reliquam B E ſe habet, ut Ξ Γ ad Γ K. Quam autem rationem habet Ξ Γ ad Γ K, hanc habet H ad Z. Incidit igitur K E in productam; ejuſque pars B E, quæ inter productam et circumferentiam interjicitur, ad contingentis partem Γ I, quam ipſa K E a contactu abſcindit, eamdem habet rationem, quam Z ad H.

PROP. X. Theor.

Si lineæ quotcunque deinceps ponantur æqualiter ſeſe invicem excedentes, ſitque exceſſus æqualis minimæ; et aliæ item lineæ ponantur multitudine quidem illis æquales, magnitudine vero unaquæque æquales maximæ; quæ ab æqualibus maximæ quadrata deſcribuntur aucta tum quadrato, quod a maxima deſcribitur, tum ſpatio, quod ſub minima, æqualique omnibus æqualiter ſeſe invicem excedentibus continetur, tripla erunt quadratorum omnium, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus.

Sint lineæ quotcunque deinceps poſitæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ; et ſit Θ æqualis exceſſui. Addatur autem ad B, ipſi Θ æqualis, I; et ad Γ, ipſi H æqualis, K; et ad Δ, ipſi Z æqualis, Λ; et ad E, ipſi E æqualis, M; et ad Z, ipſi Δ æqualis, N; et ad H, ipſi Γ æqualis, Ξ; denique ad Θ, ipſi B æqualis, O. Erunt, quæ ita fiunt, lineæ tum inter ſe invicem, tum maximæ æquales. Oportet igitur demonſtrare, quadrata, quæ ab omnibus, hoc eſt, tum ab A, tum ab iis, quæ factæ ſunt, deſcribuntur, aucta tum quadrato, quod ab A deſcribitur, tum ſpatio, quod ſub Θ, æqualique omnibus A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ continentur, tripla eſſe quadratorum omnium, quæ deſcribuntur ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ.

Eſt enim quadratum, quod a B I deſcribitur æquale quadratis, quæ deſcribuntur ab I, B, duobuſque ſpatiis, quæ continentur ſub B, I. Quadratum vero, quod a K Γ deſcribitur, æquale eſt quadratis, quæ deſcribuntur a K, Γ, duobuſque ſpatiis, quæ continentur ſub K, Γ. Pariter etiam quadrata, quæ ab aliis ipſi A æqualibus deſcribuntur, æqualia ſunt quadratis, quæ deſcribuntur ab earum ſegmentis, duobuſque ſpatiis, quæ ſub ſegmentis iiſdem continentur. Quadrata igitur, quæ ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ deſcribuntur, itemque illa, quæ deſcribuntur ab I, K, Λ, M, N, Ξ, O, aucta quadrato, quod ab A deſcribitur, dupla ſunt quadratorum, quæ deſcribuntur ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Quod autem reliquum eſt, demonſtrabimus, ſpatia eorum dupla, quæ ſub ſegmentis uniuſcujuſque lineæ ipſi A æqualis continentur, aucta ſpatio,

τως ἁ Ξ Γ ποτὶ K Γ, τατέςι ποτὶ K B. Ἔςιν ἄρα ὡς ἁ Ξ I ποτὶ K E, ἁ Ξ Γ ποτὶ K B· καὶ λοιπὴ ἁ I Γ ποτὶ λοιπὰν τὰν B E ἐςὶν, ὡς ἁ Ξ Γ ποτὶ Γ K. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ Ξ Γ ποτὶ Γ K, τοῦτον ἔχει ἁ H ποτὶ Z. Πεπτώκει δὴ ἁ K E ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν, καὶ ἁ μεταξὺ τᾶς ἐκβεβλημένας καὶ τᾶς περιφερείας ἁ B E ποτὶ τὰν Γ I, τὰν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας ἀπολαφθεῖσαν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ Z ποτὶ τὰν H.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ί.

Αἴκα γραμμαὶ ἑξῆς τεθέωντι ὁποσαιοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, [1] ᾗ δὲ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίςᾳ, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωντι τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάςα τᾷ μεγίςᾳ, τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσων τᾷ μεγίςᾳ, ποτιλαμβάνοντα τό τε ἀπὸ τᾶς μεγίςας τετράγωνον, καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἐλαχίςας καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαις, τριπλάσια [2] ἐσσοῦνται τῶν τετραγώνων πάντων, τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν.

[3] Ἔςωσαν γραμμαὶ ὁποσαιοῦν ἑξῆς κείμεναι τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, αἱ A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ· ἁ δὲ Θ ἴσα ἔςω τᾷ ὑπεροχᾷ. Ποτικείσθω δὲ ποτὶ τὰν B ἴσα τᾷ Θ ἁ I· ποτὶ δὲ τὰν Γ ἁ K ἴσα τᾷ H· ποτὶ δὲ τὰν Δ ἁ Λ ἴσα τᾷ Z· ποτὶ δὲ τὰν E ἁ M ἴσα τᾷ E· ποτὶ δὲ τὰν Z ἁ N ἴσα τᾷ Δ· ποτὶ δὲ τὰν H ἁ Ξ ἴσα τᾷ Γ· ποτὶ δὲ τὰν Θ ἁ O ἴσα τᾷ B. Ἐσσοῦνται δὲ αἱ, γενόμεναι ἴσαι ἀλλάλαις, καὶ τᾷ μεγίςᾳ. Δεικτέον οὖν, ὅτι τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶς τε A, καὶ τᾶν γενομέναν, ποτιλαβόντα τό τε ἀπὸ τᾶς A τετράγωνον, καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας [4] πάσαις ταῖς A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, τριπλάσιά ἐντι τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τᾶν A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ.

Ἐςὶ δὴ τὸ μὲν ἀπὸ τᾶς B I τετράγωνον ἴσον τοῖς ἀπὸ τᾶν I, B τετραγώνοις, καὶ δυσὶ τοῖς ὑπὸ τᾶν B, I περιεχομένοις. Τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς K Γ, ἴσον τοῖς ἀπὸ τᾶν K, Γ τετραγώνοις, καὶ δυσὶ τοῖς ὑπὸ τᾶν K, Γ περιεχομένοις. Ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν τᾶν ἴσαν τᾷ A τετράγωνα, ἴσα ἐντὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τμαμάτων τετραγώνοις, καὶ δυσὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τμαμάτων [5] περιεχομένοις. Τὰ μὲν οὖν ἀπὸ τᾶν A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν [6] I, K, Λ, M, N, Ξ, O ποτιλαβόντα τὸ ἀπὸ τᾶς A τετράγωνον, διπλάσιά ἐντι τῶν ἀπὸ τᾶν A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ τετραγώνων. Λοιπὸν δὲ ἐπιδείξομεν, ὅτι τὰ διπλάσια τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν τμαμάτων ἐν ἑκατέρᾳ γραμμᾷ τᾶν ἴσαν τᾷ A, ποτιλαβόντα τὸ περιεχό-

[1] ᾗ δὲ ἁ [2] ἰσοῦται [3] ἔςωσαν [4] In MS. A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, τριπλάσιά ἐστι τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τᾶν A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, deſunt. [5] Sic MS. [6] I K Λ M N Ξ O Π. Οἱ λαβόντα

μένῳ ὑπό τε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ. [f] ἴσα τοῖς ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ. Καὶ ἐπεὶ δύο μὲν τὰ ὑπὸ Β, Ι περιεχόμενα, ἴσα δυσὶ τοῖς ὑπὸ τᾶν Β, Θ περιεχομένοις· δύο δὲ τὰ ὑπὸ τᾶν Κ, Γ ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ, καὶ τᾶς τετραπλασίας τᾶς Γ, διὰ τὸ τὰν Κ διπλασίονα εἶμεν τᾶς Θ· δύο δὲ τὰ ὑπὸ τᾶν Δ, Λ ἴσα τῷ ὑπὸ τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἑξαπλασίας τᾶς Δ, διὰ τὸ τὰν Λ τριπλασίαν [g] εἶμεν. Ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἄλλα τὰ διπλάσια τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τᾶν τμαμάτων, ἴσα ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς πολλαπλασίας ἀεὶ κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμοὺς ἀρτίους [h] τᾶς ἑπομένας γραμμᾶς. Τὰ οὖν σύμπαντα ποτιλαβόντα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, ἐσσεῖται ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ, καὶ τᾶς [a] ἴσας πάσαις τᾷ τε Α, καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς Β, καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς Γ, καὶ ἀεὶ τᾷ περισσᾷ κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμοὺς περισσοὺς πολλαπλασίας τᾶς ἑπομένας γραμμᾶς. Ἐντὶ δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ τετράγωνα ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν αὐτᾶν γραμμᾶν. Ἐστὶ γὰρ τὸ ἀπὸ τᾶς Α τετράγωνον, ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τᾷ τε Α καὶ [b] τᾷ ἴσα ταῖς λοιπαῖς, ὧν ἑκάστα ἴσα τᾷ Α· ἰσάκις γὰρ μετρεῖ ἅτε Θ τὰν Α, καὶ ἁ Α τὰς ἴσας αὐτᾷ πάσας σὺν τᾷ Α. Ὥς τε ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ Α τετράγωνον τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας τᾷ Α, καὶ τῷ διπλασίῳ τᾶν Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ· αἱ γὰρ ἴσαι τᾷ Α πᾶσαι χωρὶς τᾶς Α, διπλάσιαι ἐντὶ τᾶν Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ. Ὁμοίως δὴ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Β τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας, τᾷ τε Β καὶ τῷ διπλασίῳ [c] τᾶν Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ. Καὶ πάλιν τὸ ἀπὸ τᾶς Γ τετράγωνον ἴσον τῷ ὑπὸ τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας τᾷ τε Γ, καὶ τῷ διπλασίῳ τᾶν Δ, Ε, Ζ, Η, Θ. Ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν τετράγωνα ἴσα ἐντὶ τοῖς περιεχομένοις ὑπό τε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας αὐτᾷ τε καὶ τῷ διπλασίῳ τᾶν λοιπᾶν. Δῆλον οὖν ὅτι τὰ ἀπὸ πασᾶν τετράγωνα, ἴσα ἐντὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τᾷ τε Α, καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς Β, καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς Γ, καὶ τᾷ κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμοὺς περισσοὺς πολλαπλασίᾳ τᾶς ἑπομένας.

Ἐκ τούτου οὖν φανερὸν, ὅτι τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν [d] τᾷ μεγίστᾳ, τῶν μὲν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, ἐλάσσονά ἐστιν ἢ τριπλάσια· ἐπεὶ δὴ ποτιλαβόντα τινὰ



quod continetur ſub Θ, æqualique omnibus A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, æqualia eſſe quadratis, quæ deſcribuntur ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Quoniam enim duo ſpatia, quæ ſub B, I continentur, æqualia ſunt duobus, quæ continentur ſub B, Θ; et quæ duo ſub K, Γ continentur, æqualia ſunt ei, quod continetur ſub Θ, et quadrupla ipſius Γ; eo quod K dupla eſt ipſius Θ; et quæ duo ſub Δ, Λ, continentur, æqualia ſunt ei, quod continetur ſub Θ, et ſexcupla ipſius Δ; eo quod Λ ipſius Θ eſt tripla; et pariter alia etiam eorum dupla, quæ ſub ſegmentis continentur, ei æqualia ſunt, quod continetur ſub Θ, et multiplici, ſemper ſecundum numeros pares, qui hos conſequuntur, ſequentis lineæ: erunt ſpatia omnia eo aucta, quod ſub Θ æqualique omnibus A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ continetur, æqualia ſpatio, quod continetur ſub Θ, æqualique his omnibus, hoc eſt tum A, tum tripla ipſius B, tum quintupla ipſius Γ, tum ſemper impari ſecundum numeros impares, qui hos conſequuntur, multiplices lineæ ſequentis. Sunt autem etiam quadrata, quæ ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ deſcribuntur, æqualia ſpatio, quod ſub lineis iiſdem continetur. Quadratum enim, quod ab A deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub Θ, æqualique his omnibus, hoc eſt, tum A, tum reliquis, quarum unaquæque ipſi A eſt æqualis: æque enim Θ metitur A, atque A metitur ſe ipſam, omneſque ſibi ipſi æquales. Quare quadratum, quod ab A deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub Θ, æqualique tum ipſi A, tum duplæ ipſarum B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ: quæ enim æquales ſunt ipſi A, hæ omnes, una A excepta, duplæ ſunt ipſarum B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Pariter etiam quadratum, quod a B deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub Θ, æqualique tum B, tum duplæ ipſarum Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Et rurſus quadratum, quod a Γ deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub Θ, æqualique tum Γ, tum duplæ ipſarum Δ, E, Z, H, Θ. Eadem ratione et quæ ab aliis quadrata deſcribuntur æqualia ſunt ſpatiis, quæ continentur ſub Θ, æqualique tum ipſi, tum duplæ reliquarum. Conſtat igitur, quæ ab omnibus quadrata deſcribuntur, ea æqualia eſſe ſpatio, quod continetur ſub Θ, æqualique his omnibus, hoc eſt, tum A, tum triplæ ipſius B, tum quintuplæ ipſius Γ, tum multiplici, ſecundum numeros, qui hos conſequuntur, ſequentis lineæ.

Ex hoc igitur manifeſtum eſt, quadrata omnia, quæ ab æqualibus maximæ deſcribuntur, quadratorum quidem, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, minora eſſe quam tripla; quoniam aucta quibuſdam tripla

[f] Ἴσα ἐστὶ δυσὶ [g] εἶμεν τᾶς Θ [h] τᾶς [a] Sic MS. [b] τὰ ἴσα [c] τᾶν [d] τὰ μέγιστα [e] μεγίστας

ſunt. Reliquorum vero, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, majora quam tripla; quoniam, quibus augentur, ea minora ſunt quam tripla quadrati, quod a maxima deſcribitur. Et propterea ſi deſcribantur ab omnibus ſimiles figuræ, tum ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, tum ab æqualibus maximæ; quæ ab æqualibus maximæ figuræ deſcribuntur, figurarum quidem, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, minores erunt quam triplæ; reliquarum vero, dempta ea, quæ deſcribitur a maxima, majores quam triplæ. Similes enim figuræ eamdem, quam quadrata, rationem habent.

PROP. XI. Theor.

Si lineæ quotcunque deinceps ponantur æqualiter ſeſe invicem excedentes; et aliæ item lineæ ponantur multitudine quidem una minores, quam æqualiter ſeſe invicem excedentes, magnitudine vero unaquæque æquales maximæ: quæ ab æqualibus maximæ quadrata deſcribuntur, ea omnia ad quadrata, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, quod deſcribitur a minima, minorem rationem habent, quam quadratum, quod a maxima deſcribitur, ad æquale utriſque; ſpatio, quod ſub maxima, minimaque continetur, et tertiæ parti quadrati, quod ab exceſſu deſcribitur, quo maxima minimam excedit; ad quadrata vero, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, rationem habent majorem eadem ratione.

Sint enim lineæ quotcunque deinceps poſitæ æqualiter ſeſe invicem excedentes; A B excedens Γ Δ; et Γ Δ, E Z; et E Z, H Θ; et H Θ, I K; et I K, Λ M; et Λ M, N Ξ. Addatur autem ad Γ Δ, uni exceſſui æqualis Γ O; et ad E Z, duobus exceſſibus æqualis E Π; et ad H Θ tribus exceſſibus æqualis H P; et ad alias eodem modo. Erunt, quæ ita fiunt, lineæ tum inter ſe invicem, tum maximæ æquales. Oportet igitur demonſtrare, quadrata, quæ ab omnibus iis, quæ factæ ſunt, deſcribuntur, ad quadrata, quæ deſcribuntur ab omnibus æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, quod deſcribitur a N Ξ, minorem rationem habere, quam quadratum, quod ab A B deſcribitur, ad æquale utriſque, ſpatio, quod ſub A B, N Ξ continetur, et tertiæ parti quadrati, quod deſcribitur a N Υ; ad quadrata vero, quæ deſcribuntur ab iiſdem lineis, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, rationem habere majorem eadem ratione.

Auferatur ab unaquaque æqualiter ſeſe invicem excedentium li-



τριπλάσια ἐστί. Τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τῶ ἀπὸ τᾶς [f] μεγίστας τετραγώνω, μέζονα ἢ τριπλάσια· ἐπειδὴ τὰ ποτιλαφθέντα ἐλάσσονά ἐστιν ἢ τριπλάσια τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνω. Καὶ τοίνυν αἴκα ὅμοια εἴδεα [f] ἀναγεγραφέωντι ἀπὸ πασᾶν, ἀπό τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, καὶ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ, τὰ εἴδεα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ τῶν μὲν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν εἰδέων, ἐλάσσονα [g] ἐσσοῦνται, ἢ τριπλάσια· τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τῶ ἀπὸ τᾶς μεγίστας εἴδεος, μέζονα ἢ τριπλάσια. Τὸν γὰρ αὐτὸν ἐχοῦντι λόγον τὰ ὅμοια εἴδεα τοῖς τετραγώνοις.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ια.

Αἴκα γραμμαὶ ἑξῆς τεθέωντι ὁποσαιοῦν, τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωντι, τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ· τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσων τᾷ μεγίστᾳ, ποτὶ μὲν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τᾶς ἐλαχίστας, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίστας ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς μεγίστας καὶ τᾶς ἐλαχίστας καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τῷ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς τετραγώνῳ, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας· ποτὶ δὲ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τῶ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνω, μέζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου.

[h] Ἔστω γὰρ γραμμαὶ ὁποσαιοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι [i] ἑξῆς κείμεναι, ἁ μὲν A B τᾶς Γ Δ, ἁ δὲ Γ Δ τᾶς E Z, ἁ δὲ E Z τᾶς H Θ, ἁ δὲ H Θ τᾶς I K, ἁ δὲ I K τᾶς Λ M, ἁ δὲ Λ M τᾶς N Ξ. Ποτικείσθω δὴ ποτὶ μὲν τὰν Γ Δ ἴσα μιᾷ ὑπεροχᾷ ἁ Γ O· ποτὶ δὲ τὰν E Z ἴσα δυσὶν ὑπεροχαῖς, ἁ E Π· ποτὶ δὲ τὰν H Θ ἴσα τρισὶν ὑπεροχαῖς ἁ H P· καὶ ποτὶ τὰς ἄλλας τὸν αὐτὸν τρόπον. Ἐσσοῦνται δὴ αἱ γινόμεναι ἀλλάλαις ἴσαι, καὶ [k] ἑκάστα τᾷ μεγίστᾳ. Δεικτέον δὲ ὅτι τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν γινομέναν τετράγωνα, ποτὶ μὲν [l] πάντα τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τῶ ἀπὸ τᾶς N Ξ τετραγώνω, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ ἀπὸ τᾶς A B τετράγωνον ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν A B, N Ξ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς N Υ τετραγώνου· ποτὶ δὲ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν αὐτᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς A B τετραγώνου, μέζονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

Ἀπολελάφθω ἀφ' ἑκάστας τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν ἴσα

[f] ἀναγεγράφθωντι [g] ἐσσοῦνται [h] ἔστωσαν [i] ἐφεπομέναι [k] ἑκάστα τᾷ μέγιστᾳ [l] πάντα τὰ

τᾷ ὑπεροχᾷ. Ὃν δὴ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΒ ποτὶ συναμφότερα, τό, τε ὑπὸ τᾶν ΑΒ, ΦΒ περιεχόμενον, καὶ τὸ τρίτον μέρος τῶ ἀπὸ τᾶς ΑΦ τετραγώνω, τοῦτον ἔχει λόγον τό, τε ἀπὸ τᾶς ΟΔ τετράγωνον, ποτί τε τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΟΔ, ΔΧ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τῶ ἀπὸ τᾶς ΧΟ [m] τετραγώνω· καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΠΖ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΠΖ, ΨΖ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τῶ ἀπὸ τᾶς ΨΠ τετραγώνω· καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν τετράγωνα, ποτὶ τὰ ὁμοίως λαμβανόμενα χωρία. Καὶ τὰ πάντα δὴ τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ, ποτί τε πάντα περιεχόμενα ὑπό τε τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς εἰρημέναις γραμμαῖς, καὶ τὰ τριτημόρια τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϙ, ΥΝ, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΒ τετραγώνου [n] ποτὶ συναμφότερα, τό, τε ὑπὸ τᾶν ΑΒ, ΦΒ περιεχόμενον, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ ΦΑ τετραγώνω. Εἰ ἂν [o] ἐνδειχθῇ τό, τε περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ, καὶ τὰ τρίτα μέρη τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϙ, ΥΝ, τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ. [p] ἐλάσσονα· τῶν δὲ τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ μείζονα· δεδειγμένον ἐσσεῖται τὸ προτεθέν. Ἐστὶ δὴ τὸ μὲν περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ΝΞ, καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ, καὶ τὰ τρίτα μέρη τῶν τετραγώνων [r] ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϙ, ΥΝ, [q] ἴσον τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϛΚ, ϙΜ, ΝΞ, καὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς ΝΞ, καὶ ἴσας πάσαις ταῖς ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϙ, ΥΝ· καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϙ, ΥΝ. Τὰ δὲ ἀπὸ τᾶν ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ τετράγωνα, ἴσα τοῖς ἀπὸ τᾶν ΒΦ, ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϛΚ, ϙΜ τετραγώνοις· καὶ τοῖς ἀπὸ τᾶν ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϙ, καὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ [r] τᾶς ΒΦ, καὶ τᾶς διπλασίας τᾶν ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϙ. Κοινὰ μὲν ὦν ἐντὶ ἑκατέρων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσων τᾷ ΝΞ. Τὸ δὲ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ΝΞ, καὶ τᾶς ἴσας ταῖς ΟΧ, ΠΨ, ΩΡ, ϛΣ, ϙΤ, ΥΝ, ἔλασσόν ἐστι τῶ περιεχομένω ὑπό τε τᾶς ΒΦ, καὶ τᾶς διπλασίας τᾶν ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϙ· διὰ τὸ τὰς μὲν εἰρημένας γραμμὰς ταῖς μὲν ΓΟ, ΕΠ, ΡΗ, ΙΣ, ΛΤ, ΥΝ, ἴσας εἶμεν, τᾶν δὲ λοιπᾶν μείζονας. Καὶ τὰ τετράγωνα δὲ τὰ ἀπὸ τᾶν ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϙ μείζονα ἐντὶ τῶ τρίτω μέρεος τῶν ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϙ, ΥΝ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς ἐπάνω. Ἐλάττονα ἄρα ἐντὶ τὰ ῥηθέντα χωρία τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ,

nea æqualis exceſſui. Quam igitur rationem habet quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub ΑΒ, ΦΒ continetur et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab ΑΦ, hanc habet tum quadratum, quod ab ΟΔ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΟΔ, ΔΧ continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΧΟ; tum quadratum, quod a ΠΖ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΠΖ, ΨΖ continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΨΠ; tum quadrata, quæ ab aliis deſcribuntur, ad ſpatia eodem modo ſumpta. Quare etiam quadrata omnia, quæ ab ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ deſcribuntur, ad omnia ſpatia, quæ ſub ΝΞ, æqualique omnibus, quas diximus, lineis continentur, et tertias quadratorum partes, quæ deſcribuntur ab ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϙ, ΥΝ, eamdem habebunt rationem, quam quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub ΑΒ, ΦΒ continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΦΑ. Si igitur demonſtratum fuerit, ſpatium, quod continetur ſub ΝΞ, æqualique omnibus ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ, et tertias quadratorum partes, quæ deſcribuntur ab ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϙ, ΥΝ, quadratis quidem, quæ ab ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ deſcribuntur, minora eſſe; quadratis vero, quæ deſcribuntur a ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ, majora: utique demonſtratum erit quod proponebatur. Itaque ſpatium, quod ſub ΝΞ, æqualique omnibus ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ continetur, et tertiæ quadratorum partes, quæ ab ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϙ, ΥΝ deſcribuntur; hæc, inquam, omnia æqualia ſunt quadratis, quæ deſcribuntur a ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϛΚ, ϙΜ, ΝΞ; et ſpatio, quod continetur ſub ΝΞ, æqualique omnibus ΟΧ, ΠΨ, ΡΨ, Σϛ, Τϙ, ΥΝ; et tertiæ quadratorum parti, quæ deſcribuntur ab ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϙ, ΥΝ. Quadrata vero, quæ ab ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ deſcribuntur, æqualia ſunt quadratis, quæ deſcribuntur a ΒΦ, ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϛΚ, ϙΜ; iiſque, quæ deſcribuntur ab ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϙ; et ſpatio, quod continetur ſub ΒΦ, et dupla ipſarum ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϙ. Communia igitur utriſque ſunt quadrata, quæ a lineis deſcribuntur ipſi ΝΞ æqualibus. Spatium autem, quod ſub ΝΞ æqualique omnibus ΟΧ, ΠΨ, ΩΡ, ϛΣ, ϙΤ, ΥΝ continetur, minus eſt quam ſpatium, quod continetur ſub ΒΦ, et dupla ipſarum ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϙ; eo quod lineæ, quas modo diximus, ipſis quidem ΓΟ, ΕΠ, ΡΗ, ΙΣ, ΛΤ, ΥΝ æquales ſunt; reliquis vero majores. Et quadrata, quæ ab ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϙ deſcribuntur, majora ſunt quam pars tertia quadratorum, quæ deſcribuntur ab ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϙ, ΥΝ. Hoc enim in ſuperioribus demonſtratum eſt. Minora ſunt igitur, quæ diximus, ſpatia quam quadrata, quæ deſcribun-

[m] τετραγώνω· καὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ [n] καὶ τὰ ex MS. [o] ποτὶ τά [p] ἐλάσσω [q] ἴσα τοῖς [r] τᾶς
[*] ſive ἀποδειχθῇ

tur ab ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ. Quod autem reliquum eſt, demonſtrabimus eadem majora eſſe quam quadrata, quæ deſcribuntur a ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ. Rurſus enim quadrata, quæ a ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ deſcribuntur, æqualia ſunt quadratis, quæ deſcribuntur a ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϙ; iiſque, quæ deſcribuntur a ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϛΚ, ϙΜ, ΝΞ; et ſpatio, quod continetur ſub ΝΞ, et dupla omnium ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϙ. Communia autem ſunt quadrata, quæ deſcribuntur a ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϛΚ, Μϙ, ΝΞ: et majus eſt ſpatium, quod ſub ΝΞ, æqualique omnibus ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϙ, ΥΝ continetur, quam ſpatium, quod continetur ſub ΝΞ et dupla omnium ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϙ. Quinetiam quadrata, quæ a ΧΟ, ΨΠ, ΩΡ, ϛΣ, ϙΤ, ΥΝ deſcribuntur, quadratorum, quæ deſcribuntur a ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϙ majora quam tripla. Hoc enim quoque demonſtratum eſt. Majora ſunt igitur, quæ diximus, ſpatia quam quadrata, quæ deſcribuntur a ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ.

Et propterea ſi deſcribantur ab omnibus ſimiles figuræ, tum ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, tum ab æqualibus maximæ: quæ ab æqualibus maximæ figuræ deſcribuntur, hæ omnes ad figuras, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempta ea, quæ deſcribitur a minima, minorem rationem habebunt, quam quadratum, quod a maxima deſcribitur, ad æquale utrique; ſpatio, quod ſub maxima minimaque continetur, et tertiæ parti quadrati, quod ab exceſſu deſcribitur, quo maxima minimam excedit; ad figuras vero, quæ deſcribuntur ab iiſdem, dempta ea, quæ deſcribitur a maxima, rationem habebunt majorem eadem ratione. Similes enim figuræ eamdem, quam quadrata, rationem habent.

Si recta linea in plano ducta, manente altero ejus termino, æquabiliter circumagatur, quouſque eodem reſtituatur, unde moveri cœpit, et una cum linea circumacta feratur punctum aliquod æquabiliter ſibi ipſi in eadem linea incipiens a manente ejus termino; punctum hoc helicem in plano deſcribet.

Vocetur igitur terminus rectæ lineæ, qui ea circumacta manet, principium helicis.

Poſitio autem rectæ lineæ, a qua circumagi cœpit, principium orbis.

Recta, quam punctum, quod in ea fertur, primo orbe tranſmiſit, vocetur prima: quam vero tranſmiſit idem punctum ſecundo orbe, vocetur ſecunda: atque ita porro, quo nomine orbes ipſi, eodem rectæ aliæ vocentur.

Spatium, quod comprehenditur ab helice primo orbe deſcripta, rectaque, quæ prima eſt, vocetur primum: quod vero comprehenditur ab helice ſecundo orbe deſcripta, rectaque, quæ ſecunda eſt, vocetur ſecundum: aliaque eodem modo.

Si a puncto, quod eſt principium helicis, ducatur recta aliqua linea: quæ ſunt ad eaſdem lineæ

ΙΚ, ΛΜ. Λοιπὸν δὲ δείξομεν, ὅτι μείζονα ἐντὶ τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ. [a]Πάλιν δὴ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ, ἴσα ἐντὶ τοῖς τε ἀπὸ τᾶν ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϙ, καὶ τοῖς ἀπὸ τᾶν ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϛΚ, ϙΜ, ΝΞ, ϗ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς ΝΞ, καὶ τᾶς διπλασίας πασᾶν τᾶν ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϙ. Καί ἐστι κοινὰ μὲν τὰ ἀπὸ τᾶν ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϛΚ, Μϙ, ΝΞ· μεῖζον δὲ τὸ ὑπό τε τᾶς ΝΞ, καὶ τᾶς ἴσας πάσαις [b]ταῖς ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϛ, Τϙ, ΥΝ, τοῦ ὑπὸ τᾶς ΝΞ ϗ τᾶς διπλασίας πασᾶν τᾶν ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϙ. Ἐντὶ δὲ ϗ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ΧΟ, ΨΠ, ΩΡ, ϛΣ, ϙΤ, ΥΝ, τῶν ἀπὸ τᾶν ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, Ιϛ, Λϙ, μείζονα ἢ τριπλάσια. Δέδεικται γὰρ ϗ τοῦτο. Μείζονα ἄρα ἐντὶ τὰ ῥηθέντα χωρία τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ.

Καὶ τοίνυν εἴκα ὅμοια ἀναγραφέωντι εἴδεα ἀπὸ πασᾶν, ἀπό τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, ϗ ἀπὸ τᾶν ἴσων τᾷ μεγίστᾳ· εἴδεα πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσων τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας εἴδεος, ἐλάσσονα λόγον ἑξοῦντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίστας ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς μεγίστας ϗ τᾶς ἐλαχίστας, ϗ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας· ποτὶ δὲ τὰ ἀπὸ τᾶν αὐτᾶν εἴδεα χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου. Τὸν αὐτὸν γὰρ ἑξοῦντι λόγον τὰ ὅμοια εἴδεα τοῖς τετραγώνοις.

Αἴκα εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ γραμμὰ ἐν ἐπιπέδῳ ϗ μένοντος τοῦ ἑτέρου πέρατος αὐτᾶς, [c]ἰσοταχέως περιενεχθῇ ἕως ἂν ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, ἅμα δὲ τᾷ γραμμᾷ περιαγομένᾳ φέρηταί τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ κατὰ τᾶς εὐθείας, ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος, τὸ σαμεῖον ἕλικα γράψει ἐν τῷ ἐπιπέδῳ.

Καλείσθω οὖν τὸ μὲν πέρας τᾶς εὐθείας τὸ μένον περιαγομένας αὐτᾶς, ἀρχὰ τᾶς ἕλικος.

Ἁ δὲ θέσις τᾶς γραμμᾶς ἀφ' ἇς ἄρξατο ἁ εὐθεῖα περιφέρεσθαι, ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς.

Εὐθεῖα ἂν μὲν ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ διαπορευθῇ τὸ σαμεῖον, τὸ κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον, πρώτα καλείσθω· ἂν δὲ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ τὸ αὐτὸ σαμεῖον διανύσῃ, δευτέρα· καὶ αἱ ἄλλαι ὁμοίως ταύταις ὁμωνύμως ταῖς περιφοραῖς καλείσθωσαν.

Τὸ δὲ χωρίον τὸ περιλαφθὲν ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γραφείσας, ϗ τᾶς εὐθείας ἅ ἐστι πρώτα, πρῶτον καλείσθω· τὸ δὲ περιλαφθὲν ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γραφείσας, ϗ τᾶς εὐθείας τᾶς δευτέρας, δεύτερον καλείσθω· καὶ τὰ ἄλλα ἑξῆς οὕτω καλείσθω.

Καὶ εἴκα ἀπὸ τοῦ σαμείου, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἀχθῇ τις εὐθεῖα γραμμά· τᾶς εὐθείας ταύτας ἐπὶ

[a] πάλιν δὲ τὰ [b] ταῖς ΟΧ Ι, ΠΡ [c] ἰσοταχῆ

τᾶ αὐτᾶ ἁ περιφορὰ γίνηται προαγούμενα καλείσθω· τὰ δ' ἐπὶ θάτερα ἑπόμενα.

Ὁ τε γραφεὶς κύκλος κέντρῳ μὲν τῷ σαμείῳ, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, διαστήματι δὲ τᾶ εὐθείᾳ ἅ ἐστι πρώτα, πρῶτος καλείσθω· ὁ δὲ γραφεὶς, κέντρῳ μὲν τῷ αὐτῷ, διαστήματι δ' διπλασίᾳ εὐθείᾳ, δεύτερος καλείσθω· καὶ οἱ ἄλλοι δὲ ἑξῆς τούτοις τὸν αὐτὸν τρόπον.

hujus partes, verſus quas orbis ducitur, præcedentia vocentur; quæ vero ad alteras, ſequentia.

Circulus deſcriptus centro quidem puncto, quod eſt principium helicis, intervallo autem recta, quæ prima eſt, vocetur primus: et deſcriptus centro quidem eodem, intervallo autem rectæ primæ dupla, vocetur ſecundus: et alii deinceps eodem modo.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβ'.

Αἴκα [α] ποτὶ τὰν ἕλικα μιᾷ περιφορᾷ [β] γεγραμμέναν ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, εὐθεῖαι ἐμπεσῶντι [γ] ἐπιμαιῶν, ἴσας πᾶσαι γωνίας ποτ' ἀλλάλας, τῷ ἴσῳ ὑπερέχοντι ἀλλάλαν.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἇς αἱ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ἴσας γωνίας ποιεῦσαι ποτ' ἀλλάλας. Δεικτέον ὅτι τῷ ἴσῳ ὑπερέχει ἁ ΑΓ τᾶς ΑΒ, καὶ ἁ ΑΔ τᾶς ΑΓ, καὶ αἱ ἄλλαι ὁμοίως.

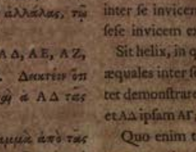
Ἐν ᾧ γὰρ χρόνῳ ἁ περιαγομένα γραμμὰ ἀπὸ τᾶς ΑΒ ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀφικνεῖται, ἐν τούτῳ τῷ χρόνῳ τὸ σαμεῖον τὸ κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον, τὰν ὑπεροχὰν διαπεραίνεται, ᾇ ὑπερέχει ἁ ΓΑ τᾶς ΑΒ· ἐν ᾧ δὲ χρόνῳ ἀπὸ τᾶς ΑΓ ἐπὶ τὰν ΑΔ, ἐν τούτῳ διαπορεύεται τὰν ὑπεροχὰν ᾇ ὑπερέχει ἁ ΑΔ τᾶς ΑΓ. Ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ ἁ περιαγομένα γραμμὰ ἀπό τε τᾶς ΑΒ ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀφικνεῖται, καὶ ἀπὸ τᾶς ΑΓ ἐπὶ τὰν ΑΔ· ἐπειδὴ αἱ γωνίαι ἴσαι ἐντί. Ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ τὸ κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον σαμεῖον διαπορεύεται τὰν ὑπεροχὰν, ᾇ ὑπερέχει ἁ ΑΓ τᾶς ΑΒ· καὶ τὰν ὑπεροχὰν ᾇ ὑπερέχει ἁ ΑΔ τᾶς ΑΓ. Τῷ ἴσῳ ἄρα ὑπερέχει ἅτε ΑΓ τᾶς ΑΒ, καὶ ἁ ΑΔ τᾶς ΑΓ· καὶ αἱ λοιπαί.

PROP. XII. Theor.

Si in helicen uno orbe deſcriptam a principio ejuſdem rectæ quotlibet incidant, quæ æquales inter ſe invicem angulos efficiant; hæ æqualiter ſeſe invicem excedent.

Sit helix, in qua rectæ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, quæ æquales inter ſe invicem angulos efficiant. Oportet demonſtrare æqualiter excedere ΑΓ ipſam ΑΒ; et ΑΔ ipſam ΑΓ; et alias itidem alias eodem modo.

Quo enim tempore recta linea circumacta ab ΑΒ pervenit ad ΑΓ, eodem punctum, quod in recta linea fertur, tranſmittit exceſſum, quo ΓΑ excedit ipſam ΑΒ: et quo tempore ab ΑΓ pervenit ad ΑΔ, eodem tranſmittit exceſſum, quo ΑΔ excedit ipſam ΑΓ. Æquali autem tempore recta linea circumacta ab ΑΒ pervenit ad ΑΓ; et ab ΑΓ ad ΑΔ; quoniam anguli æquales ſunt. Æquali igitur tempore punctum, quod in recta linea fertur, tranſmittit exceſſum, quo ΑΓ excedit ipſam ΑΒ; et exceſſum, quo ΑΔ excedit ipſam ΑΓ. Æqualiter igitur excedit ΑΓ ipſam ΑΒ; et ΑΔ ipſam ΑΓ; et reliquæ itidem reliquas.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγ'.

Αἴκα εὐθεῖα γραμμὰ τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ, καθ' ἓν μόνον ἐπιψαύσει σαμεῖον.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἇς τὰ ΑΒΓΔ. Ἔστω δ' ἀρχὰ μὲν τᾶς ἕλικος τὸ Α σαμεῖον· ἀρχὰ δὲ τᾶς περιφορᾶς ἁ ΑΔ εὐθεῖα· καὶ ἐπιψαυέτω τᾶς ἕλικος εὐθεῖά τις ἁ ΖΕ. Φαμὶ δὴ καθ' ἓν μόνον σαμεῖον ἐπιψαύειν αὐτᾶς.

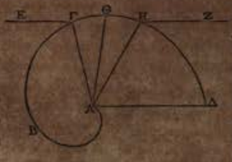
Ἐπιψαυέτω γὰρ εἰ δυνατὸν κατὰ δύο σαμεῖα τὰ Γ, Η· καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΑΗ· καὶ ἁ γωνία δίχα τετμάσθω ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΑΗ, ΑΓ. Καθ' ὃ δὲ σαμεῖον ἁ δίχα τέμνουσα τὰν γωνίαν τᾷ ἕλικι ποτιπίπτει, ἔστω τὸ Θ. Τῷ δὴ ἴσῳ ὑπερέχει, ἅτε ΑΗ τᾶς ΑΘ, καὶ ἁ ΑΘ τᾶς ΑΓ· ἐπειδὴ ἴσας γωνίας [δ] περιέχοντι ποτ' ἀλλάλας. Ὥστε

PROP. XIII. Theor.

Si recta linea helicen contigerit, in uno tantum puncto continget.

Sit helix ΑΒΓΔ. Sit autem principium quidem helicis punctum Α; principium vero orbis recta ΑΔ: et helicen contingat recta aliqua ΖΕ. Dico in uno tantum puncto eam contingere.

Contingat enim, ſi fieri poteſt, in duobus punctis Γ, Η: junganturque rectæ ΑΓ, ΑΗ: quique angulus continetur ſub ΑΗ, ΑΓ, in duas æquas partes ſecetur. Punctum autem, in quo ea, quæ angulum in duas æquas partes ſecat, helici occurrit, ſit Θ. Æqualiter igitur excedit ΑΗ rectam ΑΘ, atque ΑΘ rectam ΑΓ; quoniam angulos continent in-



[α] In MS. deeſt ποτί. [β] γεγραμμένα [γ] ἐπιπαύῃ [δ] Sic MS.

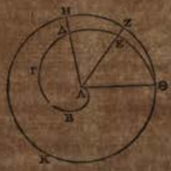
ter ſe invicem æquales. Quare A H, A Γ duplæ ſunt ipſius A Θ. Sed ejus, quæ in triangulo eſt, A Θ, quæ angulum in duas æquas partes ſecat, majores ſunt quam duplæ. Conſtat igitur punctum, in quo A Θ rectæ Γ H occurrit, cadere inter puncta Θ, A. Quare recta E Z ſecat helicen; quoniam punctum aliquod eorum, quæ in Γ H ſunt, intra helicen cadit. Poſitum autem fuerat eam contingere. Igitur in uno tantum puncto E Z helicen contingit.

διπλασίαι ἐντὶ αἱ ΑΗ, ΑΓ τᾶς ΑΘ. Ἀλλὰ τᾶς ἐν τῷ τριγώνῳ τᾶς ΑΘ δίχα τεμνούσας [a] τὰν γωνίαν, μείζονές ἐντι ἢ [b] διπλασίαι. Δῆλον ὦν ὅτι καθ' ὃ συμπίπτει σαμεῖον τᾷ ΓΗ εὐθεῖα ἁ ΑΘ, μεταξὺ τῶν Θ, Α ἐντὶ σαμείων. Τέμνει ἄρα ἁ ΕΖ τὰν ἕλικα, ἐπειδή τι τῶν ἐν τᾷ ΓΗ σαμείων ἐντός ἐστι τᾶς ἕλικος. Ὑπέκειτο δὲ ἐπιψαύουσα. Καθ' ἓν ἄρα μόνον ἅπτεται ἁ ΕΖ τᾶς ἕλικος.

PROP. XIV. Theor.

Si in helicen primo orbe deſcriptam duæ incidant rectæ a puncto, quod eſt principium helicis; eæque producantur ad primi circuli circumferentiam: quæ rectæ in helicen incidunt, eamdem inter ſe invicem rationem habebunt, quam circuli circumferentiæ, quæ interjiciuntur inter terminum helicis, terminoſque rectarum productarum, qui in circumferentia ſunt; circumferentiis ab helicis termino verſus præcedentia ſumptis.

Sit helix A B Γ Δ E Θ primo orbe deſcripta: et ſit helicis quidem principium punctum A; principium vero orbis recta Θ A; circulus autem Θ K H ſit primus: et incidant a puncto A in helicen rectæ A E, A Δ: et producantur ad circuli circumferentiam, nempe ad puncta Z, H. Oportet demonſtrare eamdem habere rationem A E ad A Δ, quam circumferentiam Θ K Z ad circumferentiam Θ K H.



Circumacta enim recta linea A Θ, conſtat punctum quidem Θ in circuli Θ K H circumferentia; punctum vero A in recta linea A Θ æquabiliter latum eſſe: atque punctum Θ tranſmiſiſſe circumferentiam Θ K Z; et punctum A rectam A E: rurſuſque punctum A rectam A Δ tranſmiſiſſe; et punctum Θ circumferentiam Θ K H, quorum utrumque ſibi ipſi æquabiliter latum eſt. Conſtat igitur eamdem habere rationem A E ad A Δ, quam circumferentiam Θ K Z ad circumferentiam Θ K H. Hoc enim in ſuperioribus demonſtratum eſt. Pariter autem demonſtrabitur idem evenire, etiam ſi altera earum, quæ incidunt, in helicis terminum inciderit.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδ'.

Αἴκα ποτὶ τὰν ἕλικα τὰν ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ποτιπεσῶντι δύο εὐθεῖαι ἀπὸ τοῦ σαμείου, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, καὶ ἐκβληθέωντι ποτὶ τὰν τοῦ πρώτου κύκλου περιφέρειαν· τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, αἱ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ περιφέρειαι τοῦ κύκλου αἱ μεταξὺ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος, καὶ τῶν περάτων τᾶν ἐκβληθεισᾶν εὐθειᾶν τῶν ἐπὶ τᾶς περιφερείας γινομένων, ἐπὶ τὰ προαγούμενα λαμβανομέναν τᾶν περιφερειᾶν, ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος.

Ἔστω ἕλιξ ἁ ΑΒΓΔΕΘ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα· ἀρχὰ δὲ τᾶς μὲν ἕλικος ἔστω τὸ Α σαμεῖον· ἁ δὲ ΘΑ εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς ἔστω· καὶ κύκλος ὁ ΘΚΗ ἔστω ὁ πρῶτος· [d] ποτιπιπτέτωσαν δὲ ἀπὸ τοῦ Α σαμείου ποτὶ τὰν ἕλικα, αἱ ΑΕ, ΑΔ· καὶ ἐκπιπτέτωσαν ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ἐπὶ τὰ Ζ, Η. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ ΑΕ ποτὶ τὰν ΑΔ, ὃν ἁ ΘΚΖ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΘΚΗ περιφέρειαν.

Περιαγομένας γὰρ τᾶς ΑΘ γραμμᾶς, δῆλον ὡς τὸ μὲν Θ σαμεῖον κατὰ τᾶς τοῦ ΘΚΗ κύκλου περιφερείας ἐνηνεγμένον ἐστὶν ἰσοταχέως· τὸ δὲ Α κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον τὰν ΑΘ γραμμὰν πεπορεύεται· καὶ τὸ Θ σαμεῖον κατὰ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας φερόμενον, [e] τὰν ΘΚΖ περιφέρειαν· τὸ δὲ Α τὰν ΑΕ εὐθεῖαν· καὶ πάλιν τό τε Α σαμεῖον [f] τὰν ΑΔ γραμμὰν· καὶ τὸ Θ τὰν ΘΚΗ περιφέρειαν, ἑκάτερον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον. Δῆλον ὦν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ ΑΕ ποτὶ τὰν ΑΔ, ὃν ἁ ΘΚΖ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΘΚΗ περιφέρειαν. Δέδεικται γὰρ τοῦτο ἔξω ἐν τοῖς πρώτοις. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ αἴκα ἁ ἑτέρα τᾶν ποτιπιπτουσᾶν ἐπὶ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος ποτιπίπτῃ, τὸ αὐτὸ συμβαῖνον.

PROP. XV. Theor.

Si in helicen ſecundo orbe deſcriptam duæ incidant rectæ ab helicis principio; hæ eamdem inter ſe invicem rationem habebunt, quam cir-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε'.

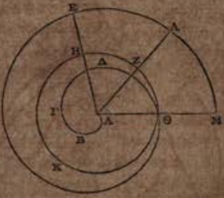
Αἴκα [g] ποτὶ τὰν ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἕλικα [h] ποτιπίπτωντι εὐθεῖαι ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον αἱ εὐθεῖαι ποτ'

[a] τᾶν γωνιᾶν [b] διπλασίαι [c] τὰν περιφέρειαν
[f] τᾶς ΑΔ γραμμᾶς [g] μετὰ τᾶς [h] ποτιπίπτωντι

[d] ποτιπιπτέτωσαν τῶν δὲ [e] τᾶς ΘΚΖ περιφερείας τὸ δὲ Α

ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τᾶς τῶ κύκλω περιφερείας λαμβανομέναις.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔΘΕΛΜ, ἁ μὲν ΑΒΓΔΘ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἁ δὲ ΘΕΛΜ ἐν τᾷ δευτέρᾳ· καὶ ποτιπιπτέτωσαν εὐθεῖαι αἱ ΑΕ, ΑΛ. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ ΑΛ ποτὶ τὰν ΑΕ, ὃν ἁ ΘΚΖ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλω περιφερείας, [i] ποτὶ ΘΚΗ μεθ' ὅλας τᾶς τῶ κύκλω περιφερείας.



Ἐν ὅσῳ γὰρ χρόνῳ τὸ Α σαμεῖον κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον, τὰν ΑΛ γραμμὰν διαπορεύεται, καὶ τὸ Θ σαμεῖον κατὰ τᾶς τῶ κύκλω περιφερείας φερόμενον, ὅλαν τε [k] τὰν τῶ κύκλω περιφέρειαν, καὶ ἔτι τὰν ΘΚΖ περιφέρειαν διαπορεύεται· καὶ πάλιν τὸ Α σαμεῖον [l] τὰν ΑΕ εὐθεῖαν, καὶ τὸ Θ ὅλαν τε [m] τὰν τῶ κύκλω περιφέρειαν, καὶ ἔτι τὰν ΘΚΗ, ἑκάτερον ἰσοταχέως αὐτὸ [n] αὐτῷ φερόμενον. Δῆλον ὦν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ ΑΛ γραμμὰ ποτὶ τὰν ΑΕ, ὃν ἁ ΘΚΖ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τῶ κύκλω περιφερείας, ποτὶ τὰν ΘΚΗ περιφέρειαν, μεθ' ὅλας τᾶς τῶ κύκλω περιφερείας.

Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον δειχθήσεται, καὶ αἴκα ποτὶ τὰν ἐν τᾷ τρίτᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἕλικα [o] ποτιπιπτοῦντι εὐθεῖαι, τὸν αὐτὸν λόγον ἑξοῦντι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλω περιφερείας δὶς λαμβανομέναις. Ὁμοίως δὲ καὶ αἱ ποτὶ τὰς ἄλλας ἕλικας ποτιπίπτουσαι δειχθήσονται, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τᾶς τῶ κύκλω περιφερείας τοσαυτάκις λαμβανομέναις, ὅσος ἐστὶν [p] ὁ ἑνὶ ἐλάσσων ἀριθμὸς τᾶν περιφορᾶν· καὶ αἴκα ἁ [q] ποτιπίπτουσα ἁ ἑκατέρα ποτὶ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος πίπτῃ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιϛ'.

Αἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς [r] ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ, καὶ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιζευχθῇ ἐπὶ τὸ σαμεῖον, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἃς ποιεῖ γωνίας ἁ ἐφαπτομένα ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἄνισοι ἐσσοῦνται· καὶ ἁ μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις ἀμβλεῖα, ἁ δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ὀξεῖα.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἇς τὰ ΑΒΓΔΘ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα· καὶ ἔστω τὸ μὲν Α σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἁ δὲ ΑΘ εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς· ὅ τε πρῶτος κύκλος, ὁ ΘΚΗ. Ἐπιψαυέτω

cumferentiæ, quas modo diximus, una cum tota circuli circumferentia ſemel ſumpta.

Sit helix ΑΒΓΔΘΕΛΜ; ΑΒΓΔΘ quidem deſcripta primo orbe; ΘΕΛΜ vero orbe ſecundo: et incidant in eam rectæ ΑΕ, ΑΛ. Oportet demonſtrare eamdem habere rationem ΑΛ ad ΑΕ, quam circumferentiam ΘΚΖ, una cum tota circuli circumferentia, ad circumferentiam ΘΚΗ, una cum tota circuli circumferentia.

Quanto enim tempore punctum Α, quod in recta fertur, lineam ΑΛ tranſmittit; tanto punctum Θ, quod fertur in circuli circumferentia, tranſmittit totam circuli circumferentiam, et amplius circumferentiam ΘΚΖ: quantoque rurſus punctum Α lineam ΑΕ tranſmittit; tanto punctum Θ tranſmittit totam circuli circumferentiam, et amplius circumferentiam ΘΚΗ; ac utrumque fertur æquabiliter ſibi ipſi. Conſtat igitur eamdem habere rationem ΑΛ ad ΑΕ, quam circumferentiam ΘΚΖ, una cum tota circuli circumferentia, ad circumferentiam ΘΚΗ, una cum tota circuli circumferentia.

Eodem modo demonſtrabitur, et ſi in helicem tertio orbe deſcriptam rectæ inciderint, eamdem inter ſe invicem rationem habere, quam circumferentias, quas diximus, una cum tota circuli circumferentia ſemel atque iterum ſumpta. Pariter autem et quæ in alias helices incidunt eamdem rationem habere demonſtrabuntur, quam circumferentiæ, quas diximus, una cum tota circuli circumferentia toties ſumpta, quotus eſt, unum ſi dempſeris, orbium numerus; etiam ſi alterutra earum, quæ incidunt, in helicis terminum inciderit.

PROP. XVI. Theor.

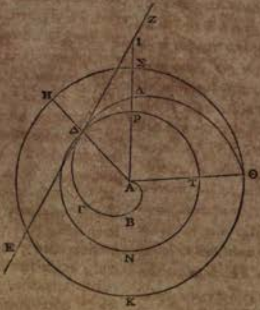
Si helicem primo orbe deſcriptam recta linea contigerit; et a contactu jungatur recta linea ad punctum, quod eſt principium helicis; anguli, quos cum ea, quæ juncta eſt, contingens efficit, erunt inæquales; et is quidem, qui in præcedentibus, obtuſus; qui vero in ſequentibus, acutus.

Sit helix ΑΒΓΔΘ primo orbe deſcripta: et ſit punctum Α principium helicis; recta ΑΘ principium orbis; ΘΚΗ circulus primus. Contingat autem helicem recta quædam linea ΔΕΖ

[i] In MS. ποτὶ ΘΚΗ μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλω περιφερείας deſunt. [k] τὰν τῶ κύκλω περιφερειᾶν, καὶ ἔτι τὰν ΘΚΖ περιφερειᾶν [l] τὰν ΑΕ εὐθεῖαν [m] τὰν τῶ κύκλω περιφερειᾶν· καὶ ἔτι τὰν [n] ἑαυτῷ [o] ποτιπίπτοντι [p] ὁ ἐν ἐλάσσων [q] ἀποπίπτουσα [r] ἐν τῇ

in puncto Δ: et a puncto Δ ad punctum A jungatur Δ A. Oportet demonſtrare Δ Z cum A Δ obtuſum angulum efficere.

Deſcribatur circulus Δ T N centro quidem A, intervallo autem A Δ. Neceſſarium igitur eſt, quæ circuli hujus circumferentia in præcedentibus eſt, intra helicen cadere; quæ vero in ſequentibus, cadere extra; eo quod rectarum quæ a puncto A in helicen incidunt, quæ quidem ſunt in præcedentibus, majores ſunt quam A Δ; quæ vero in ſequentibus, minores. Quod igitur angulus, qui ſub A Δ Z continetur, acutus non ſit, manifeſtum eſt; quoniam major eſt quam angulus ſemicirculi. Quod vero non ſit rectus, hoc oportet demonſtrare. Sit enim, ſi fieri poteſt, rectus. Igitur E Δ Z circulum Δ T N contingit. Atque fieri poteſt, ut a puncto A ad contingentem recta ejiciatur, ita ut quæ inter contingentem, et circuli circumferentiam recta interjicitur, ad eam, quæ ex centro circuli, minorem rationem habeat, quam, quæ interjicitur inter contactum rectamque ductam, circuli circumferentia, ad datam circumferentiam. Itaque ejiciatur A I; quæ helicen quidem ſecabit in puncto Λ, circumferentiam vero circuli in puncto P: habeatque recta P I ad A P minorem rationem, quam circumferentia Δ P ad circumferentiam Δ N T. Igitur etiam tota I A ad A P minorem rationem habet, quam circumferentia P Δ N T ad circumferentiam Δ N T; hoc eſt quam circumferentia Σ H K Θ ad circumferentiam H K Θ. Quam autem rationem habet circumferentia Σ H K Θ ad circumferentiam H K Θ, hanc habet recta A Λ ad A Δ. Hoc enim demonſtratum eſt. Minorem igitur rationem habet A I ad A P, quam A Λ ad A Δ: quod fieri non poteſt. Æqualis eſt enim P A ipſi A Δ; major vero I A quam A Λ. Non eſt igitur rectus angulus, qui ſub A Δ Z continetur. Demonſtratus autem eſt neque eſſe acutus. Obtuſus eſt igitur. Quare reliquus eſt acutus. Pariter autem demonſtrabitur idem evenire, etiam ſi recta helicen contingens eam in ipſius termino contigerit.



δέ τις εὐθεῖα γραμμὰ τᾶς ἕλικος ἁ Δ E Z κατὰ τὸ Δ· καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ A ἐπιζεύχθω ἁ Δ A. Δεικτέον ὅτι ἁ Δ Z ποτὶ τὰν A Δ ἀμβλεῖαν ποιεῖ γωνίαν.

Γεγράφθω κύκλος ὁ Δ T N, κέντρῳ μὲν τῷ A, διαστήματι δὲ τῷ A Δ. Ἀναγκαῖον δὴ τούτου τοῦ κύκλου τὰν μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις περιφέρειαν [a] ἐν τοῖς ἐντὸς πίπτειν τᾶς ἕλικος, [b] τὰν δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐκτός· διὰ τὸ τᾶν ἀπὸ τοῦ A ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπιπτουσᾶν εὐθειᾶν, τὰς μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις μείζονας εἶμεν τᾶς A Δ, τὰς δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐλάσσονας. Ὅτι μὲν οὖν ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν A Δ Z, οὐκ ἐστὶν ὀξεῖα, δῆλον· ἐπειδὴ μείζων ἐστὶ τᾶς τοῦ ἡμικυκλίου. Ὅτι δὲ ὀρθὰ οὐκ ἐστὶ, δεικτέον [c] ὦν. Ἔστω γὰρ, [d] εἰ δυνατὸν, ὀρθά. Ἁ ἄρα E Δ Z ἐπιψαύει τοῦ Δ T N κύκλου. Δυνατὸν δή ἐστιν ἀπὸ τοῦ A ποτιβαλεῖν εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας καὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας εὐθεῖαν, ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, τοῦ ὃν ἔχει ἁ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς καὶ τᾶς ποτιπιπτούσας περιφερείας, ποτὶ τὰν δοθεῖσαν περιφέρειαν. Ποτιπιπτέτω δὴ ἁ A I. Τεμεῖ δὴ αὐτὰ τὰν μὲν ἕλικα κατὰ τὸ Λ, τὰν δὲ τοῦ Δ T N περιφέρειαν κύκλου κατὰ τὸ P· καὶ ἐχέτω ἁ P I εὐθεῖα ποτὶ τὰν A P ἐλάσσονα λόγον τοῦ ὃν ἔχει ἁ Δ P περιφέρεια ποτὶ τὰν Δ N T περιφέρειαν. Καὶ ὅλα ἄρα ἁ I A ποτὶ τὰν A P ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ P Δ N T περιφέρεια ποτὶ τὰν Δ N T περιφέρειαν· τουτέστιν, ὃν ἔχει ἁ Σ H K Θ περιφέρεια ποτὶ τὰν H K Θ περιφέρειαν. Ὃν δὲ ἁ Σ H K Θ περιφέρεια ποτὶ τὰν H K Θ περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἁ A Λ εὐθεῖα ποτὶ τὰν A Δ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ A I ποτὶ τὰν A P, ἤπερ ἁ Λ A ποτὶ τὰν A Δ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἴσα γὰρ ἁ P A τᾷ A Δ. [e] Οὐκ ἄρα ἐστὶν ὀρθὰ ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν A Δ Z. Δέδεικται δὲ, ὅτι οὐδὲ ὀξεῖα. Ἀμβλεῖα ἄρα ἐστίν. Ὥς τε ἁ λοιπὰ ὀξεῖά ἐστι. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ αἴκα ἁ ἐπιψαύουσα τᾶς ἕλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύῃ, τὸ αὐτὸ συμβησεῖται.

PROP. XVII. Theor.

Quin imo ſi helicen ſecundo orbe deſcriptam recta contigerit, illud idem eveniet.

Contigat enim recta E Z helicen ſecundo orbe

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιζ.

Καὶ τοίνυν αἴκα τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ ἁ εὐθεῖα, τὸ αὐτὸ συμβησεῖται.

Ἐπιψαυέτω γὰρ ἁ E Z εὐθεῖα τᾶς ἐν τᾷ δευ-

[a] ἐν τῷ   [b] τὰν   [c] ὄντως   [d] ἃ ex MS.

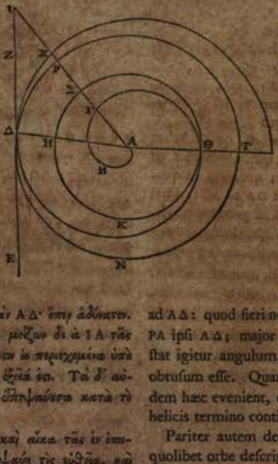
[e] Fortaſſe deſint hæc verba: μείζων δὲ ἁ I A τᾶς A Λ

τέρᾳ περιφορᾶς γεγραμμένας ἕλικος κατὰ τὸ Δ, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. Ὁμοίως δὴ τᾶς τοῦ Ρ Ν Δ περιφερείας κύκλου, τὰ μὲν ἐν τοῖς [a] προαγομένοις τᾶς ἕλικος ἐντὸς πεσοῦνται, τὰ δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐκτός. Ἁ οὖν γωνία, ἁ ὑπὸ τᾶν Α Δ Ζ, οὐκ ἐστὶν ὀρθά, ἀλλὰ ἀμβλεῖα. Ἔστω γὰρ εἰ δυνατὸν ὀρθά. [b] Ἐπιψαύσῃ δὴ ἁ Ε Ζ τοῦ Ρ Ν Δ κύκλου κατὰ τὸ Δ. Ἄχθω δὴ πάλιν ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν ἁ Α Ι, καὶ τεμνέτω τὰν μὲν ἕλικα κατὰ τὸ Χ, τὰν δὲ τοῦ Ρ Ν Δ κύκλου περιφέρειαν κατὰ τὸ Ρ· ἐχέτω δὲ ἁ Ρ Ι ποτὶ Ρ Α ἐλάσσονα λόγον, τοῦ ὃν ἔχει ἁ Δ Ρ περιφέρεια ποτὶ ὅλαν τὰν τοῦ Δ Ρ Ν κύκλου περιφέρειαν, καὶ ποτὶ τὰν Δ Ν Τ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο δυνατὸν ἐόν. Καὶ ὅλα ἄρα ἁ Ι Α ποτὶ τὰν Α Ρ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ Ρ Δ Ν Τ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας, ποτὶ τὰν Δ Ν Τ περιφέρειαν, μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας. Ἀλλ' ὃν λόγον ἔχει ἁ Ρ Δ Ν Τ [c] περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ Δ Ν Τ Ρ κύκλου περιφερείας, ποτὶ τὰν Δ Ν Τ περιφέρειαν, μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ Δ Ν Τ Ρ κύκλου [d] περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἁ Σ Η Κ Θ περιφέρεια, μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας τᾶς Θ Σ Η Κ, ποτὶ τὰν Η Κ Θ περιφέρειαν, μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ Θ Σ Η Κ κύκλου περιφερείας. Ὃν δὲ λόγον ἔχοντι αἱ ὕστερον εἰρημέναι περιφέρειαι, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἁ Χ Α εὐθεῖα ποτὶ τὰν Α Δ εὐθεῖαν. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ Ι Α ποτὶ τὰν Α Ρ, ἢ ἁ Α Χ ποτὶ τὰν Α Δ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἴσα μὲν γὰρ ἁ Ρ Α τᾷ Α Δ, μείζων δὲ ἁ Ι Α τᾶς Α Χ. Δῆλον οὖν ὅτι ἀμβλεῖά ἐστιν ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν Α Δ Ζ. Ὥστε ἁ λοιπὰ ὀξεῖά ἐστι. Τὰ δ' αὐτὰ συμβήσεται, καὶ αἴκα ἁ ἐπιψαύουσα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ.

Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ αἴκα τᾶς ἐν ὁποιᾳοῦν γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα, καὶ αἴκα κατὰ τὸ πέρας αὐτᾶς, ὅτι ἀνίσους ποιήσει τὰς γωνίας ποτὶ τᾷ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς, ἐπιζευχθείσᾳ ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος· καὶ τὰν μὲν ἐν τοῖς [e] προαγομένοις ἀμβλεῖαν, τὰν δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις, ὀξεῖαν.

deſcriptam in puncto Δ: eademque alia, quæ ſupra, fiant. Eadem ratione, quæ partes circumferentiæ circuli ΡΝΔ in præcedentibus ſunt, intra helicen cadent; quæ vero in ſequentibus, cadent extra. Igitur angulus, qui ſub ΑΔΖ continetur, rectus non eſt, ſed obtuſus. Sit enim, ſi fieri poteſt, rectus. Continget igitur ΕΖ circulum ΡΝΔ in puncto Δ. Ducatur rurſus ad contingentem recta ΑΙ, quæ helicen quidem ſecet in puncto Χ, circumferentiam vero circuli ΡΝΔ in puncto Ρ: habeatque ΡΙ ad ΡΑ minorem rationem, quam circumferentia ΔΡ ad totam circumferentiam circuli ΔΡΝ, et ad circumferentiam ΔΝΤ. Hoc enim fieri poſſe demonſtratum eſt. Igitur etiam tota ΙΑ ad ΑΡ minorem rationem habet, quam circumferentia ΡΔΝΤ, una cum tota circuli circumferentia, ad circumferentiam ΔΝΤ, una cum tota circuli circumferentia. Sed quam rationem habet circumferentia ΡΔΝΤ, una cum tota circuli ΔΝΤΡ circumferentia, ad circumferentiam ΔΝΤ, una cum tota circuli ΔΝΤΡ circumferentia, hanc habet circumferentia ΣΗΚΘ, una cum tota circuli ΘΣΗΚ circumferentia, ad circumferentiam ΗΚΘ, una cum tota circuli ΘΣΗΚ circumferentia. Quam vero rationem habent, quas modo diximus, circumferentiæ, hanc habet recta ΧΑ ad rectam ΑΔ. Hoc enim demonſtratum eſt. Minorem igitur rationem habet ΙΑ ad ΑΡ, quam ΑΧ ad ΑΔ: quod fieri non poteſt. Æqualis eſt enim ΡΑ ipſi ΑΔ; major vero ΙΑ quam ΑΧ. Conſtat igitur angulum, qui ſub ΑΔΖ continetur, obtuſum eſſe. Quare reliquus eſt acutus. Eadem hæc evenient, etiam ſi recta contingens in helicis termino contigerit.

Pariter autem demonſtrabitur, et ſi helicen quolibet orbe deſcriptam recta quædam contigerit, vel in ipſius termino, angulos efficere cum ea, quæ a contactu ad principium helicis juncta fuerit, inæquales: atque horum alterum, qui in præcedentibus eſt, obtuſum; alterum vero, qui in ſequentibus, acutum.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιη'.

Αἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ, κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος· ἀπὸ δὲ τοῦ σαμείου, ὅ ἐστιν [f] ἐν ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, ποτ' ὀρθὰς ἀχθῇ τις τᾷ ἀρχᾷ τᾶς

PROP. XVIII. Theor.

Si helicen primo orbe deſcriptam recta linea contigerit in ipſius termino: a puncto vero, quod eſt principium helicis, recta aliqua ducatur ad rectos angulos ei, quæ eſt principium orbis;

[a] προαγουμένοις [b] ἐπιψαύσει [c] Sic MS. [d] περιφερείας [e] προαγουμένοις [f] In MS. deeſt ἐν.

quæ ducta eſt recta cum contingente concurrit, quæque ejus pars inter contingentem, et principium orbis interjicitur, æqualis erit primi circuli circumferentiæ.

Sit helix ΑΒΓΔ: et ſit punctum Α principium helicis: recta ΘΑ principium orbis: ΘΗΚ circulus primus. Contingat autem helicen in puncto Θ recta aliqua ΘΖ: ducaturque a puncto Α, ipſi ΘΑ ad rectos angulos, ΑΖ. Hæc utique concurret cum ΘΖ; quoniam ΖΘ, ΘΑ acutum angulum comprehendunt. Concurrat in puncto Ζ. Oportet demonſtrare ΖΑ circuli ΘΚΗ circumferentiæ æqualem eſſe.



Si enim non eſt æqualis, aut major eſt, aut minor. Sit primo, ſi fieri poteſt, major. Jam ſumpſi rectam aliquam ΛΑ, minorem quidem quam rectam ΖΑ, majorem vero quam circumferentiam circuli ΘΗΚ. Itaque circulus quidam eſt ΘΗΚ: et recta in circulo minor quam diameter, ΘΗ: ratioque, quam habet ΘΑ ad ΑΛ, ea major eſt, quam habet dimidia rectæ ΗΘ, ad eam, quæ a puncto Α ad ipſam ΗΘ normalis ducitur; quoniam ea quoque eſt major, quam habet ΘΑ ad ΑΖ. Fieri igitur poteſt, ut a puncto Α ad productam ejiciatur recta ΑΝ; ita ut ΝΡ, quæ inter circumferentiam, et productam interjicitur, ad rectam ΘΡ eamdem rationem habeat, quam ΘΑ ad ΑΛ. Quare ΝΡ ad ΡΑ eamdem habebit rationem, quam ΘΡ ad ΑΛ. Habet autem ΘΡ ad ΑΛ minorem rationem, quam circumferentia ΘΡ ad circuli ΘΗΚ circumferentiam: recta enim ΘΡ minor eſt quam circumferentia ΘΡ; recta vero ΑΛ major quam circumferentia circuli ΘΗΚ. Habebit igitur etiam ΝΡ ad ΡΑ minorem rationem quam circumferentia ΘΡ ad circuli ΘΗΚ circumferentiam. Quare etiam tota ΝΑ ad ΑΡ minorem rationem habet quam circumferentia ΘΡ, una cum tota circuli circumferentia, ad circuli ΘΗΚ circumferentiam. Quam autem rationem habet circumferentia ΘΡ, una cum tota circuli ΘΗΚ circumferentia, ad circuli ΘΗΚ circumferentiam, hanc habet ΧΑ ad ΑΘ. Hoc enim demonſtratum eſt. Minorem igitur habet rationem ΝΑ ad ΑΡ, quam ΧΑ ad ΑΘ: quod fieri non poteſt. Major eſt enim ΝΑ quam ΑΧ; æqualis vero ΑΡ ipſi ΑΘ. Non eſt igitur major ΖΑ quam circuli ΘΗΚ circumferentia.

περιφορᾶς, ἁ ἀχθεῖσα συμπεσεῖται τᾷ ἐπιψαυούσᾳ· καὶ ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς ἐπιψαυούσας, καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, ἴσα ἐσεῖται τᾷ τῶ πρώτω κύκλω περιφερείᾳ.

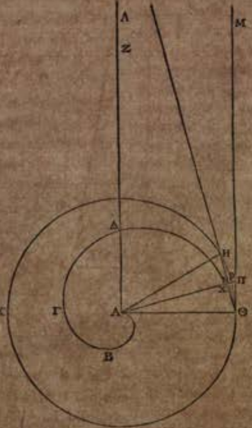
Ἔστω ἕλιξ ἁ [d] ΑΒΓΔ· ἔστω δὲ τὸ Α σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἁ δὲ ΘΑ γραμμὰ ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς· ὁ δὲ ΘΗΚ κύκλος ὁ πρῶτος. Ἐπιψαυέτω δέ τις τᾶς ἕλικος κατὰ τὸ Θ, ἁ ΘΖ· καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἄχθω [e] ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΘΑ, ἁ ΑΖ. Συμπεσεῖται δὴ αὐτὰ ποτὶ τὰν ΘΖ· ἐπεὶ αἱ ΖΘ, ΘΑ ὀξεῖαν γωνίαν περιέχοντι. Συμπιπτέτω κατὰ τὸ Ζ. Δεικτέον ὅτι ἁ ΖΑ ἴσα ἐστὶ τᾷ τοῦ ΘΚΗ κύκλω περιφερείᾳ.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶν, ἢ ἐλάσσων. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατὸν, μείζων. Ἐλάφθω δή τινα εὐθεῖαν τὰν ΛΑ, τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσονα, τᾶς δὲ τῶ ΘΗΚ κύκλω περιφερείας μείζονα. Ἐστὶ δὴ κύκλος τις ὁ ΘΗΚ· καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐλάσσων τᾶς διαμέτρω ἁ ΘΗ· καὶ λόγος ὃν ἔχει ἁ ΘΑ ποτὶ ΑΛ, μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ΗΘ, ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν, διότι καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΑΘ ποτὶ ΑΖ. Δυνατὸν οὖν ἐστιν, ἀπὸ τοῦ Α [f] ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν τὰν ΑΝ· ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας τὰν ΝΡ, ποτὶ ΘΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἁ ΘΑ ποτὶ τὰν ΑΛ. Ἕξει οὖν ἁ ΝΡ, ποτὶ τὰν ΡΑ λόγον, ὃν ἁ ΘΡ εὐθεῖα ποτὶ τὰν ΑΛ. Ἁ δὲ ΘΡ ποτὶ τὰν ΑΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλω περιφέρειαν· ἁ μὲν γὰρ ΘΡ εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΘΡ περιφερείας· ἁ δὲ ΑΛ εὐθεῖα τᾶς τοῦ ΘΗΚ κύκλω περιφερείας μείζων. Ἐλάσσονα οὖν λόγον ἕξει καὶ ἁ ΝΡ ποτὶ ΡΑ, ἢ ἁ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλω περιφέρειαν. Καὶ ὅλα οὖν ἁ ΝΑ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἁ ΘΡ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΘΡ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ ΘΗΚ κύκλω περιφερείας, ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλω περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἁ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΘ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. [g] Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΝΑ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἤπερ ἁ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΘ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἁ μὲν γὰρ ΝΑ μείζων ἐστὶ τᾶς ΑΧ· ἁ δὲ ΑΡ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΘΑ. Οὐκ ἄρα μείζων ἁ ΖΑ τᾶς τοῦ κύκλω περιφερείας, τοῦ ΘΗΚ.

[d] ΑΒΓΔΘ [illegible] deeſt.   [e] In Ed. Baſ. πρὸς ſed in MS. pro πρὸς eſt ſemper ποτί.   [f] Sic MS.   [g] In MS. ὀλάσ-

Ἔϛω δὴ πάλιν, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων ἁ Ζ Α τᾶς τοῦ Θ Η Κ κύκλου περιφερείας. Ἔλαβον δὴ τινὰ εὐθεῖαν πάλιν τὰν Α Λ, τᾶς μὲν Α Ζ μείζονα, τᾶς δὲ τοῦ Θ Η Κ κύκλου περιφερείας ἐλάσσονα· καὶ ἄγω ἀπὸ τοῦ Θ τὰν Θ Μ παράλληλον τᾷ Α Ζ. Πάλιν οὖν κύκλος ἐϛὶν ὁ Θ Η Κ· καὶ ἐν αὐτῷ ἐλάσσων γραμμὰ τᾶς διαμέτρου ἁ Θ Η, καὶ ἄλλα ἐπιψαύουσα τοῦ κύκλου κατὰ τὸ Θ, καὶ λόγος ὃν ἔχει ἁ Α Θ ποτὶ τὰν Α Λ, ἐλάσσων τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς Η Θ, ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ᾽ αὐτὰν ἀγμέναν ἐπειδὴ καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἁ Θ Α ποτὶ Α Ζ, ἐλάσσων ἐϛί. Δυνατὸν οὖν ἐϛὶν ἀπὸ τοῦ Α ἀγαγεῖν τὰν Α Π ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν ὥς τε τὰν Ρ Ν τὰν μεταξὺ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ εὐθείας, καὶ τᾶς περιφερείας ποτὶ τὰν Θ Π, ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ Θ Α ποτὶ τὰν Α Λ. Τεμεῖ δὴ ἁ Α Π τὸν μὲν κύκλον κατὰ τὸ Ρ, τὰν δὲ ἕλικα κατὰ τὸ Χ. Καὶ ἕξει καὶ ἐναλλὰξ τὸν αὐτὸν λόγον ἁ Ν Ρ ποτὶ Ρ Α, ὃν ἁ Θ Π ποτὶ Α Λ. Ἁ δὲ Θ Π ποτὶ τὰν Α Λ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ Θ Ρ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ Θ Η Κ κύκλου περιφέρειαν· ἁ μὲν γὰρ Θ Π εὐθεῖα μείζων ἐϛὶ τᾶς Θ Ρ περιφερείας, ἁ δὲ Α Λ ἐλάσσων τᾶς τοῦ Θ Η Κ κύκλου περιφερείας. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ Ν Ρ ποτὶ τὰν Α Ρ, ἢ ἁ Θ Ρ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ Θ Η Κ κύκλου περιφέρειαν. Ὥς τε καὶ ἁ Ρ Α ποτὶ τὰν Α Ν μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ τοῦ Θ Η Κ κύκλου περιφέρεια ποτὶ τὰν Θ Κ Ρ περιφέρειαν. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ τοῦ Θ Η Κ κύκλου περιφέρεια ποτὶ τὰν Θ Κ Ρ περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἁ Θ Α εὐθεῖα ποτὶ τὰν Α Χ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ Ρ Α ποτὶ τὰν Α Ν, ἢ ἁ Α Θ ποτὶ τὰν Α Χ. Ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα μείζων ἐϛὶν, οὐδὲ ἐλάσσων ἁ Ζ Α τᾶς τοῦ Θ Η Κ κύκλου περιφερείας. Ἴσα ἄρα.

Sit rurſus, ſi fieri poteſt, Ζ Α minor quam circuli Θ Η Κ circumferentia. Jam ſumpſi rectam aliquam Α Λ majorem quidem quam Α Ζ; minorem vero quam circumferentiam circuli Θ Η Κ: duxique a puncto Θ, Θ Μ ipſi Α Ζ parallelam. Rurſus circulus eſt Θ Κ Η: et recta in eodem, minor quam diameter, Θ Η; itemque alia circulum contingens in puncto Θ: ratioque, quam habet Α Θ ad Α Λ, ea minor eſt, quam habet dimidia rectæ Η Θ ad eam, quæ a puncto Α ad ipſam Η Θ normalis ducitur; quoniam ea quoque eſt minor, quam habet Θ Α ad Α Ζ. Fieri igitur poteſt, ut a puncto Α ad contingentem ejiciatur Α Π; ita ut Ρ Ν, quæ inter rectam in circulo datam, et circumferentiam interjicitur, ad Θ Π, quam ipſa Α Π a contactu abſcindit, eamdem rationem habeat, quam Θ Α ad Α Λ. Secet autem Α Π circulum in puncto Ρ, et helicen in puncto Χ. Habebit, etiam permutando, eamdem rationem Ν Ρ ad Ρ Α, quam Θ Π ad Α Λ. Habet autem Θ Π ad Α Λ majorem rationem, quam circumferentia Θ Ρ ad circuli Θ Η Κ circumferentiam: recta enim Θ Π major eſt quam circumferentia Θ Ρ; recta vero Α Λ minor quam circuli Θ Η Κ circumferentia. Habet igitur Ν Ρ ad Α Ρ majorem rationem, quam circumferentia Θ Ρ ad circuli Θ Η Κ circumferentiam. Quare etiam Ρ Α ad Α Ν majorem habet rationem, quam circumferentia circuli Θ Η Κ ad circumferentiam Θ Κ Ρ. Quam autem rationem habet circumferentia circuli Θ Η Κ ad circumferentiam Θ Κ Ρ, hanc habet recta Θ Α ad Α Χ. Hoc enim demonſtratum eſt. Majorem igitur habet rationem Ρ Α ad Α Ν, quam Α Θ ad Α Χ. Quod fieri non poteſt. Neque igitur major, neque minor eſt Ζ Α, quam circuli Θ Η Κ circumferentia. Eſt igitur eidem æqualis.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιθ'.

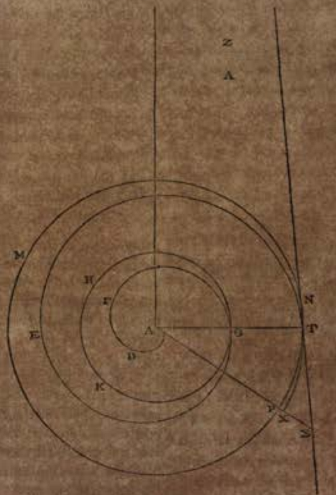
Εἰ δὲ κατὰ τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύῃ εὐθεῖα, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἀχθῇ τις ποτ᾽ ὀρθὰς τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, συμπεσεῖται αὐτὰ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσσεῖται ἁ εὐθεῖα ἁ μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, διπλασία τᾶς τοῦ δευτέρου κύκλου περιφερείας.

PROP. XIX. Theor.

At ſi helicen ſecundo orbe deſcriptam in ipſius termino recta contigerit; et ab helicis principio recta aliqua ducatur ad rectos angulos ei, quæ eſt principium orbis: hæc cum contingente concurret; quæque ejus pars inter contingentem, et helicis principium interjicitur, dupla erit circumferentiæ ſecundi circuli.

Sit enim helix ΑΒΓΘ deſcripta primo orbe, helix vero ΘΕΤ, ſecundo: et circulus ΘΚΗ ſit primus, circulus vero ΤΜΝ, ſecundus. Sit autem recta aliqua ΤΖ helicen in puncto Τ contingens: ducaturque ΖΑ ad rectos angulos ipſi ΤΑ. Hæc utique concurret cum ΤΖ; eo quod demonſtratum eſt angulum, qui ſub ΑΤΖ continetur, eſſe acutum. Oportet demonſtrare ΖΑ circuli ΤΜΝ circumferentiæ eſſe duplam.

Si enim non eſt dupla, vel major eſt quam dupla, vel minor. Sit primo, ſi fieri poteſt, major quam dupla: ſumaturque recta aliqua ΑΛ minor quidem quam ΖΑ, major vero quam dupla circumferentiæ circuli ΤΜΝ. Itaque circulus quidam eſt ΤΜΝ, rectaque in circulo deſcripta minor quam diameter, ΤΝ: ratioque, quam habet ΤΑ ad ΑΛ, ea major eſt, quam habet dimidia rectæ ΤΝ ad eam, quæ a puncto Α ad ipſam ΤΝ normalis ducitur. Fieri igitur poteſt, ut a puncto Α ad ΤΝ productam ejiciatur recta ΑΣ; ita ut ΡΣ, quæ inter circumferentiam, et productam interjicitur, ad rectam ΤΡ eamdem rationem habeat, quam ΤΑ ad ΑΛ. Secet autem ΑΣ circulum in puncto Ρ, et helicen in puncto Χ. Habebit, etiam permutando, ΡΣ ad ΤΑ eamdem rationem, quam ΤΡ ad ΑΛ. Habet autem ΤΡ ad ΑΛ minorem rationem, quam circumferentia ΤΡ ad duplam circumferentiæ circuli ΤΜΝ: recta enim ΤΡ minor eſt quam circumferentia ΤΡ, recta vero ΑΛ major quam dupla circumferentiæ circuli ΤΜΝ. Habet igitur ΡΣ ad ΑΡ minorem rationem, quam circumferentia ΤΡ ad duplam circumferentiæ circuli ΤΜΝ. Tota igitur ΣΑ ad ΑΡ minorem rationem habet, quam circumferentia ΤΡ una cum circuli ΤΜΝ circumferentia bis ſumpta, ad circuli ΤΜΝ circumferentiam bis ſumptam. Quam autem rationem habent, quas diximus, circumferentiæ, hanc habet ΧΑ ad ΑΤ. Hoc enim demonſtratum eſt. Minorem igitur rationem habet ΑΣ ad ΑΡ, quam ΧΑ ad ΤΑ. Quod fieri non poteſt. Non eſt igitur ΖΑ major quam dupla cir-



Ἔστω γὰρ ἁ μὲν ΑΒΓΘ ἕλιξ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφερείᾳ γεγραμμένα, ἁ δὲ ΘΕΤ ἐν τᾷ δευτέρᾳ· καὶ ὁ μὲν ΘΚΗ κύκλος ὁ πρῶτος, ὁ δὲ ΤΜΝ ὁ δεύτερος. Ἔστω δὲ τις γραμμὰ ἐπιψαύουσα τᾶς ἕλικος κατὰ τὸ Τ, ἁ ΤΖ· ἁ δὲ ΖΑ ποτ' ὀρθὰς ἄχθω τᾷ ΤΑ. Συμπεσεῖται δὲ [a] τᾷ αὐτᾷ τᾷ ΤΖ, διὰ τὸ δεδεῖχθαι τὰν γωνίαν ὀξεῖαν οὖσαν τὰν ὑπὸ [b] τὰν ΑΤΖ. Δεικτέον ὅτι ἁ ΖΑ εὐθεῖα διπλασία ἐστὶ τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας.

Εἰ γὰρ μή ἐστι διπλασία, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ διπλασία, ἢ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασία. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατὸν, μείζων ἢ διπλασία· καὶ λελάφθω τις εὐθεῖα ἁ ΑΛ τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων, τᾶς δὲ τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας μείζων ἢ διπλασία. Ἔστι δή τις κύκλος ὁ ΤΜΝ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γεγραμμένα ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου, ἁ ΤΝ· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ΤΑ ποτὶ τὰν ΑΛ, μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ΤΝ ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγομέναν. Δυνατὸν οὖν ἐστιν ἀπὸ τοῦ Α ποτιβαλεῖν τὰν ΑΣ, ποτὶ τὰν ΤΝ ἐκβεβλημέναν, ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας τὰν ΡΣ ποτὶ τὰν ΤΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἁ ΤΑ ποτὶ τὰν ΑΛ. Τεμεῖ δὴ ἁ ΑΣ τὸν μὲν κύκλον κατὰ τὸ Ρ, τὰν δὲ ἕλικα κατὰ τὸ Χ. Καὶ ἐναλλὰξ, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἁ ΡΣ ποτὶ τὰν ΤΑ, ὃν ἁ ΤΡ ποτὶ τὰν ΑΛ. Ἁ δὲ ΤΡ ποτὶ τὰν ΑΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ ΤΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν διπλασίαν τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας· ἔστι γὰρ ἁ μὲν ΤΡ εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς ΤΡ περιφερείας, ἁ δὲ ΑΛ εὐθεῖα μείζων ἢ διπλασία τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει [c] ἁ ΡΣ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἢ ἁ ΤΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας. Ὅλα οὖν ἁ ΣΑ ποτὶ τὰν ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ ΤΡ περιφέρεια μετὰ τᾶς ΤΜΝ κύκλου περιφερείας δὶς εἰλημμένας, ποτὶ τὰν τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφέρειαν δὶς εἰλημμέναν. Ὃν δὲ λόγον ἔχοντι αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἁ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΤ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΑΣ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἢ ἁ ΧΑ ποτὶ τὰν ΤΑ· Ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα μείζων

[a] τᾷ αὐτᾷ [b] Sic MS. [c] ἁ ΡΣ

ἐςὶν ἡ διπλάσια ἁ ΖΑ εὐθεῖα τᾶς τᾶ ΤΜΝ κύκλω περιφερείας. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἐλάττων ἡ διπλασία. Δῆλον οὖν, ὅτι διπλασία ἐςί.

Διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δεικτέον, καὶ αἴκα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ποτ' ὀρθὰς ἀχθεῖσα τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς συμπίπτῃ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, πολλαπλασίαν ἐςὶ τᾶς τοῦ κύκλω περιφερείας, τοῦ κατὰ τὸν ἀριθμὸν τᾶς περιφορᾶς λεγομένω τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ.

cumferentiæ circuli ΤΜΝ. Pariter autem demonſtrabitur neque minor eſſe quam dupla. Conſtat igitur duplam eſſe.

Eodem modo demonſtrandum eſt, ſi helicem quolibet orbe deſcriptam recta aliqua contigerit in ipſius termino; quæque ab helicis principio ducitur ad rectos angulos ei, quæ eſt principium orbis, contingenti occurrat; hanc multiplicem eſſe circumferentiæ circuli ab orbium numero denominati ſecundum eumdem numerum.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κ'.

Αἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, ἀπὸ δὲ τᾶς ἁφᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, διαςήματι δὲ τᾷ ἐπιζευχθείσᾳ κύκλος γραφῇ· ἀπὸ δὲ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἀχθῇ τις ποτ' ὀρθὰς, τᾷ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς [1] ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζευχθείσᾳ συμπεσεῖται αὐτᾷ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσσεῖται ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς τε συμπτώσιας καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἴσα τᾷ περιφερείᾳ τοῦ γραφέντος κύκλω τᾷ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς καὶ τᾶς τομᾶς, καθ' ὃ τέμνει ὁ γραφεὶς κύκλος τὰν ἀρχὰν τᾶς περιφορᾶς ἐπὶ τὰ προαγούμενα λαμβανομένας τᾶς περιφερείας ἀπὸ τοῦ σαμείου τοῦ ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς.

Ἔςω ἕλιξ ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ ἐπιψαυέτω τις αὐτᾶς εὐθεῖα ἁ ΔΕΖ κατὰ τὸ Δ· ἀπὸ δὲ τοῦ Δ ποτὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζεύχθω ἁ ΑΔ. Καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Α, διαςήματι δὲ τῷ ΑΔ κύκλος γεγράφθω, ὁ ΔΜΝ· τεμνέτω δὲ οὗτος τὰν ἀρχὰν τᾶς περιφορᾶς κατὰ τὸ Κ· ἄχθω δὲ ἁ ΖΑ ποτὶ τὰν ΑΔ ὀρθά. Ὅτι μὲν οὖν αὐτᾷ συμπίπτει, δῆλον· ὅτι δὲ καὶ ἴσα ἐςὶν ἁ ΖΑ εὐθεῖα τᾷ ΚΜΝΔ περιφερείᾳ, δεικτέον.

Εἰ γὰρ μὴ, ἤτοι μείζων ἐςὶν ἢ ἐλάσσων. [m] Ἔςω εἰ δυνατὸν, πρότερον μείζων. Λελάφθω δέ τις ἁ ΛΑ τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων, τᾶς δὲ ΚΜΝΔ περιφερείας μείζων. Πάλιν δὴ κύκλος ἐςὶν ὁ ΚΜΝ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐλάσσων τᾶς διαμέτρω ἁ ΔΝ· καὶ λόγος ὃν ἔχει ἁ ΔΑ ποτὶ ΑΛ, μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἁ ἡμισεία τᾶς ΔΝ, ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν. Δυνατὸν οὖν ἐςὶν ἀπὸ τοῦ Α ποτιβαλεῖν τὰν ΑΕ ποτὶ τὰν ΝΔ ἐκβεβλημέναν, ὥς τε τὰν ΕΡ ποτὶ τὰν ΔΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΑΛ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο δυνατὸν ἐόν. Ἕξει οὖν καὶ ἁ ΕΡ ποτὶ τὰν ΑΡ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΔΡ ποτὶ τὰν ΑΛ. Ἁ δὲ ΔΡ ποτὶ τὰν ΑΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ ΔΡ περιφέρεια ποτὶ [n] τὰν ΚΜΔ περιφέρειαν· ἐπεὶ ἁ

PROP. XX. Theor.

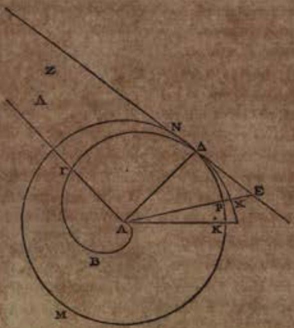
Si helicen primo orbe deſcriptam recta lineâ contigerit, non in ipſius termino; et a contactu ad principium helicis recta jungatur; et centro quidem principio helicis, intervallo autem recta juncta, circulus deſcribatur; itemque a principio helicis recta aliqua ducatur ad rectos angulos ei, quæ a contactu ad principium helicis juncta eſt: hæc cum contingente concurret; quæque ejus pars inter contingentem, et principium helicis interjicitur, æqualis erit deſcripti circuli circumferentiæ, quæ interjicitur inter contactum, et ſectionis punctum, in quo deſcriptus circulus principium orbis ſecat; circumferentia ab eo puncto, quod in orbis principio eſt, verſus præcedentia ſumpta.

Sit helix ΑΒΓΔ primo orbe deſcripta; eamque contingat in puncto Δ recta aliqua ΔΕΖ: et jungatur a puncto Δ ad principium helicis ΑΔ. Deſcribatur porro centro quidem puncto Α, intervallo autem ΑΔ circulus ΔΜΝ, qui ſecet principium orbis in puncto Κ: ducaturque ΖΑ ad rectos angulos ipſi ΑΔ. Quod quidem ΖΑ cum contingente concurrat, manifeſtum eſt: quod vero ſit etiam æqualis circumferentiæ ΚΜΝΔ, hoc oportet demonſtrare.

Si enim non eſt æqualis aut major eſt, aut minor. Sit primo, ſi fieri poteſt, major: ſumaturque recta aliqua ΛΑ minor quidem quam ΖΑ, major vero quam circumferentia ΚΜΝΔ. Rurſus circulus eſt ΚΜΝ, et recta in circulo minor quam diameter, ΔΝ: ratioque, quam habet ΔΑ ad ΑΛ, ea major eſt, quam habet dimidia rectæ ΔΝ ad eam, quæ a puncto Α ad ipſam ΔΝ normalis ducitur. Fieri igitur poteſt, ut a puncto Α ad ΝΔ productam ejiciatur recta ΑΕ; ita ut ΕΡ ad ΔΡ eamdem rationem habeat, quam ΔΑ ad ΑΛ. Hoc enim fieri poſſe demonſtratum eſt. Habebit igitur etiam ΕΡ ad ΑΡ rationem eamdem, quam ΔΡ ad ΑΛ. Habet autem ΔΡ ad ΑΛ minorem rationem, quam circumferentia ΔΡ ad circumferentiam ΚΜΔ;

[1] In MS. τῷ deeſt. [m] ἔςω εἰ δυνατὸν, πρότερον μείζων· λελάφθω δή τις ἁ ΛΑ τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων, In MS. deſunt. [n] τὰν ΚΜΝ

quoniam recta Δ P minor eſt quam circumferentia Δ P, recta vero A Λ major quam circumferentia K M Δ. Habet igitur E P ad P A minorem rationem, quam circumferentia Δ P ad circumferentiam K M Δ. Quare etiam A E ad A P minorem habet rationem, quam circumferentia K M P ad circumferentiam K M Δ. Quam autem rationem habet circumferentia K M P ad circumferentiam K M Δ, hanc habet X A ad A Δ. Minorem igitur rationem habet E A ad A P, quam A X ad Δ A. Quod fieri non poteſt. Non eſt igitur major Z A quam circumferentia K M Δ. Pariter autem ac ſupra demonſtrabitur neque eſſe minor. Eſt igitur æqualis.



Eodem quoque modo demonſtrabitur, ſi helicen ſecundo orbe deſcriptam recta contigerit, non in ipſius termino; et alia eadem conſtruantur: quæ recta inter contingentem, et principium helicis interjicitur, hanc æqualem eſſe toti deſcripti circuli circumferentiæ, et amplius illi, quæ interjicitur inter ea, quæ diximus, puncta; circumferentia ipſa ſimiliter ſumpta. Et ſi helicen quolibet orbe deſcriptam recta aliqua contigerit, non in ipſius termino; et alia eadem conſtruantur: quæ recta inter ea, quæ diximus, puncta interjicitur, hanc multiplicem eſſe circumferentiæ deſcripti circuli ſecundum numerum uno minorem quam a quo orbes denominantur, et amplius æqualem circumferentiæ, quæ inter ea, quæ diximus, puncta interjicitur, ſimiliter ſumptæ.

μὲν Δ P ἐλάσσων ἐςὶ τᾶς Δ P περιφερείας, ἁ δὲ Α Λ μείζων τᾶς K M Δ περιφερείας. Ἐλάσσονα ὧν λόγον ἔχει ἁ E P εὐθεῖα ποτὶ P A, ἢ ἁ Δ P περιφέρεια ποτὶ τὰν K M Δ περιφέρειαν. Ὥς τε καὶ ἁ A E ποτὶ A P ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ K M P περιφέρεια ποτὶ K M Δ περιφέρειαν. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ K M P ποτὶ τὰν K M Δ περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἁ X A περιφέρεια ποτὶ A Δ. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ E A ποτὶ A P, ἢ ἁ A X ποτὶ Δ A. Ὅπερ * ἐςὶν ἀδύνατον· Οὐκ ἄρα μείζων ἁ Z A τᾶς K M Δ περιφερείας. Ὁμοίως δὲ τοῖς πρότερον δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων ἐςίν. Ἴσα ἄρα.

Διὰ δὲ τῶ αὐτῶ τρόπω δειχθήσεται, καὶ αἴκα τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ εὐθεῖα μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευασθέωντι· ὅτι ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν συμπιπτούσας, ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς [a] τᾶς ἕλικος ἴσα ἐςὶν ὅλᾳ τᾷ τῶ γραφέντος κύκλω περιφερείᾳ, καὶ ἔτι τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σαμείων αὐταύτας τᾶς περιφερείας λαμβανομένας. Καὶ αἴκα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν γεγραμμένας [b] περιφορᾷ ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευασθέωντι· ὅτι ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τῶν εἰρημένων σαμείων πολλαπλασία τίς ἐςι τᾶς τοῦ γραφέντος κύκλω περιφερείας, κατὰ τὸν * ἐλάσσονα ἀριθμὸν τοῦ καθ' ὃν αἱ περιφοραὶ λέγονται, καὶ ἔτι ἴσα τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σαμείων ὁμοίως λαμβανομένας.

PROP. XXI. Theor.

Sumpto ſpatio, quod ab helice primo orbe deſcripta, rectaque prima earum, quæ in orbis principio ſunt, comprehenditur, fieri poteſt, ut eidem plana figura circumſcribatur, itemque alia inſcribatur; ita ut circumſcripta major ſit quam inſcripta ſpatio minore quolibet propoſito.

Sit helix A B Γ Δ primo orbe deſcripta. Et ſit principium helicis punctum Θ: principium orbis, recta Θ A: primus circulus, Z H I A; cujus diametri A H, Z I ſeſe invicem ad rectos an-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κα'.

Λαμβάνοντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, δυνατόν ἐςι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ἐξ ὁμοίων [c] τομῶν συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγεγραμμένον τῶ ἐγγεγραμμένω μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τῶ προτεθέντος χωρίω.

Ἔςω ἕλιξ, ἐφ' ᾇς ἁ A B Γ Δ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα. Ἔςω δὲ ἀρχὰ μὲν τᾶς ἕλικος τὸ Θ σαμεῖον· ἀρχὰ δὲ τᾶς περιφορᾶς ἁ Θ A· ὁ δὲ πρῶτος κύκλος ὁ Z H I A· αἱ δὲ A H, Z I διάμετροι αὐτῶ

* In MS. ἐςὶν deeſt.

[c] τῶ μὲν

[a] τᾶς ἕλικος. Τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτά, ἴσα ἐςὶν τὰ τῶ γραφέντος κύκλω περιφέρεια

[b] περιφορᾶς

* Fortaſſe deeſt, ἑνὶ

ποτ' ὀρθὰς ἀλλάλαις. Ἀεὶ δὴ τᾶς ὀρθᾶς γωνίας δίχα τεμνομένας, καὶ τοῦ τομέως τοῦ τὰν ὀρθὰν γωνίαν περιέχοντος, ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον τοῦ τομέως ἔλασσον τοῦ προτεθέντος.[*] Καὶ ἔστω γεγενημένος ὁ τομεὺς ὁ ΑΘΚ ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος χωρίου. Διῃρήσθωσαν δὴ ἐν γωνίαι αἱ τέσσαρες ὀρθαὶ εἰς τὰς ἴσας γωνίας τᾷ περιεχομένᾳ ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΚ· καὶ αἱ ποιοῦσαι τὰς γωνίας εὐθεῖαι ἐκβεβλήσθωσαν ἔς τ' ἂν κατὰ τὰν ἕλικα ἀχθῶντι. Καθ' ὃ δὴ τέμνει σαμεῖον ἁ ΘΚ τὰν ἕλικα, ἔστω τὸ Λ· καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΛ κύκλος γεγράφθω. Πεσεῖται [†] δὴ αὐτοῦ, ἁ μὲν εἰς τὰ προαγούμενα περιφέρεια ἐντὸς τᾶς ἕλικος, ἁ δὲ εἰς τὰ ἑπόμενα ἐκτός. Γεγράφθω δὴ ἁ περιφέρεια, [‡] ἔς τ' ἂν συμπέσῃ τᾷ ΘΑ κατὰ τὸ Ο, ἁ ΟΜ, καὶ τᾷ μετὰ τὰν ΘΚ εὐθείᾳ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπιπτούσᾳ κατὰ τὸ Μ. Πάλιν δὴ καὶ καθ' ὃ τέμνει τὰν ἕλικα [**] σαμεῖον ἁ ΘΜ, ἔστω τὸ Ν· καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΝ κύκλος γεγράφθω, ἔς τ' ἂν ΘΚ συμπέσῃ ἁ περιφέρεια τοῦ κύκλου καὶ τᾷ μετὰ τὰν ΘΜ ποτιπιπτούσᾳ ποτὶ τὰν ἕλικα. Ὁμοίως δὲ καὶ διὰ τῶν ἄλλων πάντων καθ' ἃ τέμνοντι τὰν ἕλικα αἱ τὰς ἴσας γωνίας ποιοῦσαι, κύκλοι γεγράφθωσαν κέντρῳ τῷ Θ, ἔς τ' ἂν συμπέσῃ ἑκάστα ἁ περιφέρεια τᾷ τε προαγουμένᾳ εὐθείᾳ, καὶ τᾷ ἑπομένᾳ. Ἐσσεῖται δὴ τι περὶ τὸ λαφθὲν χωρίον περιγεγραμμένον σχῆμα ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγεγραμμένον. Ὅτι δὲ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζόν ἐστιν ἐλάσσονι τοῦ προτεθέντος χωρίου, δειχθήσεται. Ἔστι γὰρ ὁ μὲν ΘΛΟ τομεὺς ἴσος τῷ ΘΜΛ· ὁ δὲ ΘΝΠ τῷ ΘΝΡ· ὁ δὲ ΘΧΣ τῷ ΘΧΤ· ἐστὶ δὲ καὶ τῶν ἄλλων τομέων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ἴσος τῷ κοινὰν ἔχοντι πλευρὰν τομεῖ, τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τομέων. Δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ τομεῖς πάντεσσι ἴσοι ἐσσοῦνται. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ χωρίῳ τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὸ χωρίον σχήματι, χωρὶς τοῦ ΘΑΚ τομέως. Μόνος γὰρ οὗτος λέλειπται τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. Δῆλον οὖν ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζόν ἐστι τῷ ΑΚΘ τομεῖ, ὅς ἐλάσσων ἐστὶν τοῦ προτεθέντος.

Ἐκ τούτου δὲ φανερὸν, ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον σχῆμα, οἷον εἴρηται, γράφειν ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πά-

gulos ſecent. Si igitur rectus angulus, quique rectum angulum continet ſector, in duas æquas partes continue ſecetur, erit tandem, quod ex ſectore relinquitur, minus quam propoſitum ſpatium. Jam ſit is, qui oritur, ſector ΑΘΚ minor quam propoſitum ſpatium: et dividantur anguli quatuor recti in angulos illi æquales, qui ſub ΑΘ, ΘΚ continetur: rectæque, quæ angulos efficiunt, producantur, quouſque in helicen incidant. Punctum autem, in quo ΘΚ helicen ſecat, ſit Λ: et centro quidem puncto Θ, intervallo vero ΘΛ, circulus deſcribatur. Atque hujus circumferentia, quæ quidem in præcedentibus eſt, intra helicen cadet; quæ vero in ſequentibus, cadet extra. Itaque deſcribatur circumferentia ΟΜ, ita ut rectæ ΘΑ occurrat in puncto Ο, eique, quæ poſt ΘΚ in helicen incidit, in puncto Μ. Rurſus punctum, in quo ΘΜ helicen ſecat, ſit Ν: et centro quidem puncto Θ intervallo vero ΘΝ, circulus deſcribatur,



quouſque ejus circumferentia rectæ ΘΚ occurrat itemque illi, quæ poſt ΘΜ in helicen incidit. Pariter etiam per alia puncta, in quibus rectæ, quæ æquales angulos efficiunt, helicen ſecant, centro Θ, circuli deſcribantur, quouſque unaquæque circumferentia in rectam incidat tum præcedentem, tum ſequentem. Erit jam ſumpto ſpatio circumſcripta figura ex ſimilibus ſectoribus compoſita, et alia item circumſcripta. Quod autem circumſcripta figura major ſit quam inſcripta ſpatio minore quolibet propoſito, hoc pacto demonſtrabitur. Eſt enim æqualis ſector quidem ΘΛΟ ſectori ΘΜΛ; ſector vero ΘΝΠ, ſectori ΘΝΡ; denique ſector ΘΧΣ, ſectori ΘΧΤ: et aliorum ſectorum, qui in inſcripta figura ſunt, ſectorum, qui ſunt in figura circumſcripta, æqualis quiſque eſt ei, qui commune latus habuerit. Ex quibus conſtat omnes ſectores omnibus ſectoribus æquales eſſe. Æqualis eſt igitur figura ſpatio inſcripta figuræ eidem ſpatio circumſcriptæ, dempto ſectore ΘΑΚ. Hic enim unus ex omnibus, qui in figura circumſcripta ſunt, relictus eſt. Conſtat igitur circumſcriptam figuram majorem eſſe quam inſcriptam ſectore ΑΚΘ; qui quidem minor eſt propoſito ſpatio.

Ex hoc manifeſtum eſt, fieri poſſe, ut dicto ſpatio figura, qualis dicta eſt, circumſcribatur; ita ut circumſcripta major ſit quam ſpatium ſpatio minore quolibet propoſito: rurſuſ-

[*] In MS. deſunt καὶ ἔστω γεγενημένος ὁ τομεὺς ὁ ΑΘΚ ἐλάσσων τοῦ.

[†] δι' αὐτοῦ

[‡] Sic MS.

[**] σαμεῖον

que alia inſcribatur; ita ut ſpatium majus ſit quam inſcripta ſpatio item minore quolibet propoſito.

PROP. XXII. Theor.

Sumpto ſpatio, quod ab helice ſecundo orbe deſcripta, rectaque ſecunda earum, quæ in orbis principio ſunt, comprehenditur, fieri poteſt, ut eidem plana figura circumſcribatur, itemque alia inſcribatur ex ſimilibus ſectoribus compoſita; ita ut circumſcripta major ſit quam inſcripta ſpatio minore quolibet propoſito.

Sit helix ΑΒΓΔΕ ſecundo orbe deſcripta. Et ſit punctum Θ principium helicis: recta ΑΘ principium orbis: ΕΑ ſecunda earum, quæ in orbis principio ſunt. Circulus autem ΑΖΗ ſit ſecundus, ejuſque diametri ΑΗ, ΖΙ ſeſe invicem ad rectos angulos ſecent. Rurſus igitur ſi rectus angulus, quique rectum angulum continet ſector in duas æquas partes continuo ſecetur; erit tandem, quod relinquitur, minus quam propoſitum ſpatium. Jam ſit is, qui oritur, ſector ΘΚΑ minor quam ſpatium propoſitum. Itaque ſi dividantur recti anguli in angulos illi æquales, qui ſub ΚΘΑ continetur, et alia eadem, quæ ſupra, conſtruantur, circumſcripta figura major erit quam inſcripta ſpatio minore quam ſector ΘΚΑ. Erit enim major exceſſu, quo ſector ΘΚΑ excedit ſectorem ΘΕΡ.



Conſtat igitur fieri poſſe, ut circumſcripta figura major ſit quam ſumptum ſpatium ſpatio minore quolibet propoſito: rurſuſque ſumptum ſpatium majus ſit quam figura inſcripta ſpatio item minore quolibet propoſito.

Eodem autem modo conſtat, ſumpto ſpatio, quod ſub helice quolibet orbe deſcripta, rectaque in orbis principio ab eodem numero denominata continetur, fieri poſſe, ut plana figura, qualis dicta eſt, circumſcribatur; ita ut circumſcripta figura major ſit quam ſumptum ſpatium ſpatio minore quolibet propoſito: rurſuſque alia inſcribatur, ita ut ſumptum ſpatium majus ſit quam figura inſcripta ſpatio item minore quolibet propoſito.

λιν ἐγγράφειν, ὥς τε τὸ χωρίον ὁμοίως μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κβ'.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας ἃ ἐστι δευτέρα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ τὸ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι, ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ὥς τε τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι ˣ πάντος τοῦ προτεθέντος χωρίου.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔΕ, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα. Καὶ ἔστω τὸ μὲν Θ σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἁ δὲ ΑΘ ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς· ἁ δὲ ΕΑ ἁ δευτέρα εὐθεῖα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς. Ὁ δὲ ΑΖΗ κύκλος ἔστω δεύτερος, καὶ αἱ ΑΗ, ΖΙ διάμετροι αὐτοῦ ποτ' ὀρθὰς ἀλλάλαις. Πάλιν ἐν * δίχα τεμνομένας τᾶς ὀρθᾶς γωνίας, καὶ τοῦ τομέως τοῦ τὰν ὀρθὰν γωνίαν περιέχοντος, ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος. Καὶ ἔστω γεγενημένος ὁ ΘΚΑ τομεὺς, ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος χωρίου. Διαιρεθεισᾶν δὴ τᾶν ὀρθᾶν γωνιᾶν εἰς τὰς ἴσας γωνίας τᾷ ὑπὸ τᾶν ΚΘΑ, καὶ τῶν ἄλλων κατασκευασθέντων κατὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, ἐσσεῖται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος μεῖζον ἐλάσσονι, ἢ ὁ τομεὺς ὁ ΘΚΑ. Μεῖζον γὰρ ἐσσεῖται τᾷ ὑπεροχᾷ ᾇ ὑπερέχει ὁ ΘΚΑ τομεὺς τοῦ ΘΕΡ.

Δῆλον οὖν ὅτι δυνατόν ἐστι, καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ λαφθέντος χωρίου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου καὶ πάλιν τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος ʸ σχήματος παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

Διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου φανερὸν, διότι δυνατὸν λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγομένας, περιγράψαι σχῆμα, οἷον εἴρηται, ἐπίπεδον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ λαφθέντος χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥς τε τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ˣ παντὸς

ʸ σχήματος ἐλάσσονι παντὸς

* Deeſt fortaſſe αἰ

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κγ΄.

Λαβόντα τι χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, ἅ ἐστι ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, οὐκ ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ * τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος ἀγομέναν, δυνατόν ἐστι περὶ τὸ χωρίον σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι, ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ᾽ ἇς ἁ ΑΒΓΔΕ, πέρατα δὲ αὐτᾶς τὰ Α, Ε. Ἔστω δὴ ἀρχὰ τᾶς ἕλικος τὸ Θ· καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ΑΘ, ΘΕ. Γεγράφθω δὴ κύκλος, κέντρῳ μὲν τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΑ· καὶ συμπιπτέτω τᾷ ΘΕ κατὰ τὸ Ζ. Αἰεὶ δὴ τᾶς γωνίας τᾶς περὶ τὸ Θ καὶ τοῦ τομέως τοῦ ΘΑΖ δίχα τεμνομέναν, ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον τοῦ προτεθέντος ἔλασσον. Ἔστω ἐλάσσων ὁ τομεὺς ὁ ΘΑΚ προτεθέντος. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον γεγράφθωσαν * κύκλοι διὰ τῶν σαμείων καθ᾽ ἃ τέμνοντι τὰν ἕλικα αἱ τὰς ἴσας γωνίας, ποιοῦσαι ποτὶ τὸ Θ· ὥς τε τὰν περιφέρειαν ἑκάσταν συμπίπτειν τᾷ τε προαγουμένᾳ καὶ τᾷ ἑπομένᾳ. Ἐσσεῖται δή τι περὶ τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τᾶν ΑΘ, ΘΕ εὐθειᾶν περιγεγραμμένον σχῆμα ἐπίπεδον, ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγεγραμμένον. Καὶ τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος χωρίου. Ἐλάσσων γάρ ἐστιν ὁ ΘΑΚ τομεύς.



Ἐκ τούτου φανερόν ἐστιν, ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον ἐπίπεδον, οἷον εἴρηται, περιγράψαι, ὡς τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XXIII. Theor.

Sumpto ſpatio, quod comprehenditur ab helice, quæ minor ſit, quam quæ uno orbe deſcribitur, quæque terminum non habeat helicis principium, rectiſque, ab helicis termino ductis, fieri poteſt, ut eidem ſpatio plana figura circumſcribatur, itemque alia inſcribatur; ita ut circumſcripta figura major ſit quam inſcripta ſpatio minore quolibet propoſito.

Sit helix ΑΒΓΔΕ, cujus termini puncta Α, Ε, principium punctum Θ: junganturque ΑΘ, ΘΕ. Deſcribatur autem circulus centro quidem puncto Θ, intervallo vero recta ΘΑ; eique occurrat recta ΘΕ in puncto Ζ. Si igitur angulus, qui ad punctum Θ conſtituitur, et ſector ΘΑΖ in duas æquas partes continuo ſecetur; erit tandem, quod relinquitur, minus quam propoſitum ſpatium. Sit ſector ΘΑΚ minor quam ſpatium propoſitum: deſcribanturque pariter ac ſupra circuli per ea puncta, in quibus rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, helicen ſecant; ita ut unaquæque circumferentia in rectum incidat tum præcedentem, tum ſequentem. Jam ſpatio, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectiſque ΑΘ, ΘΕ comprehenditur, circumſcripta erit figura plana ex ſimilibus ſectoribus compoſita, et alia item inſcripta. Circumſcripta autem major eſt quam inſcripta ſpatio minore propoſito. Hoc enim minor eſt ſector ΘΑΚ.

Ex hoc manifeſtum eſt, fieri poſſe, ut dicto ſpatio plana figura, qualis dicta eſt, circumſcribatur; ita ut circumſcripta figura major ſit quam ſpatium ſpatio minore quolibet propoſito: rurſuſque inſcribatur, ita ut dictum ſpatium majus ſit quam figura inſcripta ſpatio item minore quolibet propoſito.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κδ΄.

Τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κύκλου τοῦ πρώτου.

Ἔστω ἕλιξ, ἐφ᾽ ἇς ἁ ΑΒΓΔΕΘ, ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα. Ἔστω δὲ τὸ μὲν Θ σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἁ δὲ ΘΑ εὐθεῖα πρώτα ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς· ὁ δὲ ΑΚΖΗΙ κύκλος

PROP. XXIV. Theor.

Spatium, quod ab helice primo orbe deſcripta, rectaque prima earum, quæ in orbis principio ſunt, comprehenditur, tertia pars eſt primi circuli.

Sit helix ΑΒΓΔΕΘ primo orbe deſcripta. Et ſit punctum Θ principium helicis: recta ΘΑ prima earum, quæ in orbis principio ſunt: et circulus ΑΚΖΗΙ primus, cujus tertia pars ſit

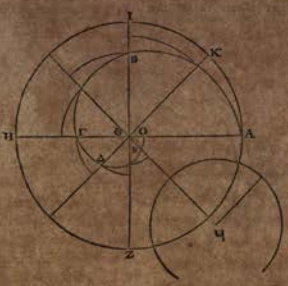
* τῶν περάτων

* κατὰ τάμησιν

circulus, in quo eſt ϙ. Oportet demonſtrare ſpatium, quod diximus, æquale eſſe circulo ϙ.

Si enim non eſt æquale, aut majus eſt, aut minus. Sit primo, ſi fieri poteſt, minus. Fieri autem poteſt, ut ſpatio, quod ab helice ΑΒΓΔΕΘ, rectaque ΑΘ comprehenditur, plana figura circumſcribatur ex ſimilibus ſectoribus compoſita; ita ut circumſcripta figura major ſit quam ſpatium ſpatio minore, quam quo circulus ϙ id, quod diximus ſpatium excedit. Itaque circumſcribatur: ſectorumque, ex quibus id, quod diximus, ſpatium componitur, maximus quidem ſit ſector ΘΑΚ, minimus vero ſector ΘΕΟ. Conſtat igitur circumſcriptam figuram minorem eſſe, quam circulum. Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, quouſque in circuli circumferentiam incidant. Sunt igitur quædam lineæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt; harumque maxima eſt ΘΑ, minima vero ΘΕ; quæ cum minima eſt, tum etiam æqualis exceſſui. Prætera aliæ quædam ſunt lineæ a puncto Θ in circuli circumferentiam incidentes numero quidem illis æquales, magnitudine vero unaquæque æqualis maximæ: deſcriptique ſunt ab omnibus ſimiles ſectores, tum ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, tum etiam ab æqualibus inter ſe invicem, maximæque. Sectores igitur, qui ab æqualibus maximæ deſcribuntur, minores ſunt quam tripli ſectorum, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus. Hoc enim demonſtratum eſt. Qui autem ſectores ab æqualibus maximæ deſcribuntur, hi æquales ſunt circulo ΑΖΗΙ; quique deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, hi ſunt æquales figuræ circumſcriptæ. Circulus igitur ΖΗΙΚ minor eſt quam triplus figuræ circumſcriptæ; idemque triplus circuli ϙ. Minor eſt igitur circulus ϙ quam figura circumſcripta. Non eſt autem minor, ſed major. Non eſt igitur ſpatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕΘ, rectaque ΑΘ comprehenditur, minus quam circulus ϙ.

Neque vero eſt minus. Sit enim, ſi fieri poteſt, majus. Rurſus fieri poteſt, ut ſpatio, quod ab helice ΑΒΓΔΕΘ, rectaque ΑΘ comprehenditur, figura inſcribatur; ita ut id, quod diximus, ſpatium majus ſit quam inſcripta figura ſpatio minore, quam quo id, quod diximus, ſpatium circulum ϙ excedit. Itaque cirumſcribatur: ſectorumque, ex quibus inſcripta figura



πρώτος, [b] ὃ τρίτον μέρος ἐςαι [c] ἐν ᾧ ϙ, κύκλος. Δεικτέον ὅτι ἴσον ἐςὶ τὸ προειρημένον χωρίον [d] τῷ ϙ κύκλῳ.

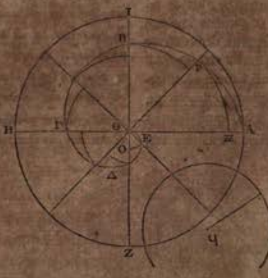
Εἰ γὰρ μὴ, ἤτοι μεῖζόν ἐςι, ἢ ἔλασσον. Ἔςω πρότερον, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Δυνατὸν δή ἐςι περὶ τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕΘ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΘ εὐθείας περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τῦ χωρίυ ἐλάσσονι τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει [e] ὁ ϙ κύκλος τῦ εἰρημένυ χωρίυ. Περιγεγράφθω δή· καὶ ἔςω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ εἰρημένον σχῆμα, μέγιςος μὲν [f] ὁ ΘΑΚ, ἐλάχιςος δὲ ὁ ΘΕΟ. Δῆλον ὂν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐςι τῦ κύκλυ. Ἐκβεβλήσθωσαν ἢ εὐθεῖαι αἱ ποτὶ τὸ Θ ποιῦσαι τὰς ἴσας γωνίας ἐς τ᾽ ἂν ποτὶ τὰν τῦ κύκλυ περιφέρειαν πεσῶντι. Ἐντὶ δὴ τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτεσαι τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχεσαι, ὧν ἐςι μείζων μὲν ἁ ΘΑ, ἐλάσσων δὲ ἁ ΘΕ· καὶ ἐλαχίςα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν περιφέρειαν τοῦ κύκλυ ποτιπίπτεσαι, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάςα ἴσα τᾷ μεγίςᾳ· καὶ ἀναγέγραπται [g] ἀπὸ πασῶν ὅμοιοι τομέες, ἀπό τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχυσᾶν, καὶ ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τὲ καὶ τᾷ μεγίςᾳ. Οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίςᾳ, ἐλάσσονές ἐντι ἢ τριπλάσιοι τῶν τομέων, τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχυσᾶν. Δέδεικται γὰρ τῦτο. Εἰσὶ δὲ [h] οἱ τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τὲ καὶ τᾷ μεγίςᾳ ἴσοι τῷ ΑΖΗΙ κύκλῳ· οἱ δὲ τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχυσᾶν, ἴσοι τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. Ἐλάσσων ἄρα ὁ ΑΖΗΙΚ κύκλος τοῦ περιγεγραμμένυ σχήματος ἢ [i] τριπλασίων, τοῦ δὲ ϙ κύκλυ τριπλασίων. Ἐλάσσων ἄρα ὁ ϙ κύκλος τοῦ περιγεγραμμένυ σχήματος. Οὐκ ἐςι δὲ, ἀλλὰ μείζων. Οὐκ ἄρα ἐςὶ τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕΘ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΘ, ἔλασσον τοῦ ϙ κύκλυ.

Οὐδὲ τοίνυν μεῖζον. Ἔςω γὰρ, εἰ δυνατὸν, μεῖζον. Ἔςι δὴ πάλιν δυνατὸν εἰς τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ΑΒΓΔΕΘ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΘ εὐθείας ἐγγράψαι σχῆμα· ὥς τε τὸ εἰρημένον χωρίον τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει τὸ εἰρημένον χωρίον τοῦ ϙ κύκλυ. Ἐγγεγράφθω δή· καὶ ἔςω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται

[b] ὅτω παντὸς [c] ἐν ᾧ Ξ [d] τῷ Ξ [e] ὁ Ξ [f] ὁ ΘΑΚ, ἔλασσον ἐςὶ τῦ Ξ κύκλυ. Ἐκβεβλήσθωσαν [g] ἀπὸ

[h] οἱ μὲν τομέες [i] τριπλασίω

τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΡΞ, ἐλάσσων δὲ ὁ ΘΕΟ. Δῆλον ὦν, τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τοῦ ϙ κύκλου. Ἐκβεβλήσθωσαν δὴ αἱ πᾶσαι τὰς ἴσας γωνίας ποτὶ τὸ Θ, ἔστ᾽ ἂν ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν πεσῶντι. Πάλιν ὦν ἐντί τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι, [k] ὧν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ, καὶ ἐστιν ἁ ἐλαχίστα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ. Ἐντὶ δὴ καὶ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ· καὶ ἀναγεγράφονται ἀπὸ πασᾶν ὅμοιοι τομέες, ἀπό τε τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ. Καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν [l] ὑπερεχουσᾶν, οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ, μείζονες ἐντὶ ἢ τριπλάσιοι τῶν τομέων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐντὶ δὲ οἱ μὲν τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ ἴσοι τῷ ΑΖΗΙ κύκλῳ, οἱ δὲ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας, ἴσοι τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι. Μείζων ἄρα ὁ ΑΖΗΙ κύκλος, ἢ τριπλάσιον τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, τοῦ δὲ ϙ κύκλου τριπλάσιον. Μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ ϙ κύκλος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἐστὶ δέ, ἀλλὰ ἐλάσσων. Οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ μεῖζον τὸ χωρίον, τὸ ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕΘ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΘ εὐθείας, τοῦ ϙ κύκλου. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τῷ περιλαφθέντι ὑπὸ τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΘ εὐθείας.



componitur, maximus quidem ſit ſector ΘΡΞ, minimus vero ſector ΘΕΟ. Conſtat igitur inſcriptam figuram minorem eſſe quam circulum ϙ. Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiant, quouſque in circuli circumferentiam incidant. Rurſus igitur quædam ſunt lineæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicem incidunt; harumque maxima eſt ΘΑ, minima vero ΘΕ, quæ cum minima eſt, tum etiam æqualis exceſſui. Præterea aliæ quædam ſunt lineæ a puncto Θ in circuli circumferentiam incidentes, numero quidem illis æquales, magnitudine vero unaquæque æquales maximæ: deſcriptique ſunt ab omnibus ſimiles ſectores, tum ab æqualibus inter ſe invicem, maximæque, tum etiam ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus. Sectores igitur, qui ab æqualibus maximæ deſcribuntur, majores ſunt quam tripli ſectorum, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, qui deſcribitur a maxima. Hoc enim demonſtratum eſt. Qui autem ſectores ab æqualibus maximæ deſcribuntur, hi æquales ſunt circulo ΑΖΗΙ: quique deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, qui deſcribitur a minima, hi ſunt æquales figuræ inſcriptæ. Circulus igitur ΑΖΗΙ major eſt quam triplus figuræ inſcriptæ; idemque triplus circuli ϙ. Major eſt igitur circulus ϙ quam figura inſcripta. Non eſt autem major, ſed minor. Non eſt igitur majus ſpatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕΘ, rectaque ΑΘ comprehenditur, quam circulus ϙ. Æqualis eſt igitur circulus ϙ ſpatio, quod ab helice, rectaque ΑΘ comprehenditur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κε΄.

Χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς δευτέρας τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, ποτὶ τὸν δεύτερον κύκλον, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ ἑπτὰ ποτὶ τὰ ιβ΄, ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ συναμφότερον τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ β΄ κύκλου, καὶ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ α΄ κύκλου, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ β΄ κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ α΄ κύκλου, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ β΄ κύκλου.

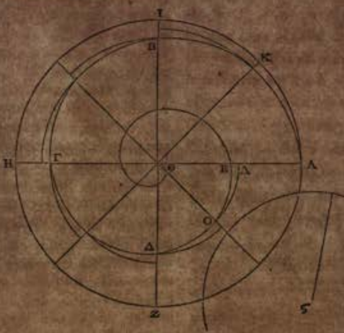
PROP. XXV. Theor.

Spatium, quod ab helice ſecundo orbe deſcripta, rectaque ſecunda earum, quæ in orbis principio ſunt, comprehenditur, eam rationem habet ad ſecundum circulum, quam habent ſeptem ad duodecim, quæ eadem eſt atque illa, quam habent hæc utraque; ſpatium, quod ſub ea, quæ ex centro ſecundi circuli, eaque, quæ ex centro primi, continetur; et tertia pars quadrati, quod ab exceſſu deſcribitur, quo ea, quæ ex centro ſecundi circuli, excedit eam, quæ ex centro primi; habent, inquam ad quadratum, quod deſcribitur ab ea, quæ ex centro ſecundi circuli.

[k] ὧν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ, καὶ ἴσα ἁ ἐλαχίστα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι, ex MS. [l] ὑπερεχουσᾶν

Sit helix ΑΒΓΔΕ ſecundo orbe deſcripta: et ſit punctum Θ principium helicis: recta ΘΕ earum, quæ in orbis principio ſunt, prima: recta vero ΑΕ earum, quæ ſunt item in orbis principio, ſecunda. Circulus autem ΑΖΗΙ ſit ſecundus, ejuſque diametri ΑΗ, ΙΖ ſeſe invicem ad rectos angulos ſecent. Oportet demonſtrare ſpatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectaque ΑΕ comprehenditur, eam rationem habere ad circulum ΑΖΗΙ, quam habent ſeptem ad duodecim.

Sit circulus aliquis ϛ, cujus ea, quæ ex centro, æqualis ſit poteſtate ſpatio, quod ſub ΑΘ, ΘΕ continetur, et tertiæ parti quadrati, quod ab ΑΕ deſcribitur. Habebit igitur circulus ϛ ad circulum ΑΗΖΙ eam rationem, quam ſeptem ad duodecim; eo quod ea, quæ ex ipſius centro, ad eam, quæ ex centro circuli ΑΖΗΙ poteſtate rationem habet eamdem. Jam demonſtrabitur circulus ϛ æqualis eſſe ſpatio, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectaque ΑΕ comprehenditur. Si enim non eſt æqualis aut major eſt, aut minor. Sit primo, ſi fieri poteſt, major. Fieri autem poteſt, ut ſpatio plana figura circumſcribatur ex ſimilibus ſectoribus compoſita, ita ut circumſcripta figura major ſit quam ſpatium ſpatio minore, quam quo circulus ϛ idem ſpatium excedit. Itaque circumſcribatur: ſectorumque, ex quibus circumſcripta figura componitur, maximus quidem ſit ſector ΘΑΚ, minimus vero ſector ΘΟΑ. Conſtat igitur circumſcriptam figuram minorem eſſe quam circulum. Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, quouſque in ſecundi circuli circumferentiam incidant. Sunt igitur quædam lineæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt; harumque maxima eſt ΘΑ, minima vero ΘΕ. Præterea aliæ ſunt lineæ a puncto Θ in circuli ΑΖΗΙ circumferentiam incidentes, multitudine quidem una minores, quam illæ, magnitudine vero inter ſe invicem, maximæque æquales: deſcriptique ſunt ſimiles ſectores tum ab æqualibus maximæ, tum ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, præterquam ab ea, quæ minima eſt. Sectores igitur, qui ab æqualibus maximæ deſcribuntur, ad ſectores, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, qui deſcribitur a minima, minorem



[m] Ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔΕ, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα· ἔστω δὲ τὸ μὲν Θ σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἁ δὲ ΘΕ εὐθεῖα ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς ἁ πρώτα· ἁ δὲ ΑΕ ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς ἁ δευτέρα. Ὁ δὲ κύκλος ὁ ΑΖΗΙ ὁ δεύτερος ἔστω, καὶ αἱ ΑΗ, ΙΖ διάμετροι ποτ' ὀρθὰς ἀλλάλαις. Δεικτέον ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας ποτὶ τὸν ΑΖΗΙ κύκλον λόγον ἔχει, ὃν τὰ ἑπτὰ ποτὶ ιβ΄.

Ἔστω δή τις κύκλος ὁ ϛ, ἁ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ϛ κύκλου δυνάμει ἴσα τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ περιεχομένῳ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνου. Ἕξει δὴ ὁ ϛ κύκλος ποτὶ τὸν ΑΗΖΙ, ὡς ἑπτὰ ποτὶ ιβ΄· διότι καὶ ἁ ἐκ τοῦ κέντρου αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΖΗΙ κύκλου τοῦτον ἔχει δυνάμει τὸν λόγον. Δειχθήσεται δὲ ἴσος ὁ ϛ κύκλος τῷ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας. Εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. Ἔστω δὴ πρότερον εἰ δυνατόν, μείζων. Δυνατὸν δή ἐστι περὶ τὸ χωρίον [n] γεγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον, ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει ὁ ϛ κύκλος τοῦ χωρίου. Περιγεγράφθω· καὶ ἔστω τῶν τομέων ἐξ ὧν σύγκειται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΑΚ τομεύς, ἐλάχιστος δὲ [o] ὁ ΘΟΛ. Δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλαττόν ἐστι τοῦ κύκλου. Ἐκβεβλήσθωσαν αἱ εὐθεῖαι αἱ ποιοῦσαι ποτὶ τὸ Θ ἴσας γωνίας ἐς τ' ἂν ποτὶ τὰν τοῦ δευτέρου κύκλου περιφέρειαν πεσῶντι. Ἐντὶ δή τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχονται, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα [p] ποτιπίπτοντι, ὧν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ, ἐπὶ τὰν τοῦ ΑΖΗΙ κύκλου περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι, τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες ἑαυτᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἀλλάλαις τε ἴσαι καὶ τᾷ μεγίστᾳ· καὶ ἀναγεγράφονται [q] ὅμοιοι τομέες ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ, καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς δὲ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας. Οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τὼς τομέας τὼς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετρά-

[m] Ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔΕ, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, ex MS. [n] περιγράψαι [o] ὁ ΘΟΔ [p] ποτιπίπτοντι [q] ὅμοιοι τομέες ὑπερεχουσᾶν· ἀπὸ δὲ τᾶς ἐλαχίστας οὐ ἀναγράφονται. Οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τὼς τομέας τὼς ἀπὸ τᾶν τῷ &c.

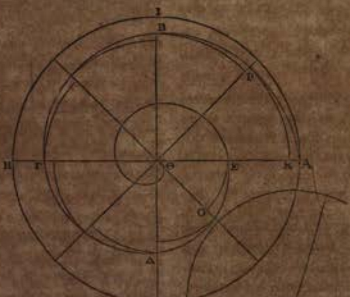
γωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίϛας τᾶς ΘΑ ποτὶ τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ περιεχόμενον, καὶ τὸ τρίτον μέρος τῶ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνω. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐντὶ δὲ τοῖς μὲν τομεῦσι τοῖς ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις καὶ τᾷ μεγίϛᾳ, ἴσος ὁ ΑΖΗΙ κύκλος· τοῖς δὲ τομεῦσι τοῖς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίϛας, ἴσον τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ κύκλος ΑΗΖΙ ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΘ ποτὶ τὰ συναμφότερα· τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνω. Ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΑΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τῶ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνω, τοῦτον ἔχει ὁ ΑΖΗΙ κύκλος ποτὶ τὸν ς κύκλον. Ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει ὁ ΑΖΗΙ κύκλος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ ποτὶ τὸν ς κύκλον. Ὥς τε ἐλάσσων ἐστὶν ὁ ς κύκλος τῶ περιγεγραμμένω σχήματος. Οὐκ ἐϛὶ δὲ, ἀλλὰ μείζων. Οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ὁ ς κύκλος τοῦ χωρίου τοῦ περιληφθέντος ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας.

Οὐδὲ τοίνυν ἐλάσσων. Ἔϛω γὰρ, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων. Πάλιν δὴ δυνατόν ἐστιν εἰς τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας ἐγγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥς τε τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας, [1]μεῖζον ἦμεν τῶ ἐγγεγραμμένω σχήματος ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει τὸ αὐτὸ χωρίον τοῦ ς κύκλω. Ἐγγεγράφθω οὖν καὶ ἔϛω τῶν τομέων ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μέγιϛος μὲν ὁ ΘΚΡ τομεὺς, ἐλάχιϛος δὲ ὁ ΘΕΟ. Δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐϛι τῶ ς κύκλω. Ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ποιοῦσαι ἴσας γωνίας ποτὶ τῷ Θ, ἕς τ' ἂν ποτὶ τὰν τοῦ κύκλω περιφέρειαν πεσοῦντι. Πάλιν δὴ ἐντί τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτοισαι· ὧν μεγίϛα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίϛα δὲ ἁ ΘΕ. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ, αἱ ἀπὸ τῶ Θ ποτὶ τὰν τῶ κύκλω περιφέρειαν ποτιπίπτοισαι, τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσους ἑαυτᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἴσαι ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίϛᾳ·

[1] μεῖζον μὲν

rationem habent, quam quadratum, quod a maxima ΘA deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub AΘ, ΘE continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab AE. Hoc enim demonſtratum eſt. Eſt autem ſectoribus, qui ab æqualibus inter ſe invicem, maximæque deſcribuntur, æqualis circulus AZHI: iis vero, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, qui deſcribitur a minima, æqualis eſt figura circumſcripta. Minorem igitur rationem habet circulus AZHI ad figuram circumſcriptam, quam quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub AΘ, ΘE continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab AE. Quam autem rationem habet quadratum, quod a ΘA deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΘA, AE continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab AE, hanc habet circulus AZHI ad circulum ς. Minorem igitur rationem habet circulus AZHI ad figuram circumſcriptam, quam ad circulum ς. Quare minor eſt circulus ς, quam figura circumſcripta. Non eſt autem minor, ſed major. Non eſt igitur major circulus, quam ſpatium, quod ab helice ABΓΔE, rectaque AE comprehenditur.

Neque vero eſt minor. Sit enim, ſi fieri poteſt, minor. Rurſus fieri poteſt, ut ſpatio, quod ab helice, rectaque AE comprehenditur, plana figura inſcribatur ex ſimilibus ſectoribus compoſita, ita ut ſpatium, quod ab helice ABΓΔE, rectaque AE comprehenditur, majus ſit quam inſcripta figura ſpatio minore, quam quo circulum ς idem ſpatium excedit. Itaque inſcribatur: ſectorumque, ex quibus inſcripta figura componitur, maximus quidem ſit ſector ΘKP, minimus vero ſector ΘEO. Conſtat igitur inſcriptam figuram majorem eſſe quam circulum ς. Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, quouſque in circuli circumferentiam incidant. Rurſus igitur quædam ſunt lineæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt: harumque maxima eſt ΘA, minima vero ΘE. Præterea aliæ ſunt lineæ, a puncto Θ in circuli circumferentiam incidentes, multitudine quidem una minores, quam illæ, magnitudine vero inter ſe invicem, maximæque æ-



quales: deſcriptique ſunt ſimiles ſectores tum ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, tum ab æqualibus maximæ. Sectores igitur, quæ ab æqualibus maximæ deſcribuntur, ad ſectores, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, qui deſcribitur a maxima, majorem rationem habent, quam quadratum, quod a ΘΛ deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub ΛΘ, ΘΕ continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab ΕΛ. Eſt autem ſectoribus, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, qui deſcribitur a maxima, æqualis figura inſcripta; cæteris vero ſectoribus æqualis eſt circulus. Majorem igitur rationem habet circulus ΛΖΗΙ ad figuram inſcriptam, quam quadratum, quod a ΘΛ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΘΛ, ΘΕ continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab ΛΕ; hoc eſt circulus ΛΖΗΙ ad circulum ϛ. Major eſt igitur circulus ϛ, quam figura inſcripta. Quod fieri non poteſt: erat enim minor. Neque igitur minor eſt circulus ϛ quam ſpatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectaque ΑΕ comprehenditur. Quare eſt æqualis.

Eodem modo demonſtrabitur etiam ſpatium, quod ab helice rectaque ab eodem, a quo orbes, numero denominata comprehenditur, ad circulum ab eodem, a quo orbes, numero denominatum, eam rationem habere, quam hæc utraque; ſpatium, quod continetur ſub ea, quæ ex centro circuli ab eodem, a quo orbes, numero denominati, eaque, quæ ex centro alterius circuli denominati a numero uno minore, quam a quo orbes; et tertia pars quadrati, quod ab exceſſu deſcribitur, quo ea, quæ ex centro majoris, ad quadratum, quod deſcribitur ab ea, quæ ex centro majoris circuli.

καὶ ἀναγεγράφονται ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν ὅμοιοι τομέες, καὶ ἀπὸ τᾶν ἴσων τᾷ μεγίστᾳ. Οἱ ἄρα τομέες, οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ, ποτὶ τὰς τομέας τὰς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τῶ ἀπὸ τᾶς μεγίστας, μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΛ ποτὶ τὰ συναμφότερα, τό τε περιεχόμενον ὑπό τε τᾶν ΛΘ, ΘΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τῶ ἀπὸ τᾶς ΕΛ τετραγώνω. Ἐστι δὲ τοῖς μὲν τομεῦσι τοῖς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τῶ ἀπὸ τᾶς μεγίστας, ἴσον τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ χωρίῳ, τοῖς δὲ ἑτέροις ὁ κύκλος. Μείζονα ἂν λόγον ἔχει ὁ ΛΖΗΙ κύκλος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΛ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΛ, ΘΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τῶ ἀπὸ τᾶς ΛΕ τετραγώνω· τουτέστιν ὁ ΛΖΗΙ κύκλος ποτὶ τὸν ϛ κύκλον. Μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ ϛ κύκλος τῶ ἐγγεγραμμένω σχήματος. Ὅπερ ἀδύνατον· ἦν γὰρ ἐλάσσων. Οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ ἐλάσσων ὁ ϛ κύκλος τῶ περιεχομένω χωρίω ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας. Ὥς τε ἴσος.

Διὰ δὲ τῶ αὐτῶ τρόπω δειχθήσεται, καὶ διότι τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιανοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ταῖς περιφοραῖς λεγομένας, ποτὶ τὸν κύκλον τὸν ποτὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγόμενον ταῖς περιφοραῖς, λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερον, τό τε ὑπὸ τᾶς ἐκ τῶ κέντρω τῶ κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν κύκλω, καὶ τᾶς ἐκ τῶ κέντρω [b] τῶ κατὰ τῷ μὲν ἐνὶ ἐλάσσονα τᾶν περιφορᾶν λεγομένω, καὶ τὸ τρίτον μέρος τῶ τετραγώνω τῶ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τῶ κέντρω τῶ μείζονος κύκλω τῶν εἰρημένων [b] τᾶς ἐκ τῶ κέντρω τῶ ἐλάσσονος κύκλω [a] τῶν εἰρημένων ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐκ τῶ κέντρω τῶ μείζονος κύκλω τῶν εἰρημένων.

PROP. XXVI. Theor.

Spatium, quod comprehenditur ab helice, quæ uno orbe deſcribitur, quæque terminum non habeat helicis principium, rectaque ab ejus terminis ad helicis principium ductis, ad ſectorem, qui habeat eam, quæ ex centro, æqualem majori earum, quæ a terminis ad helicis principium ductæ ſunt, circumferentiam vero eam, quæ interjicitur inter eas, quas diximus, rectas ad eaſdem helicis partes; eam habet rationem, quam hæc utraque; ſpatium, quod continetur ſub rectis, quæ a terminis ad helicis principium ductæ ſunt, et tertia pars quadrati, quod deſcribitur ab exceſſu, quo rectarum, quas diximus major minorem excedit, ad quadratum, quod deſcribitur a majore earum, quæ a terminis ad helicis principium ductæ ſunt.

Sit helix ΑΒΓΔΕ, minor quam quæ uno orbe deſcribitur; ejuſque termini ſint puncta Α, Ε,

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κϛ΄.

Τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, ἅ ἐστιν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, οὐκ ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων αὐτᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν, ποτὶ τὸν τομέα τὸν ἔχοντα τὰν μὲν ἐκ τῶ κέντρω ἴσαν τᾷ μείζονι τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν, τὰν δὲ περιφέρειαν ἅ [c] ἐστι μεταξὺ τᾶν εἰρημέναν εὐθειᾶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ ἕλικι, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν, καὶ τὸ τρίτον μέρος τῶ τετραγώνω τῶ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ μείζων τᾶν εἰρημέναν εὐθειᾶν τᾶς ἐλάσσονος, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζευχθεισᾶν.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ᾽ ἇς ἁ ΑΒΓΔΕ, ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας· πέρατα δὲ αὐτᾶς ἔστω

[a] τῶ κατὰ μίαν [b] τᾶς ἐκ τῶ κέντρω τῶ ἐλάσσονος κύκλω τῶν εἰρημένων ex MS. [c] ἐν τῷ μεταξύ.

τὰ Α, Ε. Ἔςω δὲ ἀρχὰ τᾶς ἕλικος τὸ Θ σαμεῖον· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Θ, διαςήματι δὲ τῷ Θ Α, κύκλος γεγράφθω, καὶ συμπιπτέτω τᾷ περιφερείᾳ αὐτῷ ἁ Θ Ε κατὰ τὸ Ζ. Δεικτέον ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς Α Β Γ Δ Ε ἕλικος, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν Α Θ, Θ Ε, ποτὶ τὸν τομέα τὸν Α Θ Ζ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, [v] ὃν συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν Α Θ, Θ Ε, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Ε Ζ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς Θ Α.

Ἔςω δὴ κύκλος, ἐν ᾧ Χ ς, τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων ἴσαν δυνάμει τῷ τε ὑπὸ τᾶν Α Θ, Θ Ε, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς Ε Ζ, ποτὶ δὲ τὸ κέντρον αὐτοῦ γωνία ἴσα [x] τᾷ ποτὶ τὸ Θ. Ὁ δὴ τομεὺς ὁ ς Χ ποτὶ τὸν τομέα τὸν Θ Α Ζ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν Α Θ, Θ Ε, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Ε Ζ τετραγώνου, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Θ Α τετράγωνον. Αἱ γὰρ ἐκ τῶν κέντρων τοῦτον ἔχοντι τὸν λόγον δυνάμει ποτ' ἀλλάλας. Δειχθήσεται δὴ ὁ Χ ς τομεὺς ἴσος ὢν τῷ χωρίῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Α Β Γ Δ Ε ἕλικος, καὶ τᾶν Α Θ, Θ Ε εὐθειᾶν. Εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων, ἢ ἐλάσσων ἐςί. Ἔςω γὰρ πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων. Δυνατὸν ὤν ἐςι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥς τε τὸ περιγραφόμενον σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ εἰρημένου χωρίου ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ ς Χ τομεὺς τοῦ εἰρημένου χωρίου. Περιγεγράφθω δὴ καὶ ἔςω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μείζων μὲν ὁ Θ Α Η, ἐλάσσων δὲ ὁ Θ Ο Δ. Δῆλον ὦν ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα [y] ἔλασσόν ἐςι τοῦ Χ ς τομέως. Διήχθωσαν δὴ εὐθεῖαι αἱ ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας ποτὶ τὸ Θ ἐς τὰν ποτὶ τὰν περιφέρειαν τοῦ Θ Α Ζ τομέως πιπτοῦσαι. Ἐντὶ δή τινες εὐθεῖαι τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι· ὧν ἐςι μεγίςα μὲν ἁ Θ Α, ἐλαχίςα δὲ ἁ Θ Ε. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι εὐθεῖαι τῷ μὲν πλήθει μιᾷ [z] ἐλάσσονες ταυτᾶν, τῷ [a] δὲ μεγέθει ἴσαι ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίςᾳ, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ Α Θ Ζ τομέως περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι, χωρὶς τᾶς Θ Ζ· καὶ ἀναγεγράφαται ὅμοιοι τομεῖς ἀπὸ πασᾶν, ἀπό τε τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίςᾳ, καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν· ἀπὸ δὲ τᾶς Θ Ε οὐκ ἀναγέγραπται. Τομεῖς ὦν οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίςᾳ, ποτὶ

Sit autem principium helicis punctum Θ: et centro quidem Θ, intervallo vero Θ Α circulus deſcribatur, cujus circumferentiæ Θ Ε in puncto Ζ occurrat. Oportet demonſtrare ſpatium, quod ab helice Α Β Γ Δ Ε, rectiſque Α Θ, Θ Ε comprehenditur, ad ſectorem Α Θ Ζ eam habere rationem, quam habent hæc utraque, ſpatium, quod ſub Α Θ, Θ Ε continetur, et tertia pars quadrati, quod ab Ε Ζ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Θ Α.

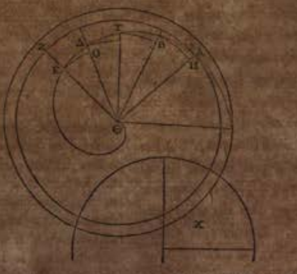
Sit circulus, in quo Χ ς, æqualem habens poteſtate eam, quæ ex centro, ſpatio, quod ſub Α Θ, Θ Ε continetur, et tertiæ parti quadrati, quod ab Ε Ζ deſcribitur; conſtituaturque ad ejus centrum angulus ei æqualis, qui ad punctum Θ conſtituitur. Sector igitur ς Χ ad ſectorem Θ Α Ζ eamdem habet rationem, quam habent ſpatium, quod ſub Α Θ, Θ Ε continetur, et tertia pars quadrati, quod ab Ε Ζ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Θ Α. Quæ enim ex eorum centris, eamdem inter ſe invicem poteſtate rationem habent. Jam demonſtrabitur ſector Ζ ς æqualis eſſe ſpatio, quod ab helice Α Β Γ Δ Ε, rectiſque Α Θ, Θ Ε comprehenditur. Si enim non eſt æqualis, aut major eſt, aut minor. Sit primo, ſi fieri poteſt, major. Fieri igitur poteſt, ut ſpatio, quod diximus, plana figura circumſcribatur ex ſimilibus ſectoribus compoſita, ita ut circumſcripta figura major ſit, quam ſpatium, quod diximus, ſpatio minore, quam quo ſector id, quod diximus, ſpatium excedit. Itaque circumſcribatur: ſectorumque, ex quibus circumſcripta figura componitur, major quidem ſit ſector Θ Α Η, minor vero ſector Θ Ο Δ. Conſtat igitur circumſcriptam figuram minorem eſſe quam ſectorem Χ ς. Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, quouſque in ſectoris Θ Α Ζ circumferentiam incidant. Sunt igitur quædam lineæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicem incidunt: harumque maxima eſt Θ Α, minima vero Θ Ε. Præterea aliæ ſunt lineæ, numero quidem unâ minores, quam illæ, magnitudine vero inter ſe invicem maximæque æquales, quæ a puncto Θ in helicem incidunt, dempta linea Θ Ζ: deſcriptique ſunt ab omnibus ſimiles ſectores, tum ab æqualibus inter ſe invicem maximæque, tum ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus: ab ipſa vero Θ Ε nullus ſector eſt deſcriptus. Sectores igitur, qui ab æqualibus inter ſe invicem maxi-



[v] ὃν ἔχει συναμφότερα [x] τᾷ πρὸς τὸ Θ [y] Δηλονότι ἐςὶ [z] Δύνανται [a] δὲ ex MS.

mæque deſcribuntur, ad ſectores, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo qui deſcribitur a minima, minorem rationem habent quam quadratum, quod a ΘΑ deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub ΑΘ, ΘΕ continetur, et tertia pars quadrati, quod deſcribitur ab ΕΖ. Eſt autem ſectoribus, qui ab æqualibus inter ſe invicem maximæque deſcribuntur, æqualis ſector ΘΑΖ; iis vero, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, æqualis eſt figura circumſcripta. Minorem igitur rationem habet ſector ΘΑΖ ad figuram circumſcriptam, quam quadratum, quod a ΘΑ deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub ΘΑ, ΘΕ continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΖΕ. Quam autem rationem habet quadratum, quod a ΘΑ deſcribitur ad hæc, quæ diximus, ſpatia, hanc habet ſector ΘΑΖ ad ſectorem Χϛ. Quare minor eſt ſector Χϛ quam figura circumſcripta. Non eſt autem minor, ſed major. Non erit igitur ſector Χϛ major quam ſpatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectiſque ΑΘ, ΘΕ comprehenditur.

Neque vero erit minor. Sit enim, ſi fieri poteſt, minor; et alia eadem conſtruantur. Rurſus fieri poteſt, ut ſpatio plana figura inſcribatur ex ſimilibus ſectoribus compoſita, ita ut ſpatium, quod diximus, majus ſit quam inſcripta figura ſpatio minore, quam quo ſectorem Χ idem ſpatium excedit. Itaque inſcribatur: ſectorumque, ex quibus inſcripta figura componitur, major quidem ſit ſector ΘΒΗ, minor vero ſector ΟΘΕ. Conſtat igitur inſcriptam figuram majorem eſſe quam ſectorem Χ. Rurſus autem quædam ſunt lineæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicem incidunt: harumque maxima eſt ΘΑ, minima vero ΘΕ. Præterea aliæ ſunt lineæ a puncto Θ in ſectoris ΘΑΖ circumferentiam incidentes, dempta linea ΘΑ, multitudine quidem unâ minores, quam illæ, magnitudine vero inter ſe invicem, maximæque æquales: deſcriptique ſunt ab unaquaque ſimiles ſectores; a maxima vero æqualiter ſeſe invicem excedentium nullus ſector eſt deſcriptus. Sectores igitur, qui ab æqualibus inter ſe invicem, maximæque deſcribuntur, ad ſectores, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, majorem rationem habent, quam quadratum, quod a ΘΑ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΘΑ, ΘΕ



τὰς τομέας τὰς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας τομέως, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι ἢ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΖ τετραγώνου. Ἔστι δὲ τοῖς μὲν τομεῦσι τοῖς ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ, ἴσος ὁ ΘΑΖ τομεύς· τοῖς δὲ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα. Ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει ὁ ΘΑΖ τομεὺς ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΘΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος [b] τοῦ ἀπὸ τᾶς ΖΕ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὰ εἰρημένα, τοῦτον τὸν λόγον ἔχει ὁ ΘΑΖ τομεὺς ποτὶ τὸν Χϛ τομέα. Ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ὁ Χϛ τομεὺς τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἔστι δὲ, ἀλλὰ μείζων. Οὐκ ἄρα ἔσται ὁ Χϛ τομεὺς μείζων τοῦ περιεχομένου χωρίου, ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τᾶν ΑΘ, ΘΕ εὐθειᾶν.

Οὐδὲ τοίνυν ἐλάσσων. Ἔστω γὰρ, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω. Πάλιν δὴ δυνατόν ἐστιν εἰς τὸ χωρίον ἐγγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥς τε τὸ εἰρημένον χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ αὐτὸ χωρίον τοῦ Χ τομέως. Ἐγγεγράφθω οὖν· καὶ ἔστω τῶν τομέων ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μείζων μὲν [c] ὁ ΘΒΗ, ἐλάσσων δὲ ὁ ΟΘΕ. Δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τοῦ Χ τομέως. Πάλιν οὖν ἐντί τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι, ὧν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ ΘΑΖ τομέως περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι, χωρὶς τᾶς ΘΑ, τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες [d] τᾶν ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, τῷ δὲ μεγέθει, ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ ἴσαι· καὶ ἀναγεγράφαται ἀπὸ τᾶς ἑκάστας ὅμοιοι τομεῖς· ἀπὸ δὲ τᾶς μεγίστας τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, οὐκ ἀναγέγραπται. Οἱ τομέες οὖν οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τὰς τομέας, τὰς ἀπὸ τᾶν ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας, μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὸ ὑπὸ [e] τᾶν ΘΑ, ΘΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ

[b] τὸ ἀπὸ τᾶς [c] ὁ ΘΒΓ ἐλάσσων δὲ ὁ ΘΕ [d] τῷ ἴσῳ [e] τᾶν ΘΑ, ΑΕ

τᾶς Ε Ζ. [f]Ὡς τε ϗ ὁ Θ Α Ζ τομεὺς ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ποτὶ τὸν Χ τομέα· ὥς τε μείζων ὁ Χ τομεὺς τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἐστὶ δὲ, ἀλλὰ ἐλάσσων. Οὐκ [g]ἄρα ἐστὶν οὐδὲ ἐλάσσων ὁ Χ τομεὺς τοῦ περιεχομένου χωρίου, ὑπό τε τᾶς Α Β Γ Δ Ε ἕλικος, καὶ τᾶν Α Θ, Θ Ε εὐθειᾶν. Ἴσος ἄρα.

continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab E Z. Quare etiam ſector Θ Α Z ad figuram inſcriptam majorem habet rationem, quam ad ſectorem X; ideoque major eſt ſector X quam figura inſcripta. Non eſt autem major, ſed minor. Neque igitur minor eſt ſector X quam ſpatium, quod ab helice Α Β Γ Δ Ε, rectiſque Α Θ, Θ Ε comprehenditur. Æqualis eſt igitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κζ.

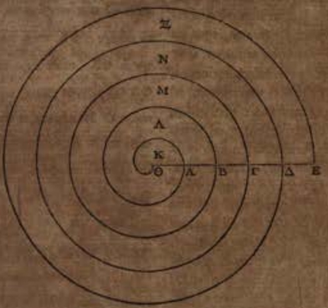
Τῶν χωρίων τῶν περιλαμβανομένων ὑπό τε τᾶν ἑλίκων καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἐν τᾷ περιφορᾷ, τὸ μὲν γ' τοῦ β' διπλάσιόν ἐστι, τὸ δὲ δ' τριπλάσιον, τὸ δὲ ε' τετραπλάσιον· καὶ ἀεὶ τὸ ἑπόμενον κατὰ τὰς ἑξῆς ἀριθμὼς πολλαπλάσιον τοῦ δευτέρου χωρίου· τὸ δὲ α' χωρίον ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ δευτέρου.

PROP. XXVII. Theor.

Spatiorum, quæ ab helicibus, rectiſque, quæ in orbe ſunt, comprehenduntur, tertium quidem ſecundi duplum eſt; quartum vero triplum; quintum denique quadruplum: atque ita porro, quod ſequitur, ſpatium ſecundum numeros, qui hos conſequuntur, multiplex eſt ſecundi ſpatii; primum autem ſpatium ſexta pars eſt ſpatii ſecundi.

Ἔστω ἁ προκειμένα ἕλιξ ἔν τε τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ ἐν τᾷ δευτέρᾳ, ϗ ἐν ταῖς ἑπομέναις ὁποσαισοῦν. Ἔστω ἀρχὰ μὲν τᾶς ἕλικος τὸ Θ σαμεῖον, ἁ δὲ Θ Ε εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς. Τῶν δὲ χωρίων ἔστω τὸ μὲν Κ τὸ α'· τὸ δὲ Λ τὸ β'· τὸ δὲ Μ τὸ γ'· τὸ δὲ Ν τὸ δ'· τὸ δὲ Ξ τὸ ε'. Δεικτέον ὅτι τὸ μὲν Κ χωρίον ς' μέρος ἐστὶ τοῦ ἑπομένου· τὸ δὲ Μ διπλάσιον τοῦ Λ· τὸ δὲ Ν τριπλάσιον τοῦ Λ· ϗ τῶν ἑξῆς ἀεὶ τὸ ἑπόμενον πολλαπλάσιον τοῦ Λ, κατὰ τὰς ἑξῆς ἀριθμούς.

Sit propoſita helix tum primo orbe deſcripta, tum ſecundo, tum cæteris quotlibet: et principium quidem helicis ſit punctum Θ, principium vero orbis recta Θ E. Spatiorum autem primum ſit K; ſecundum Λ; tertium M: quartum N; quintum Ξ. Oportet demonſtrare ſpatium K ſextum eſſe partem ejus, quod ſequitur: ſpatiique Λ ſpatium quidem M eſſe duplum; ſpatium vero N eſſe triplum: atque ita porro, quod ſequitur, ſpatium multiplex eſſe ipſius Λ ſecundum numeros, qui hos conſequuntur.



Ὅτι μὲν οὖν τὸ Κ ς' μέρος ἐστὶ τοῦ Λ, [h]ὧδε δεικνύνται. [i]Ἐπειδὴ τὸ Κ Λ χωρίον ποτὶ τὸν δεύτερον κύκλον δέδεικται τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ ἑπτὰ ποτὶ τὰ ιβ'· ὁ δὲ β' κύκλος ποτὶ τὸν α' κύκλον, ὡς ιβ' ποτὶ τὰ τρία· δῆλον [k]γάρ ἐστιν· ὁ δὲ α' κύκλος ποτὶ τὸ Κ χωρίον ἔχει ὡς γ' [l]ποτὶ α'· ἕκτον ἄρα ἐστὶ τὸ Κ χωρίον [m]τοῦ Λ. Πάλιν δὲ ϗ τὸ Κ Λ Μ χωρίον ποτὶ τὸν γ' κύκλον δέδεικται ὅτι τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον, τό τε ὑπὸ Γ Θ Β, ϗ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Γ Β τετραγώνου, ποτὶ τὸ ἀπὸ Γ Θ τετράγωνον. Ὁ δὲ γ' κύκλος ἔχει ποτὶ τὸν β' κύκλον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς Γ Θ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Θ Β. Ὁ δὲ β' κύκλος ἔχει ποτὶ τὸ Κ Λ χωρίον, ὃν τὸ ἀπὸ Β Θ τετράγωνον ποτὶ

At vero ſpatium K ſextam eſſe partem ſpatii Λ hoc pacto demonſtrabitur. Quoniam ſpatium K Λ ad ſecundum circulum eam rationem habere demonſtratum eſt, quam habent ſeptem ad duodecim: ſecundus autem circulus eam habet ad primum, quam duodecim ad tria: hoc enim patet: et adhuc primus circulus habet eam ad ſpatium K, quam tria ad unum: ideo ſpatium K ſexta pars eſt ſpatii Λ. Rurſus ſpatium K Λ M ad tertium circulum eam rationem habere demonſtratum eſt, quam habent hæc utraque: ſpatium, quod ſub Γ Θ B continetur, et tertia pars quadrati, quod a Γ B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ Θ. Tertius autem circulus eam habet ad ſecundum, quam quadratum, quod a Γ Θ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Θ B. Et ſecundus circulus habet eam ad ſpatium K Λ, quam quadratum, quod a B Θ deſcribitur, ad hæc utraque ſpatium, quod ſub

[f] ἴσω   [g] ἄρα ex MS.   [h] ὡς   [i] ἐπεὶ   [k] γὰρ ἐστι   [l] ς' ἄρα   [m] τὸ Λ

B Θ, Θ A continetur, et tertiam partem quadrati, quod ab A B deſcribitur. Igitur etiam ſpatium K Λ M ad ſpatium K Λ eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub Γ Θ, Θ B continetur, et tertia pars quadrati, quod a Γ B deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub B Θ, Θ A, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab A B. Hæc autem ſpatia eam habent rationem inter ſe invicem, quam unde viginti ad ſeptem. Quare etiam ſpatium K Λ M ad ſpatium Λ K eam rationem habet, quam undeviginti ad ſeptem. Ipſum igitur ſpatium ad ſpatium K Λ eam rationem habet, quam duodecim ad ſeptem. Habet autem ſpatium K Λ ad ſpatium Λ eam rationem, quam ſeptem ad ſex. Conſtat igitur ſpatium M ſpatii Λ eſſe duplum. Quæ autem ſequuntur ſpatia eam rationem habere, quam numeri, qui ſeſe invicem conſequuntur, hoc pacto demonſtrabitur. Spatium enim K Λ M N ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt Θ E eam habet rationem, quam habent hæc utraque: ſpatium, quod ſub E Θ, Θ Δ continetur, et tertia pars quadrati, quod a Δ E deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Θ E. Circulus autem, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt Θ E, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt Θ Δ, eam habet rationem, quam quadratum, quod a Θ E deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Θ Δ: et circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt Θ Δ, ad ſpatium K Λ M N, eam habet rationem, quam quadratum, quod a Θ Δ deſcribitur, ad hæc utraque: ſpatium, quod ſub Θ Δ, Θ Γ continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a Δ Γ. Igitur etiam ſpatium K Λ M N Ξ ad ſpatium K Λ M N eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub Θ E, Θ Δ continetur, et tertia pars quadrati, quod a Δ E deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub Δ Θ, Θ Γ et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a Δ Γ. Et dividendo, ſpatium Ξ ad ſpatium K Λ M N eam habet rationem, quam exceſſus, quo ſpatium, quod ſub E Θ, Θ Δ continetur, una cum tertia parte quadrati, quod ab E Δ deſcribitur, excedit ſpatium, quod continetur ſub Θ Δ, Δ Γ, una cum tertia parte quadrati, quod deſcribitur a Δ Γ, ad ſpatium, quod continetur ſub Θ Δ, Θ Γ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a Δ Γ. Utraque autem ea ſpatia excedunt hæc utraque eo, quo ſpatium, quod ſub E Θ, Θ Δ continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub Δ Θ Γ; hoc eſt ſpatio, quod continetur ſub Δ Θ, Γ E. Spatium igitur Ξ ad ſpatium K Λ M N eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub Θ Δ, Γ E continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Δ Θ, Θ Γ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a Γ Δ. Eadem ratione demonſtrabitur etiam ſpatium N ad ſpatium K Λ M eam rationem habere, quam ſpatium quod ſub Θ Γ, B Δ continetur, ad hæc utraque: ſpatium, quod conti-

τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΒ τετραγώνου· καὶ τὸ ΚΛΜ ἄρα ποτὶ τὸ ΚΛ λόγον ἔχει ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΓΘ, ΘΒ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΒ. Ταῦτα δὲ ἔχει λόγον ποτὶ ἄλλαλα, ὃν ιθʹ ποτὶ τὰ ζ. Ὥς τε καὶ τὸ ΚΛΜ χωρίον ποτὶ τὸ ΛΚ χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ιθʹ ποτὶ τὰ ζ. Αὐτὸ οὖν τὸ Μ ποτὶ τὸ ΚΛ λόγον ἔχει, ὃν τὰ ιβʹ ποτὶ [a] τὰ ζ. Τὸ δὲ ΚΛ ποτὶ τὸ Λ λόγον ἔχει, ὃν τὰ ζ ποτὶ τὰ ϛʹ. Δῆλον οὖν ὅτι διπλάσιόν ἐστι τὸ Μ τοῦ Λ. Ὅτι δὲ τὰ ἑπόμενα τὸν τῶν ἑξῆς ἀριθμῶν λόγον ἔχει, δειχθήσεται. Τὸ γὰρ ΚΛΜΝΞ, ποτὶ τὸν κύκλον [b] οὗ ἐστιν ἐκ τοῦ κέντρου ἁ ΘΕ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον, τό τε ὑπὸ τᾶν ΕΘ, ΘΔ περιεχόμενον, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΕ τετραγώνου, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΕ τετράγωνον. Ὁ δὲ κύκλος [c] οὗ ἐστιν ἐκ τοῦ κέντρου ἁ ΘΕ, ποτὶ τὸν κύκλον οὗ ἐστιν ἐκ τοῦ κέντρου ἁ ΘΔ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΕ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΔ τετράγωνον. Ὁ δὲ κύκλος οὗ ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἁ ΔΘ, ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ χωρίον, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΔ τετράγωνον ποτὶ τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ τετραγώνου. Καὶ τὸ ΚΛΜΝΞ ἄρα, ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΕ, ΘΔ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΕ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ. Διελόντι, καὶ τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει, ὃν ἁ ὑπεροχὰ, τοῦ τε ὑπὸ ΕΘ, ΘΔ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΔ, καὶ τοῦ ὑπὸ ΔΘ, ΘΓ, μετὰ τοῦ τρίτου μέρους, τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ ποτί τε τὸ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ. Ὑπερέχει δὲ τὰ συναμφότερα τῶν συναμφοτέρων, ᾧ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΕΘ, ΘΔ, τοῦ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ. Ὑπερέχει δὲ τῷ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΓΕ. Τὸ Ξ ἄρα ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΕΓ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου. Διὰ δὲ τῶν αὐτῶν δειχθήσεται καὶ τὸ Ν ποτὶ τὸ ΚΛΜ χωρίον, λόγον ἔχον τοῦτον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΒΔ ποτὶ τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ ΓΘΒ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ ΓΒ τετραγώ-

[a] τὰ Ζ [b] ἐστὶ [c] ὑπὸ ἐστὶ

νε. Τὸ Ν ἄρα ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΘ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ καὶ τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΔ. Καὶ ἀνάπαλιν. Ταῦτα δὲ ἴσα ἐντὶ τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὰ συναμφότερα, τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΔΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου· τὸ δὲ ΚΛΜΝ ποτὶ τὸ Ν, ὃν τὰ συναμφότερα, τόντε ὑπὸ τᾶν ΔΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΔΒ· ἔχει ἄρα καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ Ν τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ, ποτὶ τὸ ὑπὸ [s] τᾶν ΘΓ, ΔΒ. Τὸ δὲ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΔΒ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΘΔ ποτὶ τὰν ΘΓ· ἐπεὶ ἴσαι ἐντὶ αἱ ΓΕ, ΒΔ. Δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ Ν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΘΔ ποτὶ τὰν ΘΓ.

Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ τὸ Ν ποτὶ τὸ Μ τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἁ ΘΓ ποτὶ τὰν ΘΒ· καὶ τὸ Μ ποτὶ τὸ Λ, ὃν ἁ ΒΘ ποτὶ τὰν ΑΘ. Αἱ δὲ ΕΘ, ΔΘ, ΓΘ, ΒΘ, ΑΘ εὐθεῖαι, τὸν τῶν ἑξῆς ἀριθμῶν λόγον ἔχοντι.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κη΄.

Αἴκα ἐπὶ τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιᾳοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας δύο σαμεῖα λαφθέωντι, μὴ τὰ πέρατα, ἀπὸ δὲ τῶν λαφθέντων σαμείων ἐπιζευχθέωντι εὐθεῖαι ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, διαστημάτεσσι δὲ τοῖς ἀπὸ τῶν σαμείων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος κύκλοι γραφέωντι· τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς μείζονος τᾶν περιφερειᾶν τᾶς μεταξὺ τᾶν εὐθειᾶν, καὶ τᾶς ἕλικος τᾶς μεταξὺ τᾶν αὐτᾶν εὐθειᾶν, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐκβληθείσας, τοῦτον ἕξει τὸν λόγον ποτὶ τὸ ἀπολαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἐλάσσονος περιφερείας, καὶ τᾶς αὐτᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ πέρατα αὐτᾶν, ὃν ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου, μετὰ δύο [t] τριτημοριᾶν τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάσσονος κύκλου ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου, μετὰ ἑνὸς τριτημορίου τᾶς αὐτᾶς ὑπεροχᾶς.

Ἔστω ἕλιξ, ἐφ᾽ ἇς ἁ ΑΒΓΔ [u] μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ λελάφθω ἐπ᾽ αὐτᾶς δύο σαμεῖα τὰ Α, Γ, ὥς τε τὸ Θ σαμεῖον ἀρχὰν εἶμεν τᾶς ἕλι-

netur ſub ΓΘΒ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΓΒ. Spatium igitur Ν ad ſpatium ΚΛΜΝ eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΘΓ, ΒΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΘΓ, ΘΒ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΓΒ, et amplius ſpatium, quod continetur ſub ΘΓ, ΒΔ. Et convertendo. Hæc autem ſpatia æqualia ſunt ſpatio, quod ſub ΔΘ, ΘΓ continetur, et tertiæ parti quadrati, quod a ΓΔ deſcribitur. Quoniam igitur ſpatium Ξ ad ſpatium ΚΛΜΝ eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΘΔ, ΓΕ continetur, ad hæc utraque; ſpatium, quod continetur ſub ΔΘΓ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΓΔ: et ſpatium ΚΛΜΝ ad ſpatium Ν habet eam, quam ſpatium, quod ſub ΔΘΓ continetur, et tertia pars quadrati, quod a ΓΔ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΘΓ, ΔΒ: ideo ſpatium Ξ ad ſpatium Ν eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΘΔ, ΓΕ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΘΓ, ΔΒ. Spatium autem quod ſub ΘΔ, ΓΕ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΘΓ, ΔΒ, eam habet rationem, quam ΘΔ ad ΘΓ; quoniam ΓΕ, ΒΔ æquales ſibi invicem ſunt. Manifeſtum eſt igitur etiam ſpatium Ξ ad ſpatium Ν eam habere rationem, quam ΘΔ ad ΘΓ.

Pariter autem demonſtrabitur etiam ſpatium Ν ad ſpatium Μ eam habere rationem, quam ΘΓ ad ΘΒ: et ſpatium Μ ad ſpatium Λ, quam ΒΘ ad ΑΘ. Rectæ autem ΕΘ, ΔΘ, ΓΘ, ΒΘ, ΑΘ eam rationem habent, quam numeri, qui ſeſe invicem conſequuntur.

PROP. XXVIII. Theor.

Si in helice quolibet orbe deſcripta duo puncta ſumantur, quæ non ſint ipſius termini, ducanturque a punctis, quæ modo ſumpſimus, rectæ ad principium helicis; deſcribanturque circuli centro quidem principio helicis, intervallis vero rectis ad principium helicis ductis: ſpatium, quod comprehenditur tum a majore circumferentia, quæ inter rectas interjicitur, tum ab helice, quæ interjicitur inter eaſdem rectas, rectaque producta; eam rationem habebit ad ſpatium, quod comprehenditur tum a minore circumferentia, tum ab eadem helice, rectaque terminos earum jungente, quam habet ea, quæ ex centro minoris circuli, cum duabus tertiis partibus exceſſus, quo ea, quæ ex centro majoris circuli, excedit eam, quæ ex centro minoris, ad eam, quæ ex centro minoris, una cum tertia ejuſdem exceſſus parte.

Sit helix ΑΒΓΔ uno orbe deſcripta, et ſumantur in ea duo puncta Α, Γ; ſitque punctum Θ principium helicis. Ducantur autem rectæ a

[s] τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΔΒ· τὸ δὲ ὑπὸ τᾶν ΘΓΕ [t] τριτημορίων [u] μία περιφορά

punctis A, Γ ad punctum Θ: et centro quidem puncto Θ, intervallis vero rectis ΘA, ΘΓ circuli deſcribantur. Oportet demonſtrare ſpatium Ξ ad ſpatium Π eamdem rationem habere, quam habet utraque recta; ΘA, et duæ tertiæ partes rectæ HA, ad rectam utramque; ΘA, et tertiam partem ipſius HA.

Spatium enim NΠ ad ſectorem HΓΘ eam rationem habere demonſtratum eſt, quam habet ſpatium, quod ſub HΘ, AΘ continetur, et tertia pars quadrati, quod ab AH deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab HΘ. Spatium igitur Ξ ad ſpatium NΠ eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΘAH continetur, una cum duabus tertiis partibus quadrati, quod a HA deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod continetur ſub AΘH, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab HA. Et quoniam ſpatium NΠ ad ſectorem NΠΞ eam habet rationem, quam habent hæc utraque: ſpatium, quod ſub ΘA, ΘH continetur, et tertia pars quadrati, quod ab HA deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘH; ſector autem NΠΞ ad ſectorem N eam habet, quam quadratum, quod a ΘH deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘA: habebit etiam ſpatium NΠ ad ſectorem N eamdem rationem, quam habent hæc utraque; ſpatium, quod ſub ΘA, ΘH continetur, et tertia pars quadrati, quod ab HA deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘA. Spatium igitur NΠ ad ſpatium Π eam rationem habet, quam hæc utraque; ſpatium, quod ſub HΘA continetur, et tertia pars quadrati, quod ab HA deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod continetur ſub HA, ΘA, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab HA. Quoniam igitur ſpatium Ξ ad ſpatium NΠ eam habet rationem, quam hæc utraque; ſpatium, quod ſub ΘAH continetur, et duæ tertiæ partes quadrati, quod ab HA deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod continetur ſub HΘA, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab HA: ſpatium autem NΠ ad ſpatium Π habet eam, quam hæc utraque; ſpatium, quod ſub HΘA continetur, et tertia pars quadrati, quod ab HA deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod continetur ſub HAΘ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab HA: habebit etiam ſpatium Ξ ad ſpatium Π eamdem rationem, quam habent hæc utraque; ſpatium, quod ſub ΘA, HA continetur, et duæ tertiæ partes quadrati, quod ab HA deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium,



κος. Καὶ ἀπὸ τῶν Α, Γ, ἐπιζευχθῶσαν εὐθεῖαι ἐπὶ τὸ Θ· καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστημάσι δὲ ταῖς ΘΑ, ΘΓ, κύκλοι γεγράφθωσαν. Δεικτέον ὅτι τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ Π τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἁ ΘΑ, καὶ δύο τριταμόρια τᾶς ΗΑ ποτὶ συναμφότερον [t] τάν τε ΘΑ, καὶ ἐν τριταμόριον τᾶς ΗΑ.

Τὸ γὰρ χωρίον τὸ ΝΠ ποτὶ τὸν ΗΓΘ τομέα δέδεικται τοῦτον [u] ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΘ, ΑΘ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΗ τετραγώνου, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΗΘ τετράγωνον. Αὐτὸ ἄρα τὸ Ξ ποτὶ τὸ ΝΠ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΑΗ μετὰ δύο τριταμορίων τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου, ποτὶ τὰ συναμφότερα, τά τε ὑπὸ τᾶν ΑΘΗ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ΝΠ χωρίον ποτὶ τὸν ΝΠΞ τομέα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΘΗ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΗ τετράγωνον, [w] ὁ δὲ ΝΠΞ τομεὺς ποτὶ τὸν Ν τομέα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΗ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ· ἕξει καὶ τὸ ΝΠ χωρίον ποτὶ τὸν Ν [x] τομέα τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τό τε ὑπὸ ΘΑ, ΘΗ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ, ποτὶ τὸ ἀπὸ ΘΑ. [y] Τὸ ἄρα ΝΠ χωρίον ποτὶ τὸ Π λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΘΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ [z] ἀπὸ τᾶς ΗΑ, ποτὶ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ [a] τᾶν ΗΑ, ΘΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου. Ἐπεὶ οὖν τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΝΠ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τό τε ὑπὸ ΘΑΗ, καὶ δύο τριταμόρια τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου, ποτὶ τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΘΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ· τὸ δὲ ΝΠ χωρίον ποτὶ τὸ Π τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΘΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου, ποτὶ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΑΘ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου· ἕξει καὶ τὸ Ξ [b] χωρίον ποτὶ τὸ Π τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΗΑ, καὶ δύο τριταμόρια τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ, ποτὶ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΗΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ. Τὰ δὲ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ [c] τᾶν ΘΑ,

[t] ταύτᾳ ΗΘ, καὶ ἐν τριταμόριον τᾶς ΜΑ [u] ἔχει [w] ὁ δὲ ΝΗΞ [x] In MS. τομέα deeſt. [y] τὸ ἄρα ΝΠ πρὸς τὸ ΠΑ
[z] ἀπὸ τᾶς ΜΑ συναμφότερον [a] τᾶν ΗΑ, ΘΞ [b] In MS. χωρίον deeſt. [c] τᾶν ΘΗ, ΗΑ

Η Α, καὶ δύο τριταμόρια τοῦ ἀπὸ τᾶς Η Α, ποτὶ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ [d] τᾶν Θ Α, Η Α καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς Η Α τετραγώνου, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, [e] ἅτε Θ Α καὶ δύο τριταμόρια τᾶς Η Α, ποτὶ συναμφοτέραν, [f] τὰν Θ Α, καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶς Η Α. Δῆλον οὖν ὅτι καὶ τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ Ν χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν συναμφότερα, [g] ἅτε Θ Α, καὶ δύο τριταμόρια τᾶς Η Α, ποτὶ συναμφότερον, [h] τὰν Θ Α, καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶς Η Α.

quod continetur ſub Θ A, H A, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab H A. Utraque autem hæc; ſpatium, quod ſub Θ A, H A continetur, et duæ tertiæ partes quadrati, quod ab H A deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod continetur ſub Θ A, H A, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab H A, eam habent rationem, quam habet utraque; recta Θ A et duæ tertiæ partes rectæ H A, ad rectam utramque; Θ A, et tertiam partem ipſius H A. Manifeſtum eſt igitur etiam ſpatium Ξ ad ſpatium N eam habere rationem, quam utraque; recta Θ A et duæ tertiæ partes rectæ H A, ad rectam utramque; Θ A, et tertiam partem ipſius H A.

[d] τᾶν Θ Η Α [e] ἅτε Θ Η [f] τὰν Θ Η [g] ἅτε Θ Η [h] τὰν Θ Η

IN MS. SCHOLIUM ITA SE HABET.

Ἴσα δὲ καὶ τῶν ἀριθμῶν, ἀκολούθως τῇ λέξει σαφηνιοῦ τὸ θεώρημα, ὑποτιθέμεθα αὐτὰ καὶ οἱ (ἀριθμοὶ) ἐς ὑπογράφονται ὡς ὑπόκειται που τοῖς πολλαπλασιασμοῖς εἶναι, καὶ πειθέντι εὑρεῖν τὰ ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχόντων μετὰ τῶν ἀπὸ ΙΚΛΜΝΞΟ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς α' ΑΧΛΒ. τὰ δὲ ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν ΩΙΣ. δῆλον οὖν τὸ λεγόμενον. Αὐτὸς ἐπιδεῖξαι βούλεται ὅτι τὰ δὶς ὑπὸ πάντα μετὰ τῶν ἀπὸ ΙΚΛΜΝΞΟ τῷ ἀπὸ τῆς Β, καὶ πασῶν τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν, ἴσα ἐπὶ ταῖς πασῶν τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν· καὶ ἔστιν μὲν αὐτὰ ἐν ὑποκειμένοις τῶν ἀριθμῶν προχείροις. ὁ δέ γε Ἀρχιμήδης, γραμμικῶς αὐτὸ βουλόμενος δεῖξαι, μετάγει τὸν λόγον καὶ φησίν. ἐπεὶ δὶς μὲν τὰ ὑπὸ τῶν ΒΙ περιεχόμενα ἴσα τῷ ὑπὸ τῆς διπλασίας τῆς Β καὶ τῆς Θ καὶ τὰ ἑξῆς. φανερὰ δὲ ταῦτα ἀναγράψαντι τὰ χωρία. δῆλον δὲ ὅτι καὶ οἱ (ἀριθμοὶ) ἐς ἀπαντήσουσι, ὡς γὰρ ἐπὶ τοῦ δὶς ὑπὸ ΒΙ ἐστί. ὁ μὲν ΒΙΔ. ἡ δὲ ΙΒ. ὥς τε καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν γίνεται ις'. καὶ ἔστι ὁ ΒΙΔ. ὁ ἄρα διπλοῦ ΚΗ ἐπὶ τὴν Β, διὰ τὸ ἴσον εἶναι τῷ Ι. τῆς Θ γάρ. ὁμοίως δὲ ἡ τετραπλῆ τῆς ΓΝ ς ΓΧΜΝ. ἡ δὲ ἑξαπλῆ τῆς ΔΓΧΞ. ὁ δὲ ὀκταπλῆ τῆς ΕΓΧΞΔ καὶ ἑξῆς ὑπόκειται, ὥς ἡ τε ἐκ πασῶν τῆς τε διπλῆς καὶ τετραπλῆς καὶ ἑξαπλῆς καὶ τῶν λοιπῶν Θ. τῷ δὲ γράμματι ΓΧΤΛΣ. εἶτα πάλιν. τὰ οὖν ΣΜΝ πάντα περιελάβετο τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς Θ, καὶ τῆς ἴσης. πάσαις ταῖς ΑΒΓΔΕΖΗΘ ἐποιεῖτο ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς Θ, καὶ τῆς ἴσης πάσαις, τοῦτ' Α καὶ τὰ τριπλασία τῆς Β καὶ ἑξῆς· ἐπεὶ γὰρ λέγων τὸ δὶς ὑπὸ τῆς Β καὶ τετραπλῆς τῆς Γ, καὶ ἑξῆς ἐπάγει ἐν αὐταῖς τῷ τε ὑπὸ τῆς Θ καὶ τῆς ἴσης πάσαις τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν, δῆλον ἐστίν, ἢ ὅτι τῷ διπλῷ τῆς Β, ἐπάγει καὶ ἑτέραν, ὡς γίνεσθαι τριπλῆν, καὶ τῷ τετραπλῷ τῆς Γ, ἐπάγει καὶ πέμπτον, καὶ ἑξῆς ὁμοίως, γέγονεν ὡς εἴρηται ἡ διπλῆ τῆς Β. καὶ τετραπλῆ τῆς Γ καὶ ἑξῆς τῶν λοιπῶν ΤΛΣ. καὶ ἔστι ὁ ΘΒ τὸ ὑπόλοιπον ὅτι ΧΟΒ. ἃ δὲ ἴσα πάσαις ταῖς τῷ ἴσῳ ἀλλήλαις ὑπερεχούσαις ΓΧΟΒΑ ἐπὶ τὴν ΒΓΧΡΜΔ, μετὰ τῶν ΧΟΒΓΧΩΙΣ. ἡ δὲ τριπλῆ τῆς ΒΓΧΜΒ. καὶ ἑξῆς ὡς ὑπόκειται. ἔστι οὖν ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς Α καὶ τῆς τριπλῆς τῆς Β, καὶ πενταπλῆς. καὶ τῶν ἑξῆς ΓΗ τὰς δὶς ΓΧΩΙς ἅπερ ἐστὶ καὶ τὰ ὑπὸ τῶν ΑΒΓΔΕΖΗΘ.

α	β	ι	γ	κ	δ	λ	ε	μ	ζ	ν	η	ξ	θ	ο
Μ ιε'	Μ ιδ'	Μ ζ'	Μ ιβ'.	Μ δ	Μ ι'.	Μ ς'	Μ ε'	Μ ς	Μ ς'.	Μ ι'	Μ δ'	Μ ιβ'	Μ	Μ ιδ'
αΜ σνς'	αΜ ρμς'.	αΜ Δ'.	αΜ ςΜ δ'	αΜ ις'	αΜ ξ''	αΜ λς'	αΜ ξδ'	αΜ ξδ'	αΜ λς'	αΜ ξ''	αΜ ις'	αΜ ςμδ'	αΜ Δ	αΜ ςψς'

Δὶς γ Μ ρς' Δὶς γ Μ υς' Δὶς ε Μ ςιχ' Δὶς ε Μ ρχα' Δὶς γ Μ ςχ' Δὶς γ Μ ψς' Δὶς γ Μ γς'

ὁ διπλῆ τῆς β' ὁ τετραπλῆ τ γ' ὁ ἑξαπλῆ τ δ' ὁ ὀκταπλῆ τ ε' ὁ δεκαπλῆ τ ζ' ὁ δωδεκαπλῆ τ η', ἡ τεσσαρεσκαιδεκαπλῆ τ θ'

Μ κε' Μ Μ ν' Μ ξ' Μ ξδ' Μ ξ' Μ Μ ν' Μ κν'

θ ἐκ πασῶν συνάγεται ΤΛΣ ἐπὶ τὰ δύο μετὰ τ ὑπὸ ΘΚ τῆς ἴσης πάσαις τῶν ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν

ἔσται ςμδ' ς (forte γίνεται) Μ ως'

ὁ γ' τῆς β', Μ, ὁ ε' τῆς γ' Μ ὁ ζ' τῆς δ' Μ ὁ θ τῆς ε' Μ ὁ ια' τῆς ζ' ὁ ἰγ' τῆς η' ὁ ιε τῆς θ

μβ' ξ' ο' οβ' Μ ξε' Μ οβ' Μ λ'

θ ἡ ἐκ πασῶν συγκειμένη τριπλῶν τε καὶ πενταπλῶν καὶ τῶν λοιπῶν Μ ϥ Ν ἐπὶ τὰ δύο ? (forte γίνεται) ως'.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΠΕΡΙ ΚΩΝΟΕΙΔΕΩΝ
ΚΑΙ ΣΦΑΙΡΟΕΙΔΕΩΝ.

ARCHIMEDIS
DE CONOIDIBUS
ET SPHÆROIDIBUS.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΩΣΙΘΕΩ ΕΥΠΡΑΤΤΕΙΝ.

ΑΠΟΣΤΕΛΛΩ τοι γράψας ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τῶν τε λοιπῶν θεωρημάτων τὰς ἀποδείξιας, ὧν οὐκ εἶχες ἐν τοῖς πρότερον ἀπεσταλμένοις, καὶ ἄλλων ὕστερον ποτὲ ἐξευρημένων· ἃ πρότερον μὲν ἤδη πολλάκις ἐγχειρήσας ἐπισκέπτεσθαι, δύσκολον ἔχειν τι φανείσας μοι, τὰς εὑρεσίας αὐτῶν [a] ἠπόρησα· διόπερ οὐδὲ συνεξεδόθεν τοῖς ἄλλοις αὐτὰ τὰ προβεβλημένα. Ὕστερον δὲ ἐπιμελέστερον ποτ' αὐτοῖς γενόμενος, ἐξεῦρον τὰ ἀπορηθέντα. Ἦν δὴ τὰ μὲν λοιπὰ τῶν προτέρων θεωρημάτων περὶ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος προβεβλημένα· τὰ δὲ νῦν ἐστὶ ποτ' ἐξευρημένα περὶ τε ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος, καὶ περὶ σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν τὰ μὲν παραμάκεα, τὰ δὲ ἐπιπλατέα καλέω. Περὶ μὲν οὖν τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος, [b] ὑπέκειτο τάδε.

Αἴκα ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, μενούσας τᾶς διαμέτρου, περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ὀρθογώνιον κωνοειδὲς καλεῖσθαι· καὶ ἄξονα μὲν αὐτοῦ [c] τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον καλεῖσθαι· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς τοῦ κωνοειδέος ἐπιφανείας. Καὶ αἴκα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν [d] ἀποτέμῃ τι τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, βάσιν μὲν καλεῖσθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ κωνοειδέος το-
* μᾶς ἐν τῷ ἀποτέμνοντι ἐπιπέδῳ· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τοῦ κωνοει-

ARCHIMEDES DOSITHEO SALUTEM.

MITTO tibi conſcriptas in hoc libro reliquorum theorematum demonſtrationes, quas inter priores jam miſſas non habuiſti; aliorumque item, quæ poſtea inventa ſunt: quæ quidem cum antea ſæpe aggreſſus eſſem perſcrutari, multumque difficultatis habere viderentur, diu animo perpendi: atque hoc in cauſa fuit, cur hæc ipſa, quæ propoſita erant, una cum aliis edita non ſint. Cum enim ſubinde animum diligentius intendiſſem, ea de quibus dubitaveram, tandem inveni. Quæ autem reliqua erant ex prioribus theorematibus, ea ad rectangulam conoiden pertinebant: quæ vero nunc inventa ſunt, ea pertinent ad conoiden obtuſiangulam, figuraſque ſphæroideas; quarum aliquas quidem longas, aliquas vero latas voco. Itaque de rectangula conoide hæc poſita erant.

Si rectanguli coni ſectio, manente diametro, circumacta eodem reſtituatur, unde moveri cœpit; quæ a rectanguli coni ſectione figura comprehenditur, hanc rectangulam conoiden vocari: et axem quidem ipſius manentem diametrum; verticem vero punctum, in quo axis conoidis ſuperficiem contingit. Et ſi rectangulam conoiden planum contingat, planumque aliud, quod plano contingenti parallelum agitur, conoidis ſegmentum aliquod ſecet; ſegmenti, quod ſectum eſt, baſim quidem vocari planum, quod a conoidis ſectione in eo, quod ſecat, plano comprehenditur; verticem vero punctum, in quo planum alterum conoiden contingit; axem denique rectam, quæ abſcinditur in ſegmento ab ea, quæ a vertice ſegmenti ducta fuerit conoidis axi parallela. Hæc autem contemplanda

[a] ἀπέςειλα [b] Sic MS. [c] τὰς ΜΑ μὲν ἄξονας [d] ἀποτεμῇ τὶ τμᾶμα

proponebantur. Cur ſi rectangulæ conoidis ſegmenta plano ſecentur ad axem recto, ſegmentum, quod ſectum eſt, ſeſquialterum ſit coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem. Et cur ſi duo rectangulæ conoidis ſegmenta planis ſecentur utcunque actis; ſegmenta, quæ ſecta ſunt, duplam ſuarum axium inter ſe invicem rationem habeant. At de obtuſiangula conoide hæc ponebamus. Si in eodem plano ſint obtuſianguli coni ſectio, ejuſque diameter, lineæque, quæ obtuſianguli coni ſectioni proximæ ſunt; planum autem, in quo ſunt lineæ, quas diximus, manente diametro, circumactum eodem reſtituatur, unde moveri cœpit; manifeſtum eſſe fore ut lineæ, quæ obtuſianguli coni ſectioni proximæ ſunt, conum iſoſcelem comprehendant; cujus vertex erit punctum, in quo lineæ proximæ concurrunt; axis vero manens diameter. Ac figuram quidem, quæ ab obtuſianguli coni ſectione comprehenditur, obtuſiangulam conoiden vocari; axem vero ipſius manentem diametrum; verticem denique punctum, in quo axis conoidis ſuperficiem contingit. Ad hæc conum, qui a lineis, quæ obtuſianguli coni ſectioni proximæ ſunt, comprehenditur, continentem conoiden vocari: quæ autem recta inter verticem conoidis, et verticem coni conoiden continentis interjicitur, hanc vocari appoſitam ad axem. Et ſi obtuſiangulam conoiden planum contingat, planumque aliud, quod plano contingenti parallelum agitur, conoidis ſegmentum ſecet; ſegmenti, quod ſectum eſt, baſim quidem vocari planum, quod a conoidis ſectione in eo, quod ſecat, plano comprehenditur; verticem vero punctum, in quo planum conoiden contingit; axem denique rectam, quæ abſcinditur in ſegmento ab ea, quæ ducta fuerit per verticem conoidis, et verticem coni conoiden continentis: quæ autem inter vertices, quos diximus, recta interjicitur, hanc vocari appoſitam ad axem. Omnes conoides rectangulæ ſimiles utique ſunt: obtuſiangularum vero conoidum eæ vocentur ſimiles, quarum et coni continentes ſimiles ſunt. Hæc autem contemplanda proponuntur. Cur ſi obtuſiangulæ conoidis ſegmenta plano ſecentur ad axem recto; ſegmentum, quod ſectum eſt, ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam rationem habeat, quam recta utrique æqualis, tum axi ſegmenti, tum triplæ rectæ appoſitæ ad axem, habet ad rectam æqualem utrique, tum axi ſegmenti, tum duplæ rectæ ad axem appoſitæ. Et cur ſi obtuſiangulæ

δέος· ἄξονα δὲ τὰν ἀπολαφθεῖσαν εὐθεῖαν ἐν τῷ τμάματι ἀπὸ τᾶς ἀχθείσας διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος παρὰ τὸν ἄξονα τοῦ κωνοειδέος. Προβάλλοντο δὲ τάδε θεωρῆσαι. Διὰ τί αἴκα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος τμάματα ἀποτμαθῇ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Καὶ διὰ τί αἴκα ἀπὸ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις, τὰ ἀποτμαθέντα τμάματα διπλάσιον λόγον ἑξεῖντι ποτ᾽ ἄλλαλα τῶν ἀξόνων. Περὶ δὲ τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ὑποτιθέμεθα μὲν τάδε. Αἴκα ἐν ἐπιπέδῳ ἔωντι ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, καὶ [e]ἁ διάμετρος αὐτᾶς, καὶ αἱ ἔγγιστα τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου [f]κώνου τομᾶς· μενοῦσας δὲ τᾶς διαμέτρου, περιενεχθὲν τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ εἰρημέναι γραμμαί, ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, αἱ μὲν ἔγγιστα εὐθεῖαι τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς, δῆλον ὡς κῶνον ἰσοσκελῆ περιλαψοῦνται, οὗ [g]κορυφὰ ἐσσεῖται τὸ σαμεῖον καθ᾽ ὃ αἱ ἔγγιστα συμπίπτοντι· ἄξων δὲ [h]ἁ μεμενακοῖσα διάμετρος. Τὸ δὲ ὑπὸ τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς σχῆμα περιλαφθὲν, ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς καλεῖσθαι· ἄξονα δὲ αὐτοῦ [i]τὰν μεμενακοῖσαν διάμετρον· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ᾽ ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς ἐπιφανείας τοῦ κωνοειδέος. Τὸν δὲ κῶνον τὸν περιλαφθέντα ὑπὸ τᾶν ἔγγιστα τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς, περιέχοντα τὸ κωνοειδὲς καλεῖσθαι· τὰν δὲ μεταξὺ εὐθεῖαν τᾶς τε κορυφᾶς τοῦ κωνοειδέος, καὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς, ποτεοῦσαν τῷ ἄξονι καλεῖσθαι. Καὶ αἴκα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμῃ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, βάσιν μὲν καλεῖσθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ κωνοειδέος τομᾶς, ἐν τῷ ἀποτέμνοντι ἐπιπέδῳ· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ᾽ ὃ ἅπτεται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον τοῦ κωνοειδέος· ἄξονα [k]δὲ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἐν τῷ τμάματι ἀπὸ τᾶς ἀχθείσας διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος, καὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές· καὶ τὰν, μεταξὺ τᾶν εἰρημέναν κορυφᾶν, εὐθεῖαν ποτεοῦσαν τῷ ἄξονι καλεῖσθαι. Τὰ μὲν ὀρθογώνια κωνοειδέα πάντα, ὅμοιά ἐντι· τῶν δὲ ἀμβλυγωνίων κωνοειδέων ὅμοια καλείσθω, ὧν καὶ οἱ κῶνοι οἱ περιέχοντες τὰ κωνοειδέα ὅμοιοι ἔωντι. Προβάλλεται δὲ τάδε θεωρῆσαι. Διὰ τί αἴκα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος [l]ἀποτμαθῇ τμάματα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, [m]ὃν ἁ συναμφοτέρα, ἴσα τῷ ἄξονι τοῦ τμάματος, καὶ τᾷ τριπλασίᾳ [n]τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος, καὶ τᾷ διπλασίᾳ [o]τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι. Καὶ διὰ τί, αἴκα τοῦ

[e] ἁ ex MS. [f] κώνου ex MS. [g] Sic MS. [h] ἁ ᾳ - - μὲν ἄκοντα [i] τὰ - - - μὲν ἄκοντα [k] δὲ ex MS.
[l] Sic MS. [m] In MS. ὃν deeſt. [n] τᾶς ποτὶ ἴσας [o] τᾶς ποτὶ ἴσας

ἀμβλυγωνίω κωνοειδέος τμᾶμα ἀποτμαθῇ ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ὃ γίγνεται ἀπότμαμα κώνω, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφότερα, ἴσα τῷ ἄξονι τῶ τμάματος, καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι, ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τῷ τε ἄξονι τῶ τμάματος, καὶ τᾷ διπλασίᾳ [p] τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι. Περὶ δὲ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὑποτιθέμεθα τάδε. Αἴκα ὀξυγωνίω κώνω τομὰ, μενούσας τᾶς μείζονος διαμέτρω, περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιγραφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τῶ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς παραμάκες σφαιροειδὲς καλεῖσθαι. Εἰ δὲ, τᾶς ἐλάσσονος διαμέτρω μενούσας, περιενεχθεῖσα ἁ τοῦ ὀξυγωνίω κώνω τομὰ ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, τὸ [q] περιγραφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τῶ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς ἐπιπλατιὰν σφαιροειδὲς καλεῖσθαι. Ἑκατέρω δὲ τῶν σφαιροειδέων ἄξονα μὲν καλεῖσθαι [r] τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον [s] κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον καθ᾽ ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς ἐπιφανείας τῶ σφαιροειδέος· κέντρον δὲ καλεῖσθαι τὸ μέσον τοῦ ἄξονος· καὶ διάμετρον τὰν διὰ τῶ κέντρω ποτ᾽ ὀρθὰς ἀγομέναν τῷ ἄξονι. Καὶ αἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερῶν ἐπίπεδα παράλληλα ἐπιψαύοντι μὴ τέμνοντα· παρὰ δὲ τὰ ἐπίπεδα τὰ ψαύοντα ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθῇ τέμνον τὸ σφαιροειδὲς, τῶν γενομένων τμαμάτων βάσιν μὲν καλεῖσθαι τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ σφαιροειδέος τομᾶς ἐν τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ· κορυφὰς δὲ τὰ σαμεῖα, καθ᾽ ἃ ἐπιψαύοντι τοῦ σφαιροειδέος τὰ παράλληλα ἐπίπεδα· ἄξονας δὲ τὰς ἐναπολαφθείσας εὐθείας ἐν τοῖς τμαμάτεσσιν ἀπὸ τᾶς εὐθείας τὰς κορυφὰς αὐτῶν ἐπιζευγνυούσας. Ὅτι δὲ τάτε ἐπιψαύοντα ἐπίπεδα τῶ σφαιροειδέος καθ᾽ ἓν μόνον ἅπτεται σαμεῖον τᾶς ἐπιφανείας αὐτῶ· καὶ ὅτι ἁ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα διὰ τῶ κέντρω τῶ σφαιροειδέος πορεύεται, [t] δείξομες. Ὁμοῖα δὲ καλεῖσθαι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν καὶ οἱ ἄξονες ποτὶ τὰς διαμέτρους τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι. Τμάματα δὲ σφαιροειδέων σχημάτων καὶ κωνοειδέων ὁμοῖα καλεῖσθαι, αἴκα ἀφ᾽ ὁμοίων σχημάτων ἀφαιρημένα ἔωντι, καὶ τάς τε βάσεις ὁμοίας ἔχοντι καὶ οἱ ἄξονες αὐτῶν ἤτοι ὀρθοὶ ἐόντες ποτὶ τὰ ἐπίπεδα τῶν βασίων, ἢ γωνίας ἴσας ποιοῦντες ποτὶ τὰς ὁμολόγους διαμέτρους τῶν βάσεων, τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον [u] ποτ᾽ ἀλλάλοις ταῖς ὁμολόγοις διαμέτροις τῶν βάσεων. Προβάλλεται δὲ περὶ τῶν σφαιροειδέων τάδε θεωρῆσαι. Διότι αἴκα τι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τῶ κέντρω ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γενομένων τμαμάτων, ἑκάτερον διπλάσιον ἐσσεῖται τῶ κώνω τῶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Αἴκα δὲ ὀρθῷ μὲν ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ, μὴ διὰ τῶ κέντρω δὲ, τῶν γενομένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον ποτὶ τὸν

conoidis ſegmentum plano ſecetur ad axem non recto; ſegmentum, quod ſectum eſt, ad figuram, quæ eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque axem; quæ quidem figura ſit ſegmentum coni; eam habeat rationem, quam recta utrique æqualis, tum axi ſegmenti, tum triplæ rectæ appoſitæ ad axem, habet ad rectam æqualem utrique, tum axi ſegmenti, tum duplæ rectæ ad axem appoſitæ. Hæc demum de ſphæroideis figuris ponebamus. Si acutianguli coni ſectio, manente majore diametro, circumacta eodem reſtituatur, unde moveri, cœpit; quæ ab acutianguli coni ſectione figura deſcribitur, hanc longam ſphæroiden vocari. Quod ſi, minore diametro manente, circumacta acutianguli coni ſectio eodem reſtituatur, unde moveri cœpit; quæ figura deſcribitur ab acutianguli coni ſectione, hanc vocari ſphæroiden latam. Ac utriuſque ſphæroidis axem quidem vocari manentem diametrum; verticem vero punctum, in quo axis ſphæroidis ſuperficiem contingit; centrum denique punctum axis medium; et diametrum rectam, quæ per centrum ipſi axi ad rectos angulos ducitur. Et ſi ſphæroidum utramvis parallela plana contingant, quæ ipſas non ſecent; planumque aliud, quod planis contingentibus parallelum agitur, ſphæroiden ſecet; ſegmentorum, quæ oriuntur, baſim quidem vocari planum, quod a ſphæroidis ſectione in eo, quod ſecat, plano comprehenditur; vertices vero puncta, in quibus parallela plana ſphæroiden contingunt; axes denique rectas, quæ abſcinduntur in ſegmentis a recta, quæ eorum vertices jungit. At vero plana ſphæroiden contingentia ejus ſuperficiem in uno tantum puncto contingere; rectamque contactus jungentem per ſphæroidis centrum tranſire, infra demonſtrabitur. Sphæroidum autem eas ſimiles vocari, quarum axes eamdem ad ſuas diametros rationem habent. At ſegmenta ſphæroidum, conoidumque ea vocari ſimilia, quæ ablata a ſimilibus figuris baſes ſimiles habent; quarumque axes, ſive recti ſint ad plana baſium, ſive æquales cum reſpondentibus baſium diametris angulos efficiant, eamdem ad reſpondentes baſium diametros habent rationem. Hæc autem de ſphæroidibus contemplanda proponuntur. Cur ſi aliqua ſphæroidum ſecetur plano per centrum acto, et ad axem recto; eorum, quæ oriuntur, ſegmentorum utrumque duplum ſit coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem. At ſi plano ſecetur recto quidem ad axem, non autem per centrum acto; eorum, quæ oriuntur, ſegmentorum, ma-

[p] τὰς ποτὶ ἴσας [q] περιλαφθὲν [r] τὰν μένοισαν ἄξονα [s] Sic MS. [t] δείξομεν [u] ποτ᾽ ἀλλάλας

jus quidem ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam rationem habeat, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ axi ſphæroidis, tum axi minoris ſegmenti habet ad axem minoris ſegmenti: minus vero ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, et axem eumdem, eam habeat rationem, quam recta æqualis utrique, tum dimidiæ axi ſphæroidis, tum axi majoris ſegmenti, habet ad axem majoris ſegmenti. Et cur ſi ſphæroidum aliqua ſecetur plano per centrum acto, et non ad axem recto; eorum, quæ oriuntur, ſegmentorum utrumque duplum ſit figuræ, quæ eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem. Eſt autem hæc figura ſegmentum coni. At ſi plano ſecetur neque per centrum acto, neque ad axem recto; eorum, quæ oriuntur, ſegmentorum, majus quidem ad figuram, quæ eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam rationem habeat, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ ejus, quæ ſegmentorum vertices jungit, tum axi minoris ſegmenti, habet ad axem minoris ſegmenti: minus vero ſegmentum ad figuram, quæ eamdem ac ſegmentum baſim habeat, et axem eumdem, eam habeat rationem, quam recta æqualis utrique, tum dimidiæ ejus, quæ ſegmentorum vertices jungit, tum axi majoris ſegmenti, habet ad axem majoris ſegmenti. Hæc autem figura in his quoque coni ſegmentum eſt. Jam demonſtratis iis, quæ diximus, theorematibus, plurima cum theoremata, tum problemata per ea ipſa inveniuntur; cujuſmodi eſt hoc. Similes ſphæroides, et ſimilia ſphæroidum, conoidumque ſegmenta triplam ſuarum axium inter ſe invicem rationem habent. Itemque hoc; ſphæroidum æqualium quadrata, quæ a diametris deſcribuntur, earumque axes reciprocantur. Et quorum ſphæroidum quadrata, quæ a diametris deſcribuntur, axeſque reciprocantur, hæ ſunt æquales. Problema autem eſt hujuſmodi. A dato ſegmento, ſive ſphæroidis, ſive conoidis, ſegmentum plano ſecare, quod plano alteri dato parallelum agatur; ita ut ſegmentum, quod ſectum eſt, dato ſive cono, ſive cylindro, ſive ſphæræ æquale ſit. Igitur poſtquam præmiſero theoremata, et problemata, quæ ad hæc demonſtranda ſunt neceſſaria, mox tibi, quæ propoſita ſunt, conſcribam. Vale.

Si conus plano ſecetur cum omnibus ejus lateribus concurrente; ſectio vel erit circulus, vel coni acutianguli ſectio. Itaque ſi ſectio circulus fuerit, conſtat ſegmentum, quod a cono ad eaſdem verticis partes abſcinditur, conum fore.

κώνου [w] τὸν αὐτὰν βάσιν ἔχοντι τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα, τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ ἐλάσσονος τμάματος· τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα, τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος. Καὶ διότι αἴκα τῶν σφαιροειδέων τι ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ κέντρου μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γενομένων τμαμάτων ἑκάτερον διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ σχήματος, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Γίγνεται δὲ τὸ σχῆμα [x] ἀπότμαμα κώνου. Αἴκα δὲ μήτε διὰ τοῦ κέντρου, μήτε ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ τὸ σφαιροειδὲς, τῶν γενομένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἕξει λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισέᾳ αὐτᾶς τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος, ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμάματος· τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ συναμφοτέραις ἴσα, τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων, καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος. Γίνεται δὲ καὶ ἐν τούτοις τὸ σχῆμα [y] ἀπότμαμα κώνου. Ἀποδειχθέντων δὲ τῶν εἰρημένων θεωρημάτων, διὰ τούτων εὑρίσκονται θεωρήματά τε πολλὰ καὶ προβλήματα, οἷον καὶ τάδε. Ὅτι τὰ ὅμοια σφαιροειδέα, καὶ τὰ ὅμοια τμάματα τῶν τε σφαιροειδέων σχημάτων καὶ τῶν κωνοειδέων τριπλασίονα λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα τῶν ἀξόνων. Καὶ δὴ ὅτι, τῶν ἰσοσφαιροειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ [z] ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντιπεπόνθασι τοῖς ἀξόνεσσι. Καὶ αἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα, τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντιπεπόνθασι τοῖς ἀξόνεσσι, ἴσα ἐντὶ τὰ σφαιροειδέα. Πρόβλημα δὲ οἷον καὶ τόδε· Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σφαιροειδέος τμάματος, ἢ κωνοειδέος τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ παρὰ δοθὲν ἐπίπεδον ἀγμένῳ, ὥστε ἦμεν τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἴσον τῷ δοθέντι κώνῳ, ἢ κυλίνδρῳ, ἢ σφαίρᾳ τᾷ δοθείσᾳ. Προγράψαντες οὖν τά τε θεωρήματα καὶ τὰ ἐπιτάγματα τὰ χρείαν ἔχοντα εἰς τὰς ἀποδείξιας αὐτῶν, μετὰ ταῦτα γράψομέν σοι [a] τὰ προβλήματα. Εὐτύχει.

Αἴκα κῶνος ἐπιπέδῳ τμαθῇ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ἤτοι κύκλος, ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομά. Εἰ μὲν οὖν κύκλος ἁ τομά, δῆλον ὅτι τὸ ἀπολαφθὲν ἀπ' αὐτοῦ τμᾶμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ τοῦ κώνου κορυφᾷ, κῶνος ἐσσεῖται.[b] Αἴκα δὲ ἁ

[w] τὸν τὰν αὐτὰν [x] ἀπὸ τμάματος κώνου εἰ δὲ [y] ἀπὸ τμάματος κώνου [z] ἀπὸ ex MS. [a] τὰ προβλήματα
[b] εἰ δὲ K ἁ τομά

τομὰ γένηται ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τοῦ κώνου σχῆμα [c] ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ τοῦ κώνου κορυφᾷ ἀπότμαμα κώνου καλείσθω. Τοῦ δὲ ἀποτμάματος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς· κορυφὰ δὲ τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ κώνου κορυφά· ἄξων δὲ ἁ ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου ἐπὶ τὸ κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς [d] ἐπιζευχθεῖσα εὐθεῖα. Καὶ αἴκα κύλινδρος [e] δυσὶν ἐπιπέδοισιν παραλλήλοις τμαθῇ συμπιπτόντεσσι πάσαις ταῖς τοῦ κυλίνδρου πλευραῖς, αἱ τομαὶ ἐσσεῦνται ἤτοι κύκλοι, ἢ ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ἴσαι καὶ ὁμοῖαι ἀλλάλαις. Εἰ μὲν οὖν καὶ αἱ τομαὶ κύκλοι γένωνται, δῆλον ὅτι τὸ ἀποτμαθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων κύλινδρος ἐσσεῖται. Εἰ δὲ καὶ αἱ τομαὶ γένωνται ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τόμος κυλίνδρου καλείσθω. Τοῦ δὲ τόμου βάσις μὲν καλείσθω τὰ ἐπίπεδα τὰ περιλαφθέντα ὑπὸ τᾶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν· ἄξων δὲ ἁ ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα τὰ κέντρα τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν. Ἐσσεῖται δὲ αὐτὰ ἐπὶ τᾶς αὐτᾶς εὐθείας τῷ ἄξονι τοῦ κυλίνδρου.

Sin autem fuerit coni acutianguli ſectio, quæ figura ad eaſdem verticis partes a cono abſcinditur, ſegmentum coni vocetur. Cujus ſegmenti baſis quidem vocetur planum, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur; vertex vero punctum, quod et coni vertex eſt; axis denique recta linea, quæ a vertice coni ad centrum ſectionis coni acutianguli ducitur. Et ſi cylindrus duobus parallelis planis ſecetur cum omnibus cylindri lateribus concurrentibus; ſectiones vel erunt circuli, vel acutiangulorum conorum ſectiones æquales, ſibique invicem ſimiles. Itaque ſi ſectiones circuli fuerint, conſtat figuram, quæ interjecta inter parallela plana a cylindro abſcinditur, cylindrum fore. Sin autem fuerint conorum acutiangulorum ſectiones, quæ figura interjecta inter parallela plana a cylindro abſcinditur, ſegmentum cylindri vocetur. Cujus ſegmenti baſis quidem vocetur utrumvis planorum, quæ ab acutianguli coni ſectionibus comprehenduntur; axis vero recta linea, quæ ſectionum conorum acutiangulorum centra conjungit. Hæc autem erit in eadem recta, in qua eſt axis cylindri.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

Αἴκα ἔωντι μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, ᾖ δὲ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντα τὰ [f] μεγέθεα, ὧν ἐστιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντων μὲν τῶν τῷ ἴσῳ ὑπερεχόντων ἐλάσσονα ἐσσεῦνται ἢ διπλάσια· τῶν δὲ λοιπῶν, χωρὶς τοῦ μεγίστου, μείζονα ἢ διπλάσια.

Ἁ δὲ ἀπόδειξις τούτου φανερά.

PROP. I. Theor.

Si fuerint magnitudines quotcunque æqualiter ſeſe invicem excedentes, quarum exceſſus ſit æqualis minimæ; et aliæ item magnitudines multitudine quidem illis æquales, magnitudine vero æquales unaquæque maximæ; omnes magnitudines, quarum unaquæque maximæ eſt æqualis, omnium quidem magnitudinum æqualiter ſeſe invicem excedentium minores erunt quam duplæ; reliquarum vero, dempta maxima, majores quam duplæ.

Hujus autem demonſtratio manifeſta eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

Αἴκα μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ πλήθει ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι τὰ ὁμοίως τεταγμένα· λέγηται δὲ τά τε πρῶτα μεγέθεα ποτὶ τ' ἄλλα μεγέθεα, ἢ πάντα, ἢ τινα αὐτῶν ἐν λόγοις [g] ὁποιοισοῦν, καὶ τὰ ὕστερον ποτ' ἄλλα μεγέθεα τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις· πάντα τὰ πρῶτα μεγέθεα, ποτὶ πάντα ἃ λέγονται, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν ἔχοντι πάντα τὰ ὕστερον μεγέθεα ποτὶ πάντα ἃ λέγονται.

Ἔστω τινὰ μεγέθεα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει τοῖς Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ, κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον. Καὶ ἐχέτω τὸ μὲν Α ποτὶ τὸ Β τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ Η ποτὶ τὸ Θ· τὸ δὲ Β ποτὶ τὸ Γ, ὃν τὸ Θ ποτὶ τὸ Ι· καὶ τὰ

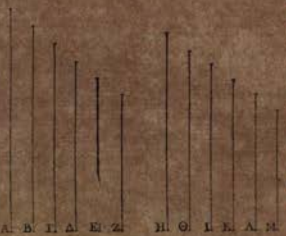
PROP. II. Theor.

Si magnitudines quotcunque ad alias magnitudines multitudine æquales ſimiliter ordinatæ binæ ad binas eamdem rationem habuerint: comparentur autem priores magnitudines, ſive omnes, ſive earum aliquæ, cum quibuſdam aliis quibuſcunque rationibus; comparenturque etiam poſteriores magnitudines cum aliis quibuſdam reſpondentibus ſibi iiſdem rationibus: omnes priores magnitudines ad eas omnes, cum quibus comparantur, eamdem habebunt rationem, quam habent omnes poſteriores magnitudines ad eas omnes, cum quibus itidem comparantur.

Sint quædam magnitudines A, B, Γ, Δ, E, Z, quæ ad alias magnitudines H, Θ, I, K, Λ, M multitudine æquales binæ ad binas eamdem rationem habeant. Atque habeat A quidem ad B eamdem rationem, quam H ad Θ: B vero ad Γ eamdem, quam Θ ad I: et deinceps aliæ eodem

[c] ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ τοῦ κώνου κορυφᾷ κώνου ἰσοῦται. Εἰ δὲ Κ. ἁ τομὰ γένηται ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τοῦ κώνου κορυφᾷ ἀπότμαμα κώνου καλείσθω [d] ἐπιζευχθείσας [e] δυοῖν [f] μεγέθεα [g] Sic MS.

modo. Comparentur autem magnitudines quidem A, B, Γ, Δ, E, Z cum quibuſdam aliis N, Ξ, O, Π, P, Σ quibuſcunque rationibus: magnitudines vero H, Θ, I, K, Λ, M cum aliis quibuſdam T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω reſpondentibus ſibi iiſdem rationibus: ita ut quam rationem habet A ad N, hanc habeat H ad T: et quam habet B ad Ξ, hanc habeat Θ ad Υ: et deinceps aliæ eodem modo. Oportet demonſtrare magnitudines omnes A, B, Γ, Δ, E, Z ad omnes N, Ξ, O, Π, P, Σ eamdem habere rationem, quam omnes magnitudines H, Θ, I, K, Λ, M ad omnes T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω.



Quoniam enim N quidem ad A eamdem rationem habet, quam T ad H; A vero ad B eamdem, quam H ad Θ; B denique ad Ξ eamdem, quam Θ ad Υ; eamdem habebit rationem N ad Ξ, quam T ad Υ: pariterque etiam Ξ ad O eamdem, quæ Υ ad Φ: et deinceps aliæ eodem modo. Habent autem omnes quidem A, B, Γ, Δ, E, Z ad A eamdem rationem, quam omnes H, Θ, I, K, Λ, M ad H; A vero ad N eamdem, quam H ad T; N denique ad omnes N, Ξ, O, Π, P, Σ rationem habet eamdem, quam T ad omnes T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω. Conſtat igitur omnes A, B, Γ, Δ, E, Z ad omnes N, Ξ, O, Π, P, Σ eamdem habere rationem, quam omnes H, Θ, I, K, Λ, M ad omnes T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω. Illud præterea manifeſtum eſt, et ſi magnitudinum A, B, Γ, Δ, E, Z ipſæ quidem A, B, Γ, Δ, E comparentur cum N, Ξ, O, Π, P; ipſa vero Z cum nulla comparetur: et adhuc ſi magnitudinum H, Θ, I, K, Λ, M ipſæ quidem H, Θ, I, K, Λ comparentur cum T, Υ, Φ, X, Ψ ſibi reſpondentibus; ipſa vero M cum nulla comparetur: omnes pariter A, B, Γ, Δ, E, Z ad omnes N, Ξ, O, Π, P eamdem habere rationem, quam omnes H, Θ, I, K, Λ, M ad omnes T, Υ, Φ, X, Ψ.



ἄλλα ὁμοίως τούτοις. Λεγέσθω δὲ τὰ μὲν A, B, Γ, Δ, E, Z μεγέθεα, ποτὶ τὰ ἄλλα μεγέθεα τὰ N, Ξ, O, Π, P, Σ, ἐν λόγοις ὁποιοισοῦν· τὰ δὲ H, Θ, I, K, Λ, M ποτὶ τ' ἄλλα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις· ὃν μὲν ἔχει λόγον τὸ A ποτὶ τὸ N, τὸ H ἐχέτω ποτὶ τὸ T· ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ B ποτὶ τὸ Ξ, τὸ Θ ἐχέτω ποτὶ τὸ Υ· καὶ τὰ ἄλλα ὁμοίως τούτοις. Δεικτέον, ὅτι πάντα τὰ A, B, Γ, Δ, E, Z ποτὶ πάντα τὰ N, Ξ, O, Π, P, Σ τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ H, Θ, I, K, Λ, M ποτὶ πάντα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν N ποτὶ τὸ A τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ T ποτὶ τὸ H, τὸ δὲ A ποτὶ τὸ B ὃν τὸ H ποτὶ τὸ Θ, τὸ δὲ B ποτὶ τὸ Ξ, ὃν τὸ Θ ποτὶ τὸ Υ, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον τὸ N ποτὶ τὸ Ξ, ὃν τὸ T ποτὶ τὸ Υ· διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ O, ὃν τὸ Υ ποτὶ τὸ Φ· καὶ τούτοις τὰ ἄλλα ὁμοίως. Ἔχοντι δὴ τὰ μὲν A, B, Γ, Δ, E, Z πάντα ποτὶ τὸ A τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχοντι τὰ H, Θ, I, K, Λ, M πάντα ποτὶ τὸ H· τὸ δὲ A ποτὶ τὸ N, ὃν τὸ H ποτὶ τὸ T· τὸ δὲ N ποτὶ πάντα τὰ N, Ξ, O, Π, P, Σ τὸν αὐτὸν λόγον ὃν τὸ T ποτὶ πάντα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω. Δῆλον οὖν, ὅτι πάντα τὰ A, B, Γ, Δ, E, Z ποτὶ πάντα τὰ N, Ξ, O, Π, P, Σ τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ H, Θ, I, K, Λ, M ποτὶ πάντα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω. Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ αἴκα τῶν τε A, B, Γ, Δ, E, Z μεγεθέων, τὰ μὲν A, B, Γ, Δ, E λέγωντι ποτὶ τὰ N, Ξ, O, Π, P, τὸ δὲ Z [k] μηδέποθεν λέγηται· καὶ τῶν H, Θ, I, K, Λ, M μεγεθέων, τὰ μὲν H, Θ, I, K, Λ λέγωντι ποτὶ τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ, τὰ ὅμοια ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ M [l] μηδέποθεν λέγηται· ὁμοίως πάντα τὰ A, B, Γ, Δ, E, Z, ποτὶ πάντα τὰ N, Ξ, O, Π, P, τὸν αὐτὸν ἕξοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ H, Θ, I, K, Λ, M ποτὶ πάντα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ.

PROP. III. Theor.

Si fuerint lineæ quotcunque ſibi invicem æquales; et unicuique earum applicetur ſpatium aliquod excedens ſpecie quadrata; latera vero exceſſuum æqualiter ſeſe invicem excedant, ſitque exceſſus æqualis minimo; præterea alia fuerint ſpatia multitudine quidem iis ipſis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque maxi-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Αἴκα γραμμαὶ ἴσαι ἀλλάλαις ἔωντι ὁπόσαι οὖν τῷ πλήθει, καὶ παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν παραπέσῃ τι χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, ἔωντι δὲ καὶ αἱ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, [*] καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ· ἔωντι δὲ καὶ ἄλλα χωρία τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ

[k] μηδαμόθεν [l] μηδαμόθεν

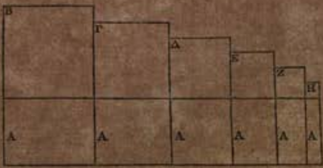
[*] In MS. deeſt. [l] ἴσαι

μεγέθει ἕκαςον ἶσον τῷ μεγίςῳ· ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσσονα λόγον ἑξεῦντι τῷ ὃν ἔχει ἁ ἴσα συναμφοτέραις, ταῖς τε τῷ μεγίςω ὑπερβλήματος πλευραῖς καὶ μιᾷ τᾶν ἰσᾶν ἐουσᾶν, ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τῷ τε τρίτῳ μέρει τᾶς τῷ μεγίςω ὑπερβλήματος πλευρᾶς, καὶ τῷ ἡμισέᾳ μιᾶς τᾶν [1]ἰσᾶν ἐουσᾶν ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ χωρία, ἄνευ τῷ μεγίςω, μείζονα λόγον ἑξεῦντι τῷ αὐτῷ λόγῳ.

Ἔςω γὰρ ἴσαι εὐθεῖαι ὁποσαιοῦν τῷ πλήθει [m]ἐφ' ὧν τὰ Α, καὶ παραπεπτωκέτω παρ' ἑκάςαν αὐτᾶν χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ· ἔςων δὲ ὑπερβλημάτων πλευραὶ αἱ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἔςω ἴσα τᾷ ἐλαχίςᾳ. Καὶ μεγίςα μὲν ἔςω ἁ Β, ἐλαχίςα δὲ ἁ [n]Η. Ἡ δὲ

mo; ſpatia hæc omnia ad illa quidem omnia minorem rationem habebunt, quam recta utrique æqualis, tum lateri maximi exceſſus, tum uni linearum æqualium, habet ad rectam æqualem utrique, tum tertiæ parti lateris maximi exceſſus, tum dimidiæ unius linearum æqualium: ad reliqua vero ſpatia, dempto maximo, rationem habebunt majorem eadem illa ratione.

Sint enim lineæ quotcunque æquales, in quibus A, et unicuique earum applicetur ſpatium excedens ſpecie quadrata: latera vero exceſſuum ſint B, Γ, Δ, E, Z, H æqualiter ſeſe invicem excedentia; ſitque exceſſus æqualis minimo. Ac maximum quidem ſit B, minimum vero H. Præterea alia ſint ſpa-





καὶ ἄλλα χωρία, ἐφ' ὧν ἑκάςα τᾶν Θ Ι Κ Λ, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαςον ἴσον ἔςω τῷ μεγίςῳ τῷ παρὰ τὰν Α Β παρακειμένῳ. Ἔςω δὲ ἁ μὲν Θ Ι γραμμὰ ἴσα τᾷ Α· ἁ δὲ Κ Λ ἴσα τᾷ Β· [o]καὶ τᾶν μὲν Θ Ι γραμμᾶν ἑκάςα [p]ἔςω διπλασία τᾶς Ι, τᾶν δὲ Κ Λ ἑκάςα τριπλασία τᾶς Κ. Δεικτέον ὅτι τὰ χωρία πάντα, ἐν οἷς τὰ Θ Ι Κ Λ, ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία τὰ Α Β, Α Γ, Α Δ, Α Ε, Α Ζ, Α Η ἐλάσσονα λόγον ἔχει τῷ ὃν ἔχει ἁ Θ Ι Κ Λ εὐθεῖα ποτὶ τὰν Ι Κ· ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ, ἄνευ τῷ μεγίςω τῷ Α Β, μείζονα λόγον ἔχοντι τῷ αὐτοῦ λόγῳ.

Ἐςὶ γὰρ τινὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Α, τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίςῳ ἐπεί τε τὰ παραβλήματα καὶ τὰ πλάτη τῷ ἴσῳ ὑπερέχοντι, καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ Ι τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαςον ἴσον τῷ μεγίςῳ· σύμπαντα ὖν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ Ι, πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ Α, ἐλάσσονά ἐντι, ἢ διπλασίονα, τῶν δὲ λοιπῶν, χωρὶς τῷ μεγίςω, μείζονα ἢ διπλασίονα. Αὐτὰ ὖν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Ι, πάντων μὲν τῶν ἐν οἷς τὰ Α ἐλάσσονά ἐντι, τῶν δὲ λοιπῶν ἄνευ τῷ μεγίςω μείζονα. Πάλιν ἐντὶ γραμμαί τινες αἱ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, [q]καὶ

tia, in quibus unaquæque Θ I K Λ, multitudine quidem iis ipſis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque maximo, quod ipſi A B applicatur. Sit autem linea Θ I æqualis ipſi A; et linea K Λ æqualis ipſi B: ac linearum quidem Θ I unaquæque dupla ſit ipſius I; linearum vero K Λ unaquæque tripla ipſius K. Oportet demonſtrare, ſpatia omnia, in quibus Θ I K Λ, ad omnia quidem alia ſpatia A B, A Γ, A Δ, A E, A Z, A H minorem rationem habere, quam lineam Θ I K Λ ad lineam I K: ad reliqua vero ſpatia, dempto maximo, rationem habere majorem eadem illa ratione.

Sunt enim quædam ſpatia, in quibus A, æqualiter ſeſe invicem excedentia; et exceſſus æqualis eſt minimo; quoniam tum ſpatia, quæ applicantur, tum eorum latitudines æqualiter ſeſe invicem excedunt; præterea alia ſunt ſpatia, in quibus Θ I, multitudine quidem iis ipſis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque maximo; omnia igitur ſpatia, in quibus Θ I, ſpatiorum quidem omnium, in quibus A, minora ſunt quam dupla; reliquorum vero, dempto maximo, majora quam dupla. Quo circa ſpatia, in quibus I, omnibus quidem ſpatiis, in quibus A, minora ſunt; reliquis vero, dempto maximo, majora. Rurſus quædam ſunt lineæ B, Γ, Δ, E, Z, H æqualiter ſeſe invicem exceden-

[m] Sic MS. [n] [o] καὶ τῶ μὲν Θ Ι γραμμᾶν [p] In MS. deeſt ἔςω [q] καὶ ἁ ὑπεροχαὶ ἶσαι τᾷ ἐλαχίςᾳ

tes; et exceſſus æqualis eſt minimæ: et aliæ item lineæ in quibus K Λ, multitudine quidem illis æquales, magnitudine vero æquales unaquæque maximæ. Quæ igitur quadrata ab omnibus æqualibus maximæ deſcribuntur, omnium quidem quadratorum, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, minora ſunt quam tripla: reliquorum vero, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, majora quam tripla. Hoc enim demonſtratum eſt in iis, quæ de helicibus edita ſunt. Quocirca ſpatia, in quibus K, omnibus quidem ſpatiis, in quibus B, Γ, Δ, E, Z, H, minora ſunt; ſpatiis vero, in quibus Γ, Δ, E, Z, H, majora. Quare omnia etiam ſpatia, in quibus I K, ſpatiis quidem omnibus, in quibus A B, A Γ, A Δ, A E, A Z, A H, minora ſunt; ſpatiis vero, in quibus A Γ, A Δ, A E, A Z, A H, majora. Conſtat igitur omnia ſpatia, in quibus Θ I, K Λ, ad ſpatia quidem, in quibus A B, A Γ, A Δ, A E, A Z, A H, minorem rationem habere, quam lineam Θ A ad lineam I K; ad reliqua vero, dempto eo, in quo A B, rationem habere majorem eadem illa ratione.

Si rectæ ab eodem puncto ductæ quamlibet coni ſectionem contigerint; rectæ vero aliæ in coni ſectione fuerint contingentibus parallelæ, et ſeſe invicem ſecantes; ſpatia, quæ ſub earum ſegmentis continentur, eamdem inter ſe invicem rationem habebunt, quam quadrata, quæ a contingentibus deſcribuntur. Quod autem ſpatium ſub alterius rectæ ſegmentis continetur, id reſpondebit quadrato, quod deſcribitur a contingente rectæ eidem parallela. Hoc autem in conicis elementis demonſtratum eſt.

PROP. IV. Theor.

Si ab eadem rectanguli coni ſectione duo quæcunque ſegmenta ſecentur, quæ diametros æquales habeant; æqualia erunt cum ipſa ſegmenta, tum triangula iiſdem inſcripta, quæ eamdem ac ſegmenta baſim habeant, eamdemque altitudinem. Diametrum autem voco cujuſcunque ſegmenti rectam lineam, quæ rectas omnes baſi ipſius parallelas in duas æquas partes ſecet.

Sit rectanguli coni ſectio A B Γ, a qua duo ſegmenta ſecentur A Δ E, Θ B Γ. Ac ſegmenti quidem A Δ E diameter ſit Δ Z; ſegmenti vero Θ B Γ, B H; et ſint Δ Z, B H ſibi invicem æquales. Oportet demonſtrare æqualia eſſe cum ſegmenta A Δ E, Θ B Γ, tum triangula iiſdem eo, quo diximus, modo inſcripta.

Et primo quidem, quæ alterum ſegmentum ſecat, Θ Γ ad rectos angulos ſit rectanguli coni ſectionis diametro. Sumatur autem ea, ſecundum quam poſſunt, quæ a ſectione ducuntur, dupla ejus, quæ ad axem uſque pertingit; nimirum in qua eſt punctum M; et a puncto A

ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίσᾳ· καὶ ἄλλαι γραμμαὶ ἐφ' ἂν τὰ Κ Λ, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει [1] ἑκάστα ἴσαι τᾷ μεγίσᾳ. Τὰ οὖν τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίσᾳ, πάντων μὲν τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ πασᾶν τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, ἐλάσσονα ἐντὶ ἢ τριπλάσια· τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνου μείζονα ἢ τριπλάσια. Δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς περὶ [2] τᾶν ἑλικᾶν ἐκδιδομένοις. Τὰ οὖν χωρία, ἐν οἷς τὸ K, πάντων μὲν τῶν χωρίων, ἐν οἷς B, Γ, Δ, E, Z, H ἐλάσσονά ἐστιν· αὐτῶν δὲ τῶν ἐν οἷς τὰ Γ, Δ, E, Z, H, μείζονα. Ὥς τε καὶ πάντα τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ I K, πάντων μὲν τῶν ἐν οἷς A B, A Γ, A Δ, A E, A Z, A H ἐλάσσονά ἐστι· τῶν δὲ ἐν οἷς A Γ, A Δ, A E, A Z, A H μείζονα. Δῆλον οὖν ὅτι πάντα τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ I, K Λ, ποτὶ μὲν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ A B, A Γ, A Δ, A E, A Z, A H, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι τοῦ ὃν ἔχει ἁ Θ A ποτὶ τὰν I K· ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ χωρὶς τοῦ ἐν ᾧ τὰ A B [3] μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου.

Αἴκα κώνου τομᾶς ὁποιασοῦν εὐθεῖαι ἐπιψαύοντι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σαμείου ἀγμέναι, ἔωντι δὲ καὶ ἄλλαι εὐθεῖαι ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ παρὰ τὰς ἐπιψαυούσας ἀγμέναι, καὶ τέμνωνται ἀλλάλας, τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον ποτ' ἄλλαλα, ὃν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν ἐπιψαυουσᾶν. Ὁμόλογον δὲ [4] ἐσεῖται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τᾶς ἑτέρας γραμμᾶς τμαμάτων τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας παραλλήλου αὐτᾷ. Ἀποδέδεικται δὲ τοῦτο ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δʹ.

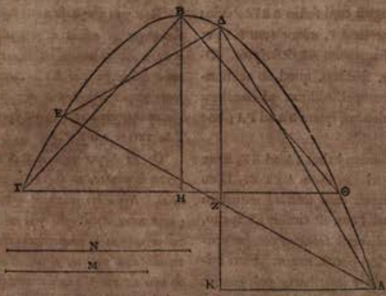
Αἴκα ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ὁποσαοῦν, ἴσας ἔχοντα τὰς διαμέτρους· αὐτά τε τὰ τμάματα ἴσα ἐσσεῖται, καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα [5] εἰς αὐτὰ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. Διάμετρον δὲ καλέω παντὸς τμάματος τὰν δίχα τέμνουσαν τὰς εὐθείας πάσας τὰς παρὰ τὰν βάσιν αὐτοῦ ἀγομένας.

Ἔστω ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ A B Γ, καὶ ἀποτετμήσθω ἀπ' αὐτᾶς δύο τμάματα, τό τε A Δ E, καὶ τὸ Θ B Γ. Ἔστω δὲ τοῦ μὲν A Δ E τμάματος διάμετρος ἁ Δ Z, τοῦ δὲ Θ B Γ, ἁ B H· [6] καὶ ἔστω ἴσαι αἱ Δ Z, B H. Δεικτέον ὅτι τὰ τμάματα ἴσα [7] ἐντὶ τὰ A Δ E, Θ B Γ, καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα τὸν εἰρημένον τρόπον ἐν αὐτοῖς.

Ἔστω δὴ πρῶτον ἀποτέμνουσα τὸ ἕτερον τμᾶμα [8] ἁ Θ Γ ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς. Λελάφθω δὲ [9] παρ' ἃν δύνανται αἱ ἀπὸ τᾶς τομᾶς, ἁ διπλασία τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος καὶ ἔστω ἐφ' ᾇ τὸ M· ἀπὸ δὲ τοῦ A κάθετος ἄχθω ἐπὶ

[1] ἕκαστα ἴσαι [2] τᾶν ἐλίκων [3] μείζω [4] ἐστίν [5] ὡς ἔσονται [6] καὶ ἔσονται ἐν τῷ [7] ἐν τῷ τᾶ [8] ἁ B Γ [9] παραβέβληται

τὰν ΔΖ ἁ ΑΚ. Ἐπεὶ ὦν διάμετρός ἐντὶ ἁ ΔΖ τοῦ τμάματος, ἅτε ΑΕ δίχα τέμνεται κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἁ ΔΖ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστι τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· οὕτω γὰρ δίχα τέμνει πάσας τὰς παρὰ τὰν ΑΕ ἀγομένας. Ὃν δὴ λόγον ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΖ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΚ, τοῦτον [c]ἐχέτω ἁ Ν ποτὶ τὰν Μ. Αἱ δὴ ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΔΖ [b]ἀγέμεναι παρὰ τὰν ΑΕ δύνανται τὰ παρὰ τὰν ἴσαν τᾷ Ν παραπίπτοντα πλάτος ἔχοντα, ἃς αὐταὶ ἀπολαμβάνοντι ἀπὸ τᾶς ΔΖ ποτὶ τὸ Δ πέρας. Δέδεικται γὰρ ἐν τοῖς Κωνικοῖς. Δύναται ὦν καὶ ἁ ΑΖ ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶς Ν, καὶ τᾶς ΔΖ. Δύναται δὲ καὶ ἁ ΘΗ ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Μ, καὶ ὑπὸ τᾶς ΒΗ· ἐπεὶ κάθετός ἐστιν ἁ ΘΗ ἐπὶ τὰν διάμετρον. Ἔχει καὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΖ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΗ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ Ν ποτὶ τὰν Μ· ἐπεὶ ἴσαι ὑπέκειντο αἱ ΔΖ, ΒΗ. Ἔχει δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΖ τετράγωνον καὶ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΚ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ Ν ποτὶ τὰν Μ. Ἴσαι ἄρα ἐντὶ αἱ ΘΗ, ΑΚ. Ἐντὶ δὲ ἴσαι καὶ αἱ ΒΗ, ΔΖ. Ὥς τε ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΗ, ΒΗ περιεχόμενον τῷ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΔΖ. Ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΘΗΒ τρίγωνον τῷ ΔΑΖ τριγώνῳ· ὥς τε καὶ τὰ διπλάσια. Ἔστι δὲ τοῦ μὲν ΑΔΕ τριγώνου ἐπίτριτον [c]τὸ ΑΔΕ τμᾶμα· τοῦ δὲ ΘΒΓ τριγώνου ἐπίτριτον τὸ ΘΒΓ τμᾶμα. Δῆλον ὦν ὅτι τὰ τμάματά ἐστιν ἴσα, καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς αὐτά. Εἰ δὴ μηδέτερα τᾶν τὰ τμάματα ἀποτεμνουσᾶν ποτ' ὀρθὰς [d]ἐστὶ τᾷ διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· ἀπολαφθείσας ἀπὸ τᾶς διαμέτρου τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἴσας τᾷ διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ἑνὸς τμάματος, καὶ ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἀπολαφθείσας ποτ' ὀρθὰς ἀχθείσας τᾷ διαμέτρῳ, τὸ γινόμενον τμᾶμα ἑκατέρῳ τῶν τμαμάτων ἴσον ἐσσεῖται. Δῆλον ὦν [e]ἐστι τὸ προτεθέν.



ad ΔZ normalis ducatur AK. Quoniam igitur ΔZ ſegmenti diameter eſt, ſecatur AE in duas æquas partes in puncto Z, eademque ΔZ rectanguli coni ſectionis diametro eſt parallela: hoc enim pacto rectas omnes ipſi AE parallelas in duas æquas partes ſecat. Quam igitur rationem habet quadratum, quod ab AZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AK, hanc habeat N ad M. Itaque, quæ a ſectione ducuntur ad ΔZ ipſi AE parallelæ, poſſunt ſpatia, quæ rectæ ipſi N æquali applicantur, latitudinem habentia rectas illas, quas ipſi a ΔZ ad terminum Δ abſcindunt. Hoc enim in Conicis Elementis demonſtratum eſt. Poteſt igitur AZ ſpatium ei æquale, quod ſub N, et ΔZ continetur. Poteſt autem etiam ΘH ſpatium æquale ei, quod continetur ſub M, et BH; quoniam ΘH ad diametrum normalis eſt. Igitur quadratum, quod ab AZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘH, eamdem rationem habet, quam N ad M; quoniam ΔZ, BH ſibi invicem æquales poſitæ ſunt. Habet autem quadratum, quod ab AZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AK eamdem rationem, quam N ad M. Æquales ſunt igitur ΘH, AK. Sunt autem æquales etiam BH, ΔZ. Æquale eſt igitur ſpatium, quod ſub ΘH, BH continetur, ſpatio, quod continetur ſub AK, ΔZ. Igitur etiam triangulum ΘHB æquale eſt triangulo ΔAZ; atque ideo etiam eorum dupla æqualia ſunt. Eſt autem trianguli quidem AΔE ſeſquitertium ſegmentum AΔE; trianguli vero ΘBΓ ſeſquitertium ſegmentum ΘBΓ. Conſtat igitur cum ſegmenta, tum triangula iiſdem inſcripta æqualia eſſe. Quod ſi neutra rectarum, quæ ſegmenta ſecant, rectanguli coni ſectionis diametro ad rectos angulos fuerit; abſciſſa a rectanguli coni ſectionis diametro recta ſegmenti unius diametro æquali; ductaque ab ejus termino ad rectos angulos ipſi diametro recta alia; quod oritur ſegmentum utrique ſegmentorum æquale erit. Conſtat igitur, quod propoſitum fuerat.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε΄.

Πᾶν χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸν κύκλον τὸν ἔχοντα διάμετρον ἴσαν τᾷ μείζονι διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, τὸν

PROP. V. Theor.

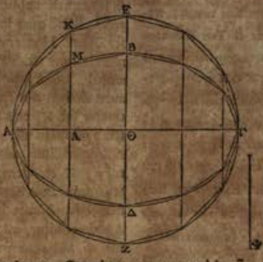
Quodlibet ſpatium, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, ad circulum, qui diametrum habeat majori acutianguli coni ſectionis diametro æqualem, eamdem habet rationem,

[b] ἀγμένα [c] τὸ ΑΔΕ τμᾶμα· τοῦ δὲ ΘΒΓ τριγώνου, ἐπίτριτον· in MS. deſunt. [d] ἐν τῷ τόπῳ τᾶς τοῦ [e] ὅτι

quam diameter ejuſdem minor ad majorem; hoc eſt ad circuli diametrum.

Sit enim acutianguli coni ſectio A B Γ Δ, cujus major quidem diameter A Γ, minor vero B Δ: et ſit circulus circa diametrum A Γ deſcriptus. Oportet demonſtrare, ſpatium, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, ad circulum eamdem habere rationem, quam B Δ ad Γ A; hoc eſt ad E Z.

Itaque quam rationem habet B Δ ad E Z, hanc habeat circulus Ψ ad circulum A E Γ Z. Dico circulum Ψ acutianguli coni ſectioni æqualem eſſe. Si enim æqualis non eſt circulus Ψ ſpatio, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, ſit primo, ſi fieri poteſt, major. Fieri igitur poteſt, ut circulo Ψ inſcribatur polygonum pariangulum, quod majus ſit ſpatio A B Γ Δ. Intelligatur inſcriptum jam eſſe: circuloque A E Γ Z inſcribatur rectilineum ei ſimile, quod circulo Ψ inſcriptum eſt: ductiſque ab ejuſdem angulis normalibus ad diametrum A Γ, puncta ea, in quibus normales acutianguli coni ſectionem ſecant, rectis jungantur. Erit utique quoddam rectilineum acutianguli coni ſectioni inſcriptum; idque ad rectilineum inſcriptum circulo A E Γ Z eamdem rationem habebit, quam B Δ ad E Z. Quoniam enim normales E Θ, K Λ in eamdem rationem ad puncta M, B ſecantur, conſtat trapezium Λ E ad aliud Θ M eamdem habere rationem, quam Θ E ad B Θ. Eodem pacto alia etiam trapezia, quæ in circulo ſunt, ad alia trapezia, quæ ſunt in acutianguli coni ſectione; ſingula ſingulis eamdem habent rationem, quam E Θ ad B Θ. Habent autem etiam triangula, quæ ad puncta A, Γ in circulo ſunt, ad ea, quæ ſunt in acutianguli coni ſectione, rationem eamdem. Igitur totum etiam rectilineum circulo inſcriptum ad totum rectilineum inſcriptum acutianguli coni ſectioni eamdem rationem habebit, quam E Z ad B Δ. Habet autem idem rectilineum etiam ad rectilineum circulo Ψ inſcriptum eamdem rationem, quoniam etiam ipſi circuli eamdem inter ſe invicem habebant. Æquale igitur eſt rectilineum circulo Ψ inſcriptum rectilineo inſcripto acutianguli coni ſectioni: quod fieri non poteſt. Majus enim erat toto ſpatio, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur. At vero ſit, ſi fieri poteſt, minor. Rurſus igitur fieri poteſt, ut acutianguli coni ſectioni inſcribatur polygonum parilaterum, quod majus ſit circulo Ψ.



αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ἐλάσσων διάμετρος αὐτᾶς ποτὶ τὰν μείζω, [f] τουτ' ἐστὶ ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου διάμετρον.

Ἔστω γὰρ ὀξυγωνίου κώνου τομά, ἐφ' ἇς τὰ A B Γ Δ, διάμετροι δὲ αὐτᾶς ἁ μὲν μείζων ἔστω ἐφ' ἇς τὰ A Γ, ἁ δὲ ἐλάσσων ἐφ' ἇς τὰ B Δ· ἔστω κύκλος περὶ διάμετρον τὰν A Γ. Δεικτέον ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ποτὶ τὸν κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ B Δ ποτὶ τὰν Γ A, τουτέστι τὰν E Z.

Ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ B Δ ποτὶ τὰν E Z, τοῦτον ἐχέτω ὁ κύκλος, ἐν ᾧ τὸ Ψ, ποτὶ τὸν A E Γ Z κύκλον. Λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Ψ κύκλος τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ. Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος ὁ Ψ κύκλος τῷ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μείζων. Δυνατὸν δή ἐστιν εἰς τὸν Ψ κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι ἀρτιόγωνον μεῖζον τοῦ A B Γ Δ χωρίου. Νοείσθω δὴ ἐγγεγραμμένον· ἐγγεγράφθω δὴ καὶ εἰς τὸν A E Γ Z κύκλον εὐθύγραμμον ὅμοιον τῷ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένῳ· καὶ ἀπὸ τῶν γωνιῶν αὐτοῦ κάθετοι ἄχθωσαν ἐπὶ τὰν A Γ διάμετρον, ἐπὶ δὲ τὰ [g] σαμεῖα, καθ' ἃ τέμνονται αἱ κάθετοι ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, εὐθεῖαι ἐπιζευχθωσαν. Ἐσσεῖται δέ τι [h] εὐθύγραμμον ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμμένον· καὶ ἕξει τὸ αὐτὸ ποτὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ A E Γ Z κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ B Δ ποτὶ τὰν E Z. Ἐπεὶ γὰρ αἱ E Θ, K Λ κάθετοι εἰς τὸν αὐτὸν λόγον [i] τέτμηνται κατὰ τὰ M, B, δῆλον ὅτι τὸ Λ E τραπέζιον ποτὶ τὸ Θ M τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ Θ E ποτὶ τὰν B Θ. Διὰ ταῦτα δὲ καὶ τῶν ἄλλων τραπεζίων ἕκαστον τῶν ἐν τῷ κύκλῳ ποθ' ἕκαστον τῶν τραπεζίων τῶν ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ E Θ ποτὶ τὰν B Θ. Ἔχοντι δὲ καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ποτὶ τοῖς A, Γ τὰ ἐν τῷ κύκλῳ, ποτὶ τὰ ἐν τᾷ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ, τοῦτον τὸν λόγον. Ἕξει οὖν καὶ ὅλον τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ A E Γ Z κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, ποτὶ ὅλον τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ E Z ποτὶ τὰν B Δ. Ἔχει δὲ τὸ αὐτὸ εὐθύγραμμον καὶ ποτὶ τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τοῦτον τὸν λόγον, διότι καὶ οἱ κύκλοι τοῦτον ἔχον τὸν λόγον. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμμένῳ· ὅπερ ἀδύνατον. Μεῖζον γὰρ ἦν ὅλου τοῦ περιεχομένου χωρίου ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου [k] κώνου τομᾶς. Ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων. Πάλιν δὴ δυνατὸν εἰς τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν ἐγγράψαι πολύγωνον ἀρτιόπλευρον, μεῖζον τοῦ Ψ

[f] In MS. τουτ' ἐστι deſunt. [g] σαμεῖα [h] In MS. εὐθύγραμμον deeſt. [i] τέτμηνται [k] κώνου ex MS.

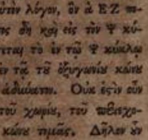
κύκλου. Ἐγγεγράφθω οὖν· καὶ ἀπὸ τᾶν γωνιᾶν αὐτῶ κάθετοι ἀχθεῖσαι ἐπὶ τὰν ΑΓ, ἐκϐεϐλήσθωσαν ποτὶ τὰν τῶ κύκλω περιφέρειαν. Πάλιν οὖν ἐσσεῖταί τι ἐν τῷ ΑΕ κύκλῳ εὐθύγραμμον ἐγγεγραμμένον, ὃ ἕξει ποτὶ τὸ ἐν τᾷ τῶ ὀξυγωνίω κώνω τομᾷ ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΖ ποτὶ τὰν ΒΔ. Ἐγγεγραφέντος δὴ καὶ εἰς τὸν Ψ κύκλον ὁμοίου αὐτῷ, δειχθήσεται τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον ἴσον ἐὸν τῷ ἐν τᾷ τῶ ὀξυγωνίω κώνω τομᾷ ἐγγεγραμμένῳ· ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἐστὶν οὖν οὐδὲ ἐλάσσων ὁ Ψ κύκλος τοῦ χωρίου, τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς. Δῆλον οὖν ὅτι τὸ εἰρημένον χωρίον ποτὶ τὸν ΑΕΓΖ κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΕΖ.

Itaque inſcribatur: quæque ab ejuſdem angulis ad ΑΓ normales ducuntur, ad circuli uſque circumferentiam producantur. Rurſus erit quoddam rectilineum circulo ΑΕ inſcriptum, quod ad rectilineum inſcriptum acutianguli coni ſectioni eamdem rationem habebit, quam ΕΖ ad ΒΔ. Itaque inſcripto circulo etiam Ψ eidem ſimili rectilineo, demonſtrabitur, quod circulo Ψ inſcriptum eſt, id ei æquale eſſe, quod inſcriptum eſt acutianguli coni ſectioni: quod fieri non poteſt. Neque igitur minor eſt circulus Ψ ſpatio, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur. Conſtat igitur id, quod diximus, ſpatium ad circulum ΑΕΓΖ eamdem habere rationem quam ΒΔ ad ΕΖ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛʹ.

Πᾶν χωρίον, περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ποτὶ πάντα κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς τῶ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς τοῦ κύκλω διαμέτρου τετράγωνον.

[1] Ἔστω γάρ τι χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς, [n] ἐν ᾧ τὸ Χ· διάμετροι δὲ ἔστωσαν τᾶς τῶ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς αἱ ΑΓ, ΒΔ, μείζων δὲ ἁ ΑΓ. Καὶ κύκλος ἔστω, ἐν ᾧ τὸ Ψ· διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἁ ΕΖ. Δεικτέον ὅτι τὸ Χ χωρίον ποτὶ τὸν Ψ κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΓ, ΒΔ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΖ τετράγωνον.

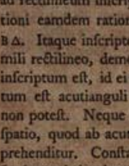


Περιγεγράφθω δὴ κύκλος περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Τὸ δὴ Χ χωρίον ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἁ ΑΓ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΓ, ΒΔ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΓ τετράγωνον. Δέδεικται γὰρ ἔχον ὃν ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΑΓ. Ἔχει δὲ καὶ ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἁ ΑΓ, ποτὶ τὸν κύκλον οὗ διάμετρος ἁ ΕΖ, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΓ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΖ. Δῆλον οὖν, ὅτι τὸ Χ χωρίον ποτὶ τὸν Ψ κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΓ, ΒΔ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΖ τετράγωνον.

PROP. VI. Theor.

Quodlibet ſpatium, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, ad quemlibet circulum eamdem habet rationem, quam ſpatium, quod ſub diametris acutianguli coni ſectionis continetur, ad quadratum, quod a circuli diametro deſcribitur.

Quod enim ſpatium ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, hoc illud ſit, in quo punctum Χ: ac ipſius acutianguli coni ſectionis diametri ſint ΑΓ, ΒΔ, quarum major ΑΓ. Circulus autem ſit is, in quo punctum Ψ: ejuſque diameter ΕΖ.



Oportet demonſtrare ſpatium Χ ad circulum Ψ eamdem habere rationem, quam ſpatium, quod ſub ΑΓ, ΒΔ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΖ deſcribitur.

Circumſcribatur circulus diametro ΑΓ. Spatium igitur Χ ad circulum, cujus diameter ΑΓ, eamdem habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΑΓ, ΒΔ continetur, ad quadratum, quod ab ΑΓ deſcribitur. Demonſtratum eſt enim eamdem habere, quam ΒΔ ad ΑΓ. Habet autem etiam circulus, cujus diameter ΑΓ, ad circulum, cujus diameter ΕΖ, eamdem rationem, quam quadratum, quod ab ΑΓ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΕΖ. Conſtat igitur ſpatium Χ ad circulum Ψ eamdem habere rationem, quam ſpatium, quod ſub ΑΓ, ΒΔ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΖ deſcribitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζʹ.

Τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶν τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον [2] ποτ' ἄλλαλα, ὃν τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶν ποτ' ἄλλαλα.

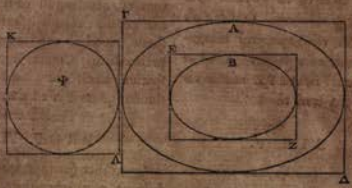
PROP. VII. Theor.

Spatia, quæ ab acutianguli coni ſectionibus comprehenduntur, eamdem inter ſe invicem habent rationem, quam ſpatia, quæ ſub acutianguli coni ſectionum diametris continentur.

[1] ἔστω γάρ τι [n] ἐν ᾧ τὸ Χ· διάμετροι δὲ ἔστωσαν τᾶς τῶ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς· in MS. deſunt. [2] ποτὶ τὰ ἄλλαλα

Quæ ſpatia ab acutianguli coni ſectionibus comprehenduntur, hæc ea ſint, in quibus puncta Λ, B. Ac ſpatium quidem ΓΔ illud ſit, quod ſub diametris ejus acutianguli coni ſectionis continetur, quæ ſpatium Λ comprehendit: ſpatium vero EZ ſit illud, quod continetur ſub diametris ſectionis alterius. Oportet demonſtrare ſpatium Λ ad ſpatium B eamdem habere rationem, quam ΓΔ ad EZ.

Sumatur circulus quidem, in quo punctum Ψ: quadratumque, quod ab ejuſdem diametro deſcribitur, ſit KΛ. Habet autem ſpatium Λ ad circulum Ψ eamdem rationem, quam ΓΔ ad KΛ: circulus vero Ψ ad ſpatium B eamdem, quam KΛ ad EZ. Conſtat igitur ſpatium Λ ad ſpatium B eamdem habere rationem, quam ΓΔ ad EZ.



Ex hoc vero manifeſtum eſt, quæ ſpatia a ſimilibus acutiangulorum conorum ſectionibus comprehenduntur, ea inter ſe invicem eamdem rationem habere, quam habent poteſtate inter ſe invicem reſpondentes ſectionum diametri.

PROP. VIII. Prob.

Data acutianguli coni ſectione, et recta linea, quæ recta ad id, in quo ipſa eſt, planum ab ejus centro excitata ſit; fieri poteſt, ut conus inveniatur verticem habens rectæ ejus, quæ excitata fuit, terminum, in cujus ſuperficie ſit data acutianguli coni ſectio.

Detur aliqua acutianguli coni ſectio, et recta linea, quæ recta ad id, in quo ipſa eſt, planum ab ejus centro excitata ſit. Agatur autem per rectam, quæ excitata fuit, et minorem diametrum aliquod planum: in quo quidem minor acutianguli coni ſectionis diameter ſit AB; centrum vero punctum Δ; ea denique, quæ ab ejus centro recta excitata fuit, ΓΔ, cujus terminus punctum Γ. Intelligatur autem ipſa acutianguli coni ſectio deſcripta eſſe circa diametrum AB in plano ad ΓΔ recto. Oportet utique conum invenire verticem habentem punctum Γ, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio.

Ducatur a puncto Γ ad puncta A, B recta linea, eademque producatur: ducaturque ab A AZ; ita ut ſpatium, quod ſub AE, EZ continetur, ad quadratum, quod ab EΓ deſcribitur eamdem habeat rationem, quam quadratum, quod a dimidia majoris diametri deſcribitur,

Ἔστω περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου [a] κώνου τομᾶν, ἐν οἷς τὰ Λ, B. Ἔστω δὲ καὶ τὸ μὲν ΓΔ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τᾶς περιεχούσας τὸ Λ χωρίον· τὸ δὲ EZ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς ἑτέρας τομᾶς. Δεικτέον ὅτι τὸ Λ χωρίον ποτὶ τὸ B τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ΓΔ ποτὶ τὸ EZ.

Λελάφθω δὴ κύκλος τὶς, ἐν ᾧ τὸ Ψ· ἀπὸ δὲ τᾶς διαμέτρου αὐτοῦ τετράγωνον ἔστω τὸ KΛ. Ἔχει δὲ τὸ μὲν Λ χωρίον, ποτὶ τὸν Ψ κύκλον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ΓΔ ποτὶ τὸ KΛ· ὁ δὲ Ψ κύκλος ποτὶ τὸ B χωρίον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ KΛ ποτὶ τὸ EZ. Δῆλον οὖν, ὅτι τὸ Λ χωρίον ποτὶ τὸ B τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ΓΔ ποτὶ τὸ EZ.

Ἐκ τούτου δὲ φανερὸν, ὅτι τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ [b] ὁμοιᾶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ ὁμόλογοι διάμετροι τᾶν τομᾶν.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας, καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς [c] ἀνεστακούσας ὀρθᾶς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά· δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας, [d] οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

Δεδόσθω τὶς ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου αὐτᾶς εὐθεῖα γραμμὰ ἀνεστακοῦσα ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. Διὰ δὲ τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας, καὶ τᾶς ἐλάσσονος διαμέτρου ἐπίπεδόν τι ἐκβεβλήσθω· καὶ ἔστω ἐν αὐτῷ ἁ μὲν ἐλάσσων διάμετρος ἁ AB· τὸ δὲ κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ Δ· ἁ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακοῦσα ὀρθὰ ἁ ΓΔ, πέρας δὲ αὐτᾶς τὸ Γ. Ἁ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν AB γεγραμμένα ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὰν ΓΔ. Δεῖ δὴ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Γ σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

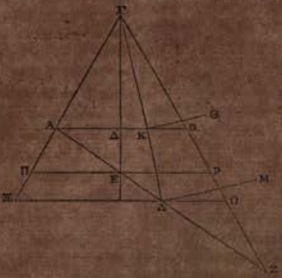
Ἀπὸ δὴ τοῦ Γ ἐπὶ τὰ A, B εὐθεῖαι ἀχθεῖσαι ἐκβεβλήσθων καὶ ἀπὸ τοῦ A διάχθω ἁ AZ, ὥς τε τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν AE, EZ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς EΓ, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας μείζονος διαμέτρου,

[a] Sic MS. [b] ὁμοίων ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ (ὅτι) τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ ὁμόλογοι διάμετροι τᾶν τομᾶν [c] ἀνεστακούσας ὀρθᾶς [d] ὅτι.

ποτὶ τὸ ἀπὸ ΔΓ τετράγωνον. Δυνατὸν δέ ἐστιν, ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ὁ λόγος τοῦ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ τετράγωνον. Ἀπὸ δὲ τᾶς ΛΖ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΓΛ, ΛΖ· ἐν ᾗ τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν ΛΖ, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου κῶνος ἔστω, κορυφὰν ἔχων τὸ Γ σαμεῖον. Ἐν δὲ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου δειχθήσεται ἐοῦσα ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. Εἰ μὴ ἔστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, ἀναγκαῖον εἶμεν τὶ σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ μή ἐστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. Νοείσθω δή τι σαμεῖον λελαμμένον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ Θ, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου· καὶ ἀπὸ τοῦ Θ καθετὸς ἄχθω ἁ ΘΚ ἐπὶ τὰν ΑΒ. Ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, τὸ ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΓΛΖ. Ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Κ εὐθεῖα ἀχθεῖσα ἐκβεβλήσθω, συμπιπτέτω δὴ αὐτὰ τᾷ ΛΖ κατὰ τὸ Λ· καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἄχθω ποτ᾽ ὀρθὰς τᾷ ΖΛ, ἁ ΛΜ, ἐν τῷ κύκλῳ τῷ περὶ τὰν ΛΖ. Τὸ δὲ Μ νοείσθω μετέωρον ἐπὶ τᾶς περιφερείας αὐτοῦ· ἄχθω δὲ καὶ παρὰ τὰν ΑΒ, διὰ μὲν τοῦ Λ, ἁ ΞΟ· διὰ δὲ τοῦ Ε, ἁ ΠΡ. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὑπὸ τᾶν ΕΛ, ΕΖ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΓ τετράγωνον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ· τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ΕΓ ποτὶ τὸ ὑπὸ ΕΠ, ΕΡ *καὶ ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΒ· τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τὸ ὑπὸ τᾶν ΛΕ, ΕΖ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΕ, ΕΡ, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΒ. Ἔστι δὲ ὡς μὲν τὸ ὑπὸ τᾶν ΛΕ, ΕΖ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΕΠ, ΕΡ, οὕτω τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΛ, ΛΖ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΛΞ, ΛΟ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ τετράγωνον, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ. Τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΛ, ΛΖ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΞΛ, ΛΟ, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ. Ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΞΛ, ΛΟ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΛ τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ ποτὶ

* καὶ τὸ

ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΓ. Hoc autem fieri poteſt; quoniam ratio hæc major eſt ea, quam habet ſpatium, quod ſub ΑΔ, ΔΒ continetur, ad quadratum quod a ΔΓ deſcribitur. Excitetur autem ab ΛΖ planum ad id planum, in quo ſunt ΓΛ, ΛΖ, rectum: deſcribaturque hoc in plano circulus circa diametrum ΛΖ; et ab eo circulo conus verticem habens punctum Γ. Demonſtrabitur in coni hujus ſuperficie eſſe acutianguli coni ſectio. Si enim non eſt in coni ſuperficie neceſſe eſt punctum aliquod eſſe in acutianguli coni ſectione, quod in coni ſuperficie non ſit. Itaque intelligatur ſumptum eſſe punctum aliquod Θ in acutianguli coni ſectione, quod non ſit in coni ſuperficie: et a puncto Θ ducatur ΘΚ ad ΑΒ normalis. Hæc recta utique erit ad planum, in quo ſunt ΓΛΖ. Ducatur autem a puncto Γ ad Κ recta linea, eaque producatur ita ut incidat in ΛΖ in puncto Λ: deinde vero a puncto Λ ipſi ΛΖ ad rectos angulos ducatur ΛΜ, utique in circulo, qui circa ΛΖ deſcriptus eſt. Intelligatur autem punctum Μ ſublime eſſe in ejuſdem circumferentia: ducaturque ipſi ΑΒ parallela, per punctum quidem Λ, ΞΟ; per punctum vero Ε, ΠΡ. Quoniam igitur ſpatium quidem, quod ſub ΕΛ, ΕΖ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΓ deſcribitur, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a dimidia majoris diametri deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΓ: quadratum vero, quod ab ΕΓ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΕΠ, ΕΡ continetur, habet eamdem, quam quadratum, quod deſcribitur a ΔΓ, ad ſpatium, quod continetur ſub ΑΔ, ΔΒ; ideo ſpatium, quod ſub ΛΕ, ΕΖ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΠΕ, ΕΡ, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a dimidia majoris diametri deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΑΔ, ΔΒ. Se habet autem, ut ſpatium quidem, quod ſub ΛΕ, ΕΖ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΕΠ, ΕΡ, ita ſpatium, quod ſub ΑΛ, ΛΖ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΛΞ, ΛΟ: ut quadratum vero, quod a dimidia majoris diametri deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΑΔ, ΔΒ continetur, ita quadratum, quod deſcribitur a ΘΚ, ad ſpatium, quod continetur ſub ΑΚ, ΚΒ. Spatium igitur, quod ſub ΑΛ, ΛΖ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΞΛ, ΛΟ, eamdem rationem habet, quam quadratum, quod a ΘΚ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΑΚ, ΚΒ. Habet autem etiam ſpatium, quod ſub ΞΛ, ΔΟ, continetur, ad quadratum, quod a ΓΔ deſcribitur, eamdem rationem, quam ſpatium, quod continetur ſub ΑΚ, ΚΒ, ad quadratum, quod

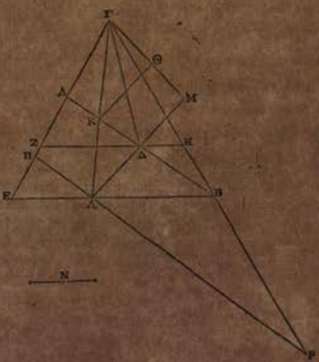


deſcribitur a Γ K. Habet igitur etiam ſpatium, quod ſub Λ Λ, Λ Z continetur, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ Λ, rationem eamdem, quam quadratum, quod a Θ K deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a K Γ. Spatio autem, quod ſub Λ Λ, Λ Z continetur, æquale eſt quadratum, quod a Λ M deſcribitur: ducta eſt enim in ſemicirculo, qui circa Λ Z deſcriptus eſt, normalis Λ M. Habet igitur quadratum, quod a Λ M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Λ Γ eamdem rationem, quam quadratum, quod a Θ K deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a K Γ. Quare in recta linea ſunt puncta Γ, Θ, M. Eſt autem Γ M in ſuperficie coni. Conſtat igitur etiam punctum Θ eſſe in coni ſuperficie. Poſitum autem fuerat non eſſe. Nullum eſt igitur punctum in acutianguli coni ſectione, quod in coni, quem diximus, ſuperficie non ſit. Tota igitur acutianguli coni ſectio eſt in ejuſdem coni ſuperficie.

PROP. IX. Prob.

Data acutianguli coni ſectione, et recta linea, quæ non recta ab ejus centro in eo plano excitata ſit, quod rectum ad id, in quo ipſa eſt, planum per diametrum alteram agitur; fieri poteſt, ut conus inveniatur terminum habens rectæ ejus, quæ excitata fuit, terminum, in cujus ſuperficie ſit data acutianguli coni ſectio.

Sit diameter acutianguli coni ſectionis B A; centrum vero punctum Δ; et recta, quæ a centro, ut dictum eſt, excitata fuit, Δ Γ. Intelligatur autem acutianguli coni ſectio deſcripta eſſe circa diametrum A B in plano ad id planum, in quo ſunt A B, Γ Δ, recto. Oportet utique conum invenire verticem habentem punctum Γ, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio.



Itaque rectæ A Γ, Γ B æquales non ſunt; quoniam Γ Δ recta non eſt ad id planum, in quo eſt acutianguli coni ſectio. Sit igitur recta E Γ æqualis ipſi Γ B: et recta N æqualis ſit dimidiæ alterius diametri, quæ ipſi A B conjuncta eſt: ducaturque per punctum Δ Z H ipſi E B parallela. Excitetur autem ab E B planum ad id planum, in quo ſunt A Γ, Γ B rectum: deſcribaturque hoc in plano circa diametrum E B circulus, aut ellipſis. Et quidem ſi

τὸ ἀπὸ τᾶς Γ K τετραγώνον. Ἔχει ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Λ Λ, Λ Z περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Γ Λ τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς Θ K ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς K Γ. Τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν Λ Λ, Λ Z περιεχομένῳ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Λ M τετράγωνον· ἐν ἡμικυκλίῳ γὰρ¹ τῷ περὶ τὰν Λ Z καθετὸς ἄχθη ἁ Λ M. Τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ἀπὸ τᾶς Λ M τετράγωνον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Λ Γ, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς Θ K, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς K Γ. Ὥς τε ἐπ' εὐθείας ἐστὶ τὰ Γ, Θ, M σαμεῖα. Ἁ δὲ Γ M ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τοῦ κώνου. Δῆλον ὦν, ὅτι καὶ τὸ Θ σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται τοῦ κώνου. Ἐπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. Οὐκ ἄρα ἐστὶ σαμεῖον οὐδὲν ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ προειρημένου κώνου. Ὅλα ὦν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τοῦ αὐτοῦ κώνου.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας, καὶ γραμμᾶς μὴ ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ὀρθὸν ἀνεστακὸς διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν, κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

Ἔστω δὴ διάμετρος μὲν τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἁ B A, κέντρον δὲ τὸ Δ· καὶ ἁ Δ Γ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακοῦσα, ὡς εἴρηται. Ἁ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν A B ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ A B, Γ Δ. Δεῖ δὴ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Γ σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

Οὐ δὴ ἐντὶ ἴσαι αἱ A Γ, Γ B, ἐπεὶ ἁ Γ Δ οὐκ ἐστιν ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστι ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. Ἔστω ὦν ἴσα ἁ E Γ τᾷ Γ B· ἁ δὲ N εὐθεῖα ἴσα ἔστω τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου, ἅ ἐστι συζυγὴς τᾷ A B· καὶ διὰ τοῦ Δ ἄχθω ἁ Z H παρὰ τὰν E B. Ἀπὸ δὲ τᾶς E B ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ A Γ, Γ B²· καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν E B κύκλος, ἢ ἔλλειψις. Εἰ μὲν ἴσον ἐστὶ τὸ

¹ τῷ περὶ τὰν ² ἔστω δὴ

τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς N, τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ZΔ, ΔH, κύκλος. Εἰ δὲ μή ἐστιν ἴσον, ὀξυγωνίου κώνου τομὰ τοιαύτα, ὥς τε τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς EB τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ZΔ, ΔH. Κῶνος λελάφθω κορυφὰν ἔχων τὸ Γ σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ὁ κύκλος, ἢ ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν EB. Δυνατὸν δέ ἐστι τοῦτο· ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ μέσαν τὰν EB [w] ἀχθεῖσα ὀρθά ἐντι ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν EB. Ἐν ταύτᾳ δὴ [x] τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ καὶ ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν AB. Εἰ γὰρ μή ἐστιν, ἐσσεῖταί τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ οὐκ ἔσται ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. Νοείσθω τι σαμεῖον λελαμμένον τὸ Θ, ὃ οὐκ ἐστὶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ καθετὸς ἄχθω ἁ KΘ ἐπὶ τὰν AB· ἁ δὲ ΓK ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω καὶ συμπιπτέτω τᾷ EB [y] κατὰ τὸ Λ. Διὰ δὲ τοῦ Λ ἄχθω τις ἐν τῷ ὀρθῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὰν EB ποτ' ὀρθὰς τᾷ EB, ἁ ΛM. Τὸ δὲ M νοείσθω μετέωρον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου· ἄχθω δὲ καὶ διὰ τοῦ Λ παρὰ τὰν AB ἁ ΠP. Ἐπεὶ δὴ ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τᾶς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ZΔ, ΔH, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΛM ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν EΛ, ΛB· ὡς δὲ τὸ ὑπὸ τᾶν ZΔ, ΔH ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AΔ, ΔB, οὕτως τὸ ὑπὸ EΛ, ΛB ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΛ, ΛP. Ἐσσεῖται οὖν ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ AΔ, ΔB περιεχόμενον, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΛM τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΛ, ΛP. Ἔχει δὲ ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AΔ, ΔB, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΘK τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AK, KB· ἐπεὶ ἐν τᾷ αὐτᾷ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ καθετοί ἐντι ἀγμέναι ἐπὶ διάμετρον τὰν AB. Τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ἀπὸ τᾶς ΛM τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΛ, ΛP, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘK ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AK, KB. Ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΛ, ΛP ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΛ τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν AK, KB ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς KΓ. Τὸν αὐτὸν οὖν λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΛM τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΛΓ τετράγωνον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘK ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς KΓ. Ὥς τε ἐπ' εὐθείας ἐντὶ τὰ Γ, Θ, M σαμεῖα. Ἁ δὲ ΓM ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. Δῆλον οὖν ὅτι καὶ τὸ Θ σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τοῦ κώνου. Ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. Φανερὸν οὖν ἐστιν ὃ ἔδει δεῖξαι.

quadratum, quod a N deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod ſub ZΔ, ΔH continetur, deſcribatur circulus. Sin minus, acutianguli coni ſectio ejuſmodi, ut quadratum, quod ab altera diametro deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab EB, eamdem habeat rationem, quam quadratum, quod a N deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ZΔ, ΔH. Sumatur deinde conus verticem habens punctum Γ, in cujus ſuperficie ſit circulus, aut acutianguli coni ſectio circa diametrum EB deſcripta. Hoc autem fieri poteſt; quoniam quæ a puncto Γ ad mediam EB ducitur, recta eſt ad planum, quod ab EB excitatur. Atque in hac ſuperficie eſt etiam acutianguli coni ſectio, quæ circa diametrum AB deſcribitur. Si enim non eſt, punctum erit in ea aliquod, quod in coni ſuperficie non erit. Itaque intelligatur ſumptum eſſe punctum aliquod Θ, quod in coni ſuperficie non ſit: et a puncto Θ ducatur KΘ ad AB normalis: ducatur autem etiam ΓK, eaque producatur, ita ut incidat in EB in puncto Λ: et per punctum Λ ducatur recta quædam ΛM in plano, quod rectum ab EB excitetur, ad rectos angulos ipſi EB. Intelligatur autem punctum M ſublime eſſe in ſuperficie coni: ducaturque per punctum Λ ΠP ipſi AB parallela. Ut igitur quadratum, quod a N deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ZΔ, ΔH continetur, ita ſe habet quadratum, quod deſcribitur a ΛM, ad ſpatium, quod continetur ſub EΛ, ΛB: ut ſpatium vero, quod ſub ZΔ, ΔH continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub AΔ ΔB, ita ſe habet ſpatium, quod ſub EΛ, ΛB continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΠΛ, ΛP. Igitur ut quadratum, quod a N deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub AΔ, ΔB continetur, ita ſe habebit quadratum, quod deſcribitur a ΛM, ad ſpatium quod continetur ſub ΠΛ, ΛP. Ut autem quadratum, quod a N deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub AΔ, ΔB continetur, ita ſe habet quadratum, quod deſcribitur a ΘK, ad ſpatium, quod continetur ſub AK, KB; quoniam in eadem acutianguli coni ſectione normales ductæ ſunt ad diametrum AB. Eamdem igitur rationem habet quadratum quod a ΛM deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΠΛ, ΛP continetur, quam quadratum, quod deſcribitur a ΘK, ad ſpatium, quod continetur ſub AK, KB. Habet autem etiam ſpatium, quod ſub ΠΛ, ΛP continetur, ad quadratum, quod a ΛΓ deſcribitur, eamdem rationem, quam ſpatium, quod continetur ſub AK, KB, ad quadratum, quod deſcribitur a KΓ. Habet igitur quadratum, quod a ΛM deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΓ rationem eamdem, quam quadratum, quod a ΘK deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a KΓ. Quare in recta linea ſunt puncta Γ, Θ, M. Eſt autem ΓM in ſuperficie coni. Conſtat igitur etiam punctum Θ eſſe in coni ſuperficie. Poſitum autem fuerat non eſſe. Manifeſtum eſt igitur, quod oportebat demonſtrare.

[w] Sic MS. [x] τὰ [y] κατὰ τὸ Λ

PROP. X. Prob.

Data acutianguli coni ſectione, et recta linea, quæ non recta ab ejus centro in eo plano excitata ſit, quod rectum ad id, in quo ipſa eſt, planum per diametrum alteram agitur; fieri poteſt, ut cylindrus inveniatur axem habens, qui rectæ illi, quæ excitata fuit, in directo jaceat, in cujus ſuperficie ſit data acutianguli coni ſectio.

Sit altera datæ acutianguli coni ſectionis diameter B A; centrum vero punctum Δ; et recta, quæ a centro, ut dictum eſt, excitata fuit, ΓΔ. Intelligatur autem acutianguli coni ſectio deſcripta eſſe circa diametrum A B in plano ad id planum, in quo ſunt A B, ΓΔ, recto. Oportet utique cylindrum invenire axem habentem, qui ipſi ΓΔ in directo jaceat, in cujus ſuperficie ſit data acutianguli coni ſectio.

Itaque a punctis A, B ducantur A Z, B H ipſi ΓΔ parallelæ. Atque altera acutianguli coni ſectionis diameter aut æqualis eſt intervallo ipſarum A Z, B H, aut major, aut minor. Sit primo æqualis rectæ Z H; quæ quidem ad rectos angulos ſit ipſi ΓΔ. Excitetur autem a Z H planum ad ΓΔ rectum: hocque in plano circulus ſit circa diametrum Z H deſcriptus; et ab eo circulo cylindrus axem habens ΓΔ. Jam in cylindri hujus ſuperficie eſt acutianguli coni ſectio. Si enim non eſt, punctum erit in ea aliquod, quod in cylindri ſuperficie non erit. Itaque intelligatur ſumptum eſſe punctum aliquod Θ in acutianguli coni ſectione, quod in cylindri ſuperficie non ſit: ducaturque a puncto Θ, Θ K ad A B normalis. Hæc recta utique erit ad planum, in quo ſunt A B, ΓΔ. Ducatur autem a puncto K ipſi ΓΔ parallela K Λ; et a puncto Λ excitetur Λ M ad rectos angulos ipſi Z H; utique in circulo, qui circa Z H deſcriptus eſt. Intelligatur autem punctum M ſublime eſſe in circumferentia ſemicirculi, qui circa diametrum Z H eſt deſcriptus. Eamdem igitur habet rationem quadratum, quod a normali Θ K deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub A K, K B continetur: et quadratum, quod deſcribitur a Z Γ, ad ſpatium, quod continetur ſub A Δ B; quoniam Z H alteri diametro æqualis eſt. Habet autem etiam ſpatium, quod ſub Z Λ, Λ H continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub A K, K B, eamdem rationem, quam quadratum, quod a Z Γ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab A Δ ellipſeos. Æquale eſt igitur ſpatium, quod ſub Z Λ, Λ H continetur, quadrato quod a Θ K deſcribitur.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ί.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας, καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς μὴ ὀρθᾶς ἀνεσταμένας ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ὀρθὸν ἀνεσταμένον ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά· δυνατόν ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ᾽ εὐθείας τᾷ ἀνεσταμένᾳ γραμμᾷ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

Ἔστω τᾶς δοθείσας τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἑτέρα διάμετρος ἁ Β Α· κέντρον δὲ τὸ Δ· ἁ δὲ ΓΔ γραμμὰ ἔστω ἀνεσταμένα ἀπὸ τοῦ κέντρου, ὡς εἴρηται. Ἁ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν Α Β, ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ Α Β, ΓΔ. Δεῖ δὴ κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ᾽ εὐθείας[a] τᾷ ΓΔ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

Ἀπὸ δὴ τῶν Α, Β σαμείων[a] ἄχθω παρὰ τὰν ΓΔ αἱ Α Ζ, Β Η. Ἁ δὲ ἑτέρα διάμετρος τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ἤτοι ἴσα ἐντὶ τῷ διαστήματι τᾶν Α Ζ, Β Η, ἢ μείζων, ἢ ἐλάσσων. Ἔστω δὴ πρότερον ἴσα τᾷ Ζ Η· ἁ δὲ Ζ Η ἔστω ποτ᾽ ὀρθὰς τᾷ ΓΔ. Ἀπὸ δὲ τᾶς Ζ Η, ἀνεστακέτω ἐπίπεδον ὀρθὸν ποτὶ τὰν ΓΔ· καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος ἔστω περὶ διάμετρον τὰν Ζ Η· καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὰν ΓΔ. Ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου[b] τούτου ἐστὶν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. Εἰ γὰρ μή ἐστιν, ἐσσεῖταί τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ οὐκ ἐστὶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου. Νοείσθω δή τι σαμεῖον λελαμμένον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ Θ, ὃ οὐκ ἐστὶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου· καὶ ἀπὸ τοῦ Θ καθετὸς ἄχθω ἐπὶ τὰν Α Β ἁ Θ Κ. Ἐσσεῖται δὲ αὕτα ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ Α Β, ΓΔ. Ἀπὸ δὲ τοῦ Κ ἄχθω παρὰ τὰν ΓΔ ἁ Κ Λ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἀνεστακέτω ἁ Λ Μ ποτ᾽ ὀρθὰς[c] τᾷ Ζ Η, ἐν τῷ κύκλῳ τῷ περὶ τὰν Ζ Η. Τὸ δὲ Μ νοείσθω μετέωρον ἐν τᾷ περιφερείᾳ τοῦ ἡμικυκλίου τοῦ περὶ διάμετρον τὰν Ζ Η. Τὸν αὐτὸν δὴ ἔχει λόγον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς Θ Κ καθέτου, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Α Κ, Κ Β περιεχόμενον· καὶ τὸ ἀπὸ Ζ Γ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Α Δ Β περιεχόμενον, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἁ Ζ Η τᾷ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ. Ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Λ, Λ Η περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ Α Κ, Κ Β περιεχόμενον λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς Ζ Γ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ Α Δ τᾶς ἐλλείψεως. Ἴσον οὖν ἐστι τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Λ, Λ Η περιεχόμενον τῷ ἀπὸ τᾶς Θ Κ τετραγώνῳ. Ἔστι δὲ ἴσον καὶ τῷ

[a] τὰ ΓΔ   [a] ἄχθωσαν   [b] τουτέω   [c] τᾶς

ἀπὸ ΛΜ. Ἴσαι ἄρα ἐντὶ αἱ ΘΚ, ΜΛ καθετοί· παράλληλοι οὖν ἐντὶ αἱ ΛΚ, ΜΘ. Ὥς τε καὶ αἱ ΔΓ, ΜΘ παράλληλοι ἐσσοῦνται. Καὶ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἄρα ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου ἁ ΘΜ, ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ Μ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐόντος ἄκται[a] παρὰ τὸν ἄξονα. Δῆλον ὦν ὅτι καὶ τὸ Θ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶν αὐτοῦ. Ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. Φανερὸν οὖν ἐστιν ὃ ἔδει δεῖξαι.

Δῆλον δὴ, ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ περιλαμβάνων τὰν ἔλλειψιν ὀρθὸς ἐσσεῖται, αἴκα[b] ἁ ἑτέρα διάμετρος ἴσα τῷ διαστήματι τᾶν ἀπὸ τᾶν[c] περάτων τᾶς ἑτέρας διαμέτρου,[d] ἀγμέναν παρὰ ταν ἀνεσταχοῖσαν εὐθεῖαν.

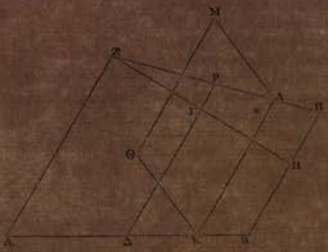
Ἔστω πάλιν ἑτέρα διάμετρος μείζων τᾶς ΖΗ· καὶ ἴσα ἔστω ἁ ΠΖ τᾷ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ. Ἀπὸ δὲ τᾶς ΠΖ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν[e] ποτὶ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΑΒ, ΓΔ, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος ἔστω περὶ διάμετρον τὰν ΠΖ· ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὰν ΔΡ. Ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου τούτου, διὰ τῶν αὐτῶν δειχθησεῖται οὖσα ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

Ἀλλ' ἔστω ἐλάσσων ἁ ἑτέρα διάμετρος τᾶς ΖΗ· ᾧ δὴ μεῖζον δύναται ἁ ΖΓ τᾶς ἡμισείας[f] τᾶς ἑτέρας διαμέτρου, ἔστω τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΞ τετράγωνον. Καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἀνεστακέτω γραμμὰ ἴσα τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου, ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΑΒ, ΓΔ, ἁ ΞΝ· τὸ δὲ Ν νοείσθω μετέωρον. Ἁ δὴ ΓΝ ἴσα ἐντὶ τᾷ ΓΖ. Ἐν δὴ τῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΖΗ, ΓΝ κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν ΖΗ· ἥξει δὴ οὗτος διὰ τοῦ Ν, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὰν ΓΔ. Ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου τούτου ἐστὶν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. Εἰ γὰρ μή ἐστιν, ἐσσεῖταί τι σαμεῖον ἐπ' αὐτᾶς, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου. Λελάφθω δὴ τι σαμεῖον ἐπ' αὐτᾶς τὸ Θ· καὶ ἁ ΘΚ κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν ΑΒ· καὶ ἀπὸ τοῦ Κ παρὰ τὰν ΓΔ ἔστω ἁ ΚΛ· καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἄχθω ποτ' ὀρθὰς[h] τᾷ ΖΗ, ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ τῷ περὶ διάμετρον τὰν ΖΗ, ἁ ΛΜ. Νοείσθω δὲ τὸ Μ ἐπὶ τᾶς τοῦ ἡμικυκλίου τοῦ

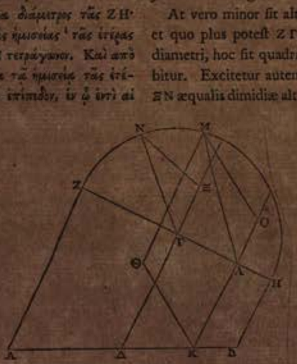
Eſt autem æquale etiam illi, quod deſcribitur a ΛΜ. Æquales ſunt igitur normales, ΘΚ, ΜΛ; ideoque ΛΚ, ΜΘ ſunt parallelæ. Quare parallelæ etiam ſunt ipſæ ΔΓ, ΜΘ. Eſt igitur ΘΜ in ſuperficie cylindri; quoniam a puncto Μ, quod in ſuperficie eſt, ducta fuit axi parallela. Conſtat igitur etiam punctum Θ eſſe in ejuſdem ſuperficie. Poſitum autem fuerat non eſſe. Manifeſtum eſt igitur, quod oportebat demonſtrare.

Illud quoque conſtat, cylindrum, qui ellipſim comprehendit, rectum fore, ſi altera diameter æqualis fuerit intervallo rectarum, quæ ab alterius diametri terminis rectæ illi, quæ excitata fuit, parallelæ ducuntur.

Sit rurſus altera diameter major quam ΖΗ: æqualiſque ſit ΠΖ alteri diametro. Excitetur autem a ΠΖ planum ad id planum, in quo ſunt ΑΒ, ΓΔ, rectum hocque in plano circulus ſit circa diametrum ΠΖ deſcriptus; et ab eo circulo cylindrus axem habens ΔΡ. Demonſtrabitur eadem ratione in ſuperficie cylindri hujus eſſe acutianguli coni ſectio.



At vero minor ſit altera diameter quam ΖΗ: et quo plus poteſt ΖΓ, quam dimidia alterius diametri, hoc ſit quadratum, quod a ΓΞ deſcribitur. Excitetur autem a puncto Ξ recta linea ΞΝ æqualis dimidiæ alterius diametri, eademque recta ad id planum, in quo ſunt ΑΒ, ΓΔ: et intelligatur punctum Ν ſublime eſſe. Æqualis eſt igitur ΓΝ ipſi ΓΖ. Deſcribatur deinde in plano, in quo ſunt ΖΗ, ΓΝ, circa diametrum ΖΗ circulus; qui quidem etiam per punctum Ν tranſibit; atque ab hoc circulo cylindrus axem habens ΓΔ. Jam in cylindri hujus ſuperficie eſt acutianguli coni ſectio. Si enim non eſt, punctum erit in ea aliquod, quod in cylindri ſuperficie non erit. Itaque ſumatur in ea punctum aliquod Θ: ducaturque ab eo ΘΚ normalis ad ΑΒ; itemque a puncto Κ ΚΛ parallela ipſi ΓΔ: et a puncto Λ ΛΜ normalis ad ΖΗ; utique in ſemicirculo, qui circa diametrum ΖΗ deſcriptus eſt. Intelligatur autem punctum Μ in ſemicirculo eſſe.



a Sic MS. b ἁ ἑτέρα c περάτων d Sic MS. e ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ f Sic MS. h τᾷ

qui deſcriptus eſt circa ZH, a quo normalis ducatur MO ad KΛ productam. Hæc recta utique erit ad planum, in quo ſunt AB, ΓΔ, quoniam KΛ ad rectos angulos eſt ipſi ZH. Igitur ut quadratum, quod a MO deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a MΛ, ita ſe habet quadratum, quod a ΞN deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a NΓ: ut vero quadratum, quod a MΛ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub AK, KB continetur, ita ſe habet quadratum, quod a ΓN deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AΔ. Nam quadratum quidem, quod a MΛ deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod ſub ΛZ, ΛH continetur; quadratum vero, quod a ΓN deſcribitur, æquale eſt quadrato, quod deſcribitur a ΓZ. Igitur ut quadratum, quod a MO deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub AK, KB continetur, ita ſe habet quadratum, quod a NΞ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AΔ. Se habet autem etiam quadratum, quod a KΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub AK, KB continetur, ut quadratum, quod a ΞN deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AΔ; quoniam ΞN dimidiæ alterius diametri æqualis eſt. Conſtat igitur æquales eſſe normales MO, ΘK; ideoque etiam KO, ΘM. Quoniam vero MΘ parallela eſt axi cylindri, punctumque M in ejuſdem ſuperficie eſt, neceſſe eſt ipſam etiam MΘ in ejuſdem eſſe ſuperficie. Igitur etiam punctum Θ in ejuſdem ſuperficie eſt. Non erat autem. Conſtat igitur acutianguli Coni Sectionem neceſſario eſſe in cylindri ſuperficie.

περὶ τὰν ΖΗ· καὶ ἀπὸ τοῦ Μ κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν ΚΛ ἐκβληθεῖσαν, ἁ ΜΟ. Ἐσσεῖται δὲ αὕτα ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΑΒ, ΓΔ, ἐπεὶ ποτ' ὀρθὰς ἐντὶ ἁ ΚΛ τᾷ ΖΗ. Ἐστι δὴ ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τᾶς ΜΟ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΜΛ, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΞΝ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΝΓ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς ΜΛ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΝ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΔ. Ἐπεὶ τὸ μὲν ἀπὸ τᾶς ΜΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΛΖ, ΛΗ περιεχομένῳ· τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ΓΝ τῷ ἀπὸ τᾶς ΓΖ. Ἐστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς ΜΟ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΝΞ ποτὶ ἀπὸ τᾶς ΑΔ. Ἐντὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΘ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ, ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς ΞΝ ποτὶ ἀπὸ τᾶς ΑΔ, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἁ ΞΝ τᾷ ἡμισέᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου. Δῆλον ὦν ὅτι ἴσαι ἐντὶ αἱ ΜΟ, ΘΚ κάθετοι· ὥς τε ἴσαι αἱ ΚΟ, ΘΜ. Ἐπεὶ δὲ ἁ ΜΘ παρὰ τὸν ἄξονά ἐντι τοῦ κυλίνδρου, καὶ τὸ Μ σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, ἀναγκαῖον καὶ τὰν ΜΘ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ εἶμεν τοῦ κυλίνδρου. Φανερὸν ὦν ὅτι καὶ τὸ Θ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐντὶ αὐτοῦ. Οὐκ ἦν δέ. Δῆλον ὦν ὅτι ἀναγκαῖόν ἐστι τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ εἶμεν τοῦ κυλίνδρου.

PROP. XI. Theor.

Quemlibet conum ad conum rationem habere, quæ componitur ex ratione tum baſium, tum altitudinum, ab iis, qui ante nos fuerunt, demonſtratum eſt. Demonſtratur autem eodem modo, etiam quodlibet ſegmentum coni ad coni ſegmentum rationem habere, quæ ex ratione tum baſium tum altitudinum componitur. Quinetiam, quodlibet ſegmentum cylindri triplum eſſe ſegmenti coni, qui eamdem ac ſegmentum illud baſim habeat, eamdemque altitudinem, eodem modo demonſtratur, quo cylindrus coni eſſe triplus, qui eamdem ac cylindrus baſim habeat, et altitudinem eamdem.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιαʹ.

Ὅτι μὲν πᾶς κῶνος ποτὶ κῶνον τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ τῶν βάσεων λόγου, καὶ ἐκ τοῦ τῶν ὑψέων, ἀποδέδεικται ὑπὸ τῶν προτέρων. Ἁ αὐτὰ δὲ ἀπόδειξίς ἐστι καὶ διότι πᾶν ἀπότμαμα κώνου ποτὶ ἀπότμαμα κώνου τὸν συγκείμενον λόγον ἔχει ἔκ τε τοῦ τῶν βάσεων λόγου, καὶ ἐκ τοῦ τῶν ὑψέων. Καὶ ὅτι πᾶς τόμος κυλίνδρου τριπλάσιός ἐστι τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τόμῳ, καὶ ὕψος ἴσον, ἁ αὐτὰ ἀπόδειξις, ἅπερ καὶ ὅτι ὁ κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ κυλίνδρῳ, καὶ ὕψος ἴσον.

PROP. XII. Theor.

Si rectangula conois plano ſecetur acto ſive per axem, ſive ſecundum axem, ſectio erit rectanguli coni ſectio eadem atque illa, quæ figuram comprehendit. Diameter autem ipſius erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur. Quod ſi plano ſecetur ad axem recto, ſectio erit circulus centrum habens utique in axe. Si obtuſiangula conois plano ſecetur acto ſive per axem, ſive ſecundum

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβʹ.

Αἴκα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀρθογωνίου κώνου τομὰ αὐτὰ τᾷ περιλαμβανούσᾳ τὸ σχῆμα. Διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἐσσεῖται ἁ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ἀχθέντος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον. Εἰ δὲ τμαθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος. Αἴκα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμα-

θῇ διὰ τοῦ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἢ διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ἀμβλυγωνίου κώνου τομά. Εἰ μὲν διὰ τοῦ ἄξονος αὐτὰ τᾶ περιλαμβανούσᾳ τὸ σχῆμα· εἰ δὲ καὶ παρὰ τὸν ἄξονα ὁμοία αὐτᾷ· εἰ δὲ καὶ διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς, οὐχ ὁμοία. Διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἐσσεῖται ἁ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον. Αἴκα τμαθῇ ὀρθῷ τῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος. Αἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερονοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά· εἰ μὲν καὶ διὰ τοῦ ἄξονος, αὐτὰ ἁ περιλαμβάνουσα τὸ σχῆμα· εἰ δὲ καὶ παρὰ τὸν ἄξονα ὁμοία αὐτᾷ. Διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἐσσεῖται ἁ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον. Εἰ δὲ καὶ τμαθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος. Αἴκα τῶν εἰρημένων σχημάτων ὁποιονοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, αἱ ἀπὸ τῶν σαμείων τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος μὴ ἐπὶ τᾶς τομᾶς ἐόντων κάθετοι ἀγόμεναι ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, ἐντὸς πεσοῦνται τᾶς τοῦ σχήματος τομᾶς. Τούτων δὲ πάντων φανεραί ἐντι αἱ ἀποδείξιες.

axem, ſive denique per verticem coni conoiden continentis, ſectio erit obtuſianguli coni ſectio. Et ſi quidem per axem, eadem erit atque illa, quæ figuram comprehendit: ſi vero ſecundum axem, eidem ſimilis: ſi denique per verticem coni conoiden continentis, non ſimilis. Diameter autem ſectionis erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur. Quod ſi plano ſecetur ad axem recto, ſectio erit circulus centrum habens utique in axe. Si ſphæroideon figurarum utralibet plano ſecetur acto ſive per axem, ſive ſecundum axem, ſectio erit acutianguli coni ſectio: et ſi quidem per axem, eadem illa, quæ figuram comprehendit; ſi vero ſecundum axem, eidem ſimilis. Diameter autem ſectionis erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur. Quod ſi plano ſecetur ad axem recto, ſectio erit circulus centrum habens utique in axe. Si quælibet figurarum, quas diximus, plano ſecetur per axem acto; quæ a punctis, quæ in ſuperficie figuræ non autem in ipſa ſectione ſunt, normales ducuntur, intra figuræ ſectionem cadent. Horum autem omnium demonſtrationes manifeſtæ ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγ΄.

Αἴκα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ μήτε διὰ τοῦ ἄξονος, μήτε παρὰ τὸν ἄξονα, μήτε ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κωνοειδεῖ, ἀπὸ τᾶς γενομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων, τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον· ἁ δὲ ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐσσεῖται τῷ διαστήματι τᾶν ἀχθεισᾶν παρὰ τὸν ἄξονα ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς μείζονος διαμέτρου.

Τετμάσθω γὰρ τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἴρηται· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ, διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, ἔστω τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ ἁ ΑΒΓ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα ἁ ΓΑ εὐθεῖα. Ἄξων δὲ ἔστω τοῦ κωνοειδέος, καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ ΒΔ. Δεικτέον ὅτι ἁ τομὰ τοῦ κωνοειδέος, ἁ ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου κατὰ τὰν ΑΓ, ὀξυγωνίου ἐστὶ κώνου τομά. Καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἁ μείζων ἐστὶν ἁ ΑΓ· ἁ δὲ ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐστὶ τᾷ ΛΑ, τᾶς μὲν ΓΛ παρὰ τὰν ΒΔ ἐούσας, τᾶς δὲ ΑΛ καθέτου ἐπὶ τὰν ΓΛ.

Νοείσθω τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τομᾶς λελαμμένον τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν ΓΑ, ἁ ΚΘ. Ἐσσεῖται δὲ ἁ ΚΘ κάθετος ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ ἐστιν ἁ ΑΓΒ ὀρθογωνίου κώνου τομά· διότι καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστι ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον.

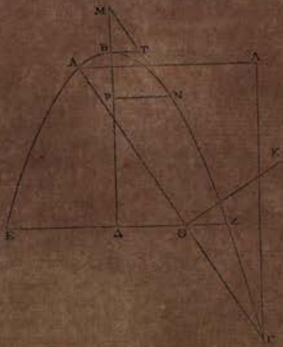
PROP. XIII. Theor.

Si rectangula conois plano ſecetur neque per axem acto, neque ſecundum axem, neque ad rectus angulos axi, ſectio erit acutianguli coni ſectio; cujus quidem major diameter erit recta, quæ abſcinditur in conoide a ſectione planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur: minor vero diameter æqualis erit intervallo rectarum, quæ a terminis majoris diametri axi parallelæ ducuntur.

Secetur enim rectangula conois plano, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto, ſit conoidis quidem ſectio linea ΑΒΓ; plani vero, quod ſecat, recta ΓΑ. Ac ſit conoidis axis, idemque ſectionis diameter ΒΔ. Oportet demonſtrare, conoidis ſectionem, quæ ſit a plano ſecundum ΑΓ acto, acutianguli coni ſectionem eſſe. Ac majorem quidem ipſius diametrum eſſe rectam ΑΓ; minorem vero æqualem rectæ ΛΑ; ducta ſcilicet ΓΛ ipſi ΒΔ parallela, et ΑΛ ad ΓΛ normali.

Intelligatur ſumptum in ſectione eſſe punctum aliquod Κ; ducaturque a puncto Κ ad ΓΑ normalis ΚΘ. Erit igitur ΚΘ recta ad id planum, in quo rectanguli coni ſectio eſt ΑΓΒ, quoniam etiam planum, quod ſecat, ad idem

planum rectum eſt. Ducatur autem per punctum Θ recta EZ æquales cum BΔ angulos efficiens; et per rectas EZ, KΘ agatur planum. Hoc rectum utique erit ad BΔ: et ſecabitur conois plano ad axem recto. Quare ſectio circulus erit, cujus centrum punctum Δ: ideoque KΘ ſpatium poterit ei æquale, quod ſub ZΘ, ΘE continetur. Qui enim ſuper EZ conſtituetur ſemicirculus eſt: normaliſque cum ſit KΘ media proportionalis eſt, ſpatiumque poteſt, quod continetur ſub EΘ, ΘZ. Ducantur rurſus contingentes coni ſectionem, MN quidem ipſi AΓ parallela, contingat autem in puncto N; BT vero parallela ipſi EZ. Quod igitur ſpatium ſub AΘ, ΘΓ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub EΘ, ΘZ, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a NT deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BT. Hoc enim demonſtratum eſt. Æqualis eſt autem ipſi NT, TM; quoniam etiam BP ipſi BM æqualis eſt. Igitur etiam ſpatium, quod ſub AΘ, ΘΓ continetur, ad quadratum, quod a KΘ deſcribitur, rationem habet eamdem, quam quadratum, quod a TM deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a TB. Quare etiam quadratum, quod a normali ΘK deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub AΘ, ΘΓ continetur, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a BT deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a TM. Quoniam igitur triangula ΓΑΛ, TMB ſimilia ſunt, quadratum quod a normali ΘK deſcribitur, ad rectangulum, quod ſub AΘ, ΘΓ continetur, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod ab AΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AΓ. Pariter demonſtrabuntur, et quadrata, quæ ab aliis normalibus a ſectione ad AΓ ductis deſcribuntur, ad ſpatia, quæ ſub ſegmentis ipſius AΓ continentur, eamdem habere rationem, quam quadratum, quod ab AΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AΓ. Conſtat igitur ſectionem eſſe acutianguli coni ſectionem: ac majorem quidem ipſius diametrum eſſe AΓ, minorem vero æqualem ipſi AΛ.



Διὰ δὲ τοῦ Θ ἄχθω ἁ EZ ὀρθὰς ποιοῦσα γωνίας ποτὶ τὰν BΔ· καὶ διὰ [a] τᾶν EZ, KΘ εὐθειᾶν ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω. Ἐσσεῖται δὲ τοῦτο ὀρθὸν ποτὶ τὰν BΔ· τετμήσεται δὲ τὸ κωνοειδὲς σχῆμα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα. Ὥς τε ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ Δ. Ἁ ἄρα KΘ ἐστι δυνασεῖται τῷ ὑπὸ ZΘ, ΘE. Ἡμικύκλιον γάρ ἐστι τὸ ἐπὶ τᾶς EZ· καὶ ἁ KΘ καθετὸς ἐοῦσα μέσα γίνεται [b] ἀνάλογον τῷ ὑπὸ τᾶν EΘ, ΘZ περιεχομένῳ. Ἄχθω δὲ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἁ μὲν MN παρὰ τὰν AΓ, ἐπιψαυέτω δὲ κατὰ τὸ N· ἁ δὲ BT παρὰ τὰν EZ. Τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν AΘ, ΘΓ, ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν EΘ, ΘZ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς NT, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς BT. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Τᾷ δὲ NT ἴσα ἐστὶ ἁ TM· διότι καὶ ἁ BP [c] τᾷ BM. Ἔχει οὖν καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν AΘ, ΘΓ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς KΘ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς TM ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς TB. Ὥς τε καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘK καθετοῦ τετράγωνον, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AΘ, ΘΓ περιεχόμενον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς BT τετράγωνον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς TM. Ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι [d] τὰ ΓΑΛ, TMB τρίγωνα, τὸ ἀπὸ τᾶς ΘK καθετοῦ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AΘ, ΘΓ περιεχόμενον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς AΛ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς AΓ. Ὁμοίως δειχθήσονται καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν καθετᾶν τετράγωνα, τᾶν ἀγομέναν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν AΓ, ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τᾶς AΓ τμαμάτων, τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς AΛ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς AΓ. Δῆλον οὖν ὅτι ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετροι δὲ αὐτᾶς εἰσίν, ἁ μὲν μείζων ἁ AΓ, ἁ δὲ ἐλάσσων ἴσα τᾷ AΛ.

PROP. XIV. Theor.

Si obtuſiangula conois plano ſecetur concurrente tum omnibus lateribus coni conoïden continentis, non autem acto ad rectos angulos axi, ſectio erit acutianguli coni ſectio. Cujus quidem major diameter erit recta, quæ abſcinditur in

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδʹ.

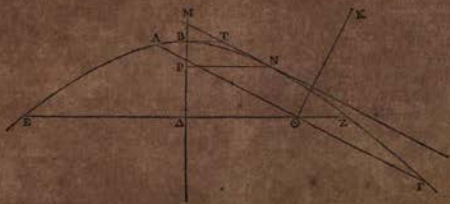
Αἴκα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς [e] ἐπιπέδῳ τμαθῇ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, [f] ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά. Διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κω-

[a] τᾶν EZ, KΘ εὐθειᾶν MS. omiſſo decſt. [b] Sic MS. [c] τῷ TM

[d] τὰ ΓΑΛ, TAB τρίγωνα ὅμοια δειχθήσεται. [f] In

νοειδεῖ ἀπὸ τᾶς γενομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων, τοῦ τε τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

Τεμνέσθω γὰρ τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἴρηται· καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ τμαθέντος αὐτοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ τέμνοντος τὸ σχῆμα ἐπιπέδου ἁ ΑΓ εὐθεῖα. Ἄξων δὲ τοῦ κωνοειδέος, καὶ διάμετρος



τᾶς τομᾶς ἁ ΒΔ. Νοείσθω δή τι ἐπὶ τᾶς τομᾶς λελαμμένον σαμεῖον τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ καθετὸς ἄχθω ἐπὶ τὰν ΑΓ ἁ ΚΘ. Ἐσσεῖται δὴ αὕτα ὀρθὰ [*] ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ ἐστὶ ἁ ΑΒΓ κώνου τομά. Διὰ δὲ τοῦ Θ ἄχθω ἁ ΕΖ ποτ᾽ ὀρθὰς τᾷ ΒΔ· καὶ διὰ [*] τᾶν ΕΖ, ΚΘ εὐθειᾶν ἐπίπεδον ἄχθω τέμνον τὸ κωνοειδές. Τετμήσεται δὴ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα· ὥστε ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ Δ. Ἁ ἄρα καθετὸς ἁ ΚΘ ἴσον δυνασεῖται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΕΘ, ΘΖ. Ἄχθω δὴ πάλιν ἁ μὲν ΜΝ παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Ν, ἁ δὲ ΒΤ παρὰ τὰν ΕΖ. Τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ ΕΘ, ΘΖ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΓ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Ὥς τε τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΘ καθέτου τετράγωνον ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΓ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Ὁμοίως δ᾽ [*] ἂν δειχθησοῦντι καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν [*] καθετᾶν τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἀγομέναν ἐπὶ τὰν ΑΓ ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τᾶς ΑΓ, ἃ αἱ καθετοὶ ποιοῦντι, τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Καὶ ἔστιν ἐλάσσων ἁ ΒΤ τᾶς ΤΝ· διότι καὶ ἁ ΜΤ ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΤΝ, καὶ γὰρ ἁ ΜΒ ἐλάσσων τᾶς ΒΡ. Τοῦτο γάρ ἐστιν ἐν ταῖς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομαῖς [*] συμπίπτοντι. Δῆλον ὦν ὅτι ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομά· καὶ διάμετρος αὐτᾶς μείζων ἁ ΑΓ. Ὁμοίως καθέτου οὔσας τᾶς ΝΡ ἐν τᾷ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾷ, διάμετρος ταύτας μείζων ἐστὶν ἁ ΓΑ.

[*] ποτὶ τῷ ἐπιπέδῳ [*] τᾶν ΕΖ, ΚΘ εὐθειᾶν

conoide a ſectione planorum, tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur.

Secetur enim obtuſiangula conois plano, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto, ſit conoidis quidem ſectio obtuſianguli coni ſectio ΑΒΓ; plani vero quod figuram ſecat, recta ΑΓ. Ac ſit conoidis axis, idemque ſectionis diameter, ΒΔ. Intelligatur ſumptum in ſectione eſſe punctum aliquod Κ; ducaturque a puncto Κ ad ΑΓ normalis ΚΘ. Hæc recta utique erit ad id planum, in quo obtuſianguli coni ſectio eſt ΑΒΓ. Ducatur autem per punctum Θ recta ΕΖ ad rectos angulos ipſi ΒΔ; et per rectas ΕΖ, ΚΘ planum agatur ſecans conoiden; quæ quidem plano ſecabitur ad axem recto. Quare ſectio circulus erit, cujus centrum punctum Δ: ideoque normalis ΚΘ ſpatium poterit ei æquale, quod ſub ΕΘ, ΘΖ continetur. Ducantur rurſus contingentes coni ſectionem, ΜΝ quidem, quæ in puncto Ν contingit, ipſi ΑΓ parallela; ΒΤ vero parallela ipſi ΕΖ. Quod igitur ſpatium ſub ΕΘ, ΘΖ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΑΘ, ΘΓ, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a ΒΤ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΤΝ. Quare quadratum, quod a normali ΘΚ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΑΘ, ΘΓ continetur, rationem habet eamdem, quam quadratum, quod a ΒΤ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΤΝ. Pariter demonſtrabuntur et alia quadrata, quæ ab aliis normalibus a ſectione ad ΑΓ ductis deſcribuntur, ad ſpatia, quæ ſub ſegmentis ipſius ΑΓ, quæ normales efficiunt, continentur, eamdem habere rationem, quam quadratum, quod a ΒΤ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΤΝ. Eſt autem minor ΒΤ quam ΤΝ; quoniam ipſa etiam ΜΤ minor eſt quam ΤΝ, cum ΜΒ minor ſit quam ΒΡ. Hoc enim in obtuſianguli coni ſectionibus contingit. Conſtat igitur ſectionem eſſe acutianguli coni ſectionem; majoremque ipſius diametrum ΑΓ. Similiter ſi ſit ΝΡ normalis in acutianguli ſectione coni, diameter ipſius major eſt ΓΑ.

[*] δειχθήσοντι [*] καθέτων [*] σύμπτωμα

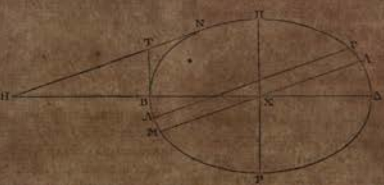
PROP. XV. Theor.

Si longa ſphærois plano ſecetur, ad axem non recto, ſectio erit acutianguli coni ſectio. Cujus quidem major diameter erit recta, quæ abſcinditur in ſphæroide a ſectione planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur.

Et ſi quidem ſecetur ſive per axem, ſive ſecundum axem, manifeſta res eſt. Itaque ſecetur plano alio: eademque ſecta per axem plano ad id, quod ſecat, planum recto, ſit ſphæroidis quidem ſectio acutianguli coni ſectio ΑΒΓΔ; plani vero, quod ipſam ſecat, recta ΓΑ. Ac ſit ſphæroidis axis, idemque acutianguli coni ſectionis diameter, ΒΔ: centrum punctum Χ: minorque diameter ΠΡ. Ducatur autem ΒΤ ad rectos angulos ipſi ΒΔ: et ΗΝ ipſi ΑΓ parallela, eademque contingens acutianguli coni ſectionem in puncto Ν: ducaturque etiam ΜΛ per punctum Χ, parallela ipſi ΑΓ. Pariter ac ſupra demonſtrabuntur quadrata, quæ a normalibus a ſectione ad ΑΓ ductis deſcribuntur, ad ſpatia, quæ ſub ſegmentis ipſius ΑΓ continentur, eamdem habere rationem, quam quadratum, quod a ΒΤ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΤΝ. Itaque ſectionem quidem eſſe acutianguli coni ſectionem, et diametrum ipſius eſſe ΑΓ, manifeſtum eſt: at vero majorem eſſe, hoc oportet demonſtrare. Quod enim ſpatium ſub ΠΧ, ΧΡ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΜΧ, ΧΛ eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a ΒΤ deſcribitur ad quadratum, quod deſcribitur a ΝΤ; quoniam ΠΡ, ΜΛ contingentibus parallelæ ſunt. Minus eſt autem ſpatium, quod ſub ΠΧ, ΧΡ continetur ſpatio, quod continetur ſub ΜΧ, ΧΛ; quoniam etiam ΧΠ ipſa ΧΛ minor eſt. Minus eſt igitur quadratum, quod a ΒΤ deſcribitur quadrato, quod deſcribitur a ΤΝ. Quare et quæ a normalibus a ſectione ad ΑΓ ductis quadrata deſcribuntur minora ſunt ſpatiis, quæ ſub ſegmentis ipſius ΑΓ continentur. Conſtat igitur ipſam ΓΑ majorem eſſe diametrum.

Si lata ſphærois plano ſecetur, alia quidem eadem erunt: diametrorum vero ea erit minor, quæ in ſphæroide abſcinditur.

Porro ex his illud in figuris omnibus manifeſtum eſt, ſi parallelis planis ſecentur, eorum ſectiones ſimiles fore. Quæ enim a normalibus qua-



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε.

Αἴκα καὶ τὸ παραμᾶκες σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ, μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά. Διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ [a] σφαιροειδεῖ ἀπὸ τᾶς γινομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων, τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

Εἰ μὲν οὖν κατμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, δῆλον. Τετμάσθω δὲ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον, τοῦ σφαιροειδέος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίου κώνου τομά· τοῦ δὲ τέμνοντος αὐτὸ ἐπιπέδου, ἁ ΓΑ εὐθεῖα· Ἄξων δὲ ἔστω τοῦ σφαιροειδέος, καὶ διάμετρος τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἁ ΒΔ· κέντρον δὲ τὸ Χ· καὶ ἐλάσσων διάμετρος ἔστω ἁ ΠΡ. Ἄχθω δὲ ἁ μὲν ΒΤ ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΒΔ· ἁ δὲ ΗΝ παρὰ τὰν ΑΓ, ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Ν· ἄχθω δὴ καὶ ἁ ΜΛ διὰ τοῦ Χ παρὰ τὰν ΑΓ. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθησοῦντι τὰ τετράγωνα, τὰ ἀπὸ τᾶν καθετᾶν τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΑΓ [b] ἀγομέναν, ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τᾶς ΑΓ τμαμάτων, τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ τετράγωνον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Ὅτι μὲν οὖν ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομά, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἁ ΓΑ, δῆλον· ὅτι δὲ μείζων, δεικτέον. Τὸ γὰρ ὑπὸ τᾶν ΠΧ, ΧΡ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ ΜΧ, ΧΛ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΝΤ· ἐπεὶ παρὰ τὰς ἐπιψαυούσας ἐντὶ αἱ ΠΡ, ΜΛ. Ἔλασσον δέ ἐστι τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΧ, ΧΡ περιεχόμενον τοῦ ὑπὸ τᾶν ΜΧ, ΧΛ· ἐπεὶ καὶ ἁ ΧΠ τᾶς ΧΛ. Ἔλασσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ τετράγωνον τοῦ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Ὥς τε καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν καθετᾶν τετράγωνα τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀγομέναν ἐλάσσονα ἐντὶ τῶν ὑπὸ τῶν τμαμάτων τᾶς ΑΓ περιεχομένων. Δῆλον οὖν ὅτι μείζων ἐντὶ διάμετρος ἁ ΓΑ.

Αἴκα τὸ ἐπιπλατὺ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ, τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτὰ ἐσσεῖται· τᾶν δὲ διαμέτρων ἐλάσσων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεῖ.

Ἐξ αὐτῶν δὲ φανερὸν ἐν πᾶσι τοῖς [c] σχημάτεσσιν, ὅτι αἴκα παραλλήλοις ἐπιπέδοις τμαθῇ, αἱ αὐτῶν τομαὶ ὁμοίαι ἐσσεῦνται. Τὰ γὰρ τετράγωνα τὰ ἀπὸ

[a] Sic MS. [b] ἀγομένας [c] σχήμασιν

τᾶν καθετᾶν ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τᾶν τμαμάτων τὲς αὐτὰς λόγως ἑξοῦντι.

drata deſcribuntur, hæc ad ſpatia, quæ ſub ſegmentis continentur, eamdem rationem habebunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιϛʹ.

Ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ κωνοειδεῖ, ἀπὸ παντὸς ὁτουοῦν σαμείου τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τῶ κωνοειδέος τᾶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τὸν ἄξονα, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ' ἃ ἐντὶ τὰ κυρτὰ αὐτῶ, ἐκτὸς πεσοῦνται τῶ κωνοειδέος· αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

Ἀχθέντος γὰρ ἐπιπέδου διά τε τῶ ἄξονος καὶ τοῦ σαμείου, ἀφ' οὗ ἁ παράλλαλος ἄγεται τῷ ἄξονι, τομὰ ἐσσεῖται ὀρθογωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ὁ ἄξων τῶ κωνοειδέος. Ἐν δὲ τᾷ τῶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾷ ἀπὸ παντὸς σαμείου τοῦ ἐπὶ τᾶς τομᾶς τᾶν ἀγομέναν παρὰ τὰν διάμετρον εὐθειᾶν, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ' ἃ ἐντὶ τὰ κυρτὰ αὐτᾶς, ἐκτὸς πίπτοντι, αἱ δὲ ἐπὶ τὰ[a] θάτερα, ἐντός. Δῆλον ὦν τὸ προτεθέν.

Ἐν τῷ ἀμβλυγωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς σαμείου τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ αὐτῶ τᾶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τινὰ γραμμάν, ἅ ἐστιν ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένα διὰ τᾶς κορυφᾶς τῶ κώνου τῶ περιέχοντος[b] τὸ κωνοειδές, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ' ἃ ἐντὶ τὰ κυρτὰ αὐτῶ, ἐκτὸς πεσοῦνται τῶ κωνοειδέος· αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἐντός.

Ἀχθέντος γὰρ ἐπιπέδου διά τε τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένας διὰ τᾶς κορυφᾶς τῶ κώνου τῶ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, καὶ διὰ τῶ σαμείου, ἀφ' οὗ ἄγεται ἁ ἐς αὐτά, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ἀμβλυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένα. Ἐν δὲ τᾷ τῶ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾷ ἀπὸ παντὸς σαμείου τοῦ ἐπὶ[c] τᾶς τομᾶς τᾶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τὰν οὕτως ἀγμέναν γραμμάν, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ' ἅ ἐστιν αὐτᾶς τὰ κυρτά, ἐκτὸς πίπτοντι· αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἐντός.

Αἴκα τῶν κωνοειδέων σχημάτων ἐπίπεδον ἐφάπτηται, μὴ τέμνον τὸ κωνοειδές, καθ' ἓν μόνον ἅψεται σαμεῖον· καὶ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τῶ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν, ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.

Ἐφαπτέσθω γὰρ εἰ δυνατὸν κατὰ πλείονα σαμεῖα. Λαφθέντων δὲ δύο σαμείων, καθ' ἃ ἅπτεται, τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον τῶ κωνοειδέος, καὶ ἀφ' ἑκατέρου παρὰ τὸν ἄξονα[d] εὐθειᾶν ἀχθεισᾶν· ἀπὸ ἧ τᾶν ἀχθεισᾶν παρὰ τὸν ἄξονα ἐπίπεδον ἐκβληθέντων, ἤτοι διὰ τοῦ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα ἐσσεῖται ἀγμένον. Ὥς τε τὰν τομὰν ποιήσει κώνου τομάν, καὶ τὰ σαμεῖα ἐσσεῖται ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ. Ἐπεὶ ὦν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐντὶ, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ. Ἁ οὖν μεταξὺ τῶν σαμείων εὐθεῖα ἐντὸς ἐσσεῖται τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ὥς τε καὶ τᾶς τοῦ κωνοειδέος ἐπιφανείας ἐντὸς ἐσσεῖται. Ἐστὶ δὲ ἁ εὐθεῖα

[a] φάτερα [b] τῷ κωνοειδεῖ [c] τὰς τομὰς τὰν ἀγομέναν [d] εὐθειᾶν

PROP. XVI. Theor.

In rectangula conoide, rectarum, quæ a quolibet puncto eorum, quæ in ejuſdem ſuperficie ſunt, axi parallelæ ducuntur; quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus conoidis convexa ſunt, extra conoiden cadent, quæ vero ad contrarias, intra.

Ducto enim plano per axem, et per id punctum, a quo, quæ axi parallela eſt, ducitur; ſectio erit rectanguli coni ſectio: ejuſque diameter erit axis conoidis. At in rectanguli coni ſectione, rectarum, quæ a quolibet puncto eorum, quæ in ſectione ſunt diametro parallelæ ducuntur; quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus ſectionis convexa ſunt, extra ſectionem cadunt, quæ vero ad contrarias, intra. Conſtat igitur, quod propoſitum erat.

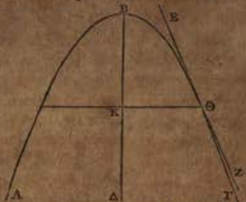
In obtuſiangula conoide, rectarum, quæ a quolibet puncto eorum, quæ in ejuſdem ſuperficie ſunt, ducuntur parallelæ cuidam rectæ, quæ a vertice coni conoiden continentis in conoide ipſa ducta eſt; quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus conoidis convexa ſunt, extra conoiden cadent, quæ vero ad contrarias, intra.

Ducto enim plano per rectam, quæ per verticem coni conoiden continentis in conoide ducta eſt, et per id punctum, a quo ea ducitur, quæ rectæ huic parallela eſt, ſectio erit obtuſianguli coni ſectio: ejuſque diameter erit recta, quæ a vertice coni in conoide ducitur. At in obtuſianguli coni ſectione, rectarum, quæ a quolibet puncto eorum, quæ in ſectione ſunt, rectæ cuidam, ut modo diximus, ductæ parallelæ ducuntur; quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus ſectionis convexa ſunt, extra ſectionem cadunt, quæ vero ad contrarias, intra.

Si conoideas figuras planum contingat, quod ipſas non ſecet, in uno tantum puncto continget; et planum, quod per contactum, axemque agitur, rectum erit ad planum contingens.

Contingat enim, ſi fieri poteſt, in pluribus punctis. Sumptis autem punctis duobus, in quibus planum conoiden contingit, ductiſque ab utroque rectis axi parallelis, ſi per has planum agatur, actum utique erit ſive per axem, ſive ſecundum axem. Quare ſectionem faciet coni ſectionem; et puncta in ipſa coni ſectione erunt. Quoniam igitur in ſuperficie ſunt, etiam in plano ſunt. Quæ igitur recta inter puncta interjicitur, hæc intra coni ſectionem erit; ideoque etiam intra conoidis ſuperficiem. Eſt autem eadem recta etiam in plano contingente; quoniam

et puncta in eo ſunt. Igitur contingentis plani pars aliqua intra conoiden erit. Quod fieri non poteſt. Poſitum enim fuerat non ſecare. In uno igitur tantum puncto continget. Ipſum autem planum, quod per contactum axemque agitur, rectum fore ad planum contingens, ſi quidem in conoidis vertice contigerit, manifeſtum eſt. Actis enim per axem duobus planis, conoidis ſectiones coni ſectiones erunt, diametrum habentes ipſum axem. Quæ autem rectæ contingentis plani ſectiones in diametri termino contingunt, hæ cum diametro ipſa rectos angulos efficiunt. Duæ igitur rectæ erunt in contingente plano ad rectos angulos axi. Planum igitur rectum erit ad axem; ideoque etiam ad planum, quod per axem agitur. At vero planum non contingat conoiden in vertice: planumque agatur per contactum et axem. Ac ſit conoidis quidem ſectio coni ſectio A B Γ: et conoidis axis, eademque ſectionis diameter, B Δ: contingentis vero plani ſectio ſit recta E Θ Z coni ſectionem in puncto Θ contingens. Ducatur autem a puncto Θ ad B Δ normalis Θ K: et excitetur planum ad axem rectum. Hoc utique ſectionem faciet circulum, cujus centrum punctum K. Atque plani hujus, et contingentis alterius ſectio recta erit circulum contingens, quæ ideo rectos cum Θ K angulos efficiet. Quare recta erit ad id planum, in quo ſunt K Θ, B Δ. Conſtat igitur planum contingens rectum ad idem planum eſſe; quoniam et, quæ in eo ſunt, rectæ lineæ.



αὐτὰ ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ· διότι καὶ τὰ σαμεῖα. Τοῦ ἄρα ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου ἐσσεῖταί τι ἐντὸς τοῦ κωνοειδέος. Ὅπερ ἀδύνατον. Ὑπέκειτο γὰρ, μὴ τέμνειν. Καθ' ἓν ἄρα μόνον ἅψεται σαμεῖον. Ὅτι δὲ καὶ διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν, ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον, εἰ κατὰ τὰν κορυφὰν τοῦ κωνοειδέος ἐφάπτηται, δῆλον. Ἀχθέντων γὰρ διὰ τοῦ ἄξονος δύο ἐπιπέδων, τοῦ κωνοειδέος αἱ τομαὶ ἐσσοῦνται κώνων τομαὶ, διάμετρον ἔχουσαι τὸν ἄξονα. Τοῦ δὲ ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου αἱ εὐθεῖαι ἐπιψαύονται τᾶν τῶν κώνων τομᾶν κατὰ τὸ πέρας τᾶς διαμέτρου, ὀρθὰς ποιοῦντι γωνίας ποτὶ τὰν διάμετρον. Ἐσσοῦνται δὴ ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ δύο εὐθεῖαι ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. Ὀρθὸν δὴ ἐσσεῖται ποτὶ τὸν ἄξονα τὸ ἐπίπεδον· ὥς τε καὶ ποτὶ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος. Ἀλλὰ ἔστω μὴ κατὰ τὰν κορυφὰν τοῦ κωνοειδέος ἐπιψαῦον τὸ ἐπίπεδον· ἄχθω δὴ ἐπίπεδον διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος. Καὶ τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ ἔστω ἁ A B Γ κώνου τομά· ἄξων δὲ ἔστω καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ B Δ· τοῦ δὲ ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου τομὰ ἔστω ἁ E Θ Z εὐθεῖα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἁπτομένα κατὰ τὸ Θ. Ἀπὸ δὲ τοῦ Θ καθετὸς ἄχθω ἐπὶ τὰν B Δ ἁ Θ K· καὶ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ἐπὶ τὸν ἄξονα. Ποιήσει δὲ τοῦτο τὰν τομὰν κύκλον, οὗ κέντρον τὸ K. Ἁ δὲ τομὰ τούτου τοῦ ἐπιπέδου καὶ τοῦ ἐπιψαύοντος ἐσσεῖται ἐπιψαύουσα τοῦ κύκλου· ὀρθὰς ἄρα ποιήσει γωνίας ποτὶ τὰν Θ K. Ὥς τε ὀρθὰ ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, τὸ ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ K Θ, B Δ. Δῆλον οὖν ὅτι καὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστι ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον· ἐπεὶ καὶ αἱ ἐν αὐτῷ εὐθεῖαι.

PROP. XVII. Theor.

Si ſphæroideon figurarum utramlibet planum contingat, quod ipſas non ſecet, in uno tantum puncto continget: et planum, quod per contactum, axemque agitur, rectum erit ad planum contingens.

Contingat enim in pluribus punctis. Sumptis autem punctis duobus, in quibus planum ſphæroiden contingit, ductiſque ab utroque rectis axi parallelis, ſi per has planum agatur, ſectio erit acutianguli coni ſectio: et puncta in ipſa coni ſectione erunt. Quæ igitur recta inter puncta interjicitur, hæc intra coni ſectionem erit; ideoque etiam intra ſphæroidis ſuperficiem. Eſt autem eadem recta etiam in plano contingente; quoniam et puncta in eo ſunt. Igitur contingentis plani pars aliqua intra ſphæroiden erit. Non eſt autem. Poſitum enim fuerat non ſecare. Conſtat igitur in uno tantum puncto contingere. Ipſum autem planum, quod per con-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιζ'.

Αἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτέρου οὖν ἐπίπεδον ἅπτηται, μὴ τέμνον τὸ σχῆμα, καθ' ἓν μόνον ἅψεται σαμεῖον· καὶ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν, ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.

Ἁπτέσθω γὰρ κατὰ πλείονα σαμεῖα. Λαφθέντων δὲ τῶν σαμείων καθ' ἃ ἅπτεται τὸ ἐπίπεδον τοῦ σφαιροειδέος, καὶ ἀφ' ἑκατέρου αὐτῶν παρὰ τὸν ἄξονα εὐθειᾶν ἀχθεισᾶν, καὶ διὰ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπιπέδου ἐκβληθέντος, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά· καὶ τὰ σαμεῖα ἐσσοῦνται ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ. Ἁ ἄρ' ἂν μεταξὺ τῶν σαμείων εὐθεῖα ἐντὸς ἐσσεῖται τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς· ὥς τε καὶ τᾶς τοῦ σφαιροειδέος ἐπιφανείας ἐντὸς ἐσσεῖται. Ἔστι δὲ ἁ εὐθεῖα ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ· διότι καὶ τὰ σαμεῖα. Τοῦ οὖν ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου ἐσσεῖταί τι ἐντὸς τοῦ σφαιροειδέος. Οὐκ ἔστι δέ. Ὑπέκειτο γὰρ μὴ τέμνειν. Δῆλον οὖν ὅτι καθ' ἓν σαμεῖον μόνον ἅψεται. Ὅτι δὲ τὸ διὰ τᾶς

ἀφᾶς, καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν, ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον, ὁμοίως τοῖς περὶ τῶν κωνοειδέων σχημάτων δείξομες.

Αἴκα τῶν κωνοειδέων, ἢ σφαιροειδέων σχημάτων ὁποιονοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ τᾶς γενομένας τομᾶς ἐπιψαύουσά τις [e] ἀχθῇ εὐθεῖα, καὶ διὰ τᾶς ἐπιψαυούσας ἐπίπεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν ποτὶ τὸ τέμνον, ἐπιψαύσει τοῦ σχήματος κατὰ τὸ αὐτὸ σαμεῖον, καθ' ὃ καὶ ἁ εὐθεῖα ἐπιψαύει τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.

Οὐ γὰρ ἅψεται κατ' ἄλλο σαμεῖον τᾶς ἐπιφανείας αὐτοῦ· εἰ δὲ μὴ ἁ ἀπὸ τοῦ σαμείου καθέτος ἀγομένα ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον πεσεῖται ἐκτὸς τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς. [f] Ἐπὶ γὰρ τὰν ἐπιψαύουσαν πεσεῖται, ἐπεὶ ὀρθὰ ποτ' ἄλλαλα ἐντὶ ἐπίπεδα. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ ὅτι ἐντὸς πεσεῖται.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιη'.

Αἴκα τῶν σφαιροειδέων τινὸς σχημάτων δύο ἐπίπεδα παράλληλα ἐπιψαύωντι, ἁ τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος πορεύσεται.

Ὅτι μὲν οὖν κατ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι τὰ ἐπίπεδα ἐόντι, δῆλον. Ἀλλ' ἔστω μὴ ποτ' ὀρθάς. Τὸ δὴ ἐπίπεδον τὸ ἀχθὲν διὰ τοῦ ἄξονος καὶ τᾶς ἀφᾶς τᾶς ἑτέρας ὀρθὸν ἐσσεῖται [g] ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον· ὥστε καὶ ποτὶ τὸ παράλληλον αὐτῷ. Ἀναγκαῖον ἄρα τὸ αὐτὸ εἶμεν ἐπίπεδον, τὸ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ἑκατέραν ἀφὰν ἀγμένον. Εἰ δὲ μὴ, ἐσσοῦνται δύο ἐπίπεδα ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ὀρθὰ διὰ τᾶς αὐτᾶς γραμμᾶς ἀγμένα, οὐκ ἐούσας ὀρθᾶς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον. Ὑπέκειτο γὰρ ὁ ἄξων μὴ εἶμεν ὀρθὸς ποτὶ τὰ παράλληλα ἐπίπεδα. Ἐν τῷ αὐτῷ ἄρα ἐσσοῦνται ἐπιπέδῳ ὅ τε ἄξων καὶ αἱ ἀφαί· καὶ τετμαμένον ἐσσεῖται τὸ σφαιροειδὲς διὰ τοῦ ἄξονος. Ἁ οὖν τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά· αἱ δὲ τῶν ἐπιψαυόντων ἐπιπέδων τομαὶ παράλληλοι ἐσσοῦνται, αἳ ἐπιψαύονται τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰς ἀφὰς τῶν ἐπιπέδων. Αἱ δὲ δύο εὐθεῖαι ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπιψαύοντι παράλληλοι ἐοῦσαι, τό τε κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου [h] τομᾶς, καὶ αἱ ἀφαὶ ἐπ' εὐθείας ἐντί.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιθ'.

Αἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερουοῦν δύο παράλληλα ἐπίπεδα [i] ἀχθῇ ἐπιψαύοντα· ἀχθῇ δέ τι ἐπίπεδον διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος παρὰ τὰ ἐπιψαύοντα· αἱ διὰ τᾶς γενομένας τομᾶς [k] ἀγόμεναι, παρὰ τὰν τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσαν, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος.

Ὑποκείσθω τὰ εἰρημένα· καὶ λελάφθω τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς γενομένας τομᾶς· καὶ διὰ τοῦ γενομένου σαμείου, καὶ τᾶς εὐθείας [l] τὰς τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνυούσας ἐπίπεδον ἄχθω. [m] Τέμνει δὴ τοῦτο τὸ σφαιροει-

[e] ἀχθῇ [f] Sic MS. [g] Sic MS. [h] Sic MS. [i] ἀχθῇ [k] ἀγόμεναι εὐθεῖαι παρὰ τὰν τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσαι [l] In MS. τᾶς deeſt. [m] τέμνει

tactum, axemque agitur, rectum fore ad planum contingens, pariter atque in conoidibus demonſtrabimus.

Si conoideon, aut ſphæroideon figurarum utralibet plano per axem ſecetur, ducaturque recta aliqua ſectionem, quæ oritur, contingens; et excitetur per contingentem planum ad id, quod ſecat, planum rectum; continget hoc figuram in eodem puncto, in quo et recta illa coni ſectionem contingit.

Non enim continget in alio puncto ejuſdem ſuperficiem: alioquin linea ab eo puncto ad id, quod ſecat, planum normalis ducitur, extra coni ſectionem cadet. Cadet enim in contingentem, quoniam plana recta ſibi invicem ſunt. Quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt cadere intra.

PROP. XVIII. Theor.

Si ſphæroideon figurarum aliquam duo parallela plana contingant; quæ recta contactus jungit per ſphæroidis centrum tranſibit.

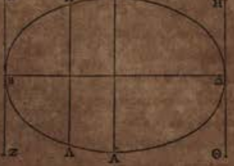
Et ſi quidem plana axi ad rectos angulos fuerint, manifeſta res eſt. Sin minus, planum, quod per axem, et contactum alterum agitur, rectum erit ad id, quod ſecat, planum; ideoque etiam ad planum eidem parallelum. Neceſſe igitur eſt idem eſſe planum, quod per axem, et utrumque contactum agitur: alioquin duo erunt plana recta ad idem planum per eamdem rectam lineam acta, quæ ad id planum recta non ſit. Poſitus eſt enim axis rectus ad parallela plana non eſſe. In eodem igitur plano erunt contactus, et axis: ſectaque erit ſphærois per axem. Itaque ſectio erit acutianguli coni ſectio: planorumque contingentium ſectiones, quæ in ipſis planorum contactibus acutianguli coni ſectionem contingunt, erunt parallelæ. Si autem rectæ ſibi invicem parallelæ acutianguli coni ſectionem contingant; acutianguli coni ſectionis centrum, et contactus in directo jacent.

PROP. XIX. Theor.

Si ſphæroideon figurarum utramlibet duo parallela plana contingant: agatur autem per ſphæroidis centrum planum aliquod contingentibus planis parallelum; quæ rectæ per ſectionem, quæ oritur, ei, quæ contactus jungit, parallelæ ducuntur, extra ſphæroiden cadent.

Ponantur quæ dicta ſunt: ſumaturque punctum aliquod in ea, quæ oritur ſectione; et per id punctum, rectamque, quæ contactus jungit, agatur planum. Hoc utique ſphæroiden, et pa-

rallela plana ſecat. Itaque ſit ſphæroidis ſectio acutianguli coni ſectio ΑΒΓΔ: planorumque contingentium ſectiones rectæ ΕΖ, ΗΘ: quod ſumptum eſt punctum, Α: denique quæ contactus jungit, ΒΔ. Hæc utique per centrum tranſibit. Sectio autem plani contingentibus planis paralleli ſit ΓΑ. Atque hæc etiam per centrum tranſibit; quoniam et ipſum, in quo eſt, planum. Quoniam igitur ſectio ΑΒΓΔ aut circulus eſt, aut acutianguli coni ſectio; eamque duæ rectæ contingunt ΕΖ, ΗΘ; ductaque per centrum eſt ΑΓ iiſdem parallela; conſtat, quæ a punctis Α, Γ ipſi ΒΔ parallelæ ducuntur, has contingere ſectionem, atque extra ſphæroiden cadere. Quod ſi planum contingentibus planis parallelum actum per centrum non ſit, cujusmodi eſt ΚΛ; conſtat fore, ut rectarum, quæ a ſectione ducuntur, quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus eſt minus ſegmentum, extra ſphæroiden cadent; quæ vero ad contrarias, intra.

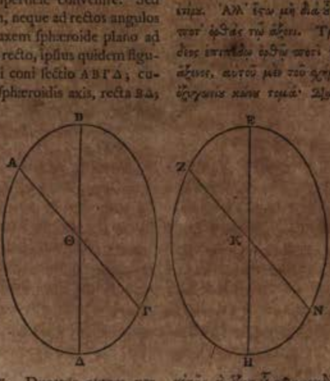


δέος, καὶ τὰ παράλληλα ἐπίπεδα. Ἔστω οὖν ἁ μὲν τοῦ σφαιροειδέος τομὰ ἁ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίου κώνου τομά· αἱ δὲ τῶν ἐπιπέδων τῶν ψαυόντων τομαὶ, αἱ ΕΖ, ΗΘ εὐθεῖαι· τὸ δὴ λαφθὲν σαμεῖον, τὸ Α· ἁ δὲ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύουσα ἔστω, ἁ ΒΔ. Πεσεῖται δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου. Ἁ δὲ τοῦ παραλλήλου ἐπιπέδου τοῖς ἐπιψαυόντεσσιν ἐπιπέδοις τομὰ, ἁ ΓΑ. Ἐσσεῖται δὴ αὕτα διὰ τοῦ κέντρου [a] ἀγομένα· ἐπεὶ καὶ τὸ ἐπίπεδον. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ἁ ΑΒΓΔ, ἤτοι κύκλος, ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, καὶ ἐπιψαύοντι [b] αὐτᾶς αἱ δύο εὐθεῖαι αἱ ΕΖ, ΗΘ· διὰ δὲ [p] τοῦ κέντρου παράλληλος αὐταῖς ἄκται ἁ ΑΓ· δῆλον ὡς αἱ ἀπὸ τῶν Α, Γ ἀγόμεναι σαμείων παρὰ τὰν ΒΔ ἐπιψαύοντι τᾶς τομᾶς καὶ ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος. Εἰ δὲ καὶ τὸ παράλληλον ἐπίπεδον τοῖς ἐπιψαυόντεσσιν ἐπιπέδοις, μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἀγμένον ὡς τὸ ΚΛ· δῆλον ὡς τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς τᾶν γινομένων εὐθειᾶν, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ γενόμεναι τῷ τε ἐλάσσονι τμάματι, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος. αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἐντός.

PROP. XX. Theor.

Quælibet ſphæroidea figura ſecta plano per centrum acto, ſecatur in duas æquas partes ab hoc plano tum ipſa, tum ipſius ſuperficies.

Secetur enim ſphærois plano per centrum acto: ſecabiturque ſive per axem; et ad angulos ſive rectos, ſive etiam non rectos axi. Et ſi quidem ſecetur ſive per axem, ſive ad rectos angulos axi; conſtat tum ipſam, tum ipſius ſuperficiem in duas æquas partes ſecari. Manifeſtum eſt enim partem ipſius alteram cum altera; et ſuperficiem partis alterius cum alterius ſuperficie convenire. Sed neque ſecetur per axem, neque ad rectos angulos axi. Itaque ſecta per axem ſphæroide plano ad id, quod ſecat, planum recto, ipſius quidem figuræ ſectio ſit acutianguli coni ſectio ΑΒΓΔ; cujus diameter, idemque ſphæroidis axis, recta ΒΔ; centrum punctum Θ; plani vero, quod per centrum ſphæroiden ſecat, ſectio ſit recta ΑΓ. Sumatur præterea alia ſphærois huic æqualis, et ſimilis: eademque ſecta plano per axem acto, ſectio ſit acutianguli coni ſectio ΕΖΗΝ; ejuſque diameter, idemque ſphæroidis axis, ΕΗ; et centrum punctum Κ. Ducatur autem per



ΠΡΟΤΑΣΙΣ κʹ.

Πᾶν σχῆμα σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθὲν διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνεται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου, καὶ αὐτὸ, καὶ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ.

Τετμάσθω γὰρ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου, ἤτοι δὴ καὶ διὰ τοῦ ἄξονος ἐσσεῖται τετμαμένον, ἢ ποτ᾽ ὀρθὰς, ἢ μὴ ποτ᾽ ὀρθὰς τῷ ἄξονι. [q] Εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τέμνεται, ἢ ποτ᾽ ὀρθὰς τῷ ἄξονι, δῆλον ὡς δίχα τέμνεται τὸ αὐτὸ, καὶ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ. Φανερὸν γὰρ ὅτι ἐφαρμόζει τὸ ἕτερον μέρος αὐτοῦ ἐπὶ τὸ ἕτερον, καὶ ἁ ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρου μέρεος ἐπὶ τὰν ἑτέρου. Ἀλλ᾽ ἔστω μὴ διὰ τοῦ ἄξονος τετμαμένον, μήτε ποτ᾽ ὀρθὰς τῷ ἄξονι. Τμαθέντος δὴ τοῦ σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον διὰ τοῦ ἄξονος, αὐτοῦ μὲν τοῦ σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἔστω, καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, ἁ ΒΔ· καὶ κέντρον τὸ Θ· τοῦ δ᾽ ἐπιπέδου τοῦ τετμακότος διὰ τοῦ κέντρου τὸ σφαιροειδὲς, ἔστω τομὰ ἁ ΑΓ εὐθεῖα. Λελάφθω δή τι καὶ ἄλλο σφαιροειδὲς ἴσον καὶ ὁμοῖον τούτῳ καὶ τμαθέντος αὐτοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπιπέδῳ, τομὰ ἔστω ἁ ΕΖΗΝ ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς, καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἁ ΕΗ· καὶ κέντρον τὸ Κ.

[a] ἀγμένα [b] Sic MS. [p] τοῦ κέντρου ἄκται [q] Εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τέμνεται, ἢ ποτ᾽ ὀρθὰς τῷ ἄξονι in MS. deſunt.

Καὶ διὰ τοῦ Κ ἄχθω ἁ ΖΝ γωνίαν ποιοῦσα τὰν Κ ἴσαν τᾷ Θ· ἀπὸ δὲ τᾶς ΖΝ ἐπίπεδον ἔστω ἀνεστακὸς ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ ΕΖΗΝ τομά. Ἐντὶ δὴ τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ αἱ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΝ ἴσαι καὶ ὁμοῖαι ἀλλάλαις. Ἐφαρμόζοντι ὦν ἐπ᾽ ἀλλάλας τεθείσας τᾶς ΕΗ ἐπὶ τὰν ΒΔ, καὶ τᾶς ΖΝ ἐπὶ τὰν ΑΓ. Ἐφαρμόζει δὴ καὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΝΖ τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ· ἐπεὶ ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς γραμμᾶς ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ἀμφότερα ἐντί. Ἐφαρμόζει ὦν καὶ τὸ τμᾶμα τὸ ὑπὸ ἐπιπέδου ἀποτεμνόμενον τοῦ κατὰ τὰν ΝΖ, ἀπὸ τοῦ σφαιροειδέος τὰ αὐτὰ τῷ Ε, τὸ ἐπὶ τὰς τῷ ἑτέρῳ τμάματι τῷ ἀποτεμνομένῳ ἀπὸ τοῦ ἑτέρου σφαιροειδέος ὑπὸ τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β. Καὶ λοιπὸν τμᾶμα ἐπὶ τὸ λοιπόν· καὶ αἱ ἐπιφάνειαι τῶν τμαμάτων ἐπὶ τὰς ἐπιφανείας. Πάλιν δὲ καὶ τεθείσας τᾶς ΕΗ ἐπὶ τὰν ΒΔ οὕτως, ὥς τε τὸ μὲν Ε κατὰ τὸ Δ κεῖσθαι· τὸ δὲ Η κατὰ τὸ Β· τὰν δὲ μεταξὺ τῶν Ν, Ζ σαμείων γραμμὰν ἐπὶ τὰν μεταξὺ τῶν Α, Γ σαμείων· δῆλον ὡς αἱ τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ἐφαρμόζοντι ἐπ᾽ ἀλλάλας· καὶ τὸ μὲν Ζ ἐπὶ τὸ Γ πεσεῖται, τὸ δὲ Ν ἐπὶ τὸ Α. Ὁμοίως καὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΝΖ ἐφαρμόζει τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ· καὶ τῶν τμαμάτων τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν ΝΖ, τὸ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Η ἐφαρμόζει τῷ τμάματι, τῷ ἀποτεμνομένῳ ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β· τὸ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Ε τῷ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Δ. Ἐπεὶ δὲ τὸ αὐτὸ τμᾶμα ἑκατέρῳ τῶν τμαμάτων ἐφαρμόζει, δῆλον ὅτι ἴσα ἐντὶ τὰ τμάματα· διὰ τ᾽ αὐτὰ δὲ καὶ αἱ ἐπιφάνειαι.

centrum K ZN efficiens angulum K angulo Θ æqualem: exciteturque a ZN planum ad id planum, in quo ſectio eſt EZHN, rectum. Duæ igitur ſunt acutiangulorum conorum ſectiones ABΓΔ, EZHN æquales, ſibique invicem ſimiles. Itaque poſita EH ſuper BΔ, et ZN ſuper AΓ, ſibi invicem conveniunt. Convenit autem etiam planum actum per NZ plano acto per AΓ; quoniam utrumque ab eadem recta in eodem plano excitatur. Convenit igitur etiam ſegmentum, quod a plano acto per NZ ad eas partes, in quibus eſt punctum E, a ſphæroide ſecatur, cum altero ſegmento, quod ſecatur ab altera ſphæroide a plano acto per AΓ ad eas partes, in quibus eſt punctum B. Reliquum item ſegmentum cum reliquo ſegmento; et ſuperficies ſegmentorum cum ſuperficiebus conveniunt. Rurſus poſita EH ſuper BΔ, ita ut punctum quidem E ponatur ſuper Δ, punctum vero H ſuper B; recta denique, quæ inter puncta N, Z interjicitur ſuper rectam, quæ interjicitur inter puncta A, Γ; conſtat fore, ut acutiangulorum conorum ſectiones ſibi invicem conveniant; cadatque punctum quidem Z ſuper Γ, punctum vero N ſuper A. Pariter etiam planum actum per NZ convenit cum plano acto per AΓ: ſegmentorumque, quæ a plano acto per NZ ſecantur, quod quidem ad eaſdem partes eſt, ad quas punctum H, cum ſegmento convenit, quod a plano acto per AΓ ad eaſdem partes, ad quas punctum B, ſecatur; quod vero eſt ad eaſdem partes, ad quas punctum E convenit cum ſegmento, quod ſecatur ad eaſdem partes, ad quas eſt punctum Δ. Quoniam igitur idem ſegmentum cum utroque ſegmento convenit, conſtat ſegmenta æqualia eſſe; eademque ratione etiam ipſorum ſuperficies.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κα΄.

Τμάματος δοθέντος ὁποτερουοῦν τῶν κωνοειδέων ἀποτεμνομένου ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἢ τῶν σφαιροειδέων ὁποτερουοῦν, μὴ μείζονος ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος, ὁμοίως ἀποτεμνομένου· δυνατόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφόμενον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσονι ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

Δεδόσθω τμᾶμα, οἷόν ἐστι τὸ ΑΒΓ· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τμάματος, τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ κώνου τομά· τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα, ἁ ΑΓ εὐθεῖα. Ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμάματος, καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς, ἁ ΒΔ. Ἐπεὶ ὦν ὑπόκειται τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον ὀρθὸν εἶμεν ἐπὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐστί, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἁ ΓΑ. Ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὸν ΒΔ. Πεσεῖται δὲ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐκτὸς τοῦ τμάματος· ἐπεὶ ἐστιν ἤτοι κωνοειδὲς, ἢ σφαι-

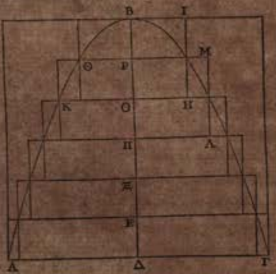
PROP. XXI. Theor.

Dato ſegmento cujuſlibet conoidis ſecto plano ad axem recto, vel ſegmento cujuſlibet ſphæroidis ſimiliter ſecto, quod tamen dimidia ſphæroide majus non ſit; fieri poteſt, ut eidem ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptum magnitudine minore ſolida qualibet propoſita.

Detur ſegmentum, quale eſt ABΓ: eodemque ſecto plano per ſegmenti axem acto, ſectio quidem ejus ſit coni ſectio ABΓ; plani vero, quod ſegmentum ſecat, recta AΓ. Ac ſit ſegmenti axis, idemque ſectionis diameter, BΔ. Quoniam igitur ponitur planum, quod ſecat, rectum eſſe ad axem, ſectio circulus erit, cujus diameter ΓA. Excitetur ab hoc circulo cylindrus axem habens BΔ. Cadet utique hujus ſuperficies extra ſegmentum; quoniam ſive conoi-

γραμμῶν — Sic MS. — Sic MS. — τὰ — τὰ — Sic MS. — τμάματος τε-
μαί. Ἔςω — ἀποτεμνομένω — τῷ

dis, ſive ſphæroidis ſegmentum eſt non majus ſphæroide dimidia. Itaque ſi hic cylindrus in duas æquas partes continuo ſecetur plano ad axem recto, quod relinquitur minus aliquando erit propoſita ſolida magnitudine. Sit id, quod relinquitur, cylindrus baſim habens circulum, qui circa diametrum A Γ deſcribitur, et axem E Δ, minor propoſita ſolida magnitudine. Dividatur autem B Δ in partes uni E Δ æquales in punctis P, O, Π, Ξ: ducanturque a diviſionibus rectæ ipſi A Γ parallelæ ad coni uſque ſectionem: et ab his plana excitentur recta ad B Δ. Itaque ſectiones circuli erunt centra habentes in B Δ. Deſcribantur autem ab unoquoque circulorum duo cylindri, quorum uterque axem habeat ipſi E Δ æqualem; alter quidem ad eaſdem cylindri partes, ad quas punctum Δ, alter vero ad eaſdem, ad quas punctum B. Erit utique ſegmento figura quædam ſolida inſcripta ex iis cylindris compoſita, qui ad eas partes, in quibus eſt punctum Δ, deſcripti ſunt: aliaque item circumſcripta compoſita ex iis cylindris, qui deſcripti ſunt ad eas, in quibus eſt punctum B. Reliquum eſt, demonſtremus circumſcriptum excedere inſcriptam magnitudine minore ſolida propoſita. Itaque cylindrorum, qui in inſcripta figura ſunt, æqualis unuſquiſque eſt cylindro, qui ab eodem circulo deſcriptus eſt ad eaſdem partes puncti B: nimirum cylindrus quidem Θ H cylindro Θ I; cylindrus vero K Λ cylindro K M: aliique eodem modo. Cylindri autem omnes cylindris omnibus æquales ſunt. Conſtat igitur circumſcriptam figuram excedere inſcriptam cylindro, qui baſim quidem habet circulum, qui circa diametrum A Γ deſcribitur, axem vero E Δ. Hic autem minor eſt propoſita ſolida magnitudine.



ροειδὲς μὴ μεῖζον ἢ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. Τοῦ δὴ κυλίνδρου τούτου ἀεὶ δίχα τεμνομένου ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἐσσεῖται ποτὲ τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Ἔστω δὲ τὸ καταλελειμμένον ἀπ' αὐτοῦ κύλινδρος [a] ἔχων βάσιν τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξονα δὲ τὰν Ε Δ, ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Διαιρήσθω δὴ ἁ Β Δ ἐς τὰς ἴσας τᾷ Ε Δ κατὰ τὰ Ρ, Ο, Π, Ξ· καὶ ἀπὸ τᾶν [b] διαιρέσιων ἄχθων εὐθεῖαι παρὰ τὰν Α Γ, ἕως ποτὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν· ἀπὸ δὲ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπίπεδα ἀνεστακέτω ὀρθὰ ποτὶ τὰν Β Δ. Ἐσσεῦνται δὴ αἱ τομαὶ κύκλοι τὰ κέντρα ἔχοντες ἐπὶ τᾶς Β Δ. Ἐφ' ἑκάστου δὴ τῶν κύκλων δύο κύλινδροι ἀναγεγράφθων, ἑκάτερος ἔχων ἄξονα ἴσον τᾷ Ε Δ, ὁ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τοῦ κυλίνδρου, ἐφ' ἃ ἐστὶ τὸ Δ, ὁ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐφ' ἃ ἐστὶ τὸ Β. Ἐσσεῖται δή τι ἐν τῷ τμάματι σχῆμα στερεὸν ἐγγεγραμμένον ἐκ τῶν κυλίνδρων συγκείμενον τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων, ἐφ' ἃ ἐστὶ τὸ Δ· καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, καὶ συγκείμενον ἐκ τῶν κυλίνδρων τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων ἐφ' ἃ τὸ Β ἐστί. [d] Λοιπὸν δὲ δεῖξαι, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει ἐλάσσονι τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Ἕκαστος δὴ τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἴσος ἐστὶ τῷ κυλίνδρῳ τῷ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ κύκλου ἀναγραφομένῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β· ὡς ὁ μὲν Θ Η τῷ Θ Ι, ὁ δὲ Κ Λ τῷ Κ Μ· καὶ οἱ ἄλλοι ὡσαύτως. Καὶ πάντες δὴ οἱ κύλινδροι πᾶσιν ἴσοι εἰσίν. Δῆλον οὖν ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει τῷ κυλίνδρῳ, τῷ βάσιν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξονα δὲ τὰν Ε Δ. Οὗτος δὲ ἐστὶν ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

PROP. XXII. Prob.

Dato ſegmento cujuſlibet conoidis ſecto plano ad axem non recto, vel ſegmento cujuſlibet ſphæroidis ſimiliter ſecto, quod tamen dimidia ſphæroide majus non ſit; fieri poteſt, ut eidem ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore ſolida qualibet propoſita.

Detur ſegmentum, quale dictum eſt. Secta autem figura per axem plano alio ad id pla-

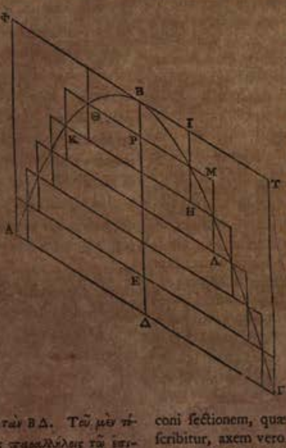
ΠΡΟΤΑΣΙΣ κβ'.

Τμάματος δοθέντος ἀποτετμαμένου τοῦ κωνοειδέος ἀποτετμαμένου ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἢ τοῦ σφαιροειδέος ἀποτετμαμένου μὴ μείζονος [e] ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος, [f] ὁμοίως ἀποτετμαμένου· δυνατόν ἐστιν ἐς αὐτὸ σχῆμα στερεὸν ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων τμαμάτων ὕψος [g] ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, [h] ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ [i] ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

Δεδόσθω τμᾶμα, οἷον εἴρηται. Τμαθέντος δὴ τοῦ σχήματος ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ,

[a] ὃ ἔχει
[b] Sic MS.
[c] Sic MS.
[d] ἐγγραφόμενον
[d] Λοιπὸν δέ ἐστι δεῖξαι
[e] ἡμιτελῆ
[f] Sic MS.
[g] In MS. ἴσον deeſt.

ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ δοθὲν τμᾶμα, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓΔ κώνου τομά· τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ [k] ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα, ἁ ΓΑ εὐθεῖα. Ἐπεὶ οὖν ὑπόκειται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα μὴ ἦμεν ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ ΑΓ. Ἔστω παράλληλος τᾷ ΓΑ ἁ ΦΥ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς. ἐπιψαυέτω δὲ κατὰ τὸ Β, καὶ ἀπὸ τᾶς ΦΥ ἀνεστακέτω ἐπίπεδον παράλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΓ. Ἐπιψαύσει δὲ τοῦτο τοῦ σχήματος κατὰ τὸ Β· καὶ εἰ μέν ἐστι τὸ τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ἀπὸ τοῦ Β ἄχθω παρὰ τὸν ἄξονα ἁ ΒΔ· εἰ δὲ ἀμβλυγωνίου ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς εὐθεῖα ἀχθεῖσα ἐπὶ τὸ Β ἐκβεβλήσθω, ἁ ΒΔ· εἰ δὲ σφαιροειδέος, ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὸ Β [l] ἀχθεῖσα εὐθεῖα ἀπολελάφθω ἁ ΒΔ. Δῆλον δὲ ὅτι τέμνει ἁ ΒΔ δίχα [m] τὰν ΑΓ. [n] Ἔστιν οὖν τὸ μὲν Β κορυφὰ τοῦ τμάματος· ἁ δὲ ΒΔ εὐθεῖα, ἄξων. Ἔστι δή τις ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ· καὶ γραμμὰ ἁ ΒΔ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακοῦσα ἐν ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ἐόντος τοῦ ἐπιπέδου. Δυνατὸν οὖν ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν ἄξονα ἔχοντα τὰν ΒΔ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Πεσεῖται δὲ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐκτὸς τοῦ τμάματος· ἐπεί ἐστιν ἤτοι κωνοειδέος ἢ σφαιροειδέος τμᾶμα, καὶ οὐ μεῖζόν ἐστιν ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. Ἐσσεῖται δέ τις κυλίνδρου τόμος βάσιν μὲν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομάν, τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ. Τοῦ μὲν τόμου δίχα τεμνομένου ἐπιπέδοις παραλλήλοις τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὰν ΑΓ, ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Ἔστω τόμος βάσιν μὲν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν [o] τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΕΔ, ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Διῃρήσθω δὴ ἁ ΔΒ ἐς τὰς ἴσας [p] τᾷ ΔΕ· καὶ ἀπὸ τᾶν διαιρεσίων ἄχθων [q] εὐθεῖαι παρὰ τὰν ΑΓ, ἔστε ποτὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν· ἀπὸ δὲ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπίπεδα ἀνεστακέτων παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπι-



num, quod datum ſegmentum ſecat, recto, figuræ quidem ſectio ſit coni ſectio ΑΒΓΔ; plani vero, quod ſegmentum ſecat, recta ΓΑ. Quoniam igitur ponitur planum, quod ſegmentum ſecat, rectum ad axem non eſſe, ſectio erit acutianguli coni ſectio, cujus diameter ΑΓ. Contingat ΦΥ ipſi ΓΑ parallela coni ſectionem in puncto Β: exciteturque planum a ΦΥ plano per ΑΓ acto parallelum. Continget hoc figuram in puncto Β. Et ſi quidem ſegmentum rectangulæ conoidis eſt, a puncto Β axi parallela ducatur ΒΔ: ſi vero obtuſiangulæ conoidis, ducta recta a vertice coni conoiden continentis ad punctum Β, producatur, eaque ſit ΒΔ: ſi denique ſphæroidis, ducta recta a centro ad punctum Β in ſegmento abſcindatur, eaque item ſit ΒΔ. Conſtat jam ΒΔ ipſam ΑΓ in duas æquas partes ſecare: ideoque punctum quidem Β ſegmenti vertex eſt; recta vero ΒΔ ejus axis. Itaque acutianguli coni ſectio quædam eſt circa diametrum ΑΓ deſcripta; rectaque linea ΒΔ, quæ ab ejus centro in eo plano excitata eſt, quod rectum ad id in quo ipſa eſt, planum per diametrum alteram agitur. Fieri igitur poteſt, ut cylindrus inveniatur axem habens ΒΔ, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio circa diametrum ΑΓ deſcripta. Cadet utique hujus ſuperficies extra ſegmentum; quoniam ſive conoidis ſive ſphæroidis ſegmentum eſt non majus ſphæroide dimidia: atque erit ſegmentum quoddam cylindri baſim quidem habens acutianguli coni ſectionem, quæ circa diametrum ΑΓ deſcribitur, axem vero ΒΔ. Itaque ſi hoc ſegmentum in duas æquas partes ſecetur planis parallelis plano per ΑΓ acto, quod relinquitur minus erit propoſita ſolida magnitudine. Sit ſegmentum baſim quidem habens acutianguli coni ſectionem, quæ circa diametrum ΑΓ deſcribitur, axem vero ΕΔ, minus propoſita ſolida magnitudine. Dividatur autem ΔΒ in partes uni ΔΕ æquales: ducanturque a diviſionibus rectæ ipſi ΑΓ parallelæ ad coni uſque ſectionem: et ab his plana excitentur parallela plano acto per ΑΓ. Hæc ſecabunt ſegmenti ſuperficiem: eruntque acutianguli coni ſectiones ei ſimiles, quæ circa diametrum ΑΓ deſcripta eſt; quoniam plana parallela ſibi invicem ſunt. Deſcribantur autem ab unaquaque acutianguli coni ſectione duo cylindri ſegmenta; alterum

[k] ἀποτετμακότος [l] Sic MS. [m] τὰν [n] ἔστω [o] τὰν ex MS. [p] τᾶ [q] εὐθεῖα

quidem ad eaſdem acutianguli coni ſectionis partes, ad quas punctum Δ; alterum vero ad partes eaſdem, ad quas punctum B; quæ axem habeant ipſi Δ E æqualem. Erunt utique figuræ quædam ſolidæ; altera quidem ſegmento inſcripta; altera vero circumſcripta ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita. Reliquum eſt, ut demonſtremus, circumſcriptam figuram excedere inſcriptam magnitudine minore ſolida propoſita. Demonſtrabitur autem pariter ac in ſuperiore propoſitione, circumſcriptam figuram excedere inſcriptam ſegmento, quod baſim quidem habet acutianguli coni ſectionem, quæ circa diametrum A Γ deſcribitur, axem vero E Δ. Hoc autem minus eſt propoſita ſolida magnitudine.

Hiſce præmiſſis, demonſtrabimus quæ de figuris propoſita ſunt.

PROP. XXIII. Theor.

Quodlibet ſegmentum rectangulæ conoidis ſectæ plano ad axem recto ſeſquialterum eſt coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eamdemque axem.

Sit enim ſegmentum rectangulæ conoidis ſectum plano ad axem recto: eodemque ſecto per axem plano alio, ſit ſuperficiei quidem ſectio acutianguli coni ſectio A B Γ; plani vero, quod ſegmentum ſecat, recta Γ A: et ſit axis ſegmenti recta B Δ. Sit item conus eamdem ac ſegmentum baſim habens, eumdemque axem, cujus vertex eſt punctum B. Oportet demonſtrare ſegmentum conoidis hujus coni eſſe ſeſquialterum.

Ponatur enim conus Ψ ſeſquialter eſſe coni, cujus baſis eſt circulus, qui circa diametrum A Γ deſcribitur, et axis B Δ. Sit autem etiam cylindrus baſim quidem habens circulum, qui circa diametrum A Γ deſcribitur, axem vero B Δ. Erit utique conus Ψ dimidium totius cylindri, quoniam ejuſdem coni ſeſquialter eſt. Dico ſegmentum conoidis cono Ψ æquale eſſe. Si enim æquale non eſt, aut majus eſt, aut minus. Sit primo, ſi fieri poteſt, majus. Itaque ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum conoidis excedit conum Ψ. Ac cylindrorum, ex quibus circumſcripta figura componitur, maximus quidem ſit is, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum A Γ deſcribitur, et axem E Δ; minimus vero, qui baſim habet circulum, qui deſcribitur circa diametrum Σ T, et axem B Θ. Cylindrorum autem,

πέδῳ. Τέμνοντι δὴ ταῦτα [*] τὰν ἐπιφάνειαν τῶ τμάματος, κ̔ ἐσσοῦνται ὀξυγωνίου κώνου τμαὶ ὁμοίαι τᾶ περὶ τὰν Α Γ διαμέτρον· ἐπεὶ παράλληλα ἐντὶ τὰ ἐπίπεδα. Ἐφ' ἑκάστας δὴ τᾶς τῶ ὀξυγωνίω κώνω τμᾶς ἀναγεγράφθων κυλίνδρω [*] τομοὶ δύο, ὁ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῶ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς τῷ Δ, ὁ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β, ἄξονα ἔχοντες ἴσον τῷ Δ Ε. Ἐσσοῦνται δὴ τινὰ σχήματα στερεὰ τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι, τὸ δὲ περιγεγραμμένον ἐκ κυλίνδρω τομῶν ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκείμενα. Λοιπὸν δέ ἐστι δεῖξαι, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένω ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Δειχθήσεται δὲ ὁμοίως τῷ προτέρῳ, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένω ὑπερέχει τῷ τόμῳ, τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὰν τοῦ ὀξυγωνίω κώνω τομὰν, τὰν περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξονα δὲ τὰν Ε Δ. Οὗτος δέ ἐστιν ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεῶ μεγέθεος.

Τούτων προγεγραμμένων ἀποδεικνύομες τὰ προβεβλημένα τῶν σχημάτων.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κγ'.

Πᾶν τμᾶμα ὀρθογωνίω κωνοειδέος [*] ἀποτετμαμένα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ κώνω τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, κ̔ ἄξονα.

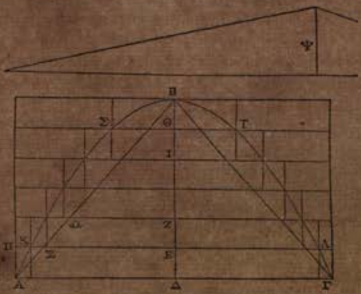
Ἔστω γὰρ τμᾶμα ὀρθογωνίω κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ἄξονα· κ̔ τμαθέντος αὐτῶ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος, τᾶς μὲν ἐπιφανείας τομὰ ἔστω ἁ Α Β Γ ὀρθογωνίω κώνω τομά· τῶ δὲ ἐπιπέδω τῶ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα, ἁ Γ Α εὐθεῖα· ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμάματος ἁ Β Δ. Ἔστω δὲ κ̔ κῶνος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι, κ̔ ἄξονα τὸν αὐτὸν, οὗ κορυφὰ τὸ Β. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα τῶ κωνοειδέος ἡμιόλιόν ἐστι τῶ κώνω τούτω.

Ἐκκείσθω γὰρ κῶνος ὁ Ψ ἡμιόλιος ὢν τῶ κώνω, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξων δὲ ἁ Β Δ. Ἔστω δὲ κ̔ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξονα δὲ τὰν Β Δ. Ἐσσεῖται οὖν ὁ Ψ κῶνος ἥμισυς ὅλω τῶ κυλίνδρω· ἐπείπερ ἡμιόλιός ἐστιν ὁ Ψ κῶνος τοῦ αὐτῶ κώνω. Λέγω, ὅτι τὸ τμᾶμα τῶ κωνοειδέος ἴσον ἐστὶ τῷ Ψ κώνῳ. Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἔλασσον. Ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατὸν, [*] μεῖζον. Ἐγγεγράφθω δὴ σχῆμα στερεὸν ἐς τὸ τμᾶμα, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥς τε τὸ [*] περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι ἢ πηλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνω. Καὶ ἔστω τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ περιγραφὲν σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξονα δὲ τὰν Ε Δ· ἐλάχιστος δὲ, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Σ Τ ἄξονα δὲ [*] τὰν Β Θ. Τῶν δὲ κυλίνδρων ἐξ

[*] τῶν ἐπιφανειῶν [*] τόμοι [*] ἀποτετμαμένω

[*] Sic MS. [*] Sic MS. [*] τὰν Β Γ

ὧν σύγκειται τὸ ἐγγραφὲν σχῆμα, μέγιστος μὲν ἔστω, ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ· ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ· ἐλάχιστος δὲ ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΣΤ, ἄξονα δὲ τὰν ΘΙ. Ἐκβεβλήσθω δὲ τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ. Ἐσσεῖται δὴ ὅλος κύλινδρος διῃρημένος εἰς κυλίνδρους, τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. Καὶ ἐπεὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸ τμᾶμα ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ [y] ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ κώνου, δῆλον ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι [z] μεῖζόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. Ὁ δὴ πρᾶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἔχων ἄξονα [a] τὰν ΔΕ, ποτὶ τὸν πρᾶτον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΚΕ δυνάμει. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, καὶ τῷ ὃν ἔχει ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΕΞ. Ὁμοίως [b] δὲ δειχθήσεται καὶ ὁ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΕΖ, ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἔχων λόγον, ὃν ἁ ΠΕ, τουτέστιν ἁ ΔΑ, ποτὶ τὰν ΖΩ. Καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων, ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτὸν, ἑξεῖ τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσιος αὐτᾶς ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν ΑΒ, ΒΔ εὐθειᾶν. Καὶ πάντες οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξων δέ ἐστιν ἁ ΔΒ εὐθεῖα, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι, αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, οἳ ἐν ταῖς βάσεσι ἐντὶ τῶν εἰρημένων κυλίνδρων, ποτὶ πάσας τὰς εὐθείας τὰς ἀπολελαμμένας ἀπὸ τᾶν μεταξὺ τᾶν ΑΒ, ΒΔ. Αἱ δὲ εἰρημέναι εὐθεῖαι τᾶν εἰρημέναν χωρὶς τᾶς ΑΔ μείζονές ἐντι ἢ διπλάσιαι. Ὥστε καὶ οἱ κύλινδροι πάντες οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, οὗ ὁ ἄξων ὁ ΔΒ μείζονές ἐντι, ἢ διπλάσιοι τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Ἆρα καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος, οὗ ὁ ἄξων ἁ ΔΒ, μείζων ἐστὶ ἢ διπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Τοῦ δὲ Ψ κώνου [c] ἦν διπλασίων. Ἐλάσσων ἄρα



ex quibus inſcripta figura componitur, maximus quidem ſit is, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum ΚΛ deſcribitur, et axem ΔΕ; minimus vero, qui baſim habet circulum, qui deſcribitur circa diametrum ΣΤ, et axem ΘΙ. Porro cylindrorum omnium plana producantur ad ſuperficiem uſque cylindri baſim habentis circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, axemque ΒΔ. Dividetur utique totus cylindrus in cylindros multitudine quidem æquales cylindris, qui in circumſcripta figura ſunt, magnitudine vero æquales unuſquiſque eorum maximo. Et quoniam circumſcripta ſegmento figura inſcriptam minus excedit, quam ſegmentum conum, conſtat figuram ſegmento inſcriptam cono Ψ majorem eſſe. Jam primus cylindrus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ΔΕ, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in inſcripta figura, axem habentem ΔΕ, eamdem habet rationem, quam ΔΑ ad ΚΕ poteſtate. Hæc autem eadem eſt atque illa, quam habet ΒΔ ad ΒΕ, et quam ΔΑ ad ΕΞ. Pariter demonſtrabitur etiam ſecundus cylindrus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ΕΖ, ad cylindrum eorum ſecundum, qui ſunt in inſcripta figura, eamdem habere rationem, quam ΠΕ, hoc eſt ΔΑ, ad ΖΩ. Aliorum item cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, ad unumquemque cylindrum eorum, qui ſunt in inſcripta figura, eumdem axem habentium, eamdem habebit rationem, quam dimidia diametri baſis ad eam ipſius partem, quæ inter rectas ΑΒ, ΒΔ ab eadem abſcinditur. Itaque omnes cylindri, qui in eo cylindro ſunt, cujus quidem baſis eſt circulus, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, axis vero recta ΒΔ, ad omnes cylindros, qui ſunt in inſcripta figura, eamdem habebunt rationem, quam omnes rectæ, quæ ducuntur e circulorum centris, qui ſunt in baſibus circulorum, quos diximus, ad omnes rectas, quæ abſcinduntur a recta illa, quæ inter ΑΒ, ΒΔ interjicitur. Rectæ autem, quas diximus, rectarum quas item diximus, dempta ΑΔ, majores ſunt quam duplæ. Quare omnes etiam cylindri, qui in toto cylindro ſunt, cujus axis ΔΒ, majores ſunt quam dupli inſcriptæ figuræ. Totus igitur cylindrus, cujus axis ΒΔ, major eſt quam duplus figuræ inſcriptæ. Coni autem

[y] περιγεγραμμένω [z] Sic MS. [a] τὰν ΑΓ [b] Sic MS. [c] ἢ διπλασίω

Ψ erat duplus. Minor eſt igitur inſcripta figura cono Ψ. Quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt major eſſe. Non eſt igitur majus conoidis ſegmentum cono Ψ. Pariter autem neque eſt minus. Rurſus enim eidem figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur; ita ut altera alteram excedat magnitudine minore, quam qua conus Ψ conoidis ſegmentum excedit: eademque alia, quæ ſupra, conſtruantur. Quoniam igitur inſcripta figura minor eſt ſegmento; atque inſcripta minus a circumſcripta deficit, quam ſegmentum a cono, conſtat figuram circumſcriptam cono Ψ minorem eſſe. Rurſus primus cylindrus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ΔE, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in circumſcripta figura, eumdem axem habentem EΔ, eam habet rationem, quam quadratum, quod ab AΔ deſcribitur, ad ſemetipſum. Cylindrus autem ſecundus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens EZ, ad cylindrum eorum ſecundum, qui ſunt in circumſcripta figura, axem habentem EZ, eamdem habet rationem, quam ΔA ad KE poteſtate. Hæc autem eadem eſt atque illa, quam habet BΔ ad BE, et quam ΔA ad EΞ. Aliorum item cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habentium ipſi ΔE æqualem, ad unumquemque cylindrum eorum, qui ſunt in circumſcripta figura, eumdem axem habentium, eam habebit rationem, quam dimidia baſis ad eam ipſius partem, quæ inter rectas AB, BΔ ab eadem abſcinditur. Itaque omnes cylindri, qui in toto cylindro ſunt, cujus eſt axis BΔ, ad omnes cylindros, qui ſunt in circumſcripta figura, eamdem habebunt rationem, quam omnes rectæ ad omnes rectas. Omnes autem rectæ, quæ e centris circulorum ducuntur, qui ſunt cylindrorum baſes, rectarum omnium, quæ ab ipſis abſcinduntur, una cum AΔ, minores ſunt quam duplæ. Conſtat igitur omnes etiam cylindros, qui in toto cylindro ſunt, minores eſſe quam duplos cylindrorum, qui ſunt in circumſcripta figura. Cylindrus igitur, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum AΓ deſcribitur, et axem BΔ, minor eſt quam duplus figuræ circumſcriptæ. Non eſt autem minor, ſed major quam duplus. Duplus eſt enim coni Ψ. Circumſcripta vero figura cono Ψ minor eſſe demonſtrata eſt. Non eſt igitur minus conoidis ſegmentum cono Ψ. Demonſtratum autem eſt neque eſſe majus. Seſquialterum eſt igitur coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem.

τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ μεῖζον. Οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ κωνοειδὲς τοῦ Ψ κώνου. Ὁμοίως δὲ οὐδὲ ἔλασσον. Πάλιν γὰρ ἐγγεγράφθω τὸ σχῆμα, καὶ περιγεγράφθω, ὥς τε ὑπερέχειν ἕκαστον ἑκάστου ἐλάσσονι ἢ [d] πηλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ κωνοειδέος· καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατασκευάσθω. Ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ τὸ ἐγγραφὲν τοῦ περιγραφέντος ἐλάσσονι λείπεται, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, δῆλον, ὡς ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Πάλιν δὲ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΕΔ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΔ τετράγωνον ποτὶ τὸ αὐτό. Ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΕΖ, ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΕΖ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΚΕ δυνάμει. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς [e] τῷ ὃν ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, καὶ τῷ ὃν ἔχει ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΕΞ. Καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ ΔΕ, ποτὶ ἕκαστον τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτὸν, ἕξει τοῦτον λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς βάσιος αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν ΑΒ, ΒΔ εὐθειᾶν. Καὶ πάντες οὖν οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, οὗ ἄξων ἐστὶν ἁ ΒΔ εὐθεῖα, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἕξοντι λόγον, ὃν πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι ποτὶ πάσας τὰς εὐθείας. Αἱ δὲ εὐθεῖαι πᾶσαι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, [f] αἱ βάσιες ἐντὶ τῶν κυλίνδρων, τᾶν εὐθειᾶν πασᾶν τᾶν ἀπολελαμμέναν [g] ἀπ' αὐτᾶν σὺν τᾷ ΑΔ ἐλάσσονες ἐντὶ, ἢ διπλάσιαι. Δῆλον οὖν ὅτι καὶ οἱ κύλινδροι πάντες οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἐλάσσονές ἐντι ἢ διπλάσιοι τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων [h] τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασίων τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἐστὶ δὲ, ἀλλὰ μείζων ἢ διπλάσιος. Τοῦ γὰρ Ψ κώνου [i] διπλάσιόν ἐστι. Τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλαττον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ ἔλασσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Ἐδείχθη δὲ, ὅτι οὔτε μεῖζον· ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶ τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

PROP. XXIV. Theor.

Quinetiam ſi a rectangula conoide ſegmentum ſecetur plano ad axem non recto, pariter ſeſquialterum erit ſegmenti coni, quod

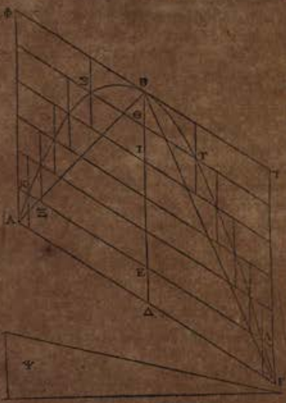
ΠΡΟΤΑΣΙΣ κδ΄.

Καὶ τοίνυν αἴκα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἐπιπέδῳ ἀποτμαθῇ τὸ τμᾶμα ἀπὸ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὁμοίως ἡμιόλιον ἔσται τοῦ ἀποτμάματος τοῦ

[d] πάλιν αὖ(?) [e] Sic MS. [f] αἱ [g] ἀπ' αὐτῶν σὺν τῷ [h] τὸν κύλινδρον [i] διπλασίων

κώνω, τῶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

Ἔστω τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ἀποτετμαμένον ὡς εἴρηται· καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ σχῆμα, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομά· τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα, ἁ ΑΓ εὐθεῖα. Παρὰ δὲ τὰν ΑΓ ἁ ΦΥ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Β· καὶ ἁ ΒΔ ἄχθω παρὰ τὰν ἄξονα. Τεμεῖ δὴ αὐτὰ δίχα τὰν ΑΓ. Ἀπὸ δὲ τᾶς ΦΥ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω παράλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΔ. Ἐπιψαύσει δὴ τοῦτο τοῦ κωνοειδέος κατὰ τὸ Β· καὶ ἐσσεῖται τοῦ τμάματος κορυφὰ τὸ Β σαμεῖον, ἄξων δὲ ἁ ΒΔ. Ἐπεὶ ὦν τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΑΓ, οὐ ποτ' ὀρθὰς * ἐὸν τῷ ἄξονι τέτμηκε τὸ κωνοειδές, ἁ τομὰ ἐστὶν ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἁ ΑΓ. Ἐούσας δὴ ὀξυγωνίου ¹ κώνου τομᾶς περὶ διάμετρον τὰν ΓΑ, καὶ γραμμᾶς τᾶς ΒΔ, ἃ ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀνεστακοῖσα, ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ἀνεστακότι ἀπὸ διαμέτρου ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά· δυνατόν ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ ΒΔ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. Δυνατὸν δέ ἐστι καὶ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἐσσεῖται. Ἐσσεῖται δὴ τόμος κυλίνδρου τις, βάσιν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομάν, τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ· καὶ ἀπότμαμα κώνου βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τε τόμῳ καὶ τῷ τμάματι, ἄξονα δὲ τὸν αὐτόν. Δεικτέον ὅτι τὸ κωνοειδέος τμᾶμα ἡμιόλιον ἐστι τούτου τοῦ κώνου.



Ἔστω δὴ ὁ Ψ κῶνος ἡμιόλιος τοῦ ἀποτμάματος τούτου. Ἐσσεῖται δὴ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, διπλάσιος τοῦ Ψ κώνου. Οὗτος γὰρ ἡμιόλιός ἐστι τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, τὸ εἰρημένον, τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ τόμου τοῦ κυλίνδρου, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Ἀναγκαῖον δὲ ἐστι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζόν ἐστιν, ἢ ἔλασ-

* ἴσως τῷ

eamdem ac ſegmentum baſim habet, et axem eumdem.

Sit ſegmentum rectangulæ conoidis, ſectum ut dictum eſt: eodemque ſecto per axem plano alio ad id planum, quod figuram ſecat, recto; figuræ quidem ſectio ſit acutianguli coni ſectio ABΓ; plani vero, quod ſegmentum ſecat, recta AΓ. Ducatur autem ΦΥ ipſi AΓ parallela, quæ acutianguli coni ſectionem in puncto B contingat: et parallela axi ducatur BΔ. Hæc utique ipſam AΓ in duas æquas partes ſecabit. Excitetur porro planum a ΦΥ plano per AΔ acto parallelum: quod quidem continget conoiden in puncto B: eritque ſegmenti vertex punctum B, et axis BΔ. Quoniam igitur planum per AΓ actum, cum rectum ad axem non eſſet, conoiden ſecuit, ſectio erit acutianguli coni ſectio, cujus major diameter AΓ. Itaque cum acutianguli coni ſectio ſit circa diametrum AΓ deſcripta; et recta linea BΔ, quæ ab ejus centro in eo plano excitata eſt, quod rectum ad id, in quo ipſa eſt, planum per diametrum agitur; fieri poteſt, ut cylindrus inveniatur axem habens, qui ipſi BΔ in directo jaceat, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio. Fieri itidem poteſt, ut conus inveniatur verticem habens punctum B, in cujus ſuperficie eadem acutianguli coni ſectio ſit. Atque erit ſegmentum aliquod cylindri baſim habens acutianguli coni ſectionem quæ circa diametrum AΓ deſcribitur, et axem BΔ: et coni item ſegmentum eamdem ac ſegmentum cylindri, et conoidis baſim habens, eumdemque axem. Oportet demonſtrare ſegmentum conoidis hujus coni eſſe ſeſquialterum.

Sit conus Ψ ſegmenti illius ſeſquialter. Erit utique ſegmentum cylindri, quod eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, duplum coni Ψ. Hic enim ſeſquialter eſt ſegmenti coni, quod eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habet, eumdemque axem: hoc vero, quod diximus, coni ſegmentum tertia pars eſt ſegmenti cylindri, quod eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habet, et axem eumdem. Neceſſe autem eſt ſegmentum conoidis cono Ψ æquale eſſe. Si enim æquale non eſt, aut majus

¹ κώνου ex MS.

eſt, aut minus. Sit primo, ſi fieri poteſt, majus. Itaque ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum conoidis excedit conum Ψ. Atque ſegmentorum plana pertingent ad ſuperficiem uſque ſegmenti cylindri, quod eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habet, eumdemque axem. Rurſus primum ſegmentum eorum, quæ in toto cylindri ſegmento ſunt, axem habens Δ E, ad ſegmentum eorum primum, quæ ſunt in inſcripta figura, axem habens Δ E, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod ab A Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a K E. Quæ enim ſegmenta æqualem habent altitudinem, hæc eamdem quam baſes inter ſe invicem rationem habent. Horum autem ſegmentorum baſes, quoniam ſimiles acutiangulorum conorum ſectiones ſunt, eamdem inter ſe invicem habent rationem, quam reſpondentes ipſarum diametri poteſtate. At dimidiæ reſpondentium diametrorum ſunt ipſæ A Δ, K E: et quam poteſtate rationem habet A Δ ad K E, hanc habet longitudine B Δ ad B E; quoniam B Δ quidem diametro parallela eſt; A Δ, K E vero parallelæ ſunt ei, quæ in puncto B ſectionem contingit; et adhuc quam rationem habet B Δ ad B E, hanc habet A Δ ad E Ξ. Igitur primum ſegmentum eorum, quæ in toto cylindri ſegmento ſunt, ad ſegmentum eorum primum, quæ ſunt in inſcripta figura, eamdem habebit rationem, quam A Δ ad E Ξ. Aliorum item ſegmentorum unumquodque, quæ in toto cylindri ſegmento ſunt, axem habentium ipſi E Δ æqualem, ad unumquodque ſegmentum eorum, quæ ſunt in inſcripta figura, eamdem axem habentium, eamdem habet rationem, quam dimidia diametri baſium ad eam ipſius partem, quæ inter rectas A B, B Δ ab eadem abſcinditur. Demonſtrabitur autem pariter ac ſupra inſcripta figura major eſſe cono Ψ: et ſegmentum cylindri, quod eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habet, eumdemque axem, majus eſſe quam duplum figuræ inſcriptæ. Quare majus etiam erit quam duplum coni Ψ. Non autem majus, ſed duplum eſt. Non eſt igitur ſegmentum conoidis majus cono Ψ. Eadem ratione demonſtrabitur neque eſſe minus. Conſtat igitur æquale eſſe. Segmentum igitur conoidis ſeſquialterum eſt ſegmenti coni, quod eamdem ac ſegmentum baſim habet, et axem eumdem.

σον. Ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. Ἐγγεγράφθω δή τι εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τμαμάτων ὕψος [m] ἴσον ἐχόντων συγκείμενα· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Καὶ τὰ ἐπίπεδα τῶν τμαμάτων ἐσσεῖται ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τόμου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Πάλιν δὴ ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν Δ E, ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν Δ E, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς A Δ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς K E. Οἱ γὰρ τόμοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλως ταῖς βάσεσιν. Αἱ δὲ βάσεις αὐτῶν, ἐπεὶ ὁμοῖαί ἐντι ὀξυγωνίων κώνων τομαί, τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν αἱ ὁμόλογοι διάμετροι αὐτῶν δυνάμει. Ἡμίσειαι δὲ ἐντὶ τᾶν ὁμολόγων διαμέτρων, αἱ A Δ, K E· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ A Δ ποτὶ τὰν K E δυνάμει, τοῦτον ἔχει ἁ B Δ ποτὶ τὰν B E [n] μάκει· ἐπεὶ ἁ μὲν B Δ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστιν, αἱ δὲ A Δ, K E παρὰ τὰν κατὰ τὸ B ἐπιψαύουσαν· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ B Δ ποτὶ τὰν B E, τοῦτον ἔχει ἁ A Δ ποτὶ τὰν E Ξ. Ἕξει δὴ ὁ πρῶτος τόμος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ A Δ ποτὶ τὰν E Ξ. Καὶ τῶν ἄλλων τομῶν ἕκαστος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ἄξονα ἴσον ἐχόντων τᾷ Δ E, ποτὶ ἕκαστον τῶν τομῶν τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἄξονα ἐχόντων, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶν [o] βάσιων αὐτῶν ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν A B, B Δ. Δειχθήσεται δὴ ὁμοίως τοῖς πρότερον τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου· ὁ δὲ τοῦ κυλίνδρου τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, μείζων ἐὼν ἢ διπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Ὥς τε καὶ τοῦ Ψ κώνου μείζων ἐσσεῖται ἢ διπλασίων. Οὐκ ἔστι δέ, ἀλλὰ διπλασίων. Οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Διὰ τῶν αὐτῶν δὲ δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἔλασσόν ἐστι. Δῆλον δὴ ὅτι ἴσον. Ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶ τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

PROP. XXV. Theor.

Si duo rectangulæ conoidis ſegmenta planis ſecentur, altero quidem ad axem recto, altero vero non recto, ſintque ſegmentorum axes æquales; ſegmenta ipſa æqualia erunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κέ.

[p] Αἴκα ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτματίωντι [q] ἐπιπέδοις, τὸ μὲν ἕτερον ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ δὲ ἕτερον μὴ ὀρθῷ, ἔωντι δὲ οἱ τῶν τμαμάτων ἄξονες ἴσοι· ἴσα ἐσσοῦνται τὰ τμάματα.

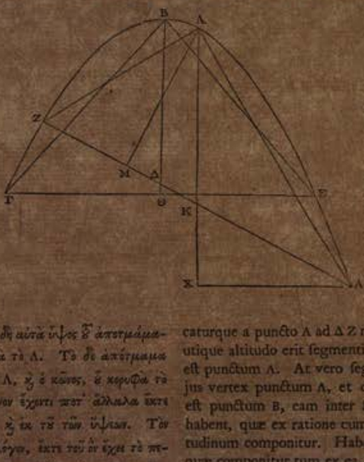
[m] ἴσα ὕψη τὰ τμήματα [n] μήκει [o] βάσεων αὐτῶν [p] Ἐὰν τοῦ [q] ἐπιπέδοις

Ἀποτετμάσθω γὰρ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα, ὡς εἴρηται. Τμαθέντος δὲ τοῦ κωνοειδέος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τοῦ μὲν κωνοειδέος ἔστω τομὰ ἁ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ ΒΔ· τῶν δὲ ἐπιπέδων αἱ ΑΖ, ΕΓ εὐθεῖαι· τοῦ μὲν ὀρθοῦ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ ΕΓ· τοῦ δὲ μὴ ὀρθοῦ, ἁ ΖΑ. Ἄξονες δὲ ἔστω τῶν τμαμάτων αἱ ΒΘ, ΚΛ ἴσαι ἀλλάλαις· κορυφαὶ δὲ τὰ Β, Λ. Δεικτέον ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ τμᾶμα κωνοειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ Β, τῷ τμάματι τῷ κωνοειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ Λ.

Ἐπεὶ γὰρ ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς δύο τμάματα ἐντὶ ἀφῃρημένα, τόδε ΑΛΖ, καὶ τὸ ΕΒΓ· καὶ ἐντὶ αὐτῶν διάμετροι ἴσαι αἱ ΚΛ, ΘΒ, ἴσον ἐστὶ τὸ τρίγωνον τὸ ΑΛΚ τῷ ΕΘΒ. Δέδεικται γὰρ ὅτι τὸ ΑΛΖ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ. Ἄχθω δὴ ἁ ΑΧ καθέτος ἐπὶ τὰν ΚΛ ἐκβληθεῖσαν. Καὶ ἐπεὶ ἴσαι αἱ ΒΘ, ΚΛ, ἴσαι καὶ αἱ ΕΘ, ΑΧ. Ἔστω δὴ ἐν τῷ τμάματι, οὗ κορυφὰ τὸ Β, κῶνος ἐγγεγραμμένος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· ἐν δὲ τῷ τμάματι, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Ἄχθω δὲ καὶ ἀπὸ τοῦ Λ καθέτος ἐπὶ τὰν ΔΖ, ἁ ΛΜ. Ἐσσεῖται[1] δὴ αὐτὰ ὕψος τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ. Τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, καὶ ὁ κῶνος, οὗ κορυφὰ τὸ Β, τὸν συγκείμενον λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα ἔκ τε τοῦ τῶν βάσιων λόγου, καὶ ἐκ τοῦ τῶν ὑψέων. Τὸν συγκείμενον οὖν ἔχοντι λόγον, ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, τᾶς περὶ διάμετρον τὰν ΑΖ, ποτὶ τὸν κύκλον, τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΕΓ· καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΛΜ ποτὶ τὰν ΒΘ. Τὸ δὲ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸν αὐτὸν κύκλον, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΓ. Ἔχει καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, ποτὶ τὸν κῶνον, οὗ κορυφὰ τὸ Β, τὸν συγκείμενον λόγον ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΚΛ ποτὶ τὰν ΕΘ, καὶ τοῦ ὃν ἔχει[2] ἁ ΛΜ ποτὶ τὰν ΒΘ. Ἁ μὲν γὰρ ΚΛ ἡμίσεια ἐντὶ τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσιος τᾶς τοῦ ἀποτμά-

Secentur enim duo rectanguli conoidis ſegmenta, ut dictum eſt: ſectaque conoide plano per axem, planoque ad axem recto; conoidis quidem ſectio ſit rectanguli coni ſectio ΑΒΓ, cujus diameter ΒΔ: ſectiones autem planorum rectæ ΑΖ, ΕΓ; alterius quidem ad axem recti, ΕΓ; alterius vero non recti, ΖΑ. Ac ſegmentorum axes ſint ΒΘ, ΚΛ ſibi invicem æquales, eorumque vertices puncta Β, Λ. Oportet demonſtrare ſegmentum conoidis, cujus vertex eſt punctum Β, æquale eſſe ſegmento conoidis, cujus vertex eſt punctum Λ.

Quoniam enim ab eadem rectanguli coni ſectione duo ſegmenta ablata ſunt, alterum ΑΛΖ, alterum ΕΒΓ; eorumque diametri ΚΛ, ΘΒ æquales ſibi invicem ſunt; æquale eſt triangulum ΑΛΚ triangulo ΕΘΒ. Demonſtratum enim eſt triangulum ΑΛΖ triangulo ΕΒΓ æquale eſſe. Ducatur ΑΧ ad ΚΛ productam normalis. Et quoniam æquales ſunt ΒΘ, ΚΛ, æquales ſunt etiam ipſæ ΕΘ, ΑΧ. Itaque ſegmento, cujus vertex eſt punctum Β, inſcriptus ſit conus eamdem ac ſegmentum baſim habens, eumdemque axem: ſegmento autem, cujus vertex eſt punctum Λ, coni ſegmentum inſcriptum ſit eamdem ac ſegmentum baſim habens, et axem eamdem. Ducaturque a puncto Λ ad ΔΖ normalis ΛΜ. Hæc utique altitudo erit ſegmenti coni, cujus vertex eſt punctum Λ. At vero ſegmentum coni, cujus vertex punctum Λ, et conus, cujus vertex eſt punctum Β, eam inter ſe invicem rationem habent, quæ ex ratione cum baſium, tum altitudinum componitur. Habent igitur rationem, quæ componitur tum ex ea, quam habet ſpatium, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, quæ circa diametrum ΑΖ deſcribitur, ad circulum, qui deſcribitur circa diametrum ΕΓ; tum ex ea quam ΛΜ habet ad ΒΘ. Habet autem ſpatium, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, ad eumdem circulum eamdem rationem, quam ſpatium, quod ſub ſectionis diametris continetur, ad quadratum, quod ab ΕΓ deſcribitur. Habet igitur ſegmentum coni, cujus vertex eſt punctum Λ, ad conum, cujus vertex eſt punctum Β, rationem, quæ componitur tum ex ea, quam habet ΚΛ ad ΕΘ, tum ex ea, quam ΛΜ habet ad ΒΘ. Nam ΚΛ dimidia eſt diametri baſis



[1] Ἢ αὐτὰ

[2] ἁ ΓΛ

ſegmenti coni, cujus vertex eſt punctum Λ: et EΘ dimidia diametri baſis coni: ipſæ vero ΛM, BΘ eorum ſunt altitudines. Habet autem ΛM ad BΘ eamdem rationem, quam ad KΛ; quoniam BΘ ipſi KΛ æqualis eſt; habetque ΛM ad KΛ eamdem, quam XΛ ad ΛK. At vero ſegmentum coni ad conum rationem habet, quæ componitur tum ex ea, quam habet KΛ ad ΛX; æqualis eſt enim ΛX ipſi EΘ; tum ex ea, quam ΛM habet ad BΘ. Rationum autem, quas diximus, quæ eſt ipſius ΛK ad ΛX, eadem eſt atque illa, quæ ipſius ΛK ad ΛM. Segmentum igitur coni ad conum eam rationem habet, quam ΛK ad ΛM, et quam ΛM ad BΘ. Æqualis eſt autem BΘ ipſi KΛ. Manifeſtum eſt igitur ſegmentum coni, cujus vertex eſt punctum Λ, æquale eſſe cono, cujus vertex eſt punctum B. Ex quo conſtat ipſa quoque ſegmenta æqualia eſſe; ſi quidem horum alterum coni, alterum huic æqualis coni ſegmenti ſeſquialterum eſt.

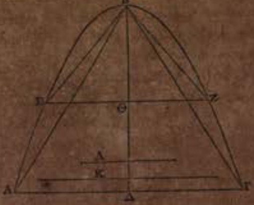
ματος τῶ κώνω, ὧ κορυφὰ τὸ Λ· ἁ δὲ ΕΘ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρω τᾶς βάσιος τῶ κώνω· [a] αἱ δὲ ΛΜ, ΒΘ ὕψεα ἐντὶ αὐτῶν. Ἔχει δὲ [b] ἁ ΛΜ ποτὶ τὰν ΒΘ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν καὶ ποτὶ τὰν ΚΛ· ἐπεὶ ἁ ΒΘ ἴσα ἐςὶ τᾷ ΚΛ· ἔχει δὲ καὶ [c] ἁ ΛΜ ποτὶ τὰν ΚΛ, ὃν ἁ ΧΛ ποτὶ τὰν ΛΚ· ἔχει καὶ τὸ ἀπότμαμα τῶ κώνω ποτὶ τὸν κῶνον τὸν συγκείμενον λόγον ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΛΚ ποτὶ [d] τὰν ΛΧ· ἴσα γάρ ἐςιν ἁ ΛΧ τᾷ ΕΘ· καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει [e] ἁ ΛΜ ποτὶ τὰν ΒΘ. Ὁ δὲ ἐκ τῶν εἰρημένων λόγος ὁ τᾶς ΛΚ ποτὶ ΛΧ ὁ αὐτός ἐςι τῷ [f] τᾶς ΛΚ ποτὶ ΛΜ. Τὸ ἄρα ἀπότμαμα ποτὶ τὸν κῶνον λόγον ἔχει, ὃν [g] ἁ ΛΚ ποτὶ τὰν ΛΜ καὶ ὃν ἔχει [h] ἁ ΛΜ ποτὶ τὰν ΒΘ. Ἴσα δὲ ἁ ΒΘ τᾷ ΚΛ. Δῆλον ὦν, ὅτι ἴσον ἐςὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, ὧ κορυφὰ τὸ Λ, τῷ κώνῳ, ὧ κορυφὰ τὸ Β. Φανερὸν ὦν, ὅτι καὶ τὰ τμάματα ἴσα ἐντί· ἕτερον αὐτῶν ἐπεὶ τὸ μὲν ἡμιόλιον ἐςι τῶ κώνω, τὸ δὲ ἕτερον ἡμιόλιον τῶ ἀποτμάματος τῶ κώνω ἴσων ἐόντων.

PROP. XXVI. Theor.

Si duo rectangulæ conoidis ſegmenta planis ſecentur utcumque actis; ſegmenta eamdem inter ſe invicem habebunt rationem, quam quadrata, quæ ab ipſorum axibus deſcribuntur.

Secentur enim utcunque duo rectangulæ conoidis ſegmenta: et alterius quidem axi æqualis ſit K; alterius vero, æqualis Λ. Oportet demonſtrare ſegmenta hæc eamdem inter ſe invicem habere rationem, quam quadrata, quæ ab ipſis K, Λ deſcribuntur.

Itaque ſecta conoide plano per ſegmenti axem acto, ſectio ejus ſit rectanguli coni ſectio ABΓ, cujus axis BΔ: ſumaturque BΔ ipſi K æqualis: et agatur per punctum Δ planum ad axem rectum. Ac ſegmentum conoidis, quod baſim quidem habet circulum, qui circa diametrum AΓ deſcribitur, axem vero BΔ, æquale eſt ſegmento, quod æqualem ipſi K axem habet. Si quidem igitur K ipſi etiam Λ æqualis eſt, conſtat ſegmenta æqualia ſibi invicem fore. Utrumque enim uni eidemque æquale eſt; et quæ a K, Λ deſcribuntur quadrata æqualia ſunt. Quare ſegmenta eamdem inter ſe invicem habebunt rationem, quam quadrata, quæ ab ipſorum axibus deſcribuntur. Si vero Λ æqualis non eſt ipſi K, æqualis jam ſit ipſi BΘ: et agatur per punctum Θ planum ad axem rectum. Ac ſegmentum, quod baſim quidem habet circulum, qui circa



ΠΡΟΤΑΣΙΣ κϛ'.

Αἴκα δὲ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα, ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν [i] ἀγμένοις, τὰ τμάματα ποτ' ἄλλαλα τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων αὐτῶν.

Ἀποτετμάσθω γὰρ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα, ὡς ἔτυχεν· ἔςω δὲ τῷ μὲν τοῦ ἑτέρω τμάματος ἄξονι ἴσα ἁ Κ· τῷ δὲ τοῦ ἑτέρου ἴσα ἁ Λ. Δεικτέον ὅτι τὰ τμάματα τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἄλλαλα τοῖς ἀπὸ τᾶν Κ, Λ τετραγώνοις.

Τμαθέντος δὴ τοῦ κωνοειδέος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τῶ τμάματος, ἔςω τομὰ ἁ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομά· ἄξων δὲ ἁ ΒΔ· καὶ ἀπολελάφθω ἁ ΒΔ τᾷ Κ ἴσα· καὶ διὰ τῶ Δ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα. Τὸ δὲ τμᾶμα τῶ κωνοειδέος, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ, ἴσον ἐντὶ τῷ τμάματι τῷ ἄξονα ἔχοντι ἴσον τᾷ Κ. Εἰ μὲν ὦν καὶ ἁ Κ ἴσα ἐςὶ [k] τᾷ Λ, φανερὸν ὅτι καὶ τὰ τμάματα ἴσα [l] ἐσσοῦνται ἀλλάλοις. Ἑκάτερον γὰρ [m] αὐτῶν καὶ τῷ αὐτῷ καὶ τὰ τετράγωνα, τὰ ἀπὸ [n] τᾶν Κ, Λ ἴσα· ὡς τε τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον τὰ τμάματα τοῖς τετραγώνοις, τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων. Εἰ δὲ μὴ ἴσα ἐςὶν ἁ Λ τᾷ Κ, ἔςω ἁ Λ ἴσα τᾷ ΒΘ· καὶ διὰ τῶ Θ ἐπίπεδον ἄχθω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα. Τὸ δὲ τμᾶμα τὸ βάσιν ἔχον τὸν

[a] αἱ δὲ ΑΝ [b] ἁ ΝΑ [c] ἁ ΝΑ [d] τὰν ΑΓ [e] ἁ ΑΝ [f] τᾶς ΑΝ ποτὶ ΑΚ [g] ἁ ΑΝ ποτὶ τὰν ΑΚ [h] ἁ ΑΝ [i] Sic MS. [k] τῷ Δ φανερὸν δὲ [l] ἐσσοῦνται [m] αὐτῶν ἴσον τῷ αὐτῷ [n] τᾶν ΚΑ

κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΕΖ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΘ, ἴσον ἐστὶ τῷ τμάματι τῷ ἔχοντι ἄξονα ἴσον τῷ Λ. Ἐγγεγράφθωσαν δύο κῶνοι [h] βάσιας μὲν ἔχοντες τὼς κύκλως τὼς περὶ διαμέτρως τὰς ΑΓ, ΕΖ, κορυφὰν δὲ τὸ Β σαμεῖον. Ὁ δὲ κῶνος ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΒΔ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΒΘ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τῶ ὃν ἔχει ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΘΕ δυνάμει, καὶ ἐκ τῶ ὃν ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΘ μάκει. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΘΕ δυνάμει, τοῦτον ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΘ μάκει. Ὁ ἄρα κῶνος, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΒΔ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΒΘ, τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΘΒ, καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΔΒ ποτὶ τὰν ΒΘ. Οὗτος δὲ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΒ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς [i] ΘΒ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ὁ κῶνος ἄξονα ἔχων τὰν ΒΔ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἄξονα ἔχοντα τὰν ΘΒ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον τὸ τμᾶμα τῶ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον τὰν ΔΒ, ποτὶ τὸ τμᾶμα τὸ ἄξονα ἔχον τὰν ΘΒ. Ἑκάτερον γὰρ ἡμιόλιόν ἐστι. Καὶ ἐστι τῷ μὲν τμάματι, τῷ ἄξονα ἔχοντι τὰν ΒΔ, ἴσον τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Κ· τῷ δὲ τμάματι τῷ ἄξονα ἔχοντι τὰν ΘΒ, ἴσον τὸ τμᾶμα τῶ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσαν τᾷ Λ· καὶ τᾷ μὲν ΒΔ ἴσα ἁ Κ, τᾷ δὲ ΘΒ ἴσα ἁ Λ. Δῆλον οὖν, ὅτι τὸ τμᾶμα τῶ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Κ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ποτὶ τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Λ, ὃν τὸ τετράγωνον, τὸ ἀπὸ τᾶς Κ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ [k] ἀπὸ τᾶς Λ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κζ'.

[l] Πᾶν τμᾶμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος, ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος, καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι, ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τῷ τε ἄξονι τῶ τμάματος, καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

Ἔστω τι τμᾶμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα· καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος, ἁ τομὰ ἔστω αὐτοῦ μὲν τοῦ κωνοειδέος ἁ ΑΒΓ ἀμβλυγωνίου κώνου τομά· τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα [m] εὐθεῖα ἁ ΑΓ. Ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμάματος [n] ἁ ΒΔ· ἁ δὲ ποτεοῦσα τῷ ἄξονι ἔστω ἁ ΒΘ, καὶ τᾷ ΒΘ ἴσα ἁ ΖΘ, καὶ ἁ ΖΗ. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, λόγον ἔχει, ὃν ἁ ΗΔ ποτὶ τὰν ΖΔ.

Ἔστω δὴ κύλινδρος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ

[h] βάσιας [i] ΣΒ [k] ἀπὸ τᾶς Λ [l] Ἐὰν [m] εὐθεῖα ἄξων [n] ἁ ΒΛΔ

diametrum ΕΖ deſcribitur, axem vero ΒΘ, æquale eſt ſegmento, quod æqualem ipſi Λ axem habet. Deſcribantur duo coni baſes quidem habentes circulos qui circa diametros ΑΓ, ΕΖ deſcribuntur, verticem vero punctum Β. Itaque conus, qui axem habet ΒΔ, ad conum, qui axem habet ΒΘ, rationem habet, quæ componitur tum ex ea, quam habet ΑΔ ad ΘΕ poteſtate, tum ex ea, quam ΒΔ habet ad ΒΘ longitudine. Quam vero rationem habet ΔΑ ad ΘΕ poteſtate, hanc habet longitudine ΒΔ ad ΒΘ. Conus igitur, qui axem habet ΒΔ, ad conum, qui axem habet ΒΘ, rationem habet, quæ componitur tum ex ea, quam habet ΒΔ ad ΘΒ; tum ex ea, quam ΒΔ habet ad ΒΘ. Hæc autem eadem eſt atque illa, quam habet quadratum, quod a ΔΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΒ. Quam vero rationem habet conus, qui axem habet ΒΔ, ad conum, qui axem habet ΘΒ, hanc habet ſegmentum conoidis, quod axem habet ΔΒ, ad ſegmentum, quod axem habet ΘΒ. Utrumque enim ſeſquialterum eſt. Ac ſegmento quidem, quod axem habet ΒΔ, æquale eſt ſegmentum conoidis, quod æqualem ipſi Κ axem habet: ſegmento vero, quod axem habet ΘΒ, ſegmentum conoidis æquale eſt, quod axem habet ipſi Λ æqualem: et ipſi quidem ΒΔ æqualis eſt Κ; ipſi vero ΘΒ æqualis Λ. Conſtat igitur ſegmentum conoidis, quod æqualem ipſi Κ axem habet, ad conoidis ſegmentum, quod axem habet ipſi Λ æqualem, eamdem habere rationem, quam quadratum, quod a Κ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Λ.

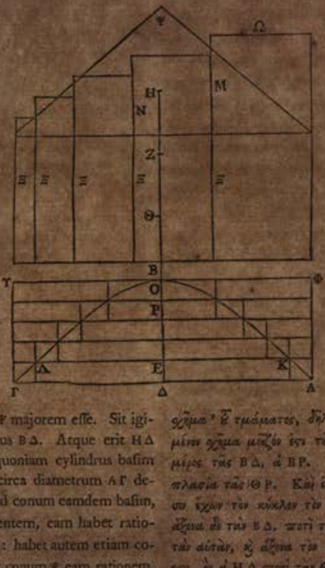
PROP. XXVII. Theor.

Quodlibet obtuſiangulæ conoidis ſegmentum ſectum plano ad axem recto, ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam habet rationem, quam recta utrique æqualis, tum axi ſegmenti, tum triplæ rectæ appoſitæ ad axem, habet ad rectam æqualem utrique, tum axi ſegmenti, tum duplæ rectæ ad axem appoſitæ.

Sit ſegmentum aliquod obtuſianguli conoidis ſectum plano ad axem recto: eodemque ſecto per axem plano alio, ſit ipſius quidem conoidis ſectio obtuſianguli coni ſectio ΑΒΓ; plani vero, quod ſegmentum ſecat, recta ΑΓ. Ac ſit axis ſegmenti ΒΔ: et recta ad axem appoſita ΒΘ; eidemque æqualis ΖΘ, et ΖΗ. Oportet demonſtrare, ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam habere rationem, quam ΗΔ ad ΖΔ.

Itaque ſit cylindrus eamdem ac ſegmentum baſim habens, eumdemque axem, cujus latera

ſint Φ Λ, Γ Υ. Sit item conus aliquis Ψ; iſque ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, axemque Β Δ, eam habeat rationem, quam Η Δ ad Δ Ζ. Dico ſegmentum conoidis cono Ψ æquale eſſe. Si enim æquale non eſt, aut majus eſt, aut minus. Sit primo, ſi fieri poteſt, majus. Itaque ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum conoidis excedit conum Ψ. Porro cylindrorum omnium plana producantur ad ſuperficiem uſque cylindri baſim habentis circulum, qui circa diametrum Λ Γ deſcribitur, et axem Β Δ. Dividetur utique totus cylindrus in cylindros multitudine quidem æquales cylindris, qui in circumſcripta figura ſunt, magnitudine vero æquales unuſquiſque eorum maximo. Et quoniam circumſcripta figura inſcriptam minus excedit, quam ſegmentum conum Ψ; majorque eſt circumſcripta figura eodem ſegmento; conſtat figuram inſcriptam cono Ψ majorem eſſe. Sit igitur Β Ρ tertia pars ipſius Β Δ. Atque erit Η Δ ipſius Θ Ρ tripla. Et quoniam cylindrus baſim habens circulum, qui circa diametrum Λ Γ deſcribitur, et axem Β Δ, ad conum eamdem baſim, eumdemque axem habentem, eam habet rationem, quam Η Δ ad Θ Ρ: habet autem etiam conus, quem diximus, ad conum Ψ eam rationem, quam Ζ Δ ad Η Δ: habebit, rationibus diſſimiliter ordinatis, cylindrus, quem diximus, ad conum Ψ eam rationem, quam Ζ Δ ad Θ Ρ. Poſitæ modo ſint lineæ, in quibus Ξ, multitudine quidem æquales ſegmentis, quæ ſunt in recta Β Δ, magnitudine vero æquales unaquæque rectæ Ζ Β: et unicuique earum applicetur ſpatium excedens ſpecie quadrata, quorum quidem maximum æquale ſit ſpatio, quod ſub Ζ Δ Β continetur; minimum vero ſpatio, quod continetur ſub Ζ Ο Β. Latera autem exceſſuum æqualiter ſeſe invicem excedunt; quoniam quæ ipſis in recta Β Δ æquales ſunt, æqualiter ſeſe invicem excedunt.



ἴσωται αἱ Φ Λ, Γ Υ. Ἔστω δὴ καὶ κῶνός τις ἐν ᾧ τὸ Ψ, καὶ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὰν Β Δ, τοῦτον ἐχέτω τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ Η Δ ποτὶ τὰν Δ Ζ. Φαμὶ δὴ τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. Εἴγε μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζον, ἢ ἐλασσόν ἐστιν. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατὸν, μεῖζον. Ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Διάχθω δὴ τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Λ Γ, ἄξονα δὲ τὰν Β Δ. Ἐσσεῖται δὴ ὅλος ὁ κύλινδρος διῃρημένος εἰς κυλίνδρους, τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. Καὶ ἐπεὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου,[a] ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, καὶ μεῖζόν ἐστι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα[b] τοῦ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. Ἔστω δὴ τρίτον μέρος τᾶς Β Δ, ἁ Β Ρ. Ἐσσεῖται οὖν ἁ Η Δ τριπλασία τᾶς Θ Ρ. Καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Λ Γ, ἄξονα δὲ τὰν Β Δ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ Η Δ ποτὶ τὰν Θ Ρ· ἔχει δὲ καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον, ὃν ἁ Ζ Δ ποτὶ τὰν Η Δ· ἕξει[c] ἄρα ἀνομοίως τῶν λόγων[d] τεταγμένων, τὸν αὐτὸν λόγον ὁ κύλινδρος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον, ὃν ἁ Ζ Δ ποτὶ[e] τὰν Θ Ρ. Ἔστω δὲ αἱ γραμμαὶ κείμεναι[f] ἐφ' ἂν τὰ Ξ, τῷ μὲν πλήθει[g] ἴσαι τοῖς τμαμάτεσσι τοῖς ἐν τᾷ Β Δ εὐθείᾳ, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ Ζ Β· καὶ παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν παραβεβλήσθω χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ· καὶ τὸ μὲν μέγιστον[h] ἔστω ἴσον τῷ ὑπὸ Ζ Δ Β· τὸ δὲ ἐλάχιστον ἴσον τῷ ὑπὸ Ζ Ο Β. Αἱ δὴ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχοντι· καὶ γὰρ αἱ ἴσαι αὐταῖς αἱ ἐπὶ τᾶς Β Δ εὐθείας, τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχοντι. Καὶ ἔστω ἁ μὲν τοῦ με-

[a] In MS. ἢ deest. [b] In MS. τοῦ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, deſunt. [c] ἀνὰ ἀναστροφὰ
[d] τεταραγμένων [e] τὰν Θ Ο· ἔστωσαν [f] ἐφ' αὐτᾶ [g] ἴσα τοῖς [h] ἴσον ἐν τῷ Ζ Β Δ τὸ δὲ ἐλάχιστον ἐν τῷ ὑπὸ

γίςω ὑπερβλήματος πλευρὰ, ἐφ' ἇς τὸ Μ, ἴσα τᾷ ΒΔ· ἁ δὲ τῶ ἐλαχίςω ἴσα [a] τᾷ ΒΟ. Ἔςω δὲ καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαςον ἴσον τῷ μεγίςῳ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΔΒ. Ὁ δὴ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΚΕ δυνάμει. Οὗτος δέ ἐςιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ [b] τᾶν ΖΔΒ, ποτὶ τὸ περιεχόμενον [c] ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΒΕ. Ἐν πάσᾳ γὰρ τᾷ τῶ ἀμβλυγωνίω κώνω τομᾷ τοῦτο συμβαίνει. Ἁ γὰρ [d] διπλασία τᾶς ποτεούσας, τουτέςι τᾶς ἐκ τῶ κέντρω, πλαγία ἐςὶ τῶ εἴδεος πλευρά. Καί ἐςι τῷ μὲν ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΒΔ περιεχομένῳ ἴσον [e] τὸ ΞΜ χωρίον· τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΒΕ [f] ἴσον ἐςὶ τὸ ΞΝ. Ἁ γὰρ Ξ ἴσα ἐςὶ τᾷ ΖΒ, ἁ δὲ Ν τᾷ ΒΕ, ἁ δὲ Μ τᾷ ΒΔ. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον [g] τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ΞΝ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαςος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἔχων τὰν ἴσαν τᾷ ΔΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα τὸν αὐτὸν ἄξονα, τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ Ω [h] χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ [i] τὰν ΝΞ παραπεπτωκότων ὑπερβάλλον τῷ τετραγώνῳ. Ἔςι δή τινα μεγέθεα, οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὧν ἕκαςος ἄξονα ἔχει ἴσον τᾷ ΔΕ, καὶ ἄλλα μεγέθεα, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω, ἴσα τούτοις τῷ πλήθει, κατὰ δύο μεγέθεα τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἐπεὶ οἵ τε κύλινδροι ἴσοι ἐντὶ ἀλλάλοις, καὶ τὰ Ω χωρία ἴσα ἀλλάλοις. Λέγονται δὲ τῶν κυλίνδρων τινὲς ποτὶ ἄλλους κυλίνδρους ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δ' ἔσχατος [k] οὐδὲ ποθὲν λέγεται· καὶ τῶν χωρίων, ἐν οἷς τὰ Ω ποτ' ἄλλα χωρία τὰ παρὰ τὰν Ξ παραπεπτωκότα ὑπερβάλλοντα εἴδει τετραγώνῳ, τὰ δὲ ὁμόλογα ἐν τοῖς λόγοις· τὸ δὲ ἔσχατον οὐδὲ ποθὲν λέγεται. Δῆλον ὦν, ὅτι καὶ πάντες οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἕξοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τῶ μεγίςω. Δέδεικται δὲ, [l] ὅτι πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα, χωρὶς τῶ μεγίςω, μείζω λόγον ἔχοντι, ἢ ὃν ἁ ΜΞ ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς Ξ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Μ. Ὥς τε καὶ ὅλος ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζονα ἔχει λόγον, ἢ ὃν ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ· ὃν ὅλος κύλινδρος ἔχων ἐδείχθη

Et ſit maximi quidem exceſſus latus, in quo M, ipſi BΔ æquale: minimi vero, æquale ipſi BO. Præterea alia ſint ſpatia, in quibus Ω, multitudine quidem iis ipſis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque maximo, quod ſub ZΔB continetur. Itaque cylindrus baſim habens circulum, qui circa diametrum AΓ deſcribitur, et axem ΔE, ad cylindrum baſim habentem circulum, qui deſcribitur circa diametrum KΛ, et axem ΔE, eamdem habet rationem, quam ΔA ad KE poteſtate. Hæc autem eadem eſt atque illa, quam habet ſpatium, quod ſub ZΔB continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ZE, BE. Quod quidem in omni obtuſianguli coni ſectione contingit. Quæ enim dupla eſt rectæ ad axem appoſitæ, hoc eſt ejus, quæ ex centro, hæc tranſverſum eſt figuræ latus. Ac ſpatio quidem, quod ſub ZΔ, BΔ continetur, æquale eſt ſpatium ΞM: ſpatio vero, quod continetur ſub ZE, BE, æquale ſpatium ΞN. Æqualis eſt enim tum Ξ ipſi ZB, tum N ipſi BE, tum M ipſi BΔ. Cylindrus igitur baſim habens circulum, qui circa diametrum AΓ deſcribitur, et axem ΔE, ad cylindrum baſim habentem circulum, qui deſcribitur circa diametrum KΛ, et axem ΔE, eamdem habet rationem, quam ſpatium Ω ad ſpatium ΞN. Pariter autem demonſtrabitur et aliorum cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ipſi ΔE æqualem, ad cylindrum, qui eſt in inſcripta figura, eumdem axem habentem, eamdem habere rationem, quam habet ſpatium Ω ad ſpatium ſibi reſpondens eorum, quæ lineæ Ξ applicata ſunt, excedens ſpecie quadrata. Itaque quædam ſunt magnitudines, nempe cylindri, qui in toto cylindro ſunt, quorum unuſquiſque æqualem ipſi ΔE axem habet; aliæque item magnitudines, nempe ſpatia, in quibus Ω, multitudine iis ipſis æquales, eamdemque binæ ad binas rationem habentes; quoniam tum cylindri, tum ſpatia Ω æqualia ſibi invicem ſunt. Horum autem cylindrorum aliqui comparantur cum cylindris aliis, qui ſunt in inſcripta figura; poſtremus vero cum nullo comparatur: et adhuc ſpatiorum, in quibus Ω, aliqua comparantur cum ſpatiis aliis, quæ lineæ Ξ applicata ſunt, excedentia ſpecie quadrata, reſpondentibus ſibi iiſdem rationibus; poſtremum vero cum nullo comparatur. Conſtat igitur etiam omnes cylindros, qui in toto cylindro ſunt, ad omnes cylindros, qui ſunt in inſcripta figura, eamdem habere rationem, quam omnia ſpatia Ω ad ea omnia, quæ applicata ſunt, dempto maximo. Demonſtrata autem ſunt omnia ſpatia Ω ad ea omnia, quæ applicata ſunt, dempto maximo, majorem habere rationem, quam MΞ ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius Ξ, tum tertiæ M ipſius parti. Quare etiam totus cylindrus ad inſcriptam figuram majorem habet rationem, quam ZΔ ad ΘP: quam

[a] τᾷ ΒΙ deſunt. [b] τὰν ΖΔ, ΒΔ [c] ὑπὸ τᾶς [d] διπλασίων [e] τὸ χωρίον [f] In MS. ἴσον ἐςὶ τὸ ΞΝ. Ἁ γὰρ [g] Sic MS. [h] χωρίου pro χωρὶς ex MS. [i] τᾶν περὶ τὰν [k] οὐδέποθεν [l] In MS. ὅτι deeſt.

quidem rationem totus cylindrus ad conum Ψ habere demonſtratus eſt. Majorem igitur habet rationem totus cylindrus ad inſcriptam figuram, quam ad conum Ψ: ideoque major eſt conus Ψ figura inſcripta. Quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt inſcripta figura major eſſe cono Ψ. Non eſt igitur majus conoidis ſegmentum cono Ψ. Neque vero eſt minus. Sit enim, ſi fieri poteſt, minus. Itaque rurſus ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua conus ſegmentum excedit: eademque alia, quæ ſupra, conſtruantur. Quoniam igitur inſcripta figura minor eſt ſegmento, et circumſcripta inſcriptam minus excedit, quam conus Ψ ſegmentum, conſtat circumſcriptam figuram cono Ψ minorem eſſe. Rurſus cylindrus primus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ΔE, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in figura circumſcripta, axem habentem ΔE, eam habet rationem, quam ſpatium Ω ad ſpatium ΞM. Utrumque enim æquale eſt. Aliorum item cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habentium ipſi ΔE æqualem, ad cylindrum, qui ſecundum ipſum eſt in circumſcripta figura, eumdemque habet axem, eam habebit rationem, quam ſpatium Ω ad ſpatium ſibi reſpondens eorum, quæ lineæ Ξ applicata ſunt, una cum exceſſu; eo quod circumſcriptorum unuſquiſque, dempto maximo, unicuique inſcriptorum, una cum maximo, æqualis eſt. Habebit igitur etiam totus cylindrus ad circumſcriptam figuram eam rationem, quam omnia ſpatia Ω ad ea, quæ applicata ſunt, una cum exceſſibus. Rurſus autem demonſtrata ſunt omnia ſpatia Ω ad alia omnia minorem habere rationem, quam ΞM ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius Ξ, tum tertiæ M ipſius parti. Quare etiam totus cylindrus ad circumſcriptam figuram minorem rationem habebit, quam ZΔ ad ΘP. Sed ut ZΔ ad ΘP, ita ſe habet totus cylindrus ad conum Ψ. Minorem igitur rationem habet idem cylindrus ad circumſcriptam figuram, quam ad conum Ψ: ideoque major eſt circumſcripta figura cono Ψ. Quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt circumſcripta figura minor eſſe cono Ψ. Non eſt igitur minus conoidis ſegmentum cono Ψ. Quoniam autem neque majus eſt, neque minus, demonſtratum utique eſt, quod proponebatur.

ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Μείζονα ὦν ἔχει λόγον ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὥστε μείζων ἐστὶν ὁ Ψ κῶνος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα μεῖζόν ἐστι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Οὐδὲ τοίνυν ἔλασσον. Ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. Πάλιν δὴ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ κῶνος τοῦ τμάματος· καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω. Ἐπεὶ ὦν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἢ ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. Πάλιν δὴ ὅτι κύλινδρος ὁ πρῶτος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ ΞΜ. Ἴσοι γὰρ ἑκάτεροι. Καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ ΔΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι κατ᾽ αὐτὸν ἐόντα, καὶ ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτόν, τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν Ξ παραβλημάτων σὺν τῷ ὑπερβλήματι· διὰ τὸ ἕκαστον τῶν περιγεγραμμένων, χωρὶς τοῦ μεγίστου, ἴσον εἶμεν ἑκάστῳ τῶν ἐγγεγραμμένων σὺν τῷ μεγίστῳ. Ἕξει ὦν καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ τὰ παραβλήματα σὺν τοῖς [b] ὑπερβλημάτεσσι. Δέδεικται δὲ πάλιν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ ἕτερα ἐλάσσω λόγον ἔχοντα, ἢ ὃν ἔχει ἁ ΞΜ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Μ. Ὥστε καὶ ὅλος ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἕξει, ἢ ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ. Ἀλλ᾽ ὡς ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ, ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ἐλάσσονα ὦν λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ περιγεγραμμένον τοῦ Ψ κώνου. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ ἔλασσον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἔλασσόν ἐστι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Ἐπεὶ δὲ οὔτε μεῖζον, οὔτε ἔλασσόν ἐστι, δέδεικται ὦν τὸ προτεθέν.

PROP. XXVIII. Theor.

Quinetiam ſi obtuſianguli conoidis ſegmentum plano ſecetur ad axem non recto; ad ſegmentum coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat eumdemque axem, eam habebit ratio-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κη'.

Καὶ τοίνυν αἴκα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ ἀποτμαθῇ τι τμᾶμα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τὸν

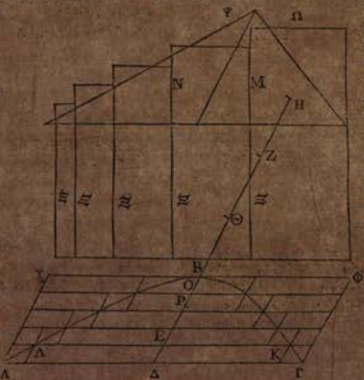
[b] ὑπερβλημάτεσι

ἔχει τὸν λόγον, [l] ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα, τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος, καὶ [m] τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς [n] ποτεούσας τῷ ἄξονι, ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τῷ τε ἄξονι, καὶ [o] τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

Ἔστω γὰρ τμᾶμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὡς εἴρηται· τμαθέντος δὲ ἐπιπέδῳ τοῦ σχήματος ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δ᾽ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα, ἁ ΓΑ εὐθεῖα· κορυφὰ δὲ ἔστω τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, τὸ Θ σαμεῖον. Καὶ ἄχθω διὰ τοῦ Β παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἁ ΦΥ, ἐπιψαυέτω δὲ κατὰ τὸ Β· καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευχθεῖσα, ἐκβεβλήσθω. Τεμεῖ δὴ ταὐτὰ δίχα τὰν ΑΓ· καὶ ἐσσεῖται κορυφὰ μὲν τοῦ τμάματος τὸ Β σαμεῖον, ἄξων δὲ ἁ ΒΔ· ἁ δὲ ποτεοῦσα τῷ ἄξονι ἁ ΒΘ. Τᾷ δὲ ΒΘ ἴσα ἔστω ἅτε ΘΖ, καὶ ἁ ΖΗ. Ἀπὸ δὲ τᾶς ΦΥ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω τι παράλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΓ· ἐπιψαύσει δὲ τοῦ κωνοειδέος κατὰ τὸ Β. [p] Καὶ ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΑΓ οὐκ ἐὸν ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα τέτμηκε τὸ κωνοειδές, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἁ ΓΑ. [q] Ἐούσας δὴ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, καὶ τᾶς ΒΔ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου [r] ἀνεστακούσας ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τᾶς διαμέτρου ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά· δυνατόν ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν, τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ᾽ εὐθείας [s] τῷ ΒΔ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Εὑρεθέντος οὖν ἐσσεῖταί τις κυλίνδρου τόμος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, οὗ ἁ ἑτέρα βάσις αὐτοῦ ἐσσεῖται τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΦΥ. Πάλιν δὲ καὶ κῶνον εὑρεῖν δυνατόν ἐστι, κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Εὑρεθέντος οὖν ἐσσεῖταί τι ἀπότμαμα κώνου βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τε τόμῳ, καὶ τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Δεικτέον ὅτι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΗΔ ποτὶ τὰν ΔΖ.

nem, quam recta utrique æqualis, tum axi ſegmenti, tum triplæ rectæ appoſitæ ad axem, habet ad rectam æqualem utrique, tum axi ſegmenti, tum duplæ rectæ ad axem appoſitæ.

Sit enim obtuſiangulæ conoidis ſegmentum ſectum plano ut dictum eſt: ſectaque figura per axem plano alio ad id planum, quod ſegmentum ſecat, recto; ſit figuræ quidem ſectio obtuſianguli coni ſectio ΑΒΓ; plani vero, quod ſegmentum ſecat, recta ΓΑ; vertex denique coni conoiden continentis ſit punctum Θ. Ducatur autem per punctum Β ΦΥ ipſi ΑΓ parallela, eademque coni ſectionem in puncto Β contingens: quæque a puncto Θ ad Β recta linea jungitur, producatur. Hæc utique ipſam ΑΓ in duas æquas partes ſecabit: eritque vertex quidem ſegmenti punctum Β: axis vero, ΒΔ: denique appoſita ad axem, ΒΘ. Sit autem ipſi ΒΘ æqualis ΘΖ, et ΖΗ: exciteturque a ΦΥ planum aliquod plano per ΑΓ acto parallelum; quod quidem conoiden in puncto Β continget. Et quoniam planum per ΑΓ actum, cum rectum ad axem non eſſet, conoiden ſecuit; ſectio erit acutianguli coni ſectio, cujus major diameter ΓΑ. Itaque cum acutianguli coni ſectio ſit circa diametrum ΑΓ deſcripta, et recta linea ΒΔ, quæ ab ejus centro in eo plano excitata eſt, quod rectum ad id, in quo ipſa eſt, planum per diametrum agitur; fieri poteſt, ut cylindrus inveniatur, axem habens, qui ipſi ΒΔ in directo jaceat, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio circa diametrum ΑΓ deſcripta. Hoc igitur invento erit ſegmentum aliquod cylindri eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habens, eumdemque axem; cujus altera baſis erit planum actum per ΦΥ. Rurſus autem fieri poteſt, ut conus inveniatur verticem habens punctum Β, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio deſcripta circa diametrum ΑΓ. Atque hoc invento erit ſegmentum aliquod coni eamdem ac ſegmentum cylindri, et conoidis baſim habens, et axem eumdem. Oportet demonſtrare ſegmentum conoidis ad ſegmentum coni, quod diximus, eam habere rationem, quam ΗΔ ad ΔΖ.



[l] ἃν αἱ συναμφότεραι [m] τὰ τριπλάσια [n] ποτὶ ἄξονα
[q] ἀλλ᾽ ὀξυγωνίου κώνου τομά [r] Sic MS. [s] τᾶς ΒΔ
[o] τὰ διπλάσια [p] καὶ ἐσσεῖται τὸ ἐπίπεδον [t] ἴσα

Quam enim rationem habet H Δ ad Δ Z, hanc habeat conus Ψ ad ſegmentum coni. Dico ſegmentum conoidis cono Ψ æquale eſſe. Si enim ſegmentum conoidis cono Ψ æquale non eſt, ſit illud, ſi fieri poteſt, majus. Itaque ſegmento conoidis ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindrorum ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum conoidis excedit conum Ψ. Quoniam igitur circumſcripta figura, quæ ſegmento major eſt, inſcriptam minus excedit, quam ſegmentum conum Ψ, conſtat figuram inſcriptam cono Ψ majorem eſſe. Ducantur plana ſegmentorum omnium, quæ figuræ inſcripta ſunt ad ſuperficiem uſque ſegmenti cylindri, quod eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habet, eumdemque axem: ſitque B P tertia pars ipſius B Δ: eademque alia, quæ ſupra, conſtruantur. Rurſus itaque primum ſegmentum eorum, quæ in toto coni ſegmento ſunt, axem habens Δ E, ad primum ſegmentum, quod eſt in inſcripta figura, axem habens Δ E, eam habet rationem, quam quadratum, quod ab A Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a K E. Quæ enim ſegmenta æqualem habent altitudinem, hæc eamdem quam ipſorum baſes inter ſe invicem rationem habent. Baſes autem, cum ſimiles acutiangulorum conorum ſectiones ſint, eamdem inter ſe invicem habent rationem, quam habent poteſtate inter ſe invicem reſpondentes ipſarum diametri. Quam autem rationem habet quadratum, quod ab A Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a K E, hanc habet ſpatium, quod ſub Z Δ B continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Z E B; quoniam Z Δ ducta eſt per punctum Θ, in quo lineæ proximæ concurrunt: et ipſæ A Δ, K E parallelæ ſunt ei, quæ in puncto B contingit. Ac ſpatium quidem, quod ſub Z Δ B continetur, æquale eſt ſpatio Ω; quod vero continetur ſub Z E B, æquale eſt ſpatio Ξ N. Igitur primum ſegmentum eorum, quæ in toto ſegmento ſunt, axem habens Δ E, ad primum ſegmentum, quod eſt in inſcripta figura, axem habens Δ E, eamdem habet rationem, quam ſpatium Ω ad ſpatium Ξ N. Aliorum item ſegmentorum unumquodque, quæ in toto ſegmento ſunt, axem habentium ipſi Δ E æqualem, ad ſegmentum, quod ſecundum ipſum eſt in inſcripta figura, axemque habet æqualem ipſi Δ E, eam habet rationem, quam ſpatium Ω ad ſpatium ſibi reſpondens eorum, quæ lineæ Ξ applicata ſunt, excedentia ſpecie quadrata. Rurſus igitur quædam ſunt magnitudines, nempe ſegmenta, quæ in toto ſegmento ſunt, aliæque item magnitudines, nempe ſpatia, in quibus Ω, multitudine ſegmentis æqualia, eamdemque binæ ad binas rationem ha-

[t]"Ον γὰρ ἔχει λόγον ἁ H Δ ποτὶ τὰν Δ Z, τοῦτο ἐχέτω ὁ Ψ κῶνος ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου. Φαμὶ δὴ τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. Εἰ γὰρ μή ἐστι ἴσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τῷ κώνῳ τῷ Ψ, εἰ μέν ἐστι δυνατὸν, ἔστω μεῖζον. Ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τμαμάτων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ᾗ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Ἐπεὶ οὖν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ τμάματος ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου [u]σχήματος, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, δῆλον ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Διάχθω δὴ τὰ ἐπίπεδα τῶν τόμων τῶν ἐγγεγραμμένων ἐν τῷ σχήματι πάντων ἔστε ποτὶ ἐπιφάνειαν τοῦ τόμου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· καὶ ἔστω B P τρίτον μέρος τᾶς B Δ· καὶ τ' ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. Πάλιν δὴ ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν Δ E, ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν Δ E, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς A Δ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς K E. Οἱ γὰρ τόμοι, [w]οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες, τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλως, ὅνπερ αἱ βάσεις αὐτῶν. Αἱ δὲ βάσεις αὐτῶν, ἐπεὶ ὁμοῖαι ἐντὶ ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ' [x]ἀλλάλας, ὃν αἱ ὁμόλογοι διάμετροι αὐτῶν δυνάμει. "Ον δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς A Δ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς K E, τοῦτον ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν Z Δ B περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Z E B· ἐπεί ἐστιν ἁ μὲν Z Δ ἀγμένα διὰ τοῦ Θ, καθ' ὃ αἱ ἔγγιστα συμπίπτοντι· αἱ δὲ A Δ, K E παρὰ τὰν κατὰ τὸ B ἐπιψαύουσαν. Ἔστι δὲ τὸ μὲν ὑπὸ τᾶν Z Δ B περιεχόμενον ἴσον τῷ Ω χωρίῳ· τὸ δὲ ὑπὸ τᾶν Z E B τῷ Ξ N. Ἔχει οὖν ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν Δ E, ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν Δ E, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ Ξ N. Καὶ τῶν ἄλλων δὲ τόμων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσαν τᾷ Δ E, ποτὶ τὸν τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα, καὶ ἄξονα ἔχοντα ἴσαν τᾷ Δ E, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν Ξ παραπεπτωκότων, ὑπερβαλλόντων εἴδει τετραγώνῳ. Πάλιν οὖν ἐντὶ τινὰ μεγέθεα, οἱ τόμοι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω, ἴσα τῷ πλήθει τοῖς τόμοις, καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα αὐτοῖς. Λέγονται δὲ οἱ τόμοι, [y]ποτ' ἄλλως τόμως τὼς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήμα-

[t] ὃν γὰρ [u] σχήματος [w] οἱ ἴσον ὕψος [x] Sic MS. [y] ποτ' ἀλλάλως

τι, ὁ δὲ ἔσχατος τόμος οὐδὲ ποθὲν λέγεται· τὰ δὲ Ω χωρία ποτ' ἄλλα χωρία παρὰ τὰν Ξ παραπεπτωκότα, ὑπερβάλλοντα εἴδεσι τετραγώνοις, τὰ ὁμόλογα * ἐν τοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον οὐδὲ ποθὲν λέγεται. Δῆλον ὦν, ὅτι καὶ πάντες οἱ τόμοι ποτὶ πάντας τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα, χωρὶς τοῦ μεγίστου. Πάντα δὲ τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα, χωρὶς τοῦ μεγίστου, μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ ὃν ἁ Μ Ξ ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς Ξ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Μ. Μείζονα ὦν λόγον ἔχει ὅλος ὁ τόμος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, τοῦ ὃν ἔχει ἁ Ξ Μ ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τᾷ τε ἡμισέᾳ ᵃ τᾶς Ξ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Μ· ὥς τε καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἁ Ζ Δ ποτὶ τὰν Θ Ρ. Μείζονα ὦν ἔχει λόγον ὁ ὅλος τόμος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ ᵇ μεῖζον ἐὸν τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἔστιν ὦν μεῖζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, ἐγγραφέντος εἰς τὸ τμᾶμα σχήματος στερεοῦ, καὶ ἄλλου περιγραφέντος ἐκ κυλίνδρου ᶜ τόμων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκειμένου, ὥς τε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος· πάλιν ὁμοίως δειχθήσεται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου· καὶ ὁ τοῦ κυλίνδρου τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Οὐκ ἔστιν ὦν οὐδ' ἔλασσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Δῆλον ὦν τὸ προτεθέν.

bentes. Hæc autem ſegmenta comparantur cum ſegmentis aliis, quæ ſunt in inſcripta figura; poſtremum vero cum nullo comparatur; et adhuc ſpatia Ω comparantur cum ſpatiis aliis, quæ lineæ Ξ applicata ſunt, excedentia ſpeciebus quadratis, reſpondentibus ſibi iiſdem rationibus; poſtremum vero cum nullo comparatur. Conſtat igitur etiam omnia ſegmenta ad alia omnia eamdem habere rationem, quam omnia ſpatia Ω ad ea omnia, quæ applicata ſunt, dempto maximo. Omnia autem ſpatia Ω ad ea omnia, quæ applicata ſunt, dempto maximo, majorem habent rationem, quam Μ Ξ ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius Ξ, tum tertiæ Μ ipſius parti. Quare totum ſegmentum ad inſcriptam figuram majorem rationem habet, quam Ξ Μ ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius Ξ, tum tertiæ Μ ipſius parti; ideoque etiam majorem, quam Ζ Δ ad Θ Ρ. Majorem igitur habet rationem totum ſegmentum ad inſcriptam figuram, quam ad conum Ψ: quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt inſcripta figura major eſſe cono Ψ. Non eſt igitur majus conoidis ſegmentum cono Ψ. Quod ſi ſegmentum conoidis cono Ψ eſt minus, inſcripta eidem ſegmento ſolida figura, itemque alia circumſcripta ex cylindri ſegmentis eamdem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua conus Ψ ſegmentum excedit; rurſus eodem modo demonſtrabitur circumſcripta figura minor eſſe cono Ψ: et ſegmentum cylindri eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habens, eumdemque axem, ad circumſcriptam figuram minorem rationem habere, quam ad conum Ψ. Quod fieri non poteſt. Neque igitur minus eſt conoidis ſegmentum cono Ψ. Conſtat igitur, quod proponebatur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κθ'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος, ἐπιπέδῳ τμαθέντος διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἅμισυ τοῦ σφαιροειδέος διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

Ἔστω σφαιροειδὲς ᵈ σχῆμα ἐπιπέδῳ τετμημένον διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ, τοῦ μὲν διὰ τοῦ ἄξονος, τοῦ μὲν ᵉ σχήματος τομὰ ἔστω ἁ Α Β Γ Δ ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς, καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἁ Β Δ· κέντρον δὲ τὸ Θ. ᶠ Διοίσει δὲ οὐδέν, εἴτε ἁ μείζων ἐστὶ διάμετρος ἁ Β Δ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, εἴτε ἐλάσσων. Τοῦ δὲ τετμακότος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα τομὰ ἔστω ἁ Γ Α εὐθεῖα. Ἐσσεῖται δὴ αὕτα διὰ τοῦ Θ, καὶ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας ποτὶ τὰν Β Δ, ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὑπόκειται διὰ τοῦ κέντρου

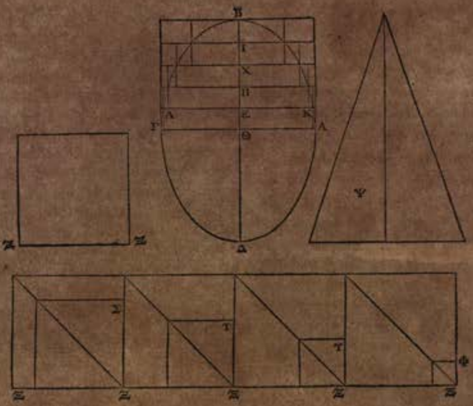
PROP. XXIX. Theor.

Cujuſlibet ſphæroideæ figuræ, ſectæ per centrum plano ad axem recto, dimidium duplum eſt coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem.

Sit ſphæroidea figura ſecta per centrum plano ad axem recto: eademque ſecta per axem plano alio; ſit figuræ quidem ſectio acutianguli coni ſectio Α Β Γ Δ; cujus diameter, eademque axis ſphæroidis Β Δ; et centrum punctum Θ: nihil autem refert, utrum Β Δ major ſit diameter ſectionis coni acutianguli, aut minor. Plani vero, quod figuram ſecat, ſectio ſit recta Γ Α. Hæc utique per centrum tranſibit, rectoſque cum Β Δ angulos efficiet; quoniam planum ponitur

* ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις   ᵃ τᾶς Ξ Ξ   ᵇ μεῖζον   ᶜ Sic MS.   ᵈ τμᾶμα   ᵉ τμάματος   ᶠ δῆλον δὲ ὅτι. Εἴη

per centrum agi, atque eſſe ad axem rectum. Oportet demonſtrare dimidium ſphæroidis ſegmentum, quod baſim quidem habet circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, verticem vero punctum Β, duplum eſſe coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem.



Sit enim conus aliquis Ψ duplus coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, hoc eſt ΘΒ. Dico dimidium ſphæroidis cono Ψ æquale eſſe. Si enim dimidium ſphæroidis cono Ψ æquale non eſt, ſit primo, ſi fieri poteſt, majus. Itaque dimidio ſphæroidis ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua dimidium ſphæroidis excedit conum Ψ. Quoniam igitur circumſcripta figura, quæ dimidio ſphæroidis major eſt, inſcriptam minus excedit, quam dimidium ſphæroidis conum Ψ; conſtat figuram dimidiæ ſphæroidis ſegmento inſcriptam cono Ψ majorem eſſe. Itaque ſit cylindrus baſim quidem habens circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, axem vero ΒΘ. Et quoniam hic cylindrus triplus eſt coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem; conus vero Ψ ejuſdem coni eſt duplus; conſtat cylindrum coni Ψ eſſe ſeſquialterum. Producantur plana cylindrorum omnium, ex quibus inſcripta figura componitur, ad ſuperficiem uſque cylindri, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem. Dividetur utique totus cylindrus in cylindros multitudine quidem æquales cylindris, qui in cir-

τετάχθαι, καὶ ὀρθὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα. Δεικτέον ὅτι τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, κορυφὰν δὲ τὸ Β σαμεῖον, διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

Ἔστω γὰρ κῶνός τις, ἐν ᾧ τὸ Ψ, διπλασίων τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, [g] τουτέστι ἁ ΘΒ. Φαμὶ δὴ τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. Ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τμᾶμα τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω, ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. Ἐπεὶ οὖν μεῖζον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος, [h] ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου· δῆλον οὖν ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι τοῦ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος μεῖζόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. Ἔστω δὴ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΘ. Ἐπεὶ οὖν οὗτος ὁ κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὁ δὲ Ψ κῶνος διπλάσιός ἐστι τοῦ αὐτοῦ κώνου, δῆλον ὡς ὁ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐστι τοῦ Ψ κώνου. Ἐκβεβλήσθω δὴ τὰ ἐπίπεδα τῶν κυλίνδρων πάντων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἔστε ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Ἐσσεῖται δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διαιρημένος εἰς

[g] Sic MS.   [h] Ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ γεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ ἡμίσεον in MS. deſunt.

κυλίνδρως, τῷ μὲν πλήθει ἴσως τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσως τῷ μεγίςῳ αὐτῶν. [i]Ἔσων δὴ ἂν γραμμαὶ κείμεναι, ἐφ' ἂν τὰ Ξ, τῷ πλήθει ἴσαι τοῖς [k] τμάμασι τὰς Β Θ εὐθείας, τῷ δὲ μεγέθει ἴσα ἑκάςα τᾷ Β Θ· καὶ ἀπ' ἑκάςας τετράγωνον ἀναγεγράφθω. Ἀφαιρήσθω δὴ ἀπὸ μὲν τῶ ἐσχάτω τετραγώνω γνώμων, πλάτος ἔχων ἴσον τᾷ Β Ι. Ἐσσεῖται δὲ οὗτος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν Β Ι, Ι Δ. Ἀπὸ δὲ τῶ παρ' αὐτῷ τετραγώνω γνώμων ἀφαιρήσθω, πλάτος ἔχων διπλάσιον τᾶς Β Ι. Ἐσσεῖται δὴ οὗτος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν Β Χ, Χ Δ. Καὶ ἀεὶ ἀπὸ τοῦ ἑπομένω τετραγώνω γνώμων ἀφαιρήσθω πλάτος μὲν ἔχων ἑνὶ τμάματι, μεῖζον τῶ πλάτεος τοῦ πρὸ αὐτῶ ἀφαιρημένω γνώμονος. Ἐσσεῖται δὴ ἕκαςος αὐτῶν ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν τᾶς Β Δ τμαμάτων, ὧν τὸ ἕτερον τμᾶμα ἴσον ἐςὶ τῷ πλάτει τοῦ γνώμονος. Ἐσσεῖται δὴ καὶ ἀπὸ τῶ τετραγώνω τῶ δευτέρω τὸ λοιπὸν τετράγωνον, τὰν πλευρὰν ἔχον ἴσαν τᾷ Θ Ε. Ὁ δὴ κύλινδρος ὁ πρῶτος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν Θ Ε, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν πρῶτον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν [l]ἔχοντα ἄξονα τὰν Θ Ε, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς Α Θ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς Κ Ε· ὥςε καὶ ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν Β Θ, Θ Δ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Β Ε, Ε Δ περιεχόμενον. Ἔχει οὖν ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ πρῶτον τετράγωνον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπὸ τῶ δευτέρω τετραγώνω ἀφαιρημένον. Ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαςος, ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ Θ Ε, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, καὶ ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ ποτὶ τὸν γνώμονα, τὸν ἀπὸ τοῦ ἑπομένω αὐτῷ τετραγώνω [m]ἀφαιρημένον. Ἐντὶ δὴ τινα μεγέθεα, οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, καὶ ἄλλα, τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν Ξ, Ξ ἴσα τῷ πλήθει τοῖς κυλίνδροις, καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα. Λέγονται δὲ οἱ κύλινδροι ποτ' ἄλλα μεγέθεα, τοὺς κυλίνδρως τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι· ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ ποθὲν λέγεται· καὶ τὰ τετράγωνα ποτ' ἄλλα μεγέθεα, τοὺς ἀπὸ τῶν τετραγώνων [n] ἀφαιρημένοις, ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις· τὸ δὲ ἔσχατον τετράγωνον οὐδὲ ποθὲν λέγεται. Πάντες οὖν οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ποτὶ πάντας τὼς ἑτέρως κυλίνδρως, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ πάντας τὼς γνώμονας, τὼς [o] ἀφαιρημένως ἀπ' αὐτῶν. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ πάντας τοὺς γνώμονας, τὼς ἀφαιρημένως ἀπ' αὐτῶν. Τὰ δὲ τετράγωνα πάντων τῶν

cumſcripta figura ſunt, magnitudine vero æquales unuſquiſque eorum maximo. Poſita modo ſint lineæ, in quibus Ξ, multitudine quidem æquales ſegmentis rectæ Β Θ, magnitudine vero æquales unaquæque eidem Β Θ: et ab unaquaque earum deſcribatur quadratum. Auferatur autem a poſtremo quadrato gnomon, latitudinem habens ſegmentum Β Ι. Æqualis hic erit ſpatio, quod ſub Β Ι, Ι Δ continetur. At vero a quadrato illi proximo gnomon auferatur latitudinem habens ipſius Β Ι duplam. Atque hic æqualis erit ſpatio, quod continetur ſub Β Χ, Χ Δ. Auferatur deinceps continuo a quadrato, quod proxime ſequitur, gnomon latitudinem habens ſegmento uno majorem latitudine gnomonis, qui proxime ablatus eſt. Erit utique eorum unuſquiſque æqualis ſpatio, quod ſub ſegmentis ipſius Β Δ continetur; quorum ſegmentorum alterum latitudini gnomonis æquale eſt. Quod autem quadratum a ſecundo quadrato relinquitur, id latus habebit æquale ipſi Θ Ε. Jam cylindrus primus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens Θ Ε, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in inſcripta figura, Θ Ε eundem axem habentem, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod ab Α Θ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Κ Ε: quare et quam ſpatium, quod ſub Β Θ, Θ Δ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Β Ε, Ε Δ. Habet igitur cylindrus ad cylindrum eamdem rationem, quam primum quadratum ad gnomonem, qui a ſecundo quadrato ablatus eſt. Pariter aliorum etiam cylindrorum unuſquiſque axem habentium ipſi Θ Ε æqualem, ad cylindrum, qui eſt in inſcripta figura, eumdem axem habentem, eam habet rationem, quam reſpondens ipſi quadratum ad gnomonem, qui a quadrato, quod proxime ſequitur, ablatus eſt. Itaque quædam ſunt magnitudines, nempe cylindri, qui in toto cylindro ſunt; aliæque item magnitudines, nempe quadrata, quæ a lineis Ξ, Ξ deſcribuntur, multitudine cylindris æquales, eamdemque binæ ad binas rationem habentes. Comparantur autem cylindri cum aliis magnitudinibus, hoc eſt cum cylindris, qui ſunt in inſcripta figura; poſtremus autem cum nullo comparatur: et adhuc quadrata comparantur cum aliis magnitudinibus, hoc eſt cum gnomonibus, qui a quadratis auferuntur, reſpondentibus, ſibi iiſdem rationibus; poſtremum vero cum nullo comparatur. Igitur omnes cylindri, qui in toto cylindro ſunt, ad alios omnes cylindros, eamdem habebunt rationem, quam omnia quadrata ad omnes gnomones, qui ab ipſis ablati ſunt. Cylindrus igitur, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad inſcriptam figuram eamdem habet rationem, quam omnia quadrata ad omnes gnomones, qui ab ipſis ablati ſunt. Hæc autem quadrata gnomonum omnium,

[i] ἔσονται οὖν [k] τμάμασι τοῖς τᾶς [l] ἔχοντι [m] ἀφῃρημένον [n] ἀφαιρημένω [o] ἀφαιρημένως

qui ab ipſis ablati ſunt, majora ſunt quam ſeſquialtera. Poſitæ enim ſunt quædam lineæ ΞΡ, ΞΣ, ΞΤ, ΞΥ, ΞΦ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quarum minima exceſſui æqualis eſt. Præterea aliæ ſunt lineæ, in quibus duo Ξ, Ξ multitudine quidem illis æquales, magnitudine vero æquales unaquæque maximæ. Quæ igitur quadrata ab iis omnibus deſcribuntur, quarum unaquæque maximæ æqualis eſt, quadratorum quidem omnium, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, minora ſunt quam tripla: reliquorum vero, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, majora quam tripla. Hoc enim in iis, quæ de helicibus edita ſunt, demonſtratum eſt. Quoniam autem quadrata omnia, minora ſunt, quam tripla aliorum quadratorum, quæ ab ipſis ablata fuerunt; conſtat ſpatiorum, quæ reliqua ſunt, majora eſſe, quam ſeſquialtera. Gnomonum igitur majora ſunt, quam ſeſquialtera. Quare etiam cylindrus, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, major eſt, quam ſeſquialter figuræ inſcriptæ: quod fieri non poteſt. Eſt enim ſeſquialter coni Ψ: inſcripta vero figura cono Ψ major eſſe demonſtrata eſt. Non eſt igitur majus dimidium ſphæroidis cono Ψ. Neque vero eſt minus. Sit enim, ſi fieri poteſt, minus. Itaque rurſus dimidio ſphæroidis ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua conus Ψ dimidium ſphæroidis excedit; eademque alia, quæ ſupra, conſtruantur. Quoniam igitur inſcripta figura minor eſt ſegmento, conſtat etiam circumſcriptam cono Ψ minorem eſſe. Itaque rurſus cylindrus primus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ΘΕ, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in circumſcripta figura, ΘΕ axem habentem, eamdem habet rationem, quam primum quadratum ad ſemetipſum. Secundus autem cylindrus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ΕΠ, ad ſecundum cylindrum, qui eſt in circumſcripta figura, ΕΠ axem habentem, eamdem habet rationem, quam quadratum ſecundum cum ad gnomonem, qui ab ipſo ablatus eſt. Aliorum item cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habentium ipſi ΘΕ æqualem, ad cylindrum, qui ſecundum ipſum eſt in circumſcripta figura, eumdemque habet axem, eam habet rationem, quam reſpondens ipſi quadratum ad gnomonem, qui ab ipſo ablatus eſt. Igitur omnes etiam cylindri, qui in toto cylindro ſunt, ad omnes cylindros, qui ſunt in circumſcripta figura, eamdem habebunt rationem, quam omnia quadrata ad ſpatium æquale tum primo quadrato, tum gnomonibus, qui a reliquis quadratis ablati ſunt. Quadrata autem omnia minora ſunt

γνωμόνων τῶν ἀφαιρημένων ἀπ' αὐτῶν, μείζονά ἐντι ἢ ἡμιόλια. Ἐντὶ γάρ τινες γραμμαὶ κείμεναι[p] αἱ ΞΡ, ΞΣ, ΞΤ, ΞΥ, ΞΦ, τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, καὶ ἁ ἐλαχίστα ἴσα τᾷ[q] ὑπεροχᾷ. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ, ἐφ' ἂν τὰ δύο Ξ, Ξ, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ. Τὰ[r] οὖν τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν, ἃ ἐστιν ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ, πάντων μὲν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, ἐλασσονά ἐντι ἢ[s] τριπλάσια· τῶν δὲ λοιπῶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας, μείζονα ἢ τριπλάσια. Τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς περὶ τᾶν ἑλίκων ἐκδεδομένοις δέδεικται. Ἐπεὶ δὲ πάντα τὰ τετράγωνα ἐλάσσονά ἐντι, ἢ[t] τριπλάσια τῶν ἑτέρων τετραγώνων, ἃ ἐντὶ ἀφαιρημένα ἀπ' αὐτῶν, δῆλον ὅτι τῶν λοιπῶν μείζονά ἐντι ἢ ἡμιόλια. Τῶν οὖν γνωμόνων μείζονα ἢ ἡμιόλια. Ὥς τε καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, μείζων ἐστὶν[u] ἢ ἡμιόλιος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον. Τοῦ γὰρ Ψ κώνου ἡμιόλιός ἐστι· τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. Οὐδὲ μὴν ἔλασσον. Ἔστω γὰρ, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Πάλιν δὴ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ[x] ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ[y] κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατασκευάσθω. Ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγραφὲν σχῆμα τοῦ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. Πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΘΕ, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΘΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν τὸ πρῶτον τετράγωνον ποτ' αὐτό. Ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΕΠ, ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΕΠ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ δεύτερον τετράγωνον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. Καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων ἕκαστος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἐχόντων ἴσαν τᾷ ΘΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα καὶ ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν, ὃν τοῦτον ἔχει λόγον, ὁμοίως τεταγμένῳ αὐτῷ τετραγώνῳ ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. Καὶ πάντες οὖν οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους, τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἕξοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ τὸ ἴσον τῷ πρώτῳ τετραγώνῳ, καὶ τοῖς γνώμοσι, τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τετραγώνων ἀφαιρημένοις. Καὶ τὰ τετράγωνα πάντα ἐλάσσονά ἐντι,

[p] αἱ ΞΡ, ΞΣ, ΞΤ, ΞΥ, ΞΨ, ΞΩ, τῷ ἴσῳ [q] Sic MS. [r] ἡμίσεος [s] ἀμφότερα [t] Sic MS. [u] τριπλασία [x] ἥμισυ [y] ἀνάλο-

ἡ ἡμιόλια ἢ ἴσα τῷ τε πρώτῳ τετραγώνῳ, καὶ τοῖς γνώμοσι τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν ἀφαιρημένοις· διότι τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, [1] χωρὶς τῶ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνω, μείζονά ἐντι ἢ τριπλάσια. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ἐλάσσων ἢ ἡμιόλιός ἐστι τῶ περιγεγραμμένω σχήματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Τῶ γὰρ Ψ κώνω ἡμιόλιός ἐστι· τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλαττον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἐστὶν ἔλασσον, [2] τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τῶ Ψ κώνω. Ἐπεὶ οὔτε μεῖζόν ἐστιν, οὔτε ἔλασσον, ἴσον ἄρα ἐστί.

quam ſeſquialtera ſpatii æqualis tum primo quadrato, tum gnomonibus qui a reliquis quadratis ablati ſunt; quoniam quadratorum, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, majora ſunt, quam tripla. Cylindrus igitur, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, minor eſt, quam ſeſquialter figuræ circumſcriptæ. Quod fieri non poteſt. Eſt enim ſeſquialter coni Ψ: circumſcripta vero figura cono Ψ minor eſſe demonſtrata eſt. Non eſt igitur minus dimidium ſphæroidis cono Ψ. Et quoniam neque majus eſt, neque minus, æquale utique eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λ'.

Καὶ τοίνυν αἴκα τὸ σφαιροειδὲς μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ διὰ τῶ κέντρου τμαθῇ, ὁμοίως τὸ ἡμίσεον τῶ σφαιροειδέος διπλάσιον ἐσσεῖται τῶ ἀποτμάματος τῶ κώνω, τῶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

Τετμάσθω [3] γὰρ σχῆμα σφαιροειδές· τμαθέντος δὲ αὐτῶ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίω κώνω τομὰ, κέντρον δὲ αὐτᾶς τὸ Θ· τοῦ δὲ τετμακότος ἐπιπέδω τὸ σχῆμα ἔστω ἁ ΑΓ εὐθεῖα. Ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ Θ ἀγομένα· ὑπὸ τὸ ἐπίπεδον ὑπέκειτο διὰ τῶ κέντρω τετάχθαι. Ἐσσεῖται [4] ἔν τις ὀξυγωνίω κώνω τομὰ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ· ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτέμνον ὑπέκειτο [5] ἁ ποτ' ὀρθὰς εἶμεν τῷ ἄξονι ἀγμένον. [6] Ἄχθω δὴ τινες αἱ ΚΛ, ΜΝ παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιψαύουσαι τᾶς τοῦ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς κατὰ τὰ Β, Δ· ἀπὸ δὲ τᾶν ΚΛ, ΜΝ ἐπίπεδα ἀνεστακέτω παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ. Ἐπιψαύοντι δὲ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ Β, Δ, καὶ [7] τὰ Β, Δ ἐπιζευχθεῖσα, πεσεῖται διὰ τοῦ Θ· καὶ ἐσσοῦνται τῶν τμαμάτων κορυφαὶ μὲν τὰ Β, Δ σαμεῖα, ἄξονες δὲ αἱ ΒΘ, ΘΔ. Δυνατὸν δέ ἐστιν εὑρεῖν κύλινδρον, ἄξονα ἔχοντα τὰν ΒΘ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίω κώνω τομὰ, ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Εὑρεθέντος δὲ ἐσσεῖταί τις κυλίνδρω τόμος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τοῦ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Πάλιν δὴ καὶ κῶνον εὑρεῖν δυνατόν ἐστι, κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τῶ ὀξυγωνίω κώνω τομὰ, ἁ ἀπὸ διαμέτρω τᾶς ΑΓ. Εὑρεθέντος δὲ ἐσσεῖται τὸ ἀπότμαμα κώνω τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Λέγω δὴ, ὅτι τοῦ σφαιροειδέος ἡμίσεον διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τούτου. Ἔστω δὴ ὁ Ψ κῶνος διπλάσιος τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου. Εἰ οὖν μή ἐστιν ἴσον τὸ ἡμίσεον τῶ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατὸν, μεῖζον. [7] Ἐγγεγράφθω δὴ τι εἰς τὸ ἡμίσεον τῶ σφαιροειδέος σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο [8] περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρω τόμων, ὕψος ἴσον ἐχόν-

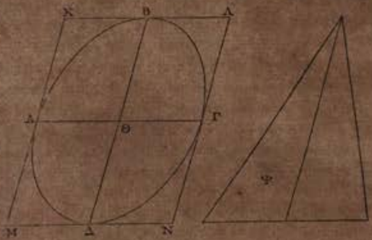
PROP. XXX. Theor.

Quinetiam ſi ſphæroidea figura ſecetur per centrum plano ad axem non recto; pariter dimidium ſphæroidis duplum erit ſegmenti coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, et axem eumdem.

Secetur enim ſphæroidea figura: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto; ſit figuræ quidem ſectio acutianguli coni ſectio ΑΒΓΔ; cujus centrum punctum Θ; plani vero, quod figuram ſecuit, recta ΑΓ. Hæc utique per Θ tranſibit; quoniam planum poſitum eſt per centrum agi. Atque erit acutianguli coni ſectio quædam circa diametrum ΑΓ deſcripta; quoniam poſitum eſt planum, quod ſecat, rectum ad axem non eſſe. Ducantur rectæ quædam ΚΛ, ΜΝ ipſi ΑΓ parallelæ, quæ acutianguli coni ſectionem in punctis Β, Δ contingant: et ab ipſis ΚΛ, ΜΝ plana excitentur plano, quod per ΑΓ actum eſt, parallela. Hæc utique ſphæroiden in punctis Β, Δ contingent; quæque ipſa Β, Δ jungit recta linea per Θ tranſibit: atque erunt ſegmentorum quidem vertices puncta Β, Δ; axes vero rectæ ΒΘ, ΘΔ. Itaque fieri poteſt, ut cylindrus inveniatur axem habens ΒΘ, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio circa diametrum ΑΓ deſcripta. Hoc igitur invento erit ſegmentum aliquod cylindri eamdem ac dimidium ſphæroidis baſim habens, eumdemque axem. Rurſus autem fieri poteſt, ut conus inveniatur verticem habens punctum Β, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio deſcripta circa diametrum ΑΓ. Atque hoc invento erit ſegmentum aliquod coni eamdem ac ſegmentum ſphæroidis baſim habens, et axem eumdem. Dico dimidium ſphæroidis hujus coni eſſe duplum. Sit jam conus Ψ duplus ſegmenti hujuſce coni. Et ſi quidem dimidium ſphæroidis cono Ψ æquale non eſt, ſit primo, ſi fieri poteſt, majus. Itaque dimidio ſphæroidis ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura ex-

1 Sic MS. 2 τῶ ἡμιόλιος 3 γὰρ τμῆμα 4 ἐστιν 5 ἔχοντα 6 τὰ 7 ἐνέγραψα 8 περιγέγραψα

cedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua dimidium ſphæroidis conum Ψ excedit. Demonſtrabitur pariter, ac ſupra, figura dimidio ſphæroidis inſcripta major eſſe cono Ψ: et ſegmentum cylindri, eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habens, eumdemque axem, ipſius quidem coni Ψ eſſe ſeſquialterum; figuræ autem dimidio ſphæroidis inſcriptæ majus quam ſeſquialterum. Quod fieri non poteſt. Non eſt igitur majus dimidium ſphæroidis cono Ψ. Sin autem eſt minus, dimidio ſphæroidis ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua conus Ψ dimidium ſphæroidis excedit. Rurſus pariter, ac ſupra, demonſtrabitur circumſcripta figura minor eſſe cono Ψ: et ſegmentum cylindri, eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habens, eumdemque axem ipſius quidem coni Ψ eſſe ſeſquialterum; circumſcriptæ vero figuræ minus, quam ſeſquialterum. Quod fieri non poteſt. Neque igitur minus eſt dimidium ſphæroidis cono Ψ. Et quoniam neque majus eſt, neque minus, æquale utique eſt. Manifeſtum eſt igitur, quod oportebat demonſtrare.



τῶν συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσεται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ [g] ἁμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μεῖζον ἐὸν τοῦ [h] Ψ κώνου· καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦ μὲν Ψ κώνου ἡμιόλιος ἐών· τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου σχήματος [i] ἐν ἁμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μείζων ἢ ἡμιόλιος. Ὅπερ ἀδύνατον. [k] Οὐκ ἔσται ἂν μεῖζον τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. Εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστιν, ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τομῶν ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ [l] ἁμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. Πάλιν δὴ ὁμοίως τοῖς πρότερον δειχθήσεται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου· καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦ μὲν Ψ κώνου ἡμιόλιος ἐών· τοῦ δὲ περιγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσων ἢ ἡμιόλιος. Ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Οὐκ ἐσσεῖται ἂν οὐδὲ ἔλασσον [m] τὸ ἥμισυ τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. Ἐπεὶ δὲ οὔτε μεῖζόν ἐστιν, οὐδὲ ἔλασσον, ἴσον ἐστί. Φανερὸν οὖν ἐστιν ὃ ἔδει δεῖξαι.

PROP. XXXI. Theor.

Cujuſlibet ſphæroideæ figuræ, ſectæ non per centrum plano ad axem recto, minus ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam habet rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ axi ſphæroidis, tum axi majoris ſegmenti, ad axem majoris ſegmenti.

Sit enim ſegmentum aliquod ſphæroideæ figuræ ſectum non per centrum plano ad axem recto: eodemque ſecto per axem plano alio; ſit figuræ quidem ſectio acutianguli coni ſectio ΑΒΓ, cujus diameter, eademque axis ſphæroidis, ΒΖ; et centrum Θ; plani vero, quod ſegmentum ſecat ſectio ſit recta ΑΓ. Hæc utique rectos cum ΒΖ angulos efficiet; quoniam poſitum eſt planum eſſe ad axem rectum. Sit autem ſegmentum illud, quod ſectum eſt, cujus vertex eſt

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λα΄.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος μὴ διὰ τοῦ κέντρου, ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἔλαττον τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν συναμφότερα τά τε ἁμίσεια τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ ὁ ἄξων τοῦ μείζονος τμάματος, ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος.

Ἔστω γάρ τι τμᾶμα σφαιροειδέος [n] σχήματος, ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, μὴ διὰ τοῦ κέντρου· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ὀξυγωνίου κώνου τομά. διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς, καὶ ἄξων σφαιροειδέος ἔστω ἁ ΒΖ, κέντρον δὲ τὸ Θ· τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα, τομὰ ἔστω ἁ ΑΓ εὐθεῖα. Ποιήσει δ' αὕτα ὀρθὰς γωνίας ποτὶ τὰν ΒΖ· ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὀρθὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα ὑπέκειτο. Ἔστω δὴ τὸ τμᾶμα τὸ ἀποτετμα-

[g] ἡμίσει [h] Ψ κώνῳ ἡμιόλιος ἐών· τοῦ δὲ [i] ἐν ἡμίσει [k] οὐκ ἄρα ἂν τὸ [l] ἡμίσεος [m] τὸ ἡμίσεος
[n] τμήματος

μθέον, ὧ κορυφὰ τὸ B σαμεῖον, ἔλασσον ἢ ἁμίσεος τῶ σφαιροειδέος σχήματος, καὶ τᾷ BΘ ἴσα [a] ἔςω ἁ ZH. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα, ὧ κορυφὰ τὸ B σαμεῖον, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΔH ποτὶ τὰν ΔZ.

Ἔςω γὰρ κύλινδρος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ ἐλάσσονι τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· ἔςω γὰρ καὶ κῶνος ἐν ᾧ τὸ Ψ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν, τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΔH ποτὶ τὰν ΔZ. Φαμὶ δὴ τὸν Ψ κῶνον ἴσον εἶμεν τῷ τμάματι τῷ κορυφὰν ἔχοντι τὸ B σαμεῖον. Εἰ γὰρ μή ἐςιν ἴσος, ἔςω πρῶτον, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων. [b] Ἐνέγραψα δὴ εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα ςερεὸν, καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ μεῖζόν ἐςι τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Ἐπεὶ οὖν μεῖζον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, ἔλασσον ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ κώνου· δῆλον ὅτι μεῖζόν ἐςι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Ἔςω δὴ τρίτον μέρος τᾶς BΔ ἁ BP. Ἐπεὶ οὖν ἁ μὲν BH τριπλασία ἐςὶν τᾶς [c] BΘ, καὶ ἁ BΔ τᾶς BP, τριπλάσια ἐςαὶ καὶ ἁ
* ΔH τᾶς ΘP. Ἔχει δὴ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν BΔ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΔH ποτὶ τὰν ΘP. Ὁ δὲ κῶνος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἁ ΔZ ποτὶ τὰν ΔH. Ἕξει οὖν ἀνομοίως τῶν λόγων τεταγμένων ὁ κύλινδρος, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸν Ψ κῶνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΔZ ποτὶ τὰν ΘP. [d] Ἔςωσαν δὴ γραμμαὶ κείμεναι, ἐφ' ὧν τὰ ΞN, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι τοῖς τμαμάτεσσι τοῖς ἐν τᾷ BΔ, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάςα ἴσα τᾷ ZΔ. Ἔςω δὲ καὶ τᾶν ΞO ἑκάςα ἴσα τᾷ BΔ. Τᾶν οὖν NO ἑκάςα διπλάσια ἐσσεῖται τᾶς ΘΔ. Παραπεπτωκέτω δὴ παρ' ἑκάςαν αὐτᾶν χωρίον τι, πλάτος ἔχον ἴσον τᾷ BΔ, ὥς τε εἶμεν ἑκαςον τῶν ἐχόντων [e] τὰς διαμέτρως τετράγωνον. Ἀφαιρήσθω δὴ ἀπὸ μὲν τοῦ πρώτου γνώμων πλάτος ἔχων ἴσον τᾷ

punctum B, minus quam dimidium ſphæroideæ figuræ; æqualiſque ſit ZH ipſi BΘ. Oportet demonſtrare, ſegmentum, cujus vertex eſt punctum B, ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, eam habere rationem, quam ΔH ad ΔZ.

Sit cylindrus eamdem ac minus ſegmentum baſim habens, eumdemque axem: et ſit item conus Ψ, qui ad conum eamdem baſim habentem eam habeat rationem, quam ΔH ad ΔZ. Dico conum Ψ ſegmento, cujus vertex eſt punctum B, æqualem eſſe. Si enim æqualis non eſt, ſit primo, ſi fieri poteſt, minor. Itaque ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum ſphæroidis excedit conum Ψ. Quoniam igitur circumſcripta figura, quæ ſegmento major eſt, inſcriptam minus excedit, quam ſegmentum conum; conſtat inſcriptam figuram cono Ψ majorem eſſe. Sit autem BP tertia pars ipſius BΔ. Et quoniam tripla eſt cum BH ipſius BΘ, tum BΔ ipſius BP; tripla erit etiam ΔH ipſius ΘP. Itaque cylindrus eamdem ac ſegmentum baſim habens, et axem BΔ, ad conum eamdem baſim, eumdemque axem habentem, eamdem habet rationem, quam ΔH ad ΘP. Habet autem conus, quem diximus, ad conum Ψ eamdem rationem, quam ΔZ ad ΔH. Habebit igitur, rationibus diſſimiliter ordinatis, cylindrus eamdem ac ſegmentum baſim habens, eumdemque axem, ad conum Ψ eamdem rationem, quam ΔZ ad ΘP. Poſitæ modo ſint lineæ, in quibus ΞN, multitudine quidem æquales ſegmentis, quæ ſunt in recta BΔ, magnitudine vero æquales unaquæque ipſi ZΔ. Ac linearum ΞO æqualis unaquæque ſit ipſi BΔ. Erit igitur reliquarum NO unaquæque dupla ipſius ΘΔ. Applicetur unicuique ipſarum ſpatium aliquod latitudinem habens ipſi BΔ æqualem; ita ut quadratum in unoquoque ſit circa ſuam diametrum deſcrip-





[a] ἔςω τῷ ΔZH
[b] ἐνέγραψα
[c] In MS. BΘ, καὶ ἁ BΔ τᾶς BP, τριπλάσια ἐςαὶ καὶ ἁ ΔH τᾶς ΘP deſunt.
[d] ἔςωσαν ex MS.
[e] τὰς διαμέτρως

tum. Auferatur autem ab horum primo gnomon latitudinem habens æqualem ipſi BE: itemque a ſecundo gnomon latitudinem habens æqualem ipſi BX: eodemque modo ab unoquoque, quod ſequitur, ſpatio gnomon latitudinem habens ſegmento uno minorem latitudine gnomonis, qui proxime ablatus eſt. Erit utique gnomon, qui a primo ſpatio ablatus eſt, æqualis ſpatio, quod ſub BE, EZ continetur: et reliquum erit ſpatium, quod ipſi NO applicatum eſt, excedens ſpecie quadrata, atque habens latus exceſſus ipſi ΔE æquale. Gnomon vero, qui a ſecundo ſpatio ablatus eſt, æqualis erit ſpatio, quod ſub ZX, XB continetur: et reliquum erit ſpatium, quod ipſi NO applicatum eſt, excedens ſpecie quadrata. Et reliqua eodem modo. His ita ſe habentibus producantur plana cylindrorum omnium, ex quibus inſcripta ſegmento figura componitur, ad ſuperficiem uſque cylindri, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet eumdemque axem. Dividetur utique totus cylindrus in cylindros multitudine quidem æquales cylindris, qui in circumſcripta figura ſunt, magnitudine vero æquales unuſquiſque eorum maximo. Jam cylindrus primus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ΔE, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in inſcripta figura, ΔE axem habentem, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a ΔΓ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a KE. Hæc autem eadem eſt atque illa, quam habet ſpatium, quod ſub BΔ, ΔZ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub BE, EZ. Habet igitur cylindrus ad cylindrum eamdem rationem, quam primum ſpatium ad gnomonem, qui ab eodem ablatus eſt. Pariter aliorum etiam cylindrorum, unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ipſi ΔE æqualem, ad cylindrum, qui ſecundum ipſum eſt in inſcripta figura, eumdem axem habentem, eamdem habebit rationem, quam ſpatium ipſi reſpondens ad gnomonem, qui ab eodem ablatus eſt. Itaque quædam ſunt magnitudines, nempe cylindri, qui in toto cylindro ſunt; aliæque item magnitudines, nempe ſpatia, quæ ipſi ΞN applicata ſunt, latitudinemque habent ipſi BΔ æqualem, multitudine cylindris æquales, eamdemque binæ ad binas rationem habentes. Comparantur autem cylindri, cum aliis cylindris, qui ſunt in inſcripta figura; poſtremus autem cum nullo comparatur: et adhuc ſpatia comparantur cum aliis ſpatiis, hoc eſt cum gnomonibus, qui ab iiſdem auferuntur, reſpondentibus ſibi iiſdem rationibus; poſtremum vero cum nullo comparatur. Conſtat igitur etiam omnes cylindros, ad omnes alios cylindros eamdem habere rationem, quam omnia ſpatia ad omnes gnomones. Cylindrus igitur, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad figuram ſegmento inſcriptam, eamdem habebit rationem, quam omnia ſpatia ad omnes gnomones. Et quoniam quædam lineæ æquales

BE· ἀπὸ δὲ τοῦ δευτέρου, πλάτος ἔχων ἴσον τᾷ BX. Καὶ ἀφ᾽ ἑκάστου, τὸν αὐτὸν τρόπον, τῶν ἀπὸ τοῦ ἑπομένου χωρίου γνώμων ἀφαιρήσθω, πλάτος ἔχων ἑνὶ τμάματι ἔλασσον τοῦ πλάτεος τοῦ πρὸ αὐτοῦ γνώμονος ἀφαιρημένου. Ἐσσεῖται δὴ ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ πρώτου χωρίου γνώμων ἀφαιρημένος, ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν BE, EZ· καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παραπεπλωκὸς παρὰ ' τὰν NO, ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, τὰν τοῦ ὑπερβλήματος πλευρὰν ἔχων ἴσαν τᾷ ΔE. Ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ δευτέρου χωρίου γνώμων ἀφαιρημένος, ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ZX, XB· καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παρὰ τὰν NO παραπεπλωκὸς, ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ. Καὶ τὰ λοιπὰ ὁμοίως τούτοις. Ἐξοῦντι δὲ οὖν ἐκβεβλήσθω τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν σύγκειται τό τε ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Ἐσσεῖται δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διῃρημένος εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. Ὁ δὲ πρῶτος ὁ κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔE, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔE, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς KE. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν BΔ, ΔZ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν BE, EZ. Ἔχει οὖν ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον, * τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ πρῶτον χωρίον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ᾽ αὐτοῦ ἀφαιρημένον. Ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἕκαστος ἄξονα ἔχων τὰν ἴσαν τᾷ ΔE, ποτὶ τὸν κατ᾽ αὐτὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ χωρίον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ᾽ αὐτοῦ ἀφαιρημένον. Ἐντὶ οὖν μεγέθεά τινα οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα, χωρία παρὰ τὰν ΞN παραπεπλωκότα, πλάτος ἔχοντα τὰν ἴσαν τᾷ BΔ, τῷ δὲ πλήθει ἴσα τοῖς κυλίνδροις, καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον. Λέγονται δὲ οἵ τε κύλινδροι ποτ᾽ ἄλλως κυλίνδρως, τὼς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος * οὐδὲ ποθὲν λέγεται· καὶ τὰ χωρία ποτ᾽ ἄλλα χωρία, τὼς ἀπ᾽ αὐτῶν ἀφαιρημένως, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις· τὸ δὲ ἔσχατον χωρίον οὐδὲ ποθὲν λέγεται. Δῆλον οὖν ὅτι καὶ πάντες οἱ κύλινδροι, ποτὶ πάντας τοὺς ἑτέρους, τὸν αὐτὸν ἕξοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία, ποτὶ πάντας τὼς γνώμονας. Ὁ ἄρα κύλινδρος, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία ποτὶ πάντας τοὺς

' τὰν Θ

* οὐδέποθεν

γνώμονας. Καὶ ἐπεὶ ἐντὶ τινὲς γραμμαὶ ἴσαι κείμεναι ἐφ' ἂν τὰ ΝΟ, καὶ παρὰ ἑκάσταν παραπεπτωκότων τι χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, αἱ δὲ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων ἴσῳ ἀλλάλας ὑπερέχοντι, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα ἐςὶ τᾷ ἐλαχίςᾳ· καὶ ἄλλα ἐντὶ χωρία παρὰ τὰν ΞΟ παραπεπτωκότα, πλάτος δὲ ἔχοντα ἴσον τᾷ ΒΔ, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίςῳ· δῆλον ὡς σύμπαντα τὰ χωρία, ὧν ἐςὶν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίςῳ, ποτὶ πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσσω λόγον ἔχοντι, τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, [w] τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει [x] τᾶς ΞΟ. Φανερὸν ὦν ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία ποτὶ πάντας τὼς γνώμονας μείζονα λόγον ἑξοῦντι τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, [z] τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ, καὶ δυοῖς τριταμορίοις [x] τᾶς ΞΟ. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, [y] καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, [w] τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ, καὶ δυοῖς τριταμορίοις τᾶς ΞΟ. Ἐςὶ δὲ τᾷ μὲν ΞΝ ἴσα ἁ ΔΖ· [a] τᾷ δὲ ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ, ἁ ΔΘ· τῷ δὲ τρίτῳ δύο μόρια τᾶς ΞΟ, ἁ ΔΡ. Ὅλος ἄρα ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ἔχει ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ, τοῦτον ἐδείχθη ἔχων ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Μείζονα ὦν ἕξει λόγον ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ μεῖζον ἐὸν τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἐςὶ μεῖζον τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Ἀλλ' ἔςω, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Πάλιν δὴ ἐγγεγράφθω τι εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα ςερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ μεῖζόν ἐςιν ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος· καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατασκευάσθω. Ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐςι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος, ἢ ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος· δῆλον ὅτι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλασσόν ἐςι τοῦ Ψ κώνου. Πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον, τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἔσχατον χωρίον τῶν παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότων, πλάτος ἐχόντων ἴσον τᾷ ΒΔ, ποτ' αὐτό. Ἑκάτερα γὰρ ἴσα ἐςίν. Ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἔχων ἴσαν τᾷ ΔΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν κατ' αὐτὸν ἐόντα τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ πρῶτον χωρίον τῶν παρὰ τὰν ΞΝ [c] πεπτωκό-

positæ ſunt, in quibus NO, quarum unicuique ſpatium applicatum eſt excedens ſpecie quadrata; latera autem exceſſuum æqualiter ſeſe invicem excedunt; et exceſſus æqualis eſt illarum minimæ: præterea alia ſunt ſpatia, quæ ipſi ΞO applicata ſunt, latitudinemque habent ipſi BΔ æqualem, multitudine quidem illis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque illorum maximo; conſtat omnia ſpatia, quorum unumquodque maximo æquale eſt, ad omnia alia ſpatia minorem rationem habere, quam ΞN ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius NO, tum tertiæ parti ipſius ΞO. Conſtat igitur eadem ſpatia ad omnes gnomones majorem rationem habere, quam ΞN ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius NO, tum duabus tertiis partibus ipſius ΞO. Cylindrus igitur, qui eumdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad figuram ſegmento inſcriptam, majorem rationem habet, quam ΞN ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius NO, tum duabus tertiis partibus ipſius ΞO. Æqualis eſt autem ΔZ quidem ipſi ΞN; ΔΘ vero dimidiæ ipſius NO; denique ΔP duabus tertiis partibus ipſius ΞO. Igitur totus cylindrus ad figuram ſegmento inſcriptam, majorem rationem habet, quam ΔZ ad ΘP. Quam autem rationem habet ΔZ ad ΘP, hanc habere demonſtratus eſt idem cylindrus ad conum Ψ. Majorem igitur habebit rationem cylindrus ad inſcriptam figuram, quam ad conum Ψ. Quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt inſcripta figura mamajor eſſe cono Ψ. Non eſt igitur majus ſphæroidis ſegmentum cono Ψ. At vero ſit, ſi fieri poteſt, minus. Itaque rurſus ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua conus Ψ ſegmentum excedit: eademque alia, quæ ſupra, conſtruantur. Quoniam igitur inſcripta figura minor eſt ſegmento, et circumſcripta inſcriptam minus excedit, quam conus Ψ ſegmentum; conſtat circumſcriptam figuram cono Ψ minorem eſſe. Rurſus cylindrus primus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ΔE, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in circumſcripta figura, eumdem axem habentem, eam habet rationem, quam poſtremum ſpatium eorum, quæ ipſi ΞN applicata ſunt, latitudinemque habent ipſi BΔ æqualem, ad ſemetipſum. Utraque enim æqualia ſunt. Secundus autem cylindrus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ipſi ΔE æqualem, ad cylindrum, qui ſecundum ipſum eſt in circumſcripta figura, eamdem habet rationem, quam primum ſpatium eorum, quæ ipſi ΞN applicata ſunt, latitu-

[w] τᾷ τε ἡμίσεια [x] τᾶς ΞΟ [y] In MS. καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι deſunt.
[z] ταῖς ἡμίσεια [a] τᾷ δὲ ἡμίσεια [b] τᾶ [c] περιπεπτωκότων

dinemque habent ipſi Β Δ æqualem, ad gnomonem, qui ab ipſo ablatus eſt. Aliorum item cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habentium ipſi Δ Ε æqualem, ad cylindrum, qui ſecundum ipſum eſt in circumſcripta figura, eamdem habet rationem, quam ſpatium ipſi reſpondens eorum, quæ ipſi Ξ Ν applicata ſunt, ad gnomonem, qui ab ipſo ablatus eſt ante illud, quod poſtremum dicitur. Igitur eadem ratione, qua ſupra, omnes cylindri, qui in toto cylindro ſunt, ad omnes cylindros, qui ſunt in circumſcripta figura, eamdem habebunt rationem, quam omnia ſpatia, quæ ipſi Ξ Ν applicata ſunt, ad ſpatium æquale tum poſtremo ſpatio, tum gnomonibus, qui ab aliis ablati ſunt. Et quoniam demonſtratum eſt omnia ſpatia, quæ ipſi Ξ Ν applicata ſunt, ad omnia ſpatia, quæ applicata ſunt ipſi Ν Ο, excedentia ſpecie quadrata, dempto maximo, majorem habere rationem, quam Ξ Ν ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius Ν Ο, tum tertiæ parti ipſius Ξ Ο; conſtat ſpatia eadem ad reliqua, quæ æqualia ſunt tum poſtremo ſpatio, tum gnomonibus, qui a reliquis ablati ſunt, minorem rationem habere, quam Ξ Ν ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius Ν Ο, tum duabus tertiis partibus ipſius Ξ Ο. Conſtat igitur etiam cylindrum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad circumſcriptam figuram minorem rationem habere, quam Ζ Δ ad Θ Ρ. Quam autem rationem habet Δ Ζ ad Θ Ρ, hanc habet cylindrus, quem diximus, ad conum Ψ. Minorem igitur rationem habet idem cylindrus ad circumſcriptam figuram, quam ad conum Ψ. Quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt circumſcripta figura minor eſſe cono Ψ. Non eſt igitur minus ſphæroidis ſegmentum cono Ψ. Et quoniam neque majus eſt, neque minus, æquale utique eſt.

PROP. XXXII. Theor.

Quinetiam ſi ſphæroidea figura ſecetur non per centrum plano ad axem non recto, minus ejuſdem ſegmentum ad ſegmentum coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam habebit rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ ejus, quæ ſegmentorum, quæ oriuntur, vertices jungit, tum axi majoris ſegmenti, ad axem majoris ſegmenti.

Secetur enim ſphæroidea aliqua figura, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto; ſit figuræ quidem ſectio acutianguli coni ſectio Α Β Γ Δ; plani vero, quod figuram ſecat, recta Γ Α. Ducantur autem ipſi Α Γ parallelæ Π Ρ, Σ Τ, quæ

των, πλάτος ἐχόντων ἴσον τᾷ Β Δ, ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀφαιρημένον ἀπ' αὐτοῦ. Καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων ἕκαστος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἐχόντων ἴσαν τᾷ Δ Ε, ποτὶ τὸν κατ' αὐτὸν κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμόλογον χωρίον αὐτῷ τῶν παρὰ τὰν Ξ Ν[d] παραπεπτωκότων, ποτὶ τὸ γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον[e] πρὸ τοῦ λεγομένου τοῦ ἐσχάτου. Καὶ πάντες οὖν οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἕξοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία τὰ παρὰ τὰν Ξ Ν παραπεπτωκότα, ποτὶ τὸ ἴσον τῷ τε ἐσχάτῳ κειμένῳ χωρίῳ, καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀφαιρημένοις ἀπὸ τῶν ἄλλων, διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον. Ἐπεὶ οὖν δέδεικται, ὅτι πάντα τὰ χωρία, τὰ παρὰ τὰν Ξ Ν παραπεπτωκότα, ποτὶ τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν Ν Ο παραπεπτωκότα ὑπερβάλλοντα εἴδει τετραγώνῳ, χωρὶς τοῦ μεγίστου, μείζονα λόγον ἔχοντι τοῦ ὃν ἔχει ἁ Ξ Ν ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς Ν Ο, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Ξ Ο· δῆλον ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία ποτὶ τὰ λοιπά, ἅ ἐστι ἴσα τῷ ἐσχάτῳ χωρίῳ κειμένῳ, καὶ τοῖς γνωμόνεσσι, τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν ἀφαιρημένοις, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι τοῦ ὃν ἔχει ἁ Ξ Ν ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς Ν Ο, καὶ δυσὶ τριταμορίοις τᾶς Ξ Ο. Δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον, ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἁ Ζ Δ ποτὶ τὰν Θ Ρ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ Δ Ζ ποτὶ τὰν Θ Ρ, τοῦτον ἔχει ὁ εἰρημένος κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ ἔλασσον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἐστὶν ἔλασσον τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Ἐπεὶ δὲ οὔτε μεῖζον, οὔτε ἔλασσον, ἴσον ἄρα ἐστίν.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λβ'.

Καὶ τοίνυν αἴκα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τμαθῇ τὸ σφαιροειδές, μὴ δὲ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ ἔλασσον αὐτοῦ τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν αἱ συναμφότεραι, ἴσαι[f] τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν γενομένων τμαμάτων, καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμάματος, ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος.

Τετμάσθω γάρ τι σχῆμα σφαιροειδές, ὡς εἴρηται· καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ Α Β Γ Δ ὀξυγωνίου κώνου τομά· τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα, ἁ Γ Α εὐθεῖα. Καὶ παρὰ τὰν Α Γ[g] ἄχθω αἱ Π Ρ, Σ Τ ἐπιψαύουσαι τᾶς τοῦ

[d] πεπτωκότων [e] πρὸ τοῦ λεγομένου τοῦ ἐσχάτου, καὶ παντὸς [f] ταῦτα [g] ἄχθωσαν

κώνου τομᾶς κατὰ τὰ Β, Ζ· καὶ ἀνεστακέτω ἀπ' αὐτᾶν ἐπίπεδον παράλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΓ. Ἐπιψαυσοῦντι δὴ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος [h] κατὰ τὰ Β, Ζ· καὶ ἐσσοῦνται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων ἐπιζευχθεῖσαι, καὶ ἔστω ἁ ΒΖ. Πεσεῖται δὴ αὕτα διὰ τοῦ κέντρου. Καὶ ἔστω κέντρον τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, τὸ Θ. Ἐπεὶ οὖν ὑπόκειται μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τετμᾶσθαι τῷ ἐπιπέδῳ τὸ σχῆμα, ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομά, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἁ ΓΑ. Λελάφθω οὖν ὅτε κύλινδρος ἄξονα ἔχων ἐπ' εὐθείας τᾷ ΒΔ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ· καὶ ὁ κῶνος ὁ κορυφὰν ἔχων τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Ἐσσεῖται δὴ τόμος τις κυλίνδρου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· [i] καὶ ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ Β, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. Ἴσα δὲ ἔστω ἁ ΖΗ τᾷ ΘΖ.

Λελάφθω δή τις κῶνος ἐν ᾧ τὸ Ψ, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. Εἰ οὖν μή ἐστιν ἴσον τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. Ἐνέγραψα δὴ εἰς τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσεται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου, καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ὅ ἐστιν ἀδύνατον. Οὐκ ἐσσεῖται οὖν τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου μεῖζον. Ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. Ἐγγεγράφθω δὴ πάλιν εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ἐκ κυλίνδρου τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος



coni ſectionem in punctis B Z, contingant: excitenturque ab iiſdem plano acto per A Γ plano parallela. Hæc utique contingent ſphæroiden in punctis B, Z: eorumque vertices jungentur recta B Z; quæ quidem per centrum tranſibit. Sit autem centrum ſphæroidis, idemque acutianguli coni ſectionis, punctum Θ. Quoniam igitur ſphærois poſita eſt ſecta eſſe plano ad axem non recto, ſectio eſt acutianguli coni ſectio, cujus diameter A Γ. Itaque ſumatur cylindrus axem habens, quæ ipſi B Δ in directo jaceat, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio circa diametrum A Γ deſcripta: itemque conus verticem habens punctum B, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio deſcripta circa diametrum A Γ. Atque erit ſegmentum aliquod cylindri eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habens, eumdemque axem: itemque ſegmentum coni eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habens, et axem eumdem. Oportet demonſtrare ſphæroidis ſegmentum, cujus vertex eſt punctum B, ad ſegmentum coni, eamdem ac ſegmentum baſim habens, eumdemque axem, eam habere rationem, quam Δ H ad Δ Z. Sit autem Z H æqualis ipſi Θ Z.

Sumatur conus aliquis Ψ, qui ad ſegmentum coni eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habentis, eumdemque axem, eam habeat rationem, quam Δ H ad Δ Z. Et ſi æquale non eſt ſegmentum ſphæroidis cono Ψ, ſit primo, ſi fieri poteſt, majus. Itaque ſegmento ſphæroidis ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum ſphæroidis excedit conum Ψ. Pariter ac ſupra demonſtrabitur inſcripta figura major eſſe cono Ψ; et ſegmentum cylindri, quod eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad inſcriptam figuram majorem rationem habere, quam ad conum Ψ. Quod fieri non poteſt. Non erit igitur majus ſphæroidis ſegmentum cono Ψ. At vero ſit, ſi fieri poteſt, minus. Rurſus ſphæroidis ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam mag-

[h] κατὰ τὸ ΒΖ [i] In MS. ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν in MS. deſunt.

nitudine minore, quam qua conus Ψ ſphæroidis ſegmentum excedit. Rurſus autem eadem ratione, ac ſupra, demonſtrabitur circumſcripta figura minor eſſe cono Ψ: et ſegmentum cylindri, quod eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad circumſcriptam figuram minorem rationem habere, quam ad conum Ψ. Quod fieri non poteſt. Neque igitur minus erit ſphæroidis ſegmentum cono Ψ. Manifeſtum eſt igitur, quod oportebat demonſtrare.

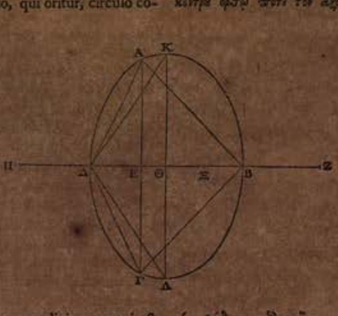
ὑπερέχει ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τῶ τμάματος. Πάλιν δὲ διὰ τῶν αὐτῶν δειχθήσεται τὸ [k] περιγεγραμμένον ἔλασσον τῶ Ψ κώνω καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρω, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα [l] λόγον ἔχων, ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ὅ ἐστιν ἀδύνατον. Οὐκ ἐσσεῖται οὖν οὐδὲ ἔλασσον τὸ τμᾶμα τοῦ κώνου. Φανερὸν οὖν ὃ ἔδει δεῖξαι.

PROP. XXXIII. Theor.

Cujuſlibet ſphæroideæ figuræ ſectæ, non per centrum, plano ad axem recto, majus ſegmentum ad conum qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam habet rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ axis ſphæroidis, tum axi minoris ſegmenti, ad axem minoris ſegmenti.

Secetur ſphæroidea aliqua figura, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto; ſit figuræ quidem ſectio acutianguli coni ſectio ABΓ, cujus diameter, eademque axis figuræ, BΔ; plani vero, quod ſecat, recta ΓA. Hæc utique ipſi BΔ ad rectos angulos erit. Sit autem ſegmentorum majus, cujus vertex eſt punctum B: et centrum ſphæroidis punctum Θ: apponaturque ΔH æqualis ipſi ΔΘ; itemque BZ eidem æqualis. Oportet demonſtrare, ſegmentum ſphæroidis, cujus vertex eſt punctum B, ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, eam habere rationem, quam EH ad EΔ.

Itaque ſecetur ſphærois per centrum plano ad axem recto; et ab eo, qui oritur, circulo conus excitetur, verticem habens punctum Δ. Eſt igitur tota ſphærois dupla ſegmenti, quod baſim habet circulum, qui circa diametrum KΛ deſcribitur, et verticem punctum Δ. Segmentum autem, quod diximus, duplum eſt coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem. Hæc enim demonſtrata ſunt. Tota igitur ſphærois ejus, quem diximus, coni eſt quadrupla. At vero hic conus ad conum, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum AΓ deſcribitur, et verticem punctum Δ, rationem habet, quæ componitur tum ex ea, quam habet



ΠΡΟΤΑΣΙΣ λγ'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ἴσα συναμφοτέραις [m] τᾷ τε ἡμισέᾳ τῶ ἄξονος τῶ σφαιροειδέος, καὶ τᾷ τῶ ἐλάσσονος τμάματος ἄξονι, ποτὶ τὸν τῶ ἐλάσσονος τμάματος ἄξονα.

Τετμάσθω τὸ σφαιροειδὲς, ὡς εἴρηται· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τῶ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τῶ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς, καὶ ἄξων τοῦ σχήματος, ἁ ΒΔ· τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου ἁ ΓΑ εὐθεῖα. Ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΒΔ. Ἔστω δὲ μεῖζον τῶν τμαμάτων, οὗ κορυφὰ τὸ Β· καὶ κέντρον τῶ σφαιροειδέος τὸ Θ. Ποτικείσθω δὴ ἁ ΔΗ τᾷ ΔΘ ἴσα, [n] καὶ ἁ ΒΖ τᾷ αὐτᾷ ἴσα. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα τῶ σφαιροειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ Β, ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, [o] ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ.

Τετμάσθω δὴ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τῶ κέντρω ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ ἀπὸ γενομένω κύκλω κῶνος ἔστω, κορυφὰν ἔχων τὸ Δ σαμεῖον. Ἔστι δὴ τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς διπλάσιον τοῦ τμάματος, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον. Τὸ δὲ εἰρημένον τμᾶμα διπλάσιον τῶ κώνω τῶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Δέδεικται γὰρ ταῦτα. Τὸ ὅλον ἄρ' σφαιροειδὲς τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ εἰρημένου. Ὁ δὴ κῶνος οὗτος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, [p] κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον, τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τῶ ὃν ἔχει

[k] περιγεγραμμένον σχῆμα [l] Sic MS. [m] ταῖς [n] καὶ ἁ ΒΖ [o] ὃν ἔχει ἁ ΕΗ [p] Sic MS.

ἁ ΘΔ ποτὶ τὰν ΕΔ, καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΘ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΑ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΘ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΑ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ ΒΘ, ΘΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ. Ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ ΘΔ ποτὶ τὰν ΕΔ, τοῦτον ἐχέτω ἁ ΞΔ ποτὶ τὰν ΘΔ. Ἕξει οὖν καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΔ, ὃν ἁ ΔΘ ποτὶ τὰν ΔΕ. Ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ ΞΔ, ΘΒ, ποτὶ τὸ ὑπὸ ΒΘΔ, καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ. Ἕξει οὖν ὁ μὲν κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ. Ὁ δὲ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον, ποτὶ τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν αὐτῷ, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ, ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ΖΕ, ΕΔ, τουτέστιν ἁ ΒΕ ποτὶ ΕΖ. Τὸ γὰρ ἔλασσον ἢ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, δέδεικται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα, τᾶς τε ἡμισέας τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μείζονος τμάματος, ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος. Οὗτος δέ ἐστιν ὃν ἔχει ἁ ΖΕ ποτὶ τὰν ΒΕ. Ὁ ἄρα κῶνος ὁ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος, ποτὶ τὸ τμᾶμα * τοῦ σφαιροειδέος ἔλασσον ἢ τὸ ἡμίσεον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΔΕ. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΞΔ· τετραπλάσιον γὰρ ἑκάτερον. Ὁ δὲ κῶνος ὁ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ τμᾶμα, τὸ ἔλασσον ἢ τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ· ἔχει καὶ τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ τμᾶμα τὸ ἔλασσον αὐτοῦ, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕΔ. Ὥστε καὶ τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἁ ὑπερέ-

ΘΔ ad ΕΔ, tum ex ea, quam habet quadratum, quod a ΚΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΕΑ. Ratio autem, quam habet quadratum, quod deſcribitur a ΚΘ, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΕΑ, eadem eſt atque illa, quam habet ſpatium, quod ſub ΒΘ, ΘΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΕ, ΕΔ. Jam vero quam rationem habet ΘΔ ad ΕΔ, hanc habeat ΞΔ ad ΘΔ. Habebit igitur ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΘ, ΘΔ, eam rationem, quam ΔΘ ad ΔΕ. Quæ autem ratio componitur tum ex ea, quam habet ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΘΒ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΘΔ, tum ex ea, quam habet ſpatium, quod ſub ΒΘ, ΘΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΕ, ΕΔ, hæc eadem eſt atque illa, quam habet ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΕ, ΕΔ. Conus igitur, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum ΚΛ deſcribitur, et verticem punctum Δ, ad conum, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, et verticem punctum Δ, eamdem rationem habet, quam ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad ſpatium, quod continetur, ſub ΒΕ, ΕΔ. Conus autem, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, et verticem punctum Δ, ad ſegmentum ſphæroidis, quod eamdem ac ipſe baſim habet, eumdemque axem, eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΒΕ, ΕΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΖΕ, ΕΔ; hoc eſt, quam ΒΕ ad ΕΖ. Demonſtratum enim eſt minus quam dimidium ſphæroidis ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, eam habere rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ axis ſphæroidis, tum axi majoris ſegmenti, ad axem majoris ſegmenti. Hæc autem ea eſt, quam habet ΖΕ ad ΒΕ. Conus igitur, qui in dimidio ſphæroidis eſt, ad ſegmentum ſphæroidis dimidio minus eamdem habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΖΕ, ΔΕ. Et quoniam tota ſphærois ad conum, qui in dimidio ſphæroidis eſt, eam rationem habet, quam ſpatium, quod ſub ΖΗ, ΞΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΘ, ΞΔ: utrumque enim quadruplum eſt. Conus autem, qui in dimidio ſphæroidis eſt, ad ſegmentum ſphæroidis dimidio minus eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΖΕ, ΕΔ: tota etiam ſphærois ad ſegmentum ipſius et minus eamdem rationem habuerit, quam ſpatium, quod ſub ΖΗ, ΞΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΖΕΔ. Quare etiam majus ſphæroidis ſegmentum ad minus eamdem rationem habet, quam exceſſus, quo ſpatium, quod ſub

* τοῦ σφαιροειδέος τὸ ἔλασσον τοῦ ἡμίσεος

ZH, ΞΔ continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub ZE, ΔE, ad ſpatium, quod continetur ſub ZEΔ. Spatium autem, quod ſub ZH, ΞΔ continetur, ſpatium, quod continetur ſub ZE, EΔ, excedit ſpatio, quod continetur ſub ΞΔ, EH, et ſpatio, quod continetur ſub ZE, ΞE. Igitur majus ſphæroidis ſegmentum ad minus, eamdem habet rationem, quam ſpatium utrique æquale, ſpatio, quod ſub ΞΔ, EH, ſpatioque, quod ſub ZE, ΞE continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ZE, EΔ. Minus autem ſphæroidis ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ipſe baſim habet, eumdemque axem, eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ZE, EΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub BE, EΔ: habet enim eam, quam ZE ad BE. Et conus, qui in minore ſegmento eſt, ad conum, qui eſt in majore ſegmento, eum habet rationem, quam ſpatium, quod ſub BE, EΔ continetur, ad quadratum, quod a BE deſcribitur. Hi enim coni, cum eamdem baſim habeant, eamdem quam altitudines rationem habent. Igitur majus ſphæroidis ſegmentum ad conum, qui in ipſo ſegmento eſt, eam habet rationem, quam ſpatium utrique æquale, ſpatio, quod ſub ΞΔ, EH, ſpatioque, quod ſub ZE, ΞE continetur, ad quadratum, quod a BE deſcribitur. Hæc autem ratio eadem eſt atque illa, quam habet EH ad EΔ. Spatium enim, quod ſub ΞΔ, EH continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΞΔ, EΔ, eam rationem habet, quam EH ad EΔ: et ſpatium, quod ſub ZE, ΞE continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ZE, ΘE eam habet rationem, quam EH ad EΔ. Habet enim ΞE ad ΘE eamdem rationem quam EH ad EΔ; quoniam proportionales ſunt ΞΔ, ΘΔ, ΔE: æqualiſque eſt ΘΔ ipſi HΔ. Igitur ſpatium utrique æquale, ſpatio, quod ſub ΞΔ, EH continetur, ſpatioque, quod continetur ſub ZE, ΞE, ad ſpatium æquale utrique, ſpatio, quod ſub ΞΔ, EΔ continetur, ſpatioque, quod continetur ſub ZE, ΘE, eamdem habet rationem, quam EH ad EΔ. Quod autem quadratum a BE deſcribitur, id utrique æquale eſt, ſpatio, quod ſub ΞΔ, EΔ, continetur, ſpatioque, quod continetur ſub ZE, ΘE. Quadratum enim, quod a BΘ deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod ſub ΞΔ, EΔ continetur: et exceſſus, quo quadratum, quod a BE deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur a BΘ, ſpatio æqualis eſt, quod continetur ſub ZE, ΘE; quoniam BΘ, BZ æquales ſibi invicem ſunt. Conſtat igitur majus ſphæroidis ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, eam habere rationem, quam EH ad EΔ.

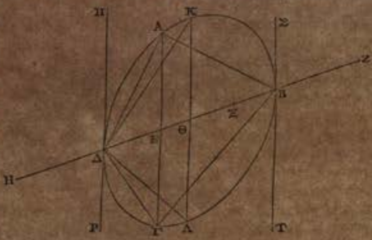
χει ᾧ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ τοῦ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕΔ. Ὑπερέχει δὲ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΖΔ τοῦ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ, τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΗ περιεχομένῳ, καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΞΕ. Ἔχει ἄρα τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἔλαττον, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΗ, καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΞΕ, ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ. Τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν αὐτῷ, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον [r] ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ· τοῦτον γὰρ ἔχει τὸν λόγον ὃν ἁ ΖΕ ποτὶ τὰν ΒΕ. Ὁ δὲ κῶνος, ὁ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμάματι, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἐν τῷ μείζονι τμάματι, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΕ τετράγωνον. Τὸν γὰρ τῶν ὑψέων λόγον ἔχοντι οἱ κῶνοι, ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτάν. [s] Ἔχει ἂν καὶ τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένον [t] τοῦτον τὸν λόγον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΗ, καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΞΕ, ποτὶ τὸ τετράγωνον, τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΕ. Οὗτος δὲ αὐτός ἐστι τῷ ὃν ἔχει ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ. Τὸ γὰρ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΗ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΔ, τοῦτον ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ· καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΞΕ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΘΕ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ. [u] Ἁ γὰρ ΞΕ ποτὶ τὰν ΘΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ, διὰ τὸ ἀνάλογον [v] εἶμεν τὰς ΞΔ, ΘΔ, ΔΕ· καὶ [x] τὰν ΘΔ ἴσαν τε εἶμεν τᾷ ΗΔ. Καὶ τὸ ἴσον ἂν ἀμφοτέροις τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΗ, καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΞΕ, ποτὶ τὸ ἴσον συναμφοτέροις, τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΔ, καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΘΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ. Τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ΕΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶν ἀμφοτέροις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΔ, καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΘΕ. Τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ τᾶς ΒΘ τετράγωνον ἴσον τῷ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΔ περιεχομένῳ· ᾇ δὲ ὑπεροχᾷ ᾧ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΕ τετράγωνον τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΘ, ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΘΕ, ἐπεὶ ἴσαι ἁ ΒΘ, ΒΖ. Δῆλον οὖν ὅτι τὸ μεῖζον τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ.

[r] τοῦ ἔχει τὸν λόγον ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕΔ. Τὸν γὰρ αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΘΖ ποτὶ τὰν ΒΕ [s] ἔχοντα [t] τοῦτον τὸν λόγον ὃν in MS. deſunt. [u] αἱ γὰρ [v] τὸ εἶμεν [x] τὰν ΘΔ

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λδ'.

Καὶ τοίνυν αἴκα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ τὸ σφαιροειδὲς, μὴ δὲ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμᾶμα αὐτοῦ ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, [1] τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν αἱ συναμφότεραι ἴσαι τᾷ ἡμισέᾳ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν γενομένων τμαμάτων, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος, ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμάματος.

Τετμάσθω τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἴρηται· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ [2] ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓΔ, ὀξυγωνίου κώνου τομά· τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἁ ΓΑ εὐθεῖα. Παρὰ δὲ τὰν ΑΓ ἄχθωσαν αἱ ΠΡ, ΣΤ ἐπιψαύουσαι τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰ Δ, Β· καὶ ἀνεστακέτω ἀπ' αὐτᾶν ἐπίπεδα παράλληλα τῷ κατὰ [3] τὰν ΑΓ. Ἐπιψαυσοῦντι δὲ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ Β, Δ. καὶ ἐσσοῦνται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων τὰ Β, Δ. Ἄχθω δὴ ἁ τὰς κορυφὰς ἐπιζευγνύουσα τῶν γινομένων τμαμάτων ἁ ΒΔ. Πεσεῖται δὲ αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου, καὶ ἔστω κέντρον τὸ Θ. Μεῖζον δὲ [4] ἢ τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα, οὗ κορυφὰ τὸ Β· ποτικείσθω γὰρ ἁ ΔΗ ἴσα τᾷ ΔΘ, καὶ ἁ ΒΖ τᾷ αὐτᾷ. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τὸ μεῖζον ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ.



Τετμάσθω γὰρ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου παραλλήλῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπιπέδῳ· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος ἀπότμαμα κώνου, κορυφὰν ἔχον τὸ Δ σαμεῖον· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ΔΘ ποτὶ τὰν ΕΔ, τοῦτον [5] ἐχέτω ἁ ΞΔ ποτὶ τὰν ΘΔ. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσεται, ὅτι τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι ἐγγεγραμμένου, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ· καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένου, ποτὶ τὸ τμᾶμα τὸ ἐν ᾧ ἐγγέγραπται, τὸν αὐτὸν [6] ἔχον λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ. Ἔχει δὴ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου, ποτὶ τὸ ἐλασ-

PROP. XXXIV. Theor.

Quinetiam ſi ſphæroidea figura ſecetur non per centrum plano ad axem non recto, majus ejuſdem ſegmentum ad ſegmentum coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam habebit rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ ejus, quæ ſegmentorum, quæ oriuntur, vertices jungit, tum axi minoris ſegmenti, ad axem minoris ſegmenti.

Secetur ſphæroidea figura plano, ut dictum eſt; eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto; ſit figuræ quidem ſectio acutianguli coni ſectio ΑΒΓΔ; plani vero, quod figuram ſecat, recta ΓΑ. Ducantur autem ipſi ΑΓ parallelæ ΠΡ, ΣΤ, quæ acutianguli coni ſectionem in punctis Δ, Β contingant: excitenturque ab iiſdem plana acto per ΑΓ plano parallela. Hæc utique contingent ſphæroiden in punctis Β, Δ; eruntque Β, Δ ſegmentorum vertices. Itaque ducatur ΒΔ ſegmentorum, quæ oriuntur, vertices jungens; quæ quidem per centrum tranſibit, quod ſit punctum Θ. Majus autem dimidio ſphæroidis ſegmentum illud ſit, cujus vertex eſt punctum Β: apponaturque ΔΗ æqualis ipſi ΔΘ; itemque ΒΖ eidem æqualis. Oportet demonſtrare, majus ſphæroidis ſegmentum ad ſegmentum coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, eam habere rationem quam ΕΗ ad ΕΔ.

Secetur enim ſphærois plano per centrum acto, eique quod per ΑΓ actum eſt parallelo: et inſcribatur dimidio ſphæroidis ſegmentum coni verticem habens punctum Δ: et quam rationem habet ΔΘ ad ΕΔ, hanc habeat ΞΔ ad ΘΔ. Demonſtrabitur pariter, ac ſupra, ſegmentum coni, quod dimidio ſphæroidis inſcriptum eſt, ad ſegmentum coni, quod inſcriptum eſt minori ſegmento eamdem habere rationem, quam ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΕ, ΕΔ: et ſegmentum coni, quod minori ſegmento inſcriptum eſt, ad id, cui inſcriptum eſt, ſegmentum eamdem rationem habere, quam ſpatium, quod ſub ΒΕ, ΕΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΖΕ, ΕΔ. Habebit igitur ſegmentum coni, quod dimidio

[1] τοῦτον ἔχει [2] ἐπιπέδῳ, ἀλλὰ διὰ τό [3] Sic MS. [4] Sic MS. [5] ἐχέτω [6] ἔχοντα

4 K

ſphæroidis inſcriptum eſt, ad minus ſphæroidis ſegmentum rationem eamdem, quam ſpatium, quod ſub Ξ Δ, Β Θ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Ζ Ε, Ε Δ. Itaque tota ſphærois ad ſegmentum coni, quod dimidio ſphæroidis inſcriptum eſt, eamdem rationem habebit, quam ſpatium, quod ſub Ζ Η, Ξ Δ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Β Θ, Ξ Δ. Utrumque enim utriuſque quadruplum eſt. Habet autem ſegmentum coni, quod diximus, ad minus ſphæroidis ſegmentum eamdem rationem, quam ſpatium, quod ſub Ξ Δ, Β Θ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Ζ Ε, Ε Δ. Habebit igitur tota ſphærois ad minus ſphæroidis ejuſdem ſegmentum rationem eamdem, quam ſpatium, quod ſub Ζ Η, Ξ Δ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Ζ Ε, Ε Δ. At majus ſphæroidis ſegmentum ad minus eamdem habet rationem, quam exceſſus, quo ſpatium, quod ſub Ζ Η, Ξ Δ continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub Ζ Ε, Ε Δ ad ſpatium ſub Ζ Ε, Ε Δ: minus vero ſphæroidis ſegmentum ad ſegmentum coni, quod eidem inſcriptum eſt, eamdem habet rationem, quam ſpatium, quod ſub Ζ Ε, Ε Δ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Β Ε, Ε Δ. Demonſtratum enim eſt eam habere, quam Ζ Ε ad Β Ε. Denique ſegmentum coni, quod minori ſegmento inſcriptum eſt, ad ſegmentum coni, quod inſcriptum eſt majori ſegmento, eamdem habet rationem, quam ſpatium, quod ſub Β Ε, Ε Δ continetur, ad quadratum, quod a Β Ε deſcribitur. Horum enim, quæ diximus, conorum ſegmenta, cum eamdem baſim habeant, eamdem quam altitudines rationem habent. Hæ vero altitudines eamdem habent, quam Δ Ε ad Ε Β. Igitur majus ſphæroidis ſegmentum ad ſegmentum coni, quod eidem inſcriptum eſt, eamdem rationem habebit, quam exceſſus, quo ſpatium, quod ſub Η Ζ, Ξ Δ continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub Ζ Ε Δ, ad quadratum, quod a Β Ε deſcribitur. Quæ quidem ratio pariter, ac ſupra, eadem eſſe demonſtrabitur atque illa, quam habet Ε Η ad Ε Δ.

σον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Ξ Δ, Β Θ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε, Ε Δ. Ἕξει οὖν τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμίσει τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Ζ Η, Ξ Δ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Β Θ, Ξ Δ. Τετραπλάσιον γὰρ ἑκατέρου ἑκατέρου. Τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Ξ Δ, Β Θ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε, Ε Δ. Ἕξει οὖν τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα αὐτοῦ τοῦ σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Ζ Η, Ξ Δ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε, Ε Δ. Αὐτὸ δὲ τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ὑπεροχά, [a] ᾇ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Ζ Η, Ξ Δ, τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τᾶν Ζ Ε, Ε Δ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε, Ε Δ· τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε, Ε Δ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Β Ε, Ε Δ. Δέδεικται γὰρ τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἁ Ζ Ε ποτὶ τὰν Β Ε. Τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, τοῦ ἐν τῷ [b] ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένου, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ μείζονι τμάματι ἐγγεγραμμένου, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν Β Ε, Ε Δ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Β Ε τετράγωνον. Τὰ γὰρ ἀποτμάματα τῶν κώνων τὰ εἰρημένα [c] τῶν ὑψέων λόγον ἔχοντι, τὰν αὐτὰν ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι. Τὰ δὲ ὕψεα αὐτῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι τῷ τᾶς Δ Ε ποτὶ τὰν Ε Β. Ἔχει καὶ τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ὑπεροχά, [d] ᾇ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Η Ζ, Ξ Δ, τοῦ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε Δ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Β Ε τετράγωνον. Ὁ δὲ λόγος οὗτος, ὁμοίως τῷ πρότερον δειχθήσεται, ὁ αὐτὸς ἐὼν τῷ ὃν ἔχει ἁ Ε Η ποτὶ τὰν Ε Δ.

TORELLUS IN PROP. XII.

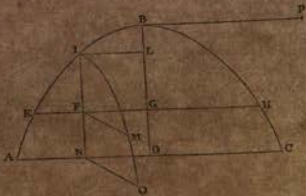
* *Τούτων δὲ πάντων φανεραί ἐντι αἱ ἀποδείξιες.* Horum autem omnium demonſtrationes manifeſtæ ſunt. Ita ego verti, ne a naturali atque obvia Græci vocabuli ſignificatione recederem: ſed mallim, in aperto ſunt. Qui enim manifeſtiores ſunt hæ demonſtrationes, quam quæ mox ſequuntur, quas tamen Archimedes non prætermiſit? Cœterum quemadmodum non conceſſerim eas manifeſtas eſſe, ita neque adeo obſcuras, ut in iis, quod Rivaltus fecit, plus æquo laborandum ſit. Revera enim hujuſmodi ſunt, ut, ſi recta via incedas, minimo negotio res confici poſſit. Itaque tria nobis demonſtranda proponimus: nam reliqua, quæ conſulto prætermittimus, ipſa per ſe patent.

[a] ἃ ὑπερέχει [b] μείζων [c] τὸ τῶν [d] ᾗ

* Vide Pag. 2[illegible]5.

PROP. I.

Si rectangula conois plano ſecetur ſecundum axem acto, ſectio erit rectanguli coni ſectio eadem atque illa, quæ figuram comprehendit. Diameter autem ipſius erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur. Secetur rectangula conois plano, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto, ſit conoidis quidem ſectio rectanguli coni ſectio A B C; plani vero, quod ſecat, recta I N. Ac ſit conoidis axis idemque ſectionis diameter B D. Intelligantur modo ſumpta eſſe in ſectione duo puncta M, O: et ducantur ab hiſce punctis rectæ M F, O N ad I N normales. Hæ normales utique erunt etiam ad id planum, in quo rectanguli coni ſectio eſt A B C; quoniam planum, quod ſecat, ad idem planum eſt rectum. Ducantur porro per puncta F, N rectæ E H, A C, quæ æquales cum B D angulos efficiant: et per rectas E H, M F; A C, O N agantur plana. Hæc recta utique erunt ad B D: et ſecabitur conois planis ad axem rectis. Quare ſectiones circuli erunt, quorum centra puncta G, D: hoc enim manifeſtum eſt: ideoque rectæ M F, O N ſpatia facient æqualia, altera quidem ei, quod ſub E F H continetur; altera vero ei, quod continetur ſub A N C. Ducatur poſtremo per punctum I recta I L ipſis E H, A C parallela. Quoniam igitur ſectio A B C rectanguli coni ſectio eſt, ut quadratum, quod ab E G deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab I L, ita ſe habet B G ad B L. Et dividendo, ut exceſſus, quo quadratum, quod ab E G deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab I L, ad quadratum, quod deſcribitur ab I L, ita ſe habet exceſſus, quo B G ipſam B L excedit, ad B L. Æqualis eſt autem exceſſus, quo quadratum, quod ab E G deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab I L, hoc eſt F G, ſpatio, quod continetur ſub E F H, hoc eſt quadrato, quod deſcribitur ab F M: et exceſſus, quo B G ipſam B L excedit, æqualis ipſi L G, hoc eſt I F. Ut igitur quadratum, quod ab F M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab I L, ita ſe habet I F ad B L. Eodem modo, proportione inverſa, demonſtrabitur, ut quadratum, quod ab I L deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab N O, ita ſe habere B L ad I N. Igitur æqua, eademque ordinata proportione, ut quadratum, quod ab F M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab N O, ita ſe habet I F ad I N. Itaque ſectio I M O rectanguli coni ſectio eſt, cujus diameter I N. At vero eandem eſſe atque ſectionem A B C, quæ figuram comprehendit, hoc pacto demonſtrabitur. Sit B P ea recta, ad quam exiguntur quadrata a rectis deſcripta, quæ ad axem B D ordinate ducuntur, quæ alio nomine rectum ſectionis latus vocatur. Erit igitur quadratum, quod ab I L deſcribitur, æquale ſpatio, quod ſub L B P continetur. Et quoniam ſupra demonſtratum eſt, ut quadratum, quod ab F M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab I L, ita ſe habere I F ad B L; ideo ut quadratum, quod ab F M deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub L B P, ita ſe habebit I F ad B L: et ſumpta communi altitudine B P, ita ſpatium, quod ſub I F, B P continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub L B P. Quæ autem ad eamdem magnitudinem eandem rationem habent, ea æqualia ſunt. Æquale eſt igitur quadratum, quod ab F M deſcribitur, ſpatio, quod ſub I F, B P continetur. Propterea ſectio I M O eadem eſt atque ſectio A B C.

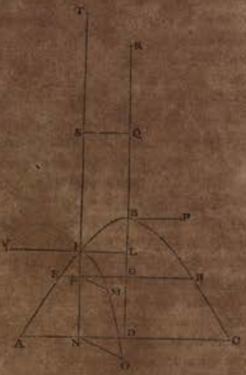


PROP. II.

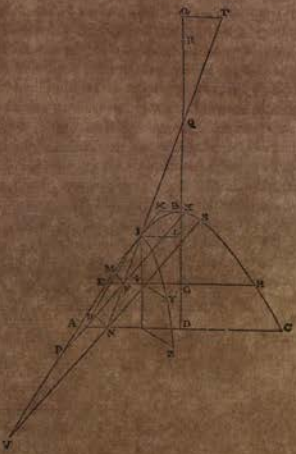
Si obtuſiangula conois plano ſecetur acto ſive ſecundum axem, ſive per verticem coni conoiden continentis, ſectio erit obtuſianguli coni ſectio. Et ſi quidem ſecundum axem, ei ſimilis erit, quæ figuram comprehendit: ſi vero per verticem coni conoiden continentis, non ſimilis. Diameter autem ſectionis erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur.

Secetur primo obtuſiangula conois plano ſecundum axem acto: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto, ſit conoidis quidem ſectio obtuſianguli coni ſectio A B C; plani vero, quod ſecat, recta I N. Ac ſit conoidis axis idemque ſectionis diameter B D, et producatur ad oppoſitam uſque ſectionem, cujus vertex punctum R. Intelligantur modo ſumpta eſſe in ſectione duo puncta M, O: et ducantur ab hiſce punctis rectæ M F, O N ad I N

normales. Hæ normales utique erunt etiam ad id planum, in quo obtuſianguli coni ſectio eſt A B C. Ducantur porro per puncta F, N rectæ E H, A C, quæ æquales cum B D angulos efficiant: et per rectas E H, M F; A C, O N agantur plana. Hæc recta utique erunt ad B D: et ſecabitur conois planis ad axem rectis. Quare ſectiones circuli erunt, quorum centra puncta G, D: et ideo rectæ M F, O N ſpatia facient æqualia, altera quidem ei, quod ſub E F H continetur; altera vero ei, quod continetur ſub A N C. Ducatur poſtremo a puncto I recta I L ipſis E H, A C parallela; et producatur I N ad punctum T, ita ut pars ejus I S alteri ejus parti S T æqualis ſit; nimirum ducta ab oppoſitarum ſectionum centro Q recta Q S ad I T normali. Quoniam igitur ſectio A B C obtuſianguli coni ſectio eſt, ut quadratum, quod ab E G deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab I L, ita ſe habet ſpatium, quod ſub R G B continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub R L B. Et dividendo, ut exceſſus, quo quadratum, quod ab E G deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab I L, ad quadratum, quod deſcribitur ab I L, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub R G B continetur, ſpatium excedit, quod continetur ſub R L B, ad ſpatium, quod continetur ſub R L B. Æqualis eſt autem exceſſus, quo quadratum, quod ab E G deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab I L, ſpatio, quod continetur ſub E F H; hoc eſt quadrato, quod deſcribitur ab M F. Ut igitur quadratum, quod ab M F deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab I L, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub R G B continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub R L B ad ſpatium quod continetur ſub R L B. Eodem modo, inverſa proportione, demonſtrabitur, ut quadratum, quod ab I L deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab O N, ita ſe habere ſpatium, quod ſub R L B continetur, ad exceſſum, quo ſpatium, quod ſub R D B continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub R L B. Igitur æqua, eademque ordinata proportione, ut quadratum, quod ab M F deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab N O, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub R G B continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub R L B, ad exceſſum, quo ſpatium, quod ſub R D B continetur, ſpatium excedit, quod continetur ſub R L B. Æqualis eſt autem exceſſus, quo ſpatium, quod ſub R G B continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub R L B, exceſſui, quo quadratum, quod a G Q deſcribitur, quadratum excedit, quod deſcribitur ab L Q: et exceſſus, quo ſpatium, quod ſub R D B continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub R L B, æqualis exceſſui, quo quadratum, quod a D Q deſcribitur, quadratum excedit, quod deſcribitur ab L Q. Igitur ut quadratum, quod ab M F deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab O N, ita ſe habet exceſſus, quo quadratum, quod a G Q deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab L Q, ad exceſſum, quo quadratum, quod a D Q deſcibitur, quadratum excedit, quod deſcribitur ab L Q. Æqualis eſt autem exceſſus, quo quadratum, quod a G Q deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab L Q, ſpatio, quod ſub T F I continetur: et exceſſus, quo quadratum, quod a D Q deſcribitur, quadratum excedit quod deſcribitur ab L Q, æqualis ſpatio, quod continetur ſub T N I. Igitur ut quadratum, quod ab M F deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab O N, ita ſe habet ſpatium, quod ſub T F I continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub T N I. Itaque ſectio I M O obtuſianguli coni ſectio eſt, cujus diameter I N. At vero ſimilem eſſe ſectioni A B C, quæ figuram comprehendit, hoc pacto demonſtrabitur. Sint rectæ I V, B P ſectionum I M O, A B C latera, quæ recta vocantur. Et quoniam ſupra demonſtratum eſt, ut quadratum, quod ab M F deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab I L, ita ſe habere exceſſum, quo ſpatium, quod ſub R G B continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub R L B, ad ſpatium, quod continetur ſub R L B; ideo permutando, ut quadratum, quod ab M F deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub T F I continetur; quod quidem ſpatium exceſſui, quam modo diximus, æquale eſt; ita ſe habebit quadratum, quod ab I L deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub R L B. Se habet autem ut quadratum, quod ab M F deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub T F I continetur, ita I V ad T I: et ut quadratum, quod ab I L deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub R L B ita B P ad R B. Se habet igitur ut I V ad T I, ita B P ad B R. Propterea ſectio I M O ſimilis eſt ſectioni A B C. Quæ prima erat propoſitionis pars.



Secetur autem ſecundo obtuſiangula conois plano acto per coni verticem conoiden continentis: eademque, quæ ſupra, conſtruantur. Ducantur præterea per puncta B, I rectæ BK, IK ſectionem ABC contingentes: et per puncta F, N ipſi IK parallelæ PX, VS: producaturque IQ ad oppoſitam uſque ſectionem, ut ipſam in puncto T contingat. Quoniam igitur EH, PX parallelæ ſunt rectis BK, IK, ſectionem ABC in punctis B, I contingentibus; ut ſpatium, quod ſub EFH continetur, hoc eſt quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub PFX, ita ſe habet quadratum, quod a BK deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IK. Eadem ratione, ut ſpatium, quod ſub ANC continetur, hoc eſt quadratum, quod ab ON deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub VNS, ita ſe habet quadratum, quod a BK deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IK. Ut igitur quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ON, ita ſe habet ſpatium, quod ſub PFX continetur; hoc eſt quadratum quod a PF deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub VNS; hoc eſt quadratum, quod deſcribitur ab VN. Se habet autem ut quadratum, quod a PF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab VN, ita ſpatium, quod ſub TFI continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub TNI. Se habet igitur, ut quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ON, ita ſpatium, quod ſub TFI continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub TNI. Itaque ſectio IMO obtuſianguli coni ſectio eſt, cujus diameter IN. At vero non eſſe ſectioni ABC ſimilem, hoc pacto demonſtrabitur. Sit enim, ſi fieri poteſt, ſimilis: et intelligatur per punctum I actum eſſe planum ſecundum axem BD, quod in conoide ſectionem faciat IYZ. Erit utique ſectio IMO ſimilis etiam ſectioni IYZ, quam ipſi ABC ſimilem eſſe demonſtravimus. Et quoniam ut TF ad FI, ita ſe habet, propter triangulorum ΩQT, FQG ſimilitudinem, ΩG ad GL; ideo ut MF ad FI, ita ſe habuerit YΨ ad ΨI; et permutando, ut MF ad YΨ, ita FI ad IΨ. Quod fieri non poteſt. Minor ſi quidem eſt MF quam YΨ; et FI major quam IΨ. Propterea ſectio IMO non eſt ſimilis ſectioni ABC. Quæ erat propoſitionis pars altera.



PROP. III.

Si ſphæroideon figurarum utralibet plano ſecetur ſecundum axem acto, ſectio erit acutianguli coni ſectio ei ſimilis, quæ figuram comprehendit. Diameter autem ſectionis erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur.

Secetur longa ſphærois plano, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto, ſit ſphæroidis quidem ſectio acutianguli coni ſectio DEBH; plani vero, quod ipſam ſecat, recta IK. Ac ſit ſphæroidis axis idemque ſectionis diameter BD; centrum punctum C; minorque diameter RC, quæ ipſam IK in puncto P ſecet. Intelligantur modo ſumpta eſſe in ſectione duo puncta M, O: eademque, quæ in ſuperioribus propoſitionibus, conſtruantur. Eodem modo demonſtrabitur, ſectiones, quæ fiunt a planis per rectas EH, MF; itemque ST, ON actis circulos eſſe, quorum centra puncta G, V: ideoque rectas MF, ON ſpatia facere æqualia, alteram quidem ei, quod ſub EFH continetur; alteram vero ei, quod continetur ſub SNT. Quoniam igitur ſectio DEBH acutianguli coni ſectio eſt, ut quadratum, quod ab SV deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet ſpatium, quod ſub DVB continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub DLB. Et dividendo, ut exceſſus, quo quadratum, quod ab SV deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab IL, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub DVB continetur, ſpatium excedit, quod conti-

netur ſub D L B, ad ſpatium, quod continetur ſub D L B. Æqualis eſt autem exceſſus, quo quadratum, quod ab S V deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ad I L, hoc eſt N V, ſpatio, quod continetur ſub S N T, hoc eſt quadrato, quod deſcribitur ab O N. Ut igitur quadratum, quod ab O N deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab I L, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub D V B continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub D L B, ad ſpatium, quod continetur ſub D L B. Eodem modo, inverſa proportione, demonſtrabitur ut quadratum, quod ab I L deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab M F, ita ſe habere ſpatium quod ſub D L B continetur, ad exceſſum, quo ſpatium, quod ſub D G B continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub D L B. Igitur æqua eademque ordinata proportione, ut quadratum, quod ab O N deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab M F, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub D V B continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub D L B, ad exceſſum, quo ſpatium, quod ſub D G B continetur, ſpatium excedit, quod continetur ſub D L B. Æqualis eſt autem exceſſus, quo ſpatium, quod ſub D V B continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub D L B, exceſſui, quo quadratum, quod a C L, hoc eſt P I, deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur a C V, hoc eſt P N: et exceſſus, quo ſpatium, quod ſub D G B continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub D L B, æqualis exceſſui, quo quadratum, quod a C L, hoc eſt P I, deſcribitur, quadratum excedit, quod deſcribitur a C G, hoc eſt P F. Ut igitur quadratum, quod ab O N deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab M F, ita ſe habet exceſſus, quo quadratum, quod a P I deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur a P N, ad exceſſum, quo quadratum, quod a P I deſcribitur, quadratum excedit, quod deſcribitur a P F. Æqualis eſt autem exceſſus, quo quadratum, quod a P I deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur a P N, ſpatio, quod ſub K N I continetur: et exceſſus, quo quadratum, quod a P I deſcribitur, quadratum excedit, quod deſcribitur a P F, æqualis ſpatio, quod continetur ſub K F I. Igitur ut quadratum, quod ab O N deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab M F, ita ſe habet ſpatium, quod ſub K N I continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub K F I. Itaque ſectio I M K, acutianguli coni ſectio eſt, cujus diameter I K. At vero ſimilem eſſe ſectioni D E B H, quæ figuram comprehendit, hoc pacto demonſtrabitur. Ducatur a P recta Q P ad I K normalis; quæ quidem dimidia pars erit minoris diametri ſectionis I M K. Demonſtrabitur pariter ac ſupra, ut quadratum, quod a Q P deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab I L, ita ſe habere quadratum, quod a P I deſcribitur, ad ſpatium quod continetur ſub D L B. Et permutando. Se habet autem ut quadratum, quod ab I L deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub D L B, ita quadratum, quod ab R C deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a B C. Se habet igitur ut quadratum, quod a Q P deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a P I, ita quadratum, quod ab R C deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a B C: ideoque etiam, ut Q P ad P I, ita R C ad B C. Si enim quatuor fuerint ſpatia ſimilia, ſibique invicem proportionalia, proportionales ſibi invicem erunt et rectæ lineæ, a quibus deſcribuntur. Propterea ſectio I O K ſimilis eſt ſectioni E B H D. Liceat autem, quæ de longa ſphæroide demonſtrari, etiam ad latam ſimili ratione transferre.



Porro hæ demonſtrationes brevius aliquanto confici poſſunt, ſi propoſitionibus quibuſdam utaris; quod ipſi fecimus in altera ſecundæ propoſitionis parte; quas ab aliis atque aliis ductas in tertio Conicorum libro Apollonius demonſtravit. Sed hoc, opinor, ad nitorem atque elegantiam pertinet, quodcunque demonſtrandum ſuſceperis, quam pauciſſimis ſuperſtruere.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΨΑΜΜΙΤΗΣ.

ARCHIMEDIS

ARENARIUS.

ΟΙΟΝΤΑΙ τινὲς, [a] Βασιλεῦ Γέλων, τοῦ ψάμμου τὸν ἀριθμὸν ἄπειρον εἶμεν τῷ πλήθει. Λέγω δὲ, οὐ μόνον τοῦ περὶ Συρακούσας τε καὶ τὰν ἄλλαν Σικελίαν ὑπάρχοντος· ἀλλὰ καὶ τοῦ κατὰ πᾶσαν χώραν τάν τε οἰκημέναν καὶ τὰν ἀοίκητον. [b] Ἐντὶ τινὲς δὲ, οἳ αὐτὸν [c] ἄπειρον μὲν εἶμεν οὐχ ὑπολαμβάνοντι· μηδένα μέντοι ταλικοῦτον κατωνομασμένον ὑπάρχειν, ὅστις ὑπερβάλλει τὸ πλῆθος αὐτοῦ. Οἱ δὲ οὕτως δοξάζοντες, δῆλον [d] ὡς, εἰ νοήσαιεν ἐκ τοῦ ψάμμου τηλικοῦτον ὄγκον συγκείμενον [e] εἶμεν, ἁλίκος ὁ πᾶς γᾶς ὄγκος, ἀναπεπληρωμένων ἐν αὐτῷ τῶν τε πελαγέων πάντων, καὶ τῶν κοιλωμάτων τᾶς γᾶς ἴσον ὕψος τοῖς ὑψηλοτάτοις τῶν ὀρέων· πολλαπλασίως μὴ γνῶντο μηδ' [f] ἐν ἀκαρεῖ ἔμμεναι ὑπερβάλλοντα τὸ πλῆθος αὐτοῦ. Ἐγὼ δὲ πειρασοῦμαι [g] τοῦτο δεικνύειν δι' ἀποδείξιων [h] γεωμετρικῶν, αἷς παρακολουθήσεις, ὅτι τῶν [i] ὑφ' ἁμῶν κατωνομασμένων ἀριθμῶν, καὶ ἐνδεδομένων ἐν τοῖς ποτὶ Ζεύξιππον [k] γεγραμμένοις, ὑπερβάλλοντι τινὲς οὐ μόνον τὸν ἀριθμὸν [l] τοῦ ψάμμου τοῦ [m] μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ γᾷ πεπληρωμένᾳ, καθάπερ εἴπαμεν, ἀλλὰ καὶ τὸν τοῦ [n] μέγεθος ἴσον ἔχοντος τῷ κόσμῳ. Κατέχεις δὲ ὅτι καλεῖται κόσμος ὑπὸ μὲν τῶν [o] πλείστων Ἀστρολόγων ἁ σφαῖρα, ἇς ἐστὶ [p] κέντρον μὲν τὸ τᾶς γᾶς κέντρον, [q] ἁ δ' ἐκ τοῦ κέντρου ἴσα τᾷ εὐθείᾳ τᾷ μεταξὺ τοῦ κέντρου τοῦ ἁλίου, καὶ τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς. Ταῦτα γὰρ ἐν ταῖς γραφομέναις παρὰ τῶν ἀστρολόγων διακούσας Ἀρίσταρχος ὁ Σάμιος [r] ὑποθεσίων ἐξέδωκεν γράψας· ἐν αἷς ἐκ τῶν ὑποκειμένων συμβαίνει, τὸν κόσμον πολλαπλάσιον [s] εἶμεν τοῦ νῦν εἰρημένου. Ὑποτίθεται γὰρ τὰ μὲν ἀπλανῆ τῶν ἄστρων, καὶ τὸν ἅλιον μένειν ἀκίνητον· τὰν

ARBITRANTUR nonnulli, Rex Gelo, arenæ numerum multitudine eſſe infinitum. Neque ejus tantum dico, quæ circa Syracuſas reliquamque Siciliam eſt; ſed ejus quoque, quæ circa regiones omnes cum habitabiles tum inhabitabiles. Quidam vero non illum quidem infinitum eſſe credunt; ſed nullum eſſe denominatum numerum adeo magnum, ut illius multitudinem excedat. Itaque eos, qui ita exiſtimant, manifeſtum eſt, ſi ejuſmodi arenæ molem animo comprehenderent, cujuſmodi eſſet totius terræ moles, ſi repletis in ea maribus, caviſque omnibus, excelſiſſimorum montium vertices exæquaret; multo minus ſibi perſuaſuros numerum aliquem in promptu eſſe, qui illius multitudinem excederet. Ego vero demonſtrare conabor, et quidem geometricis demonſtrationibus, quibus ipſe non repugnabis; eorum numerorum, qui denominati traditique a nobis ſunt in iis libris, quos ad Zeuxippum ſcripſimus, quoſdam eſſe, qui non modo ejus arenæ numerum excedant, cujus magnitudo terræ, ut diximus, repletæ æqualis ſit; ſed ejus quoque, cujus magnitudo ſit mundo æqualis. Optime autem noſti mundum a pleriſque Aſtrologis vocari ſphæram, cujus quidem centrum idem eſt atque terræ; quæ vero a centro ducitur, rectæ æqualis eſt, quæ inter ſolis, terræque centrum interjicitur. Hæc utique refellens Ariſtarchus Samius in poſitionibus edidit, quas adverſus Aſtrologos ſcripſit; ex quibus colligitur mundum eo, quem modo diximus, multo majorem eſſe. Ponit enim inerrantes quidem ſtellas, ſolemque ipſum immobiles

[a] Sic MS. [b] ἐν τινὲς [c] ἄπειρον ἢ εἶμεν [d] ὡς τὸν νοήσαιεν ἐκ τοῦ [e] τὰ μὲν ἄλλα, ἁ [f] μηδένα μὴ κα
[g] τοῦ δεικνύειν [h] γεωμετρικᾶν [i] ὑφάμμων [k] γεγραμμένοις [l] τὸν καὶ τοῦ ψάμμου [m] μέγεθος [n] μέγεθος
[o] πλείστων [p] κέντρον μὲν [q] ἁ δὲ τοῦ κέντρου . . . . αὐ εὐθείᾳ [r] ὑποθεσίων τινῶν

manere; terram vero circumferri per ambitum circuli circa ſolem, qui eſt in medio curriculo ſitus; denique ſphæram inerrantium ſtellarum, cujus idem eſt atque ſolis centrum, magnitudine ejuſmodo eſſe, ut circulus, per quem ponit terram circumferri, eam habeat rationem ad diſtantiam inerrantium ſtellarum, quam ſphæræ centrum habet ad ejus ſuperficiem. Hoc autem manifeſtum eſt fieri non poſſe. Cum enim ſphæræ centrum nullam habeat magnitudinem, neque ullam habere rationem ad ſphæræ ſuperficiem ponendum eſt. Credendus autem eſt Ariſtarchus hoc intellexiſſe: nimirum cum terra concipiatur quaſi mundi centrum; quam habet rationem terra ad mundum, quem diximus, hanc habere ſphæram, in qua circulus eſt, per quem ponit terram circumferri, ad inerrantium ſtellarum ſphæram. Nam demonſtrationes ſuas, phænomenis ita poſitis, conficit: maximeque videtur magnitudinem ſphæræ, in qua terram moveri vult, ponere ei, quem diximus, mundo æqualem. Itaque dicimus, ſi ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ponit Ariſtarchus inerrantium ſtellarum ſpæram eſſe; tunc id quoque demonſtratum iri, eorum numerorum, qui in Principiis denominantur, quoſdam eſſe, qui arenæ illius numerum multitudine excedant. Nimirum his poſitis; primum quidem, terræ ambitum eſſe quaſi tercentum myriadum ſtadiorum, non vero majorem. Cum enim alii demonſtrare conati ſint, quod tu minime ignoras, terræ ambitum eſſe quaſi triginta myriadum ſtadiorum; ego longe ſupergreſſus, poſito eodem quaſi decuplo majore, quam qui a prioribus illis exiſtimaretur, quaſi tercentum myriadum ſtadiorum non vero majorem, eſſe pono. Deinde terræ diametrum majorem eſſe diametro lunæ; et diametrum ſolis majorem diametro terræ; eadem pariter ſumens, quæ complures Superiorum Aſtrologorum. Poſtremo, ſolis diametrum quaſi trigintuplam eſſe diametri lunæ, non vero majorem. Cum enim ex Superioribus Aſtrologis, Eudoxus quidem Solis diametrum diametri lunæ quaſi nonuplam eſſe affirmaverit; Phidias vero Acupatri filius quaſi duodecuplam eſſe dixerit; denique Ariſtarchus demonſtrare conatus ſit majorem quidem eſſe quam duodevigintuplam, minorem vero quam vigintuplam; ego hunc quoque ſupergreſſus, ut quod propoſitum eſt ſine controverſia demonſtratum ſit, ſolis diametrum diametri lunæ quaſi trigintuplam, non vero majorem eſſe pono. Ad hæc, ſolis diame-

δὲ γᾶν περιφέρεσθαι περὶ τὸν ἅλιον κατὰ κύκλου περιφέρειαν, ὅς ἐστιν ἐν μέσῳ τῷ δρόμῳ κείμενος· τὰν δὲ τῶν ἀπλανῶν ἄστρων σφαῖραν, περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ ἁλίῳ κειμέναν, τῷ μεγέθει ταλικαύταν εἶμεν, [a] ὥστε τὸν κύκλον, καθ' ὃν τὰν γᾶν ὑποτίθεται περιφέρεσθαι, τοιαύταν ἔχειν ἀναλογίαν ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανῶν ἀποστασίαν, οἵαν ἔχει τὸ κέντρον τᾶς σφαίρας ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν. Τοῦτο δὲ εὔδηλον ὡς ἀδύνατόν ἐστιν. Ἐπεὶ γὰρ τὸ τᾶς σφαίρας κέντρον οὐδὲν ἔχει μέγεθος, οὐδὲ λόγον ἔχειν οὐδένα ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τᾶς σφαίρας ὑπολαπτέον [b] αὐτό. Ἐκδεκτέον δὲ τὸν Ἀρίσταρχον διανοεῖσθαι τόδε· ἐπειδὴ τὰν γᾶν ὑπολαμβάνομεν ὥσπερ μὲν τὸ κέντρον τοῦ κόσμου, ὃν ἔχει λόγον ἁ γᾶ ποτὶ τὸν ὑφ' ἁμῶν εἰρημένον κόσμον, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὰν σφαῖραν, ἐν ᾇ ἐστιν ὁ κύκλος, καθ' ὃν τὰν γᾶν [c] ὑποτίθεται περιφέρεσθαι, ποτὶ τὰν [d] τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν. Τὰς γὰρ ἀποδείξιας, τῶν φαινομένων οὕτως ὑποκειμένων, ἐναρμόζει· καὶ μάλιστα φαίνεται, τὸ μέγεθος τᾶς σφαίρας, ἐν ᾇ ποιεῖται τὰν γᾶν κινουμέναν, ἴσον ὑποτίθεσθαι τῷ [e] ὑφ' ἁμῶν εἰρημένῳ κόσμῳ. Φαμὲς δή, καὶ εἰ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου [f] σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν [g] ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν· [h] καὶ οὕτως τινὰς δειχθήσεσθαι τῶν ἐν Ἀρχαῖς τὰν κατονομασίαν ἐχόντων, ὑπερβάλλοντας τῷ πλήθει τὸν καὶ τὸν τοῦ ψάμμου, τοῦ μέγεθος [i] ἔχοντος ἴσον τᾷ εἰρημένᾳ σφαίρᾳ. Ὑποκειμένων δὲ πρῶτον μέν, [k] περίμετρον τᾶς γᾶς εἶμεν ὡς τ' [l] μυριάδων σταδίων, καὶ μὴ μείζω. Καίπερ τῶν πειρωμένων ἀποδεικνύειν, καθὼς καί τυ παρακολουθεῖς, ἐοῦσαν αὐτὰν ὡς λ' μυριάδων σταδίων· ἐγὼ δ' ὑπερβαλλόμενος, καὶ θεὶς τὸ μέγεθος τᾶς γᾶς ὡς [m] δεκαπλάσιον τοῦ ὑπὸ τῶν προτέρων δεδοξασμένου, τὰν περίμετρον αὐτᾶς ὑποτίθεμαι εἶμεν, [n] ὡς τ' μυριάδων σταδίων καὶ μὴ μείζω. Μετὰ δὲ τοῦτο, τὰν διάμετρον τᾶς γᾶς μείζονα [o] εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας· καὶ τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς ὁμοίως τὰ αὐτὰ [p] λαμβάνων τοῖς πλείστοις τῶν Προτέρων Ἀστρολόγων. Μετὰ δὲ ταῦτα, τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας [q] ὡς τριακονταπλασίαν εἶμεν, καὶ μὴ μείζονα. Καίπερ τῶν Προτέρων Ἀστρολόγων, [r] Εὐδόξου μέν, ὡς ἐννεαπλασίαν ἀποφαινομένου. Φειδία δὲ τοῦ Ἀκούπατρος, ὡς δωδεκαπλασίαν· Ἀριστάρχου δὲ πεπειραμένου δεικνύειν, ὅτι ἐστὶν ἁ διάμετρος ἁλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας, μείζων μὲν ἢ ὀκτωκαιδεκαπλασίων, ἐλάσσων δὲ ἢ εἰκοσαπλασίων· ἐγὼ δὲ ὑπερβαλλόμενος καὶ τοῦτον, ὅπως τὸ ὑποκείμενον ἀναμφίλογον ᾖ δεδειγμένον, ὑποτίθεμαι τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας, ὡς [s] τριακονταπλασίαν εἶμεν, καὶ [t] μὴ μείζονα. Ποτὶ δὲ τούτοις

[a] ἵνα τὸν κύκλον καθ' αὐτὰν γᾶν [b] αὐτὸ [c] ὑποτίθεται [d] τῶν ἀπλανῶν ἄστρων [e] ὑφ' ἁμῶν [f] σφαῖρα [g] ἀπλανέων ἄστρων [h] Sic MS. [i] ἔχοντος ex MS. [k] τὰν περίμετρον [l] μυριάδων [m] δεκαπλασίω [n] ὡς τ' μυριάδων σταδίων καὶ μὴ μείζω [o] εἶμεν [p] λαμβάνων [q] ὡς λ' πλασίων [r] εὔδοξε μὲν [s] τριακοντα- πλασίαν [t] μὴ μείζω

τὰν διάμετρον τῶ ἁλίω μείζονα εἶμεν τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς, τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ. Τοῦτο δὲ ὑποτίθεμαι, Ἀριστάρχου μὲν εἰρηκότος, τοῦ κύκλου τῶν ζωδίων τὸν ἅλιον φαινόμενον, ὡς τὸ εἰκοστὸν καὶ ἑπτακοσιοστόν. Αὐτὸς δὲ ἐπισκεψάμενος, τόνδε τὸν τρόπον ἐπειράθην, ὀργανικῶς λαβεῖν τὰν γωνίαν, ἐς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. Τὸ μὲν ὅμοιον ἀκριβὲς λαβεῖν οὐκ εὐχερές ἐστι· διὰ τό, μήτε τὰν ὄψιν, μήτε τὰς χεῖρας, μήτε τὰ ὄργανα, δι' ὧν [a] λαβεῖν, ἀξιοπίστως εἶμεν τὸ ἀκριβὲς ἀποφαίνεσθαι. Περὶ δὲ τούτων ἐπὶ τοῦ παρόντος οὐκ εὔκαιρον μακύνειν, ἄλλως τε καὶ πλεονάκις τοιούτων ἐμπεφανισμένων. Ἀποχρῆ δέ μοι, ἐς τὰν ἀπόδειξιν τοῦ προκειμένου, γωνίαν λαβεῖν, ἅ τίς ἐστι μὴ μείζων τᾶς γωνίας ἐς ἂν [b] ὁ ἅλιος ἐναρμόζῃ, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει καὶ πάλιν ἄλλαν γωνίαν λαβεῖν, [c] ἅ τίς ἐστιν οὐκ ἐλάττων τᾶς γωνίας ἐς [d] ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζῃ, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ [e] τᾷ ὄψει. Τεθέντος οὖν μακροῦ κανόνος ἐπὶ πέδου ὀρθὸν ἐν τόπῳ κείμενον, ὅθεν ἤμελλεν [f] ἀνατέλλων ὁ ἅλιος ὁρᾶσθαι, καὶ κυλίνδρου μικροῦ τορνευθέντος, καὶ [g] τεθέντος ἐπὶ τὸν κανόνα ὀρθοῦ, εὐθέως μετὰ τὰν ἀνατολὰν τοῦ ἁλίου ἐπεὶ ἐόντος αὐτοῦ ποτὶ τῷ [h] ὁρίζοντι, καὶ δυναμένου αὐτοῦ ἀντιβλέπεσθαι, [i] ἐπεστράφη ὁ κανὼν [k] ἐς τὸν ἅλιον, καὶ ἁ ὄψις [l] κατεστάθη ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος· ὁ δὲ κύλινδρος, ἐν μέσῳ κείμενος, τοῦ τε ἁλίου καὶ τᾶς ὄψιος, ἐπεσκότει τῷ ἁλίῳ. Ἀποχωριζομένου τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τᾶς ὄψιος, ἐν ᾧ [m] ἄρξατο παραφαίνεσθαι τοῦ ἁλίου μικρὸν ἐφ' ἑκάτερα τοῦ κυλίνδρου, [n] κατεστάθη ὁ κύλινδρος. [o] Εἰ μὲν ὁμοίως συνέβαινεν τὰν ὄψιν ἀφ' ἑνὸς σαμείου βλέπειν· εὐθειᾶν ἀχθεισᾶν ἀπ' ἄκρου τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεστάθη ἐπιψαυουσᾶν τοῦ κυλίνδρου· ἁ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν [p] ἐλάσσων κα ἦν τᾶς γωνίας, ἐς ἂν ὁ ἅλιος [q] ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει· διὰ τὸ περιβλέπεσθαί τι τοῦ ἁλίου ἐφ' ἑκάτερα τοῦ κυλίνδρου. Ἐπεὶ δ' αἱ ὄψιες οὐκ ἀφ' ἑνὸς σαμείου βλέποντι, ἀλλὰ ἀπό τινος μεγέθεος, ἐλάφθη τι μέγεθος στρογγύλον, οὐκ ἔλαττον ὄψιος· καὶ τεθέντος τοῦ μεγέθεος ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ [r] κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις [s] κατεστάθη, ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν ἐπιψαυουσᾶν τοῦ μεγέθεος, καὶ τοῦ κυλίνδρου ἁ οὖν περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐλάττων ἦ [t] τᾶς γωνίας, ἐς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζῃ τὰν κορυφὰν ἐχοίσας ποτὶ τᾷ ὄψει. Τὸ δὲ μέγεθος τὸ οὐκ ἔλαττον [u] ὄψιος, τόνδε τὸν τρόπον εὑρίσκεται. Δύο [x] κυλινδρία ἀναλαμβάνονται λεπτὰ [y] ἰσοπαχέα ἀλλάλοις, τὸ μὲν λευκόν, τὸ δὲ [z] οὔ· καὶ [a] προτίθενται πρὸ τᾶς ὄψιος, τὸ μὲν λευκὸν ἀφεστακὸς ἀπ' αὐτᾶς, τὸ δὲ οὐ λευκὸν [b] ὡς ἔστιν ἐγγυτάτω τᾶς ὄψιος, ὥστε καὶ θιγγάνειν τοῦ προσώπου. [c] Εἰ μὲν οὖν τὰ λαφθέντα κυλίνδρια λεπτότερα ἔωντι τᾶς ὄψιος, περιλαμβάνεται [d] ὑπὸ

trum majorem eſſe latere chiliagoni circulo maximo omnium, qui ſunt in mundo, inſcripti. Quod quidem pono, affirmante Ariſtarcho, ſolem ejus circuli qui Zodiacus dicitur, partem quaſi ſeptingenteſimam; et vigeſimam apparere. Ego autem explorando hoc plane modo, conatus ſum angulum per inſtrumenta ſumere, cui ſol ſeſe accommodat, qui verticem ad oculum habeat. Quem quidem omnio accurate ſumere haud facile eſt; eo quod, neque oculus, neque manus, neque inſtrumenta, per quæ ſumitur, ſatis idonea ſint ad id, quod accuratum eſt, oſtendendum. Sed de his non eſt opus plura in præſentia dicere; cum ſæpe alias fuerint obſervata. Mihi ſufficit ad id, quod propoſitum eſt, demonſtrandum, angulum ſumere, qui major non ſit angulo, cui ſol ſeſe accommodat, et verticem habeat ad oculum; rurſuſque aliam angulum ſumere, qui angulo minor non ſit, cui ſol ſeſe accommodat, et verticem item ad oculum habeat. Itaque poſita longa regula ſuper planum excitatum in loco, unde ſol exoriens coſpiciendus erat, et cylindro parvo, tornatoque ſuper regulam ad rectos angulos poſito ſtatim poſt ſolis ortum; eodem ſubinde ad finitorem extante, ita ut ex adverſo conſpici poſſet, regula ad ſolem converſa eſt, oculuſque in extremo regulæ conſtitutus; et cylindrus ita inter ſolem, oculumque interjectus, ut ſolem obſcuraret. Amoto autem ab oculo cylindro, cum primum inciperet ab utraque cylindri parte ſolis minimum quiddam apparere, cylindrus ſiſtebatur. Si quidem igitur contingeret, ut oculus ab uno puncto inſpiceret; ductis rectis ab extremo regulæ in quo oculus conſtitutus fuerat, quæ cylindrum contingerent; qui a ductis rectis angulus comprehenderetur, minor eſſet angulo, cui ſol ſeſe accommodat, qui verticem ad oculum haberet: propterea quod ſolis quippiam ab utraque cylindri parte conſpectum fuit. Quoniam vero oculus non ab uno puncto, ſed a magnitudine quadam inſpicit; ſumpta eſt magnitudo quædam teres oculi acie non minor: eademque poſita in extremo regulæ, in quo oculus conſtitutus fuerat, ductiſque rectis, quæ magnitudinem hanc, et cylindrum contingerent; qui a ductis rectis angulus comprehendebatur, minor factus eſt angulo, cui ſol ſeſe accommodat, qui verticem ad oculum haberet. Magnitudo autem, quæ oculi acie minor non ſit, hoc pacto invenitur. Sumuntur duo cylindri exiles æquali inter ſe craſſitudine, alter albus, alter non albus: apponunturque ad oculum, ita ut albus remotior ab oculo ſit, non albus eidem quam proximus, ut faciem ipſam contingat. Si quidem igitur ſumpti cylindri exiliores ſint quam oculi acies,

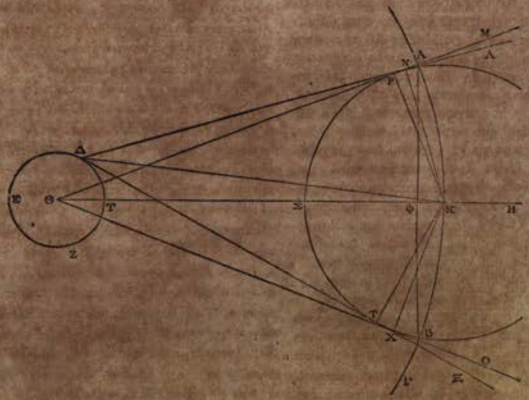
[a] λαλαβεῖν [b] δὲ ex MS. [c] ἅτις [d] ἂν [e] τᾷ ὄψει [f] ἀνατέλλων [g] τεθέντος ex MS. [h] ὁρίζοντι [i] ἀπεστράφη [k] εἰς τὸν [l] Sic MS. [m] ἄρξατο [n] Sic MS. [o] ὥμοι [p] ἐφ' ἃ [q] ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἐχοίσας [r] Sic MS. [s] κατεστάθη ἀχθεῖσα [t] τᾶς γωνιᾶς [u] τᾶς ὄψιος, τόνδε τὸν τρόπον [x] εὐθεῖαι λαμβάνονται [y] ἰσοπαχέα ἀλλάλοις [z] αὐτοῦ [a] προτίθενται ποτὶ [b] ὡς ἐγγυτάτω τᾶς ὄψιος [c] εἰ μὲν οὖν τὰ λαφθέντα [d] περὶ τᾶς

proximiore altero ab eadem comprehenſo, remotior alter albuſque conſpicitur: et quidem ſi multo exiliores ſint, totus; ſin vero minus, partes ejus aliquæ ab utraque proximioris parte. Itaque ſumptis hujuſmodi cylindris, atque ita diſpoſitis, ut alter alterum craſſitudine ſua non autem ampliorem locum, obſcuret; tanta magnitudo, quanta eſt craſſitudo cylindrorum, qui hoc faciunt, minor quodammodo non eſt oculi acie. Angulus autem non minor angulo, cui ſol ſeſe accommodat, qui verticem ad oculum habet, hoc pacto ſumptus eſt. Amoto ſuper regulam ab oculo cylindro, ita ut totum ſolem obſcuraret, ductiſque rectis ab extremo regulæ, in quo oculus conſtitutus fuerat, quæ cylindrum contingerent; qui a ductis rectis angulus comprehendebatur, non minor factus eſt angulo, cui ſol ſeſe accommodat, qui verticem ad oculum haberet. Itaque his angulis hoc modo ſumptis, dimenſoque angulo recto, deprehenſus eſt eorum quidem major, qui in regulæ ſigno erat, minor eſſe quam una pars anguli recti in centum quatuor et ſexaginta partes diviſi; minor vero, major quam una pars anguli recti diviſi in partes ducentas. Conſtat igitur angulum, cui ſol ſeſe accommodat, qui verticem ad oculum habet, minorem quidem eſſe quam unam partem anguli recti in centum quatuor et ſexaginta partes diviſi; majorem vero quam unam partem anguli recti diviſi in partes ducentas. Quæ cum ita ſe habeant demonſtratur, ſolis diametrum majorem eſſe latere chiliagoni circulo maximo omnium, qui ſunt in mundo, inſcripti. Intelligatur enim planum ductum per terræ, ſoliſque centrum, et per oculum, ſole paululum ſupra finitorem extante, quod mundum quidem ſecet ſecundum circulum ABΓ; terram vero ſecundum circulum ΔEZ; denique ſolem ſecundum circulum ΣH: ſitque centrum terræ punctum Θ, centrum ſolis punctum K, et oculus punctum Δ. Ducantur autem rectæ circulum ΣH contingentes; nimirum a puncto Δ rectæ ΔΛ, ΔΞ, quæ in punctis N et T contingant; et a puncto Θ rectæ ΘM, ΘO, quæ contingant in punctis P, et X: eædemque ΘM, ΘO circulum ABΓ ſecent in punctis A, et B. Igitur major eſt ΘK, quam ΔK; quoniam ponitur, ſolem ſupra finitorem eſſe; ideoque major eſt angulus, qui a ΔΛ, ΔΞ comprehenditur, quam qui comprehenditur a ΘM, ΘO. Angulus autem, qui a ΔΛ, ΔΞ comprehenditur, major quidem eſt quam una pars anguli recti in partes ducentas diviſi; minor vero quam una pars anguli recti diviſi in partes centum quator et ſexaginta. Æqualis eſt enim angulo, cui ſol ſeſe accommodat, qui verticem ad oculum habet. Quare angulus, qui comprehenditur a ΘM, ΘO, minor eſt quam una pars anguli recti in partes centum quatuor et ſexaginta diviſi; rectaque AB

τᾶς ὄψιος τὸ ἐγγὺς κυλίνδριον, καὶ [a] ὁρῆται ὑπὸ αὐτᾶς τὸ λευκόν· εἰ μὲν και παραπολὺ λεπτότερα ἐόντι, [b] πᾶν· εἰ δὲ κα μὴ [c] παραπολὺ, μέρεα τινὰ τῶ λευκῶ ὁρῶνται [d] ἀφ' ἑκάτερα τῶ ἐγγὺς τᾶς ὄψιος. Λαφθέντων δὲ τῶνδε τῶν κυλινδρίων, ἐπιταδείως ὅπως τῷ πάχει [e] ἐπισκοτέῃ τὸ ἕτερον αὐτῶν τῷ ἑτέρῳ, καὶ οὐ πλέονι τόπῳ, τὸ δὴ ταλικοῦτο μέγεθος, ἁλίκον ἐστὶ τὸ πάχος τῶν κυλινδρίων τῶν τοῦτο ποιούντων, μάλιστά πως ἐστὶν οὐκ ἔλαττον τᾶς ὄψιος. [f] Ἁ δὲ γωνία, οὐκ ἐλάττων τᾶς γωνίας ἐς ἂν ὁ ἅλιος [g] ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, οὕτως ἐλάφθη. Ἀποσταθέντος, ἐπὶ τοῦ [r] κανονίου, τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τᾶς ὄψιος οὕτως, ὡς [s] ἐπισκοτέειν τὸν κύλινδρον [t] ὅλῳ ἁλίῳ, καὶ [u] ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν ἀπ' ἄκρου τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεστάθη, ἐπιψαυουσᾶν τοῦ κυλίνδρου· ἁ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν, οὐκ ἐλάττων [x] γίνεται τᾶς γωνίας, ἐς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζῃ, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. Ταῖς δὴ γωνίαις, ταῖς οὕτως λαφθείσαις, καταμετρηθείσας ὀρθᾶς γωνίας, ἐγένετο [a] ἁ ἐν σάμῳ, διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς [b] εἰς ρξδ', ἐλάττων ἢ ἓν μέρος τούτων· ἁ δὲ ἐλάττων, διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ', μείζων ἢ ἓν μέρος τούτων. Δῆλον οὖν, ὅτι [c] ἁ γωνία, ἐς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζῃ, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, ἐλάττων μέν ἐστιν, [d] ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ρξδ', τούτων ἓν μέρος· μείζων δὲ, ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ', τούτων [e] ἓν μέρος. Πεπιστευμένων δὲ τούτων, δείκνυται ἁ [f] διάμετρος τοῦ ἁλίου μείζων ἐοῦσα τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς, [g] τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ. Νοείσθω γὰρ ἐπίπεδον ἐκβεβλημένον διά τε τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς, καὶ τοῦ ἁλίου, καὶ διὰ τᾶς ὄψιος, μικρὸν ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα ἐόντος τοῦ ἁλίου· τεμνέτω δὲ τὸ ἐκβεβληθὲν ἐπίπεδον, τὸν μὲν κόσμον κατὰ τὸν ABΓ κύκλον, τὰν δὲ γᾶν κατὰ τὸν ΔEZ, τὸν δὲ ἅλιον κατὰ τὸν ΣH κύκλον· κέντρον δὲ ἔστω τᾶς μὲν γᾶς τὸ Θ, τοῦ δ' ἁλίου τὸ K, ὄψις δὲ ἔστω τὸ Δ. Καὶ ἄχθωσαν εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι τοῦ ΣH κύκλου [l] ἀπὸ μὲν τοῦ Δ αἱ ΔΛ, ΔΞ· ἐπιψαυόντων δὲ κατὰ τὸ N καὶ τὸ T· ἀπὸ δὲ τοῦ Θ, αἱ ΘM, ΘO· ἐπιψαυόντων δὲ κατὰ τὸ P καὶ τὸ X· τὸν δὲ ABΓ κύκλον τεμνόντων αἱ ΘM, ΘO κατὰ τὸ A καὶ τὸ B. Ἐστὶ δὴ μείζων ἁ ΘK τᾶς ΔK, ἐπεὶ ὑπόκειται ὁ ἅλιος ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα εἶμεν· ὥς τε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ [m] τᾶν ΔΛ, ΔΞ μείζων ἐστὶ τᾶς γωνίας τᾶς περιεχομένας ὑπὸ τᾶν ΘM, ΘO. Ἁ δὲ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ, μείζων μέν ἐστιν ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς, ἐλάττων δὲ ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς ρξδ' τούτων [n] ἓν μέρος. Ἴσα γάρ ἐστι τᾷ γωνίᾳ, ἐς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. Ὥς τε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΘM, ΘO ἐλάττων ἐστὶν ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς ρξδ', τούτων ἓν μέρος· ἁ δὲ AB

[q] Sic MS. [r] Sic MS. [s] παρὰ πολὺ μέρεα τινὰ [t] ἀφ' ἑκάτερα [u] ἐπισκοτέῃ [v] ἀ δὲ ex MS.
[g] ἐναρμόζῃ [r] κανόνος [s] ἐπισκοτέειν [t] ὅλῳ τῷ [u] ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν [x] γίνεται ἐστὶ τᾶς γωνίας [a] ἁ ἐν
σάμῳ [b] εἰς ρξδ' εἰς σ' μείζων ἢ ἐμμετρος τούτων δῆλον [c] καὶ ἁ γωνία ἐς ἂν ὁ ἅλιος [d] ἢ διαιρεθείσας εἰς ρξδ' τούτων·
ἁ δὲ ἐλάττων διαιρεθείσα τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ' μείζων ἢ ἐμμετρος τούτων· δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἁ γωνία [e] ἁ ἴσα ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει· ἐλάττων μέν ἐστι ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ΡΞΔ' τούτων ἐμμετρος· μείζων δὲ [h] ἐμμετρος [i] καὶ ἁ διάμετρος [k] τᾶς εἰς [l] ἀπὸ μὲν τοῦ αἱ ΔΛ [m] Sic MS. [n] ἐμμετρος ἴσα γωνίας εἰσὶ τᾷ γωνίᾳ

ᾳθεῖσα ἐλάττων ἐστὶ τᾶς * ὑποτεινούσας ἓν τμᾶμα διαιρεθείσας τᾶς τοῦ ΑΒΓ κύκλου περιφερείας ἐς



ᵇ χνϛ΄. Ἁ δὲ τοῦ εἰρημένου πολυγωνίου περίμετρος ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἢ τὰ μδ΄ ποτὶ τὰ ζ΄· διὰ τὸ παντὸς πολυγωνίου ἐγγεγραμμένου ἐν κύκλῳ τὰν περίμετρον ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου, ἐλάττονα λόγον ἔχειν, ἢ τὰ μδ΄ ποτὶ τὰ ζ. Ἐπίστασαι γὰρ δεδειγμένον ᶜ ὑφ᾽ ἁμῶν, ὅτι παντὸς κύκλου ἁ περιφέρεια μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασίων τᾶς διαμέτρου ἐλάσσονι ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις. Ἐλάττω οὖν λόγον ἔχει ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΘΚ ἢ τὰ ια΄ ποτὶ τὰ ͵αρμη΄. Ὥς τε ἐλάττων ἐστὶν ἁ ΒΑ τᾶς ΘΚ, ἢ ἑκατοστὸν μέρος. Τᾷ δὲ ΒΑ ἴσα ἐστὶν ἁ διάμετρος ᵈ τοῦ ΣΗ κύκλου· διότι καὶ ἁ ἡμίσεια αὐτᾶς ἁ ΦΑ, ἴσα ἐστὶ τᾷ ΚΡ. Ἴσαν γὰρ ἐούσαν τὰν ΘΚ τᾷ ΘΑ, ἀπὸ τῶν περάτων κάθετοι ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τὰν αὐτὰν γωνίαν. Δῆλον ὦν, ὅτι ἁ διάμετρος τοῦ ΣΗ κύκλου ἐλάττων ἐστὶν ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς ΘΚ. Καὶ ἁ ΕΘΤ διάμετρος ἐλάττων ἐστὶ τᾶς διαμέτρου τοῦ ΣΗ κύκλου· ἐπεὶ ἐλάττων ἐστὶν ὁ ΔΕΖ κύκλος τοῦ ΣΗ κύκλου. Ἐλάττονες ἄρα ἐντὶ ἀμφότεραι αἱ ΘΤ, ΚΣ, ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς ΘΚ. Ὥς τε ἁ ΘΚ ποτὶ τὰν ᵉ ΤΣ ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἢ τὰ ρ΄ ποτὶ τὰ ϟθ΄. Καὶ ἐπεὶ ἁ μὲν ᶠ ΘΚ οὐκ ἐλάττων ἐστὶ τᾶς ΘΡ, ἁ δὲ ᵍ ΣΤ ἐλάττων τᾶς ΔΤ· ἐλάττω ἄρα καὶ λόγον ἔχει ἁ ΘΡ ποτὶ τὰν ΔΤ, ἢ τὰ ρ΄ ποτὶ τὰ ϟθ΄· ἐπεὶ τῶν ΘΚΡ, ΔΚΤ ʰ τριγώνων ὀρθογωνίων ἐόντων, αἱ μὲν ΚΡ, ΚΤ πλευραὶ ἴσαι ἐντί. αἱ δὲ ΘΡ, ΔΤ ἄνισοι, καὶ

minor quam quæ ſubjicitur uni parti circumferentiæ circuli ΑΒΓ diviſæ in partes ſexcentas ſex et quinquaginta. Polygoni autem, quem diximus, ambitus ad eam, quæ ex centro circuli ΑΒΓ, minorem rationem habet, quam quatuor et quadraginta ad ſeptem; eo quod cujuſlibet polygoni circulo inſcripti ambitus ad eam, quæ ex centro, minorem rationem habet, quam quatuor et quadraginta ad ſeptem. Non enim ignoras demonſtratum a nobis eſſe, cujuſlibet circuli ambitum majorem eſſe quam triplum diametri parte quadam, quæ quidem minor eſt quam ſeptima, major autem quam decem ſeptuageſimæ primæ. Recta igitur ΒΑ ad ΘΚ minorem rationem habet, quam undecim ad mille centum octo et quadraginta. Quare ΒΑ minor eſt quam ipſius ΘΚ pars centeſima. Æqualis eſt autem ipſi ΒΑ circuli ΣΗ diameter; eo quod ejus dimidia ΦΑ æqualis eſt ipſi ΚΡ. Æquales enim cum ſint ΘΚ, ΘΑ, ab earum extremis normales ductæ ſunt ad eumdem angulum. Conſtat igitur circuli ΣΗ diametrum minorem eſſe quam ipſius ΘΚ partem centeſimam. At diameter ΕΘΤ minor eſt diametro circuli ΣΗ; quoniam circulus ΔΕΖ minor eſt circulo ΣΗ. Utraque igitur ſimul ΘΥ, ΚΣ minor eſt quam ipſius ΘΚ pars centeſima. Quare ΘΚ ad ΥΣ minorem rationem habet quam centum ad novem et nonaginta. Et quoniam ΘΚ minor non eſt quam ΘΡ, et ΣΥ minor quam ΔΤ; ideo minorem rationem habet ΘΡ ad ΔΤ, quam centum ad novem et nonaginta. Præterea quoniam triangulorum ΘΚΡ, ΔΚΤ rectangulorum latera quidem ΚΡ, ΚΤ æqualia ſunt, latera vero ΘΡ, ΔΤ inæ-

ᵃ ἀποτεινούσας ᵇ χνς ᶜ ἐξ ἁμῶν ᵈ τοῦ ΣΗ ᵉ Υ ex MS. ᶠ ΘΚΥ ᵍ Υ pro Ν ex MS.
ʰ In MS. τριγώνων deeſt.

qualia, eorumque majus eſt ΘP; ideo angulus, qui ab ipſis ΔT, ΔK comprehenditur, ad angulum, qui comprehenditur, ab ipſis ΘP, ΘK majorem quidem habet rationem, quam ΘK ad ΔK; minorem vero, quam ΘP ad ΔT. Si enim duorum triangulorum rectangulorum latera, quæ circa rectum angulum ſunt, altera quidem æqualia fuerint, altera vero inæqualia; angulorum, qui inæqualibus lateribus adjacent, major ad minorem, majorem quidem rationem habet, quam laterum, quæ recto angulo ſubjiciuntur, majus ad minus; minorem vero, quam laterum, quæ circa rectum angulum ſunt, majus ad minus. Quare angulus, qui a ΔΛ, ΔΞ comprehenditur, ad angulum, qui comprehenditur a ΘO, ΘM, minorem rationem habet, quam ΘP ad ΔT: quæ quidem minorem habet, quam centum ad novem et nonaginta. Quare angulus, qui a ΔΛ, ΔΞ comprehenditur, ad angulum, qui comprehenditur a ΘM, ΘO, minorem rationem habet, quam centum ad novem et nonaginta. Et quoniam angulus, qui a ΔΛ, ΔΞ comprehenditur, major eſt quam ducenteſima pars anguli recti; qui comprehenditur a ΘM, ΘO, major erit quam anguli recti in vicies mille partes diviſi partes novem et nonaginta: ideoque major quam anguli recti in ducentas et tres partes diviſi pars una. Igitur BA major eſt, quam quæ ſubjicitur uni parti circumferentiæ circuli ABΓ in partes diviſæ octingentas et duodecim. Æqualis eſt autem ſolis diameter ipſi AB. Conſtat igitur ſolis diametrum latere chiliagoni majorem eſſe.

His autem poſitis, hæc quoque demonſtrantur: nimirum diametrum mundi minorem eſſe quam decies millecuplam diametri terræ: et amplius diametrum mundi minorem eſſe decies centenis millibus myriadum ſtadiorum. Quoniam enim poſitum eſt, diametrum ſolis non majorem eſſe quam trigintuplam diametri lunæ; terræque diametrum diametro lunæ eſſe majorem; manifeſtum eſt diametrum ſolis minorem eſſe quam trigintuplam diametri terræ. Rurſus cum demonſtratum ſit, diametrum ſolis majorem eſſe latere chiliagoni circulo maximo omnium, qui ſunt in mundo, inſcripti; manifeſtum eſt ambitum ejus, quem diximus, chiliagoni minorem eſſe quam millecuplam diametri ſolis. Diameter autem ſolis minor eſt quam trigintupla diametri terræ. Quare ambitus chiliagoni minor eſt quam tricies millecupla diametri terræ. Quoniam igitur ambitus chiliagoni diametri quidem terræ minor eſt quam tricies millecupla, diametri vero mundi, major quam tripla; demonſtratum eſt enim cujuſlibet circuli diametrum minorem

μείζων ἁ ΘP· ἁ γωνία περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔT, ΔK, ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τᾶν ΘP, ΘK, μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἁ ΘK ποτὶ τὰν ΔK· ἐλάττω δὲ, ἢ ἁ ΘP ποτὶ τὰν ΔT. Εἰ γὰρ κα [x] δυῶν τριγώνων ὀρθογωνίων αἱ μὲν ἅτεραι πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσαι ἔωντι, αἱ δὲ ἅτεραι ἄνισοι, ἁ μείζων γωνία τᾶν ποτὶ ταῖς ἀνίσοις πλευραῖς ποτὶ τὰν ἐλάττονα, μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἁ μείζων γραμμὰ τᾶν ὑπὸ τὰν ὀρθὰν γωνιᾶν ὑποτεινουσᾶν, [y] ποτὶ τὰν ἐλάττονα· ἐλάττονα δὲ, ἢ ἁ μείζων γραμμὰ τᾶν περὶ τὰν ὀρθὰν γωνιᾶν ποτὶ τὰν ἐλάσσονα. Ὥς τε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ, ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τᾶν ΘO, ΘM, ἐλάττω λόγον ἔχει, ἢ ἁ ΘP ποτὶ τὰν ΔT· ἅ τις ἐλάττω λόγον ἔχει, ἢ τὰ ρ′ ποτὶ τὰ ϟθ′. Ὥς τε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ, ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τᾶν ΘM, ΘO, ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ τὰ ρ′ ποτὶ τὰ ϟθ′. Καὶ ἐπεί ἐστιν ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ [z] τᾶν ΔΛ, ΔΞ, μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς· ἐσσεῖται ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΘM, ΘO, μείζων ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας ἐς [a] δισμύρια, τούτων ϟθ′ μέρεα· ὥς τε μείζων ἐστὶν ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ′, καὶ γ′, τούτων ἓν μέρος. Ἄρα ἁ BA μείζων ἐστὶ τᾶς ὑποτεινούσας ἓν τμᾶμα, διῃρημένας τᾶς τοῦ ABΓ κύκλου περιφερείας ἐς ωιβ′. Τᾷ δὲ AB ἴσα ἐστὶ ἁ τοῦ ἁλίου διάμετρος. Δῆλον ὦν, ὅτι μείζων ἐστὶν ἁ τοῦ ἁλίου διάμετρος τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς.

Τούτων δὲ ὑποκειμένων, δείκνυται καὶ τάδε· εἶεν, ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων· καὶ ἔτι, ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ′. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου μὴ μείζω εἶμεν ἢ τριακονταπλασίονα τᾶς διαμέτρου [b] τᾶς σελήνας, τὰν δὲ διάμετρον τᾶς γᾶς μείζω εἶμεν τᾶς διαμέτρου [c] τᾶς σελήνας· δῆλον ὡς ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. Πάλιν δὲ ἐπεὶ ἐδείχθη, ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου μείζων ἐοῦσα τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου, τῶν ἐν τῷ κόσμῳ· φανερὸν ὅτι ἁ τοῦ χιλιαγώνου περίμετρος τοῦ εἰρημένου, ἐλάττων ἐστὶν ἢ χιλιοπλασίων τᾶς διαμέτρου τοῦ ἁλίου. Ἁ δὲ διάμετρος τοῦ ἁλίου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. Ὥς τε ἁ περίμετρος τοῦ χιλιαγώνου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισμυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. Ἐπεὶ ὦν ἁ περίμετρος τοῦ χιλιαγώνου, τᾶς μὲν διαμέτρου τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισμυριοπλασίων, τᾶς δὲ διαμέτρου τοῦ κόσμου μείζων ἢ τριπλασίων· δέδεικται γάρ τοι δὴ ὅτι παντὸς κύκλου ἁ διάμετρος ἐλάτ-

[x] δύο deſunt. [y] τὰν ἐλάττονα [z] In MS. τᾶν ΔΛ, ΔΞ, μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς· ἐσσεῖται ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ [a] δισμύρια pro δισμύρια ex MS. [b] τᾶς σελήνας [c] τᾶς σελήνας

των ἐστὶν ἢ τρίτον μέρος παντὸς πολυγωνίου περιμέτρου, [d]ὃ καὶ ἰσόπλευρον ἐὸν καὶ πολυγωνιώτερον τοῦ ἑξαγώνου, ἐγγεγραμμένον μὲν τῷ κύκλῳ ἐστί· καὶ ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. Ἁ μὲν οὖν διάμετρος τοῦ κόσμου, ἐλάττων ἐοῦσα ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς, ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ', ἐκ τούτου δῆλον. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν περίμετρον τᾶς γᾶς μὴ μείζονα εἶμεν, ἢ τριακοσίας μυριάδας σταδίων, ἁ δὲ περίμετρος τᾶς γᾶς μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασία τᾶς διαμέτρου διὰ τὸ παντὸς κύκλου τὰν περιφέρειαν μείζονα εἶμεν ἢ τριπλασίονα τᾶς διαμέτρου· [e]δῆλον, ὡς ἁ διάμετρος τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων ρ' μυριάδων. Ἐπεὶ οὖν ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς· δῆλον ὡς ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ'.

Περὶ μεγεθέων καὶ τῶν ἀποστημάτων ταῦτα ὑποτίθεμαι. Περὶ δὲ τοῦ ψάμμου τάδε. Εἴκα ᾖ τι συγκείμενον μέγεθος ἐκ τοῦ ψάμμου, μὴ μεῖζον μάκωνος, τὸν ἀριθμὸν αὐτοῦ μὴ μείζονα εἶμεν μυρίων· καὶ τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος μὴ ἐλάττονα εἶμεν ἢ [f]τετρακοστημόριον δακτύλου. Ὑποτίθεμαι δὲ τοῦτο, ἐπισκεψάμενος τόνδε τὸν τρόπον. [g]Ἔπεθεν ὦν κανόνα λεῖον μάκωνος ἐπεθέθεας, ἐπὶ μίαν κείμενοι, ἀπτόμεναι ἀλλάλων, καὶ ἀνέλαβον αἱ κε' μάκωνες πλέονα τόπον δακτυλιαίου μάκεος. Ἐλάττονα τιθεὶς τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος, ὑποτίθεμαι ὡς τετρακοστημόριον εἶμεν δακτύλου καὶ μὴ ἐλάττονα· βουλόμενος καὶ διὰ τούτων ἀναμφιλεγόντως δείκνυσθαι τὸ προκείμενον. Ἃ μὲν οὖν ὑποτίθεμαι, ταῦτα. [h]Χρήσιμον δὲ εἶμεν ὑπολαμβάνω τὰν κατονόμαξιν τῶν ἀριθμῶν ῥηθῆμεν· ὅπως καὶ τῶν ἄλλων οἱ τῷ βιβλίῳ μὴ [*]περιπεπτωκότες τῷ ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένῳ μὴ πλανῶνται, διὰ τὸ μηδὲν εἶμεν ὑπὲρ αὐτᾶς ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ προειρημένον. Συμβαίνει δὴ τὰ ὀνόματα τῶν ἀριθμῶν ἐς τὸ μὲν τῶν μυρίων ὑπάρχειν ἁμῖν παραδεδομένα, καὶ ὑπὲρ τῶν μυρίων μὲν ἀποχρεόντως ἐγγιγνώσκομεν, μυριάδων ἀριθμὸν λέγοντες ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. Ἔστων οὖν ἁμῖν, οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ ἐς τὰς μυρίας μυριάδας πρῶτοι καλούμενοι. Τῶν δὲ πρώτων ἀριθμῶν αἱ μύριαι μυριάδες, μονὰς καλείσθω δευτέρων ἀριθμῶν· καὶ ἀριθμείσθωσαν δευτέρων ἀριθμῶν μονάδες, καὶ ἀπὸ τᾶν μονάδων δεκάδες, καὶ ἑκατοντάδες, καὶ χιλιάδες, καὶ μυριάδες, ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. Πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν, μονὰς καλείσθω τρίτων ἀριθμῶν· καὶ ἀριθμείσθωσαν τρίτων ἀριθμῶν μονάδες, καὶ αἱ ἀπὸ τᾶν μονάδων δεκάδες, καὶ ἑκατοντάδες, καὶ χιλιάδες, καὶ μυριάδες, ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. Τὸν αὐτὸν

eſſe tertia parte ambitus cujuſlibet polygoni circulo inſcripti, qui æqualia latera, pluresque quam hexagonus angulos habeat; ideo diameter mundi minor eſt quam decies millecupla diametri terræ. At vero diametrum mundi, quæ minor eſt quam decies millecupla diametri terræ, minorem eſſe decies centenis millibus myriadum ſtadiorum, hinc patet. Quoniam enim ponimus ambitum terræ majorem non eſſe trecenis myriadibus ſtadiorum; terræque ambitus major eſt quam triplus ſuæ diametri; eo quod cujuſlibet circuli ambitus diametri major eſt quam triplus; conſtat diametrum terræ minorem eſſe centenis myriadibus ſtadiorum. Et quoniam diameter mundi minor eſt quam decies millecupla diametri terræ; conſtat mundi diametrum minorem eſſe decies centenis millibus myriadum ſtadiorum.

Hæc utique ponimus de magnitudinibus, et diſtantiis. De arena autem hæc. Si magnitudo quædam compoſita ex arena fuerit non major papavere, numerum ejus majorem non eſſe denis millibus; et diametrum papaveris non eſſe minorem quadrageſima parte digiti. Hoc autem pono, re hoc modo explorata. Poſita ſunt ſuper lævi regula papavera, ſingula in directo, ita ut ſeſe invicem tangerent; eorumque viginti quinque majorem locum occuparunt, quam qui digitali longitudini reſponderent. Ego autem, poſita diametro papaveris adhuc minore, eam pono quaſi quadrageſimam digiti partem et non minorem; ut etiam ex hoc, quod propoſitum eſt, ſine controverſia demonſtretur. Quæ igitur ponimus, hæc ſunt. Sed jam utile eſſe arbitror numerorum denominationes exponere: ne forte decipiantur illi, qui in librum, quem ad Zeuxippum ſcripſi, non inciderunt; ſi nihil de his hoc in libro dixerim. Contingit autem, ut nomina numeris ad myriadem uſque impoſita ſint, cæteraque ſupra myriadem ſatis cognoſcantur, myriadum numero uſque ad decem mille myriadas producto. Itaque numeri, quos modo diximus, uſque ad decem mille myriadas, primi vocentur. Ac primorum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur ſecundorum numerorum: numerenturque ſecundorum numerorum unitates, et ex unitatibus denarii, et centenarii, et millenarii, et myriades, uſque ad decem mille myriadas. Rurſus et ſecundorum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur tertiorum numerorum: numerenturque tertiorum numerorum unitates, et ex unitatibus denarii, et centenarii, et millenarii, et myriadas,

[d] ἐλάσσων ἐστὶ ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου [e] δῆλον ὡς [f] τετρακοστημόριον pro τέτρωτον τὸ μέρος ex MS. [g] ἐπετίθην
[h] χρήσιμον

[*] Walliſius legit, περιζετεύοντες, quod minus probo.

uſque ad decem mille myriadas. Eodem modo et tertiorum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur quartorum numerorum: at quartorum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur quintorum numerorum: atque ita porro nomina progredientibus numeris imponantur, uſque ad numerorum millies-centum-millenariorum decem mille myriadas. Ac numeri quidem, qui tot inter numeros cognoſcuntur, ſufficiunt. Licet autem etiam ulterius progredi. Etenim numeri quos modo diximus, primæ periodi vocentur: ac primæ periodi poſtremus numerus, unitas vocetur ſecundæ periodi primorum numerorum. Rurſus ſecundæ periodi primorum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur ſecundæ periodi ſecundorum numerorum. Eodem modo et horum poſtremus, unitas vocetur ſecundæ periodi tertiorum numerorum: atque ita porro nomina progredientibus numeris imponantur, uſque ad numerorum ſecundæ periodi millies-centum-millenariorum decem mille myriadas. Rurſus et ſecundæ periodi poſtremus numerus, unitas vocetur tertiæ periodi primorum numerorum: atque ita porro nomina progredientibus numeris imponantur, uſque ad peroidi millies-centum-millenariæ numerorum millies-centum-millenariorum decem mille myriadas. His autem hoc modo denominatis: ſi numeri ab unitate proportionales poſiti deinceps fuerint, proximuſque unitati denarius ſit, octo horum primi una cum unitate, eorum qui primi vocantur, numerorum erunt: octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur ſecundi: et reliqui eodem modo eorum erunt, qui denominantur ab intervallo, quo ſua numerorum octas a prima numerorum octade diſtat. Itaque primæ numerorum octadis octavus numerus mille myriadas eſt; ſecundæ octadis primus, quoniam decuplus eſt ejus, qui proxime antecedit, decem mille myriades. Qui quidem unitas eſt ſecundorum numerorum. Porro ſecundæ numerorum octadis octavus numerus mille ſecundorum numerorum myriades eſt; rurſuſque tertiæ octadis primus, quoniam decuplus eſt ejus, qui proxime antecedit, decem mille myriades ſecundorum numerorum. Atque hic quidem unitas eſt numerorum tertiorum. Manifeſtum eſt igitur plures, ut dictum eſt, octades fore. Sed utile fuerit hoc quoque noſſe. Si numerorum ab unitate proportionalium aliqui ex eadem proportione ſeſe invicem multiplicaverint; qui oritur numerus ex eadem proportione erit; diſtans a majore quidem ſeſe invicem multiplicantium tot numeris, quot minor ſecundum proportionem ab unitate diſtat; ab unitate vero, numero uno minore, quam qui ex utriſque componitur, quibus ſeſe invicem multiplicantes diſtant ab unitate. Sint enim numeri aliquot ab unitate proportionales, Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, Ι, Κ, Λ, quorum Α ſit unitas: ductoque Δ in Θ, ſit, qui inde oritur, Χ.

δὲ τρόπον καὶ τῶν τρίτων ἀριθμῶν μύριαι μυριάδες, μονὰς καλείσθω τετάρτων ἀριθμῶν· καὶ αἱ τῶν [i] τετάρτων ἀριθμῶν μύριαι μυριάδες, μονὰς καλείσθω πέμπτων ἀριθμῶν· καὶ ἀεὶ οὕτως προάγοντες οἱ ἀριθμοὶ τὰ ὀνόματα ἐχόντων ἐς τὰς μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. Ἀποχρέοντι μὲν ὦν καὶ ἀπὸ τοσούτων οἱ ἀριθμοὶ γινωσκόμενοι. Ἔξεστι δὲ καὶ ἐπὶ πλέον προάγειν. Ἔστων γὰρ οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ πρώτας περιόδου καλούμενοι· ὁ δὲ ἔσχατος ἀριθμὸς τᾶς πρώτας περιόδου, μονὰς καλείσθω, δευτέρας περιόδου, πρώτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες τᾶς δευτέρας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν, μονὰς καλείσθω, τᾶς δευτέρας περιόδου, δευτέρων ἀριθμῶν. Ὁμοίως δὲ καὶ τούτων ὁ ἔσχατος, μονὰς καλείσθω, δευτέρας περιόδου, τρίτων ἀριθμῶν· καὶ ἀεὶ οὕτως οἱ ἀριθμοὶ προάγοντες, τὰ ὀνόματα ἐχόντων, τᾶς δευτέρας περιόδου, ἐς τὰς μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. Πάλιν δὲ καὶ ὁ ἔσχατος ἀριθμὸς τᾶς δευτέρας περιόδου, μονὰς καλείσθω, τρίτας περιόδου, πρώτων ἀριθμῶν· καὶ ἀεὶ οὕτως προαγόντων, ἐς τὰς μυριακισμυριοστᾶς περιόδου, μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. Τούτων δὲ οὕτως κατωνομασμένων· εἴκα ἔωντι ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος ἀνὰ λόγον ἑξῆς κείμενοι, ὁ δὲ παρὰ τὰν μονάδα δεκὰς ᾖ· οἱ ὀκτὼ αὐτῶν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων ἀριθμῶν καλουμένων ἐσσοῦνται· οἱ δὲ μετ' αὐτὰς ἄλλοι ὀκτώ, τῶν δευτέρων καλουμένων· καὶ οἱ ἄλλοι, τὸν αὐτὸν τρόπον τούτοις, τῶν συνωνύμων καλουμένων ἐσσοῦνται ἀποστάσει τᾶς ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν, ἀπὸ τᾶς πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν. Ὁ μὲν ὦν πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν [k] ὄγδοός ἐστιν ἀριθμός, χίλιαι μυριάδες· τᾶς δὲ δευτέρας ὀκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μύριαι μυριάδες ἐσσεῖται. Οὗτος δὲ ἐστι μονὰς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Ὁ δὲ ὄγδοος τᾶς δευτέρας ὀκτάδος ἐστί, [l] χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Πάλιν δέ, καὶ τᾶς τρίτας ὀκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μύριαι μυριάδες ἐσσεῖται τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Οὗτος δὲ ἐστι μονὰς τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Φανερὸν δέ, ὅτι πολλαὶ ὀκτάδες [m] ἐξοῦντι, ὡς εἴρηται. Χρήσιμον δὲ ἐστι καὶ τόδε γιγνωσκόμενον. Εἴκα, ἀριθμῶν ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀνάλογον ἐόντων, πολλαπλασιάζοντές τινες [n] ἀλλάλους τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, ἀπέχων ἀπὸ μείζονος τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀλλάλους, ὅσος ὁ ἐλάσσων τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἀπέχει· ἀπὸ δὲ τᾶς μονάδος ἀφέξει ἑνὶ ἐλάσσονας, ἢ ὅσος ἐστὶν ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλασιάξαντες ἀλλάλους. Ἔστων γὰρ ἀριθμοί τινες ἀνὰ λόγον ἀπὸ μονάδος, οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, Ι, Κ, Λ, μονὰς δὲ ἔστω ὁ Α· καὶ [o] παραπολλαπλασιάσθω ὁ Δ τῷ Θ· ὁ δὲ γενόμενος ἔστω ὁ Χ. Εἰλήφθω δὴ ὁ ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ὁ Λ, ἀπέχων ἀπὸ τοῦ Θ τοσούτους,

[i] τετάρτων αἱ
[k] ὁ ὄγδοος
[l] χίλιαι χιλιάδες
[o] πολλαπλασιάσθω

[m] ἐξοῦντι pro ἐξεῦντι ex MS.
[n] In MS. ἀλλάλους deeſt.

[p] ὅσως ὁ Δ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει. Δεικτέον ὅτι [q] ἴσος ἐστὶν ὁ Χ τῷ Λ. Ἐπεὶ ὦν, ἀνάλογον ἐόντων, [r] ἴσον ἀπέχει ὅτε Δ ἀπὸ τοῦ Α, καὶ ὁ Λ ἀπὸ τοῦ Θ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὁ Δ ποτὶ τὸν Α, ὃν ὁ Λ ποτὶ τὸν Θ. Πολλαπλασίων δὲ ἐστιν ὁ Δ τοῦ Α τῷ Δ. Πολλαπλασίων ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ Λ τοῦ Θ τῷ Δ. Ὥς τε ἴσος ἐστὶν ὁ Λ τῷ Χ. Δῆλον ὦν ὅτι γενόμενος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας τε ἐστὶν, καὶ ἀπὸ τοῦ μείζονος πολλαπλασιαξάντων ἀλλάλους ἴσον ἀπέχων, ὅσος [t] ὁ ἐλάσσων ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀπέχει. Φανερὸν δὲ, ὅτι καὶ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει ἑνὶ ἐλάσσονας ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων ὧς ἀπέχοντι ἀπὸ τᾶς μονάδος. Οἱ δὲ μὲν γὰρ οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, τοσοῦτοι ἐντὶ ὅσως ὁ Θ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει· οἱ δὲ Ι, Κ, Λ, ἑνὶ ἐλάσσονες, ἢ ὅσως ὁ Δ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει. Σὺν γὰρ τῷ Θ, τοσοῦτοι ἐντί.

Τούτων δὲ, τῶν μὲν ὑποκειμένων, τῶν δὲ ἀποδεδειγμένων· τὸ προκείμενον δειχθήσεται. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται, τὰν διάμετρον τᾶς [w] μάκωνος μὴ ἐλάσσονα εἶμεν ἢ τετρακοστομόριον δακτύλου· δῆλον ὡς ἁ σφαῖρα δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον, [x] οὐ μείζων ἐστὶν ἢ ὥς τε χωρεῖν μάκωνας ἑξακισμυρίας καὶ τετρακισχιλίας. Τᾶς γὰρ σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον τετρακοστομόριον δακτύλου πολλαπλασία ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ ἀριθμῷ. Δέδεικται γάρ τοι ὅτι αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτὶ [y] ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων. Ἐπεὶ δὲ ὑπόκειται καὶ [u] ὁ ψάμμου τὸν ἀριθμὸν, εἰς τὸ τᾶς μάκωνος μέγεθος, μὴ μείζονα εἶμεν μυρίων· δῆλον ὡς, εἰ πληρωθείη ψάμμου ἁ σφαῖρα ἁ δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον, [z] οὐ μείζων κα εἴη ὁ ἀριθμὸς τοῦ ψάμμου ἢ μυριάκις τὰ ἑξακισμύρια καὶ τετρακισχίλια. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ [a] ἀριθμὸς, μονάδες τε ϛ' τῶν δευτέρων ἀριθμῶν, καὶ τῶν πρώτων μυριάδες τετρακισχίλιαι. Ἐλάσσων ὦν ἐστιν [d] ἢ ι' μονάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Ἁ δὲ τῶν ρ' δακτύλων ἔχουσα τὰν διάμετρον σφαῖρα, πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς δακτυλιαίαν [b] ἐχούσας τὰν διάμετρον, [c] ἐπὶ ταῖς ρ' μυριάδεσσι· διὰ τὸ τριπλάσιον λόγον [e] ἔχειν ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων τὰς σφαίρας. Εἰ ὦν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα [f] ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον δακτύλων ρ'· δῆλον, ὡς ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν [g] δέκα μονάδων τῶν δευτέρων ἀριθμῶν, ταῖς ρ' μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δὲ τῶν δευτέρων ἀριθμῶν δέκα μονάδες, δέκατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, ἐν τᾷ τῶν δεκαπλασίων ὅρων ἀναλογίᾳ· αἱ δὲ ἑκατὸν μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον ὡς ὁ γενόμενος, [h] ὅρος ἐσσεῖται τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἑκκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος. Δέδεικται γὰρ ὅτι ἑνὶ ἐλάσσονας ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀπέχει ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφο-

Sumatur autem ex eadem proportione Λ, diſtans tot numeris a Θ, quot Δ ab unitate diſtat. Oportet demonſtrare X æqualem eſſe ipſi Λ. Quoniam enim, proportionales numeri cum ſint, æque diſtat Δ ab A, atque Λ a Θ; eamdem habet rationem Δ ad A, quam Λ ad Θ. Multiplex eſt autem Δ ipſius A per Δ. Multiplex eſt igitur etiam Λ ipſius Θ per Δ. Quare æqualis eſt Λ ipſi X. Conſtat igitur numerum, qui oritur, ex eadem proportione eſſe; ac diſtare a majore ſeſe invicem multiplicantium tot numeris, quot minor ab unitate diſtat. Quinetiam conſtat, eumdem ipſum ab unitate diſtare numero uno minore, quam qui ex utriſque componitur, quibus ſeſe invicem multiplicantes diſtant ab unitate. Nam ipſi quidem A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ tot ſunt, quot Θ ab unitate diſtat; ipſi vero I, K, Λ uno minores, quam quibus Δ diſtat ab unitate; utpote qui una cum Δ totidem ſunt.

His igitur partim quidem poſitis, partim vero demonſtratis, quod propoſitum eſt, demonſtrabitur. Quoniam enim ponitur, diametrum papaveris non minorem eſſe quadrageſima parte digiti; conſtat ſphæram quæ diametrum digitalem habet, non majorem eſſe, quam ut contineat papaverum myriadas ſex et quatuor millia. Sphæræ enim, quæ diametrum habet quadrageſimam digiti partem, ſecundum numerum quem diximus, eſt multiplex; cum demonſtratum ſit ſphæras triplam ſuarum diametrorum inter ſe invicem rationem habere. Et quoniam ponitur arenæ numerum ad magnitudinem papaveris non eſſe majorem denis millibus; conſtat, ſi ſphæra, quæ diametrum digitalem habet arena impleretur, non majorem fore arenæ numerum, quam decies millies myriada ſex et quatuor millia. Qui quidem numerus eſt unitates ſex ſecundorum numerorum, et primorum quater mille myriades. Minor eſt igitur quam unitates decem ſecundorum numerorum. At vero ſphæra, quæ digitorum centum diametrum habet, ſphæræ, quæ diametrum habet unius digiti, multiplex eſt centum myriadibus; eo quod ſphæræ triplam ſuarum diametrorum inter ſe invicem rationem habent. Si itaque ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea eſt quæ diametrum habet digitorum centum; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur decem unitatibus ſecundorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam decem unitates ſecundorum numerorum decimus eſt numerus proportionalis ab unitate in decuplorum terminorum proportione; et centum myriades ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate ſextum et decimum. Demonſtratum eſt enim, diſtare ab unitate numero uno minore,

[p] ἴσας [q] ἴσον [r] ἴσων [s] ἀναλογίας ἐόντες καὶ [t] ὁ ἔχων [u] τοῦ [w] μάκωνος [x] ἐπεὶ [y] ἀλλάλας pro ἀλλάλαι ex MS. [z] οὕτως μείζω . . . . ὁ ἂν τοῦ ψάμμου [a] ἀριθμὸς [b] δακτυλιαίαν pro δακτυλιαίας ex MS. [c] τῶν [d] ἰᾳ' ἢ [e] λόγου ex MS. [f] τηλικαῦτα [g] δέκα μονάδων [h] ὅσος

quam qui ex utriſque componitur, quibus ſeſe invicem multiplicantes ab unitate diſtant. Horum autem ſexdecim, octo quidem primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur, numerorum ſunt; octo vero, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur ſecundi; horumque poſtremus eſt mille myriades ſecundorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ diametrum habet digitorum centum, minorem fore, quam mille myriadas ſecundorum numerorum. Rurſus et ſphæra, quæ digitorum decem millium diametrum habet, ſphæræ, quæ diametrum habet digitorum centum, multiplex eſt centum myriadibus. Si itaque ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea eſt, quæ diametrum habet digitorum decem millium; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur, mille myriadibus ſecundorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam mille myriades ſecundorum numerorum ſextus et decimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate alterum et vigeſimum. Horum autem duo et viginti, octo primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur, numerorum ſunt; octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur ſecundi; ſex reliqui, eorum, qui vocantur tertii; horumque poſtremus eſt decem myriades tertiorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ diametrum habet digitorum decem millium, minorem fore, quam decem myriadas tertiorum numerorum. Et quoniam ſphæra, quæ unius ſtadii diametrum habet, minor eſt quam ſphæra, quæ diametrum habet digitorum decem millium; conſtat arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ unius ſtadii diametrum habet, minorem eſſe quam decem myriadas tertiorum numerorum. Rurſus ſphæra, quæ ſtadiorum centum diametrum habet, ſphæræ, quæ diametrum habet unius ſtadii, multiplex eſt centum myriadibus. Si itaque ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine quanta ea eſt, quæ diametrum habet ſtadiorum centum; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur decem myriadibus tertiorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam decem myriades tertiorum numerorum alter et vigeſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate octavum et vigeſimum. Horum autem octo et viginti, octo primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur numerorum ſunt; octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur ſecundi; octo, qui ſequuntur

τέρων [i] ὡς ἀπέχοντι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλασιάξαντες ἀλλάλως. Τῶν δὲ ἑκκαίδεκα τούτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτὼ, τῶν δευτέρων· καὶ ὁ ἔσχατός ἐστιν αὐτῶν, χίλιαι μυριάδες [k] τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ρ´ δακτύλων ἐχούσᾳ, ἔλαττόν ἐστιν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ καὶ ἁ σφαῖρα, ἁ τῶν μυρίων δακτύλων ἔχουσα τὰν διάμετρον, [l] πολλαπλασίω τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον ρ´ δακτύλων, ταῖς ρ´ μυριάδεσσι. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ ἔχουσα σφαῖρα τὰν διάμετρον [m] μυριάδων δακτύλων· δῆλον ὡς ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς, τοῦ γινομένου πολλαπλασιασθεισᾶν [n] τᾶν χιλιᾶν μυριάδων τῶν δευτέρων ἀριθμῶν, ταῖς ρ´ μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δ᾽ αἱ μὲν τῶν δευτέρων ἀριθμῶν χίλιαι μυριάδες, ἑκκαιδέκατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ´ μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾷ αὐτᾷ ἀναλογίᾳ· δῆλον ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται δευτεροςεικοστὸς τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ δύο καὶ εἴκοσι τούτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων καλουμένων [o] ἐντί· ὀκτὼ δὲ οἱ μετ᾽ αὐτοὺς, δευτέρων καλουμένων· οἱ δὲ λοιποὶ ἓξ τῶν τρίτων καλουμένων· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι, δέκα μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ [p] σφαίρᾳ τὰν διάμετρον [q] ἐχούσᾳ μυρίων δακτύλων, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ι´ μυριάδες τρίτων ἀριθμῶν. Καὶ ἐπεὶ ἐλάσσων ἐστὶν ἁ σταδιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον σφαῖρα, τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον μυρίων δακτύλων· δῆλον, ὅτι καὶ τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ [r] μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον [s] ἐχούσᾳ σταδιαίαν, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ι´ μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὴ ἁ σφαῖρα, ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον ρ´ σταδίων, πολλαπλασίων ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδιαίαν, ταῖς ρ´ μυριάδεσσιν. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον ρ´ σταδίων· δῆλον ὅτι ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς, τοῦ γινομένου ἀριθμοῦ, πολλαπλασιασθεισᾶν [t] τᾶν δέκα μυριάδων τρίτων ἀριθμῶν, ταῖς ρ´ μυριάδεσσι. [u] Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες δευτεροςεικοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ´ μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ὀκτωκαιεικοστὸς ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ ὀκτὼ καὶ εἴκοσι τούτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τούτους ὀκτὼ, τῶν τρίτων· οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες, τῶν τετάρτων καλουμένων· καὶ

[i] συνημμένα [k] In MS. deſunt ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν, ὅτι τοῦ ψάμμου τοῦ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῇ σφαίρᾳ τῇ τὰν διάμετρον ρ´ δακτύλων ἐχούσᾳ ἔλαττον ἐστὶν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν [l] πολλαπλασία ἐστὶ [m] μυρίων δακτύλων [n] τῶν χιλιᾶν pro ταῖς χιλίαις [o] ἐστὶ pro ἐστὶν ex MS. [p] σφαίρᾳ τᾷ τὰν [q] ἐχούσᾳ pro ἔχουσα ex MS. [r] μέγεθος pro μεγέθεος ex MS. [s] ἐχούσᾳ pro τὰν ex MS. [t] τῶν pro τὰν ex MS. [u] καὶ ἐπεὶ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν δέκα, in MS. deſunt.

ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐςὶ, χίλιαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν. Φανερὸν ὦν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον [w] ἐχοίσᾳ ςαδίων ρ′, ἔλασσόν ἐςιν ἢ χίλιαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὴ ἁ σφαῖρα, ἁ ἔχοισα τὰν διάμετρον μυρίων ςαδίων, πολλαπλασία ἐςὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχοίσας τὰν διάμετρον ςαδίων ρ′, ταῖς ρ′ μυριάδεσσιν. Εἰ ὦν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐςὶν ἁ σφαῖρα, ἁ ἔχοισα τὰν διάμετρον ςαδίων μυρίων· δῆλον, ὅτι ἔλασσον ἐσσεῖται τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος, τοῦ γινομένου ἀριθμοῦ [x] πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν μονάδων τῶν τετάρτων ἀριθμῶν, ταῖς ρ′ μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δὲ αἱ μὲν τῶν τετάρτων ἀριθμῶν χίλιαι μονάδες ὀκτωκαιεικοςός ἐςιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ἑκατὸν μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὅτι ὁ γινόμενος ἐσσεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας τέταρτος καὶ τριακοςὸς ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ τεσσάρων καὶ τριάκοντα τούτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτὼ, τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν τρίτων· καὶ οἱ μετὰ τούτους ὀκτὼ, τῶν τετάρτων· οἱ δὲ λοιποὶ δύο τῶν πέμπτων καλουμένων ἐσσοῦνται· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐςὶ, δέκα μονάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Δῆλον ὦν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον [y] ἐχοίσᾳ ςαδίων μυρίων, ἔλασσον ἐσσεῖται ἢ ι′ μονάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὴ ἁ σφαῖρα, ἁ ἔχοισα τὰν διάμετρον ςαδίων ρ′ μυριάδων, πολλαπλασία ἐςὶ τᾶς σφαίρας τὰν διάμετρον ἐχοίσας ςαδίων μυρίων, ταῖς ρ′ μυριάδεσσιν. Εἰ ὦν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα [z] ταλικαύτα, ἁλίκα ἐςὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχοισα τὰν διάμετρον ςαδίων ρ′ μυριάδων· δῆλον, ὡς ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς, τοῦ γινομένου ἀριθμοῦ [a] πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν [b] δέκα μονάδων τῶν πέμπτων ἀριθμῶν, ταῖς ρ′ μυριάσι. Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν δέκα μονάδες, τέταρτός ἐςι καὶ τριακοςὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ′ μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὅτι ὁ γινόμενος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἐσσεῖται τετρακοςὸς ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ τεσσαράκοντα τούτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων [c] καλουμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν τρίτων· οἱ δὲ μετὰ τοὺς τρίτους ὀκτὼ, τῶν τετάρτων· οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτὼ, τῶν πέμπτων καλουμένων· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν [d] ἐςὶ, χίλιαι μυριάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Φανερὸν ὦν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος

alii, eorum, qui vocantur tertii; quatuor reliqui, eorum, qui vocantur quarti; horumque poſtremus eſt mille unitates quartorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ diametrum habet ſtadiorum centum, minorem fore, quam mille unitates quartorum numerorum. Rurſus ſphæra, quæ ſtadiorum decem millium diametrum habet, ſphæræ, quæ diametrum habet ſtadiorum centum, multiplex eſt centum myriadibus. Si itaque ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea eſt, quæ diametrum habet ſtadiorum decem millium; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur mille unitatibus quartorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam mille unitates quartorum numerorum octavus et vigeſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate quartum et trigeſimum. Horum autem quatuor et triginta, octo primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur, numerorum ſunt; octo qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur ſecundi; octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur tertii; octo qui ſequuntur alii, eorum qui vocantur quarti; duo reliqui, eorum, qui vocantur quinti; horumque poſtremus eſt decem unitates quintorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ diametrum habet ſtadiorum decem millium, minorem fore, quam decem unitates quintorum numerorum. Rurſus ſphæra, quæ centum myriadum ſtadiorum diametrum habet, ſphæræ quæ diametrum habet ſtadiorum decem millium, multiplex eſt centum myriadibus. Si itaque ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea eſt, quæ diametrum habet centum myriadum ſtadiorum; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur decem unitatibus quintorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam decem unitates quintorum numerorum quartus et trigeſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate quadrageſimum. Horum autem quadraginta, octo primi una cum unitate eorum, qui primi vocantur, numerorum ſunt; octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur ſecundi; octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur tertii; octo, qui poſt tertios ſequuntur, eorum, qui vocantur quarti; octo qui poſt quartos ſequuntur, eorum, qui vocantur quinti; horumque poſtremus eſt mille myriades quintorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, arenæ

[w] ἐχοίσα pro ἐχοισα ex MS. [x] πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν [y] ἐχοίσα pro ἔχοισα ex MS. [z] ταλικαύτα τὸ μέγεθος ἁλίκα [a] πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν [b] δέκα ex MS. [c] καλημένων pro καμένων ex MS. [d] ἐςὶ μυριάδες

multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ diametrum habet centum myriadum ſtadiorum, minorem fore quam mille myriadas quintorum numerorum. At vero ſphæra, quæ decem mille myriadum ſtadiorum diametrum habet, ſphæræ quæ diametrum habet centum myriadum ſtadiorum, multiplex eſt centum myriadibus. Si itaque ſphæra ex arena fierit tanta magnitudine, quanta ea eſt, quæ diametrum habet decem mille myriadum ſtadiorum; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur mille myriadibus quintorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam mille myriades quintorum numerorum quadrageſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate ſextum et quadrageſimum. Horum autem ſex et quadraginta, octo primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur, numerorum ſunt; octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur ſecundi; octo qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur tertii; octo qui poſt tertios ſequuntur, eorum, qui vocantur quarti; octo, qui poſt quartos ſequuntur, eorum, qui vocantur quinti; ſex reliqui, eorum, qui vocantur ſexti; horumque poſtremus eſt decem myriades ſextorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ diametrum habet decem mille myriadum ſtadiorum, minorem fore, quam decem myriadas ſextorum numerorum. At vero ſphæra, quæ decies centenum millium myriadum ſtadiorum diametrum habet, ſphæræ, quæ diametrum habet decem mille mille myriadum ſtadiorum, multiplex eſt centum myriadibus. Si itaque ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea eſt, quæ diametrum habet decies centenum millium myriadum ſtadiorum; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur decem myriadibus ſextorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam decem myriades ſextorum numerorum ſextus et quadrageſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate alterum et quinquageſimum. Horum autem duo et quinquaginta, octo et quadraginta una cum unitate, eorum numerorum ſunt, qui primi, ſecundi, tertii, quarti, quinti, et ſexti vocantur; quatuor reliqui eorum, qui vocantur ſeptimi; horumque poſtremus eſt mille unitates ſeptimorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit quæ

τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον [a] ἐχούσᾳ σταδίων ρ' μυριάδων, ἔλασσόν ἐστιν ἢ χίλιαι [b] μυριάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Ἁ δὲ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σταδίων μυριᾶν μυριάδων, πολλαπλασίων ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων ρ' μυριάδων, ταῖς ρ' μυριάδεσσιν. Εἰ δὴ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων [c] μυριᾶν μυριάδων· φανερὸν, ὅτι ἔλασσον ἐσσεῖται τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος, τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν [d] χιλιᾶν μυριάδων τῶν πέμπτων [e] ἀριθμῶν, ταῖς ρ' μυριάσιν. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν χίλιαι μυριάδες, τετρακοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ' μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἕκτος καὶ τετρακοστὸς ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ τεσσαράκοντα καὶ ἓξ τούτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· ὀκτὼ δὲ οἱ [g] μετ' αὐτοὺς, τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν τρίτων· οἱ δὲ μετὰ τοὺς τρίτους ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν τετάρτων· καὶ οἱ μετὰ τοὺς τετάρτους ὀκτὼ, τῶν πέμπτων· οἱ δὲ λοιποὶ ἓξ, τῶν ἕκτων καλουμένων ἐντί· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι, ι' μυριάδες τῶν [h] ἕκτων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ [i] μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον [k] ἐχούσᾳ σταδίων μυριάκις μυρίων, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ι' μυριάδες τῶν [l] ἕκτων ἀριθμῶν. Ἁ δὲ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ', πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων μυριάκις μυρίων, ταῖς ρ' μυριάδεσσιν. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα, ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυριάκις μυριάδων [m] ρ'· φανερὸν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος ἔλασσον ἐσσεῖται τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ, πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν ι' μυριάδων τῶν [n] ἕκτων ἀριθμῶν, [o] ταῖς ρ' μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν ἕκτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες [p] ἕκτος καὶ τεσσαρακοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ' μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται δυοκαιπεντακοστὸς ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας. Τῶν δὲ δύο καὶ πεντήκοντα τούτων, οἱ μὲν ὀκτὼ καὶ τεσσαράκοντα σὺν τᾷ μονάδι, εἴτε πρῶτοι καλούμενοί ἐντι, καὶ οἱ δεύτεροι, καὶ τρίτοι, καὶ τέταρτοι, καὶ πέμπτοι, καὶ ἕκτοι· οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες, τῶν ἑβδόμων καλουμένων ἐντί· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι, χίλιαι μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μεγέθος ἔχοντος [q] ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ

[a] ἐχούσᾳ pro ἐχούσα ex MS. [b] μυριάδες [c] μυρίων [d] τῶν χιλίων [e] ἀριθμῶν ταῖς ρ' μυριάσιν· ἐπεὶ δὲ
[f] αἱ μὲν τῶν πέμπτων in MS. deſunt. [g] μετὰ τούτους [h] ἕκτων pro ἑκτῶν ex MS. [i] μέγεθος pro μεγέθει ex MS.
[k] ἐχούσᾳ pro ἐχούσα ex MS. [l] ἕκτων pro ἐν τῶν ex MS. [m] ϛ' ex MS. [n] ἕκτων pro ἕκτου ex MS. [o] τῶν ρ'
[p] ἕκτος pro ἕκτοις [q] ἴσου

τὰν διάμετρον ἐχοῦσα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ', ἔλασσόν ἐστιν, ἢ [u] ͵α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάσσων ἐοῦσα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ'· δῆλον, ὅτι καὶ τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. [w] Ὅτι μὲν ὁμοίως τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν πλείστων ἀστρολόγων καλουμένῳ κόσμῳ, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν, δέδεικται. Ὅτι δὲ καὶ τὸ πλῆθος τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ ταλικαύτᾳ, ἁλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων [x] ἄστρων σφαῖραν εἶμεν ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν, δειχθήσεται. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται, τὰν γᾶν τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον ποτὶ τὸν ὑφ' ἁμῶν εἰρημένον κόσμον, ὃν ἔχει λόγον ὁ εἰρημένος κόσμος ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν, [y] ἂν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται· καὶ αἱ διάμετροι τᾶν σφαιρᾶν τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτὶ ἀλλάλας· ἁ δὲ τοῦ κόσμου διάμετρος τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς δέδεικται ἐλάσσων [z] ἐοῦσα ἢ μυριοπλασίων· δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ἁ διάμετρος τᾶς τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαίρας, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τοῦ κόσμου. Ἐπεὶ δ' αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων· φανερὸν, ὅτι ἁ τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖρα [a] ἂν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριάκις μυριάδων μυριάδεσσι πολλαπλασίων τοῦ κόσμου. Δέδεικται γὰρ, τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Δῆλον οὖν, ὅτι εἰ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκαν ὁ Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν, ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς, τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν μονάδων τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν, ταῖς μυριάκις μυρίαις μυριάδεσσι. Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν ͵α μονάδες, δυοκαιπεντηκοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνὰ λόγον· αἱ δὲ μυριάκις μύριαι μυριάδες, τρισκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται τέταρτος καὶ ἑξηκοστὸς ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας. Οὗτος δέ ἐστι τῶν ὀγδόων ὄγδοος· καὶ [b] χίλιαι μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν. Φανερὸν τοίνυν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαίρᾳ, ἂν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν.

Ταῦτα δὲ, Βασιλεῦ Γέλων, τοῖς μὲν πολλοῖς καὶ μὴ κεκοινωνηκότεσσι τῶν μαθημάτων οὐκ εὔπιστα φανεῖσθαι ὑπολαμβάνω· τοῖς δὲ μεταλελαβηκότεσσι,

diametrum habet decies centenum millium myriadum ſtadiorum, minorem fore, quam mille unitates ſeptimorum numerorum. Quoniam igitur demonſtratum eſt, mundi diametrum minorem eſſe decies centenis millibus myriadum ſtadiorum; conſtat arenæ multitudinem, cujus magnitudo mundo æqualis ſit, minorem eſſe quam mille unitates ſeptimorum numerorum. Itaque arenæ multitudinem, cujus magnitudo æqualis ſit ei, quem plures Aſtrologi mundum vocant, minorem eſſe quam mille unitates ſeptimorum, demonſtratum eſt. At vero arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit tanta magnitudine, quanta ponit Ariſtarchus eſſe inerrantium ſtellarum ſphæram, minorem eſſe quam mille myriadas octavorum numerorum, deinceps demonſtrabitur. Cum enim ponatur, terram eamdem ad mundum, quem diximus, habere rationem, quam habet is, quem diximus, mundus ad ſphæram inerrantium ſtellarum, quam ponit Ariſtarchus: cumque ſphærarum diametri eamdem inter ſe invicem rationem habeant: demonſtratumque ſit, mundi diametrum minorem eſſe quam decies millecuplam diametri terræ; conſtat ſphæræ inerrantium ſtellarum diametrum minorem eſſe quam decies millecuplam diametri mundi. Et cum ſphæræ triplam ſuarum diametrorum inter ſe invicem rationem habeant; conſtat ſphæram inerrantium ſtellarum, quam ponit Ariſtarchus, minorem eſſe quam mundi millies-centies millies-decies millecuplam. Demonſtratum autem eſt, arenæ multitudinem, cujus magnitudo mundo æqualis ſit, minorem eſſe quam mille unitates ſeptimorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, ſi ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta Ariſtarchus ponit inerrantium ſtellarum ſphæram eſſe; arenæ numerum minorem fore, quam qui oritur mille unitatibus ſeptimorum numerorum in millies centies mille myriadas ductis. Et quoniam mille unitates ſeptimorum numerorum alter et quinquageſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et millies centies mille myriades, tertius et decimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore quartum et ſexageſimum. Qui quidem numerus eſt octavorum octavus; hoc eſt mille myriades octavorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur arenæ multitudinem, cujus magnitudo æqualis ſit inerrantium ſtellarum ſphæræ, quam ponit Ariſtarchus, minorem eſſe quam mille octavorum numerorum myriadas.

Hæc autem, Rex Gelo, non admodum credibilia viſum iri arbitror multis, qui mathematicis diſciplinis inſtructi non ſunt: ſed credibilia e-

[u] χιλίαι [w] ὅτι μὲν . . . . . ὁμοίως [x] ἄστρων pro ἀστῶν ex MS. [y] In MS. ἂν deeſt. [z] ἴσα
[a] In MS. ἂν deeſt. [b] πεντακισχίλιαι

runt propter demonſtrationem iis, qui eaſdem probe callent, quique diſtantiis, et magnitudinibus terræ, ſolis, lunæ, et mundi totius cognoſcendis operam dederunt. Quo circa exiſtimaverim haud abſurdum fore, ſi qui eadem hæc diligentius contemplentur.

καὶ περὶ τῶν ἀποστημάτων, καὶ τῶν μεγεθέων τᾶς τε γᾶς, καὶ τοῦ ἁλίου, καὶ τᾶς σελάνας, καὶ τοῦ ὅλου κόσμου πεφροντικότεσσι, πιστὰ διὰ τὰν ἀπόδειξιν ἐσσεῖσθαι. Διόπερ ᾠήθην καί τινας [c] οὐκ ἀνάρμοστον ἔσῃ ἔτι [d] ἐπιθεωρῆσαι ταῦτα.

[c] οὐκ ἂν ἄχαρι εἴη [d] ἐπιθεωρῆσαι pro ἐπιθεώρηται ex MS.

ARCHIMEDIS

DE IIS QUÆ IN HUMIDO

VEHUNTUR

LIBER PRIMUS.

POSITIO I.

PONATUR humidi eam eſſe naturam, ut partibus ipſius æqualiter jacentibus, et continuatis inter ſeſe, minus preſſa a magis preſſa expellatur. Unaquæque autem pars ejus premitur humido ſupra ipſam exiſtente ad perpendiculum, ſi humidum ſit deſcendens in aliquo, aut ab alio aliquo preſſum.

PROPOSITIO I.

Si ſuperficies aliqua plano ſecetur per idem ſemper punctum; ſitque ſectio circuli circumferentia, centrum habens punctum illud, per quod plano ſecatur: ſphæræ ſuperficies erit.



Secetur ſuperficies aliqua plano per K punctum ducto: et ſit ſectio ſemper circuli circumferentia, centrum habens punctum K. Dico eam ſphæræ ſuperficiem eſſe.

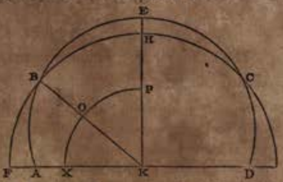
Si enim non eſt ſphæræ ſuperficies; rectæ lineæ, quæ a puncto K ad circumferentiam ducuntur, non omnes æquales erunt. Itaque ſint A, B puncta in ſuperficie; et inæquales lineæ AK, KB: per ipſas autem AK, KB planum ducatur, quod ſectionem faciat in ſuperficie lineam DABC. Ergo DABC circuli circumferentia eſt, cujus centrum K; quoniam ſuperficies ejuſmodi ponebatur: et idcirco æquales inter ſe ſunt AK, KB. Sed et inæquales; quod fieri non poteſt. Conſtat igitur ſuperficiem eam eſſe ſphæræ ſuperficiem.

PROP. II.

Omnis humidi conſiſtentis, atque manentis ſuperficies ſphærica eſt; cujus ſphæræ centrum eſt idem, quod centrum terræ.

Intelligatur humidum conſiſtens, manenſque; et ſecetur ipſius ſuperficies plano per centrum terræ ducto. Sit autem terræ centrum K: et ſuperficiei ſectio, linea ABCD. Dico lineam ABCD circuli circumferentiam eſſe, cujus centrum K.

Si enim non eſt, rectæ lineæ a puncto K ad lineam ABCD ductæ non erunt æquales. Sumatur recta linea quibuſdam quidem a puncto K ad ipſam ABCD ductis major; quibuſdam vero minor: et ex centro K, intervalloque lineæ ſumptæ circulus deſcribatur. Cadet ergo ipſius circumferentia partim extra lineam ABCD, partim intra; quoniam ea, quæ ex centro quibuſdam quidem a puncto K ad ipſam ductis eſt major; et quibuſdam minor. Itaque ſit circuli deſcripti circumferentia FBH: et ex B ad K ducta linea, jungantur FK, KHE, quæ angulos æquales faciant. Deſcribatur autem et ex



centro K circumferentia quædam XOP in plano, et in humido. Ergo partes humidi, quæ ſunt ad circumferentiam XOP æqualiter jacent, ac continuatæ inter ſeſe: et premuntur quidem partes, quæ ad XO circumferentiam, humido, quod loco AB continetur: quæ vero ad circumferentiam OP premuntur humido, quod continetur BE. Inæqualiter igitur premuntur partes humidi ad circumferentiam XO, et ad OP. Quare minus preſſæ a majis preſſis expellentur. Non ergo conſiſtet humidum. Atqui ponebatur conſiſtens, et manens. Neceſſarium eſt igitur lineam ABCD eſſe circuli circumferentiam, cujus centrum K. Similiter autem demonſtrabitur, et ſi quomodocunque aliter ſuperficies humidi plano ſecta fuerit per centrum terræ; ſectionem circuli circumferentiam eſſe; et centrum ipſius eſſe, quod et terræ centrum. Ex quibus conſtat ſuperficiem humidi conſiſtentis, atque manentis ſphæricam eſſe: et ejus ſphæræ centrum idem, quod centrum terræ: quoniam ejuſmodi eſt, ut ſecta per idem ſemper punctum ſectionem faciat circuli circumferentiam, centrum habentis punctum illud, per quod ipſa plano ſecatur.

PROP. III.

Solidarum magnitudinum, quæ æqualem molem habentes æque graves ſunt, atque humidum; in humidum demiſſæ demergentur ita, ut ex humidi ſuperficie nihil extet: non tamen ad huc deorſum ferentur.

Sit magnitudo aliqua æque gravis, atque humidum: et ſi fieri poteſt, in humidum demiſſa extet ex ſuperficie ipſius: conſiſtat autem humidum, maneatque: et intelligatur aliquod planum ductum per centrum terræ, et humidi, ac per ſolidam magnitudinem, ut ſit ſuperficiei quidem humidi ſectio ABCD; ſolidæ vero magnitudinis inſidentis EHTF; et terræ centrum K: ſitque ſolidæ magnitudinis pars, quæ in humido eſt, BHTC; et quæ extra humidum, BEFC. Intelligatur etiam ſolida figura comprehenſa pyramide, baſim quidem habente parallelogrammum, quod eſt in ſuperficie humidi; verticem autem



centrum terræ: ſitque ſectio plani, in quo eſt ABCD circumferentia, et planorum pyramidis KL, KM: et deſcribatur quædam alterius ſphæræ ſuperficies XOP circa centrum K, in humido ſub EFHT, ut ſit ipſa XOP ſectio facta a ſuperficie plani. Sumatur præterea alia quædam pyramis æqualis, et ſimilis comprehendenti ſolidam figuram, ipſi conjuncta, et continuata: ſitque, ſectio planorum ipſius KM, KN: et in humido intelligatur quædam magnitudo RSQY ex ipſo humido conſtans, æqualis, et ſimilis ſolidæ BHTC, quæ quidem pars eſt ſolidæ magnitudinis in humido demerſa. Partes igitur humidi, quæ ſcilicet in prima pyramide ſuperficie XO continetur, et quæ in altera continetur PO æqualiter ſunt poſitæ, et continuatæ; ſed non ſimiliter pre-

muntur. Nam contenta quidem X O, premitur ſolido E H T F, et humido interjecto inter ſuperficies X O, L M et plana pyramidis; contenta vero P O premitur ſolido R S Q Y, et humido inter ſuperficies O P, M N, et pyramidis plana interjecto. Minor autem eſt gravitas humidi, quod eſt inter M N, O P quam ejus, quod inter L M, X O. Solidum enim R S Q Y eſt minus ſolido E H T F. Cum ſit æquale ipſi B H T C; quia magnitudine æquale, et æque grave ponitur ſolidum, atque humidum: reliquum autem reliquo inæquale eſt. Conſtat igitur partem contentam ſuperficie O P, expelli ab ea, quæ ipſa X O continetur: et non conſiſtere humidum. Ponebatur autem conſiſtens, et manens: non ergo ex ſuperficie humidi extat aliquid ſolidæ magnitudinis. Sed neque demerſum ſolidum ad inferiora feretur. Similiter enim prèmentur omnes partes humidi æqualiter poſitæ, cum ſolidum ſit æque grave, atque humidum.

PROP. IV.

Solidarum magnitudinum quæcunque levior humido fuerit, demiſſa in humidum non demergetur tota, ſed aliqua pars ipſius ex humidi ſuperficie extabit.

Sit magnitudo ſolida humido levior; et demiſſa in humidum demergatur tota, ſi fieri poteſt, ut nulla pars ipſius extet ex humidi ſuperficie. Conſiſtat autem humidum, maneatque: et intelligatur aliquod planum ductum per centrum terræ, per humidum, et per magnitudinem ſolidam: a quo ſuperficies quidem humidi ſecetur ſecundum circumferentiam A B C; ſolida autem magnitudo ſecundum figuram, in qua R: et centrum terræ ſit K. Intelligatur etiam quædam pyramis comprehendens figuram R, ſicuti prius, quæ punctum K pro vertice habeat: ſecenturque ipſius plana a ſuperficie plani A B C ſecundum A K, K B: et ſumatur pyramis alia æqualis, et ſimilis ſuperiori, cujus plana ſecentur a plano A B C, ſecundum B K, K C: deinde alterius ſphæræ ſuperficies quædam deſcribatur in humido circa centrum K, ſub ſolida magnitudine: et ſecetur ab eodem plano ſecundum X O P: poſtremo intelligatur alia magnitudo H in poſteriori pyramide, quæ ex humido conſtet, et ſolidæ magnitudini R ſit æqualis. Partes igitur humidi, et quæ in prima pyramide continetur ſuperficie X O; et quæ in ſecunda ſuperficie O P continetur, æqualiter jacent, et continuatæ inter ſeſe; non tamen ſimiliter premuntur: nam quæ eſt in prima pyramide premitur magnitudine ſolida R, et humido continente ipſam, quod eſt in loco pyramidis A B O X: quæ vero in altera pyramide



premitur ſolida magnitudine H, et humido ipſam continente in loco pyramidis P O B C. At gravitas ſolidæ magnitudinis R, minor eſt gravitate humidi, in quo H: quoniam magnitudo ſolida mole quidem æqualis, et humido levior ponitur: gravitas autem humidi continentis magnitudines R, H eſt æqualis; cum pyramides æquales ſint. Magis ergo premitur pars humidi, quæ eſt ſub ſuperficie O P. Quare expellet partem minus preſſam, et non manebit humidum. Ponebatur autem manens. Non igitur demergetur tota, ſed aliqua pars ipſius ex humidi ſuperficie extabit.

PROP. V.

Solidarum magnitudinum quæcunque levior humido fuerit, demiſſa in humidum uſque eo demergetur, ut tanta moles humidi, quanta eſt partis demerſæ, eandem, quam tota magnitudo, gravitatem habeat.

Diſponantur eadem, quæ ſupra: ſitque humidum manens: et magnitudo * E H T F humido levior. Si igitur humidum manet, ſimiliter prementur ejus partes, quæ æqualiter jacent. Similiter ergo premetur humidum ſub ſuperficiebus X O, O P. Quare æqualis eſt gravitas, qua premuntur. Eſt autem et gravitas humidi, quod in prima pyramide abſque ſolido B H T C, æqualis gravitati humidi, quod in altera pyramide abſque R S Q Y humido. Perſpicuum eſt igitur gravitatem magnitudinis E H T F gravitati humidi R S Q Y æqualem eſſe. Ex quibus conſtat, tantam humidi molem, quanta eſt pars demerſa ſolidæ magnitudinis, eandem, quam tota magnitudo habere gravitatem.

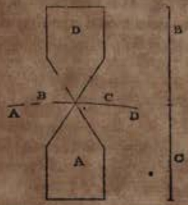
PROP. VI.

Solidæ magnitudines humido leviores, in humidum impulſæ ſurſum feruntur tanta vi, quanto humidum molem habens magnitudini æqualem, gravius eſt ipſa magnitudine.

* Vide Fig. Prop. III.

Sit enim magnitudo A levior humido: et ſit magnitudinis quidem A gravitas B: humidi vero molem habentis æqualem ipſi A, gravitas ſit BC. Demonſtrandum eſt magnitudinem A in humidum impulſam tanta vi ſurſum ferri, quanta eſt gravitas C.

Accipiatur enim quædam magnitudo, in qua D, habens gravitatem ipſi C æqualem. Itaque magnitudo ex utriſque magnitudinibus conſtans, in quibus AD, levior eſt humido: nam magnitudinis quidem quæ ex utriſque conſtat gravitas eſt BC; humidi vero habentis molem ipſis æqualem gravitas major eſt, quam BC: quoniam BC gravitas eſt humidi molem habentis æqualem ipſi A. Si ergo demittatur in humidum magnitudo ex utriſque AD conſtans; uſque eo demergetur, ut tanta moles humidi, quanta eſt pars magnitudinis demerſa eandem, quam tota magnitudo gravitatem habeat. Hoc enim jam demonſtratum eſt. Sit autem ſuperficies humidi alicujus ABCD circumferentia. Quoniam igitur tanta moles humidi, quanta eſt magnitudo A, gravitatem habet eandem, quam magnitudines A, D: perſpicuum eſt partem ipſius demerſam eſſe magnitudinem A; reliquam vero D totam ex humidi ſuperficie extare. Quare conſtat magnitudinem A tanta vi ſurſum ferri, quanta deorſum premitur ab eo, quod eſt ſupra; videlicet a D, cum neutra ab altera expellatur. Sed D fertur deorſum tanta gravitate, quanta eſt C: ponebatur enim gravitas ejus, in quo D, ipſi C æqualis. Patet igitur illud quod demonſtrare oportebat.



PROP. VII.

Solidæ magnitudines humido graviores demiſſæ in humidum ferentur deorſum, donec deſcendant: et erunt in humido tanto leviores, quanta eſt gravitas humidi molem habentis ſolidæ magnitudini æqualem.

Solidas magnitudines humido graviores, in humidum demiſſas deorſum quidam ferri, donec deſcendant, manifeſtum eſt: partes enim humidi, quæ ſub eis ſunt, premuntur magis, quam partes æqualiter ipſis adjacentes; quoniam magnitudo ſolida humido gravior ponitur. Leviores autem eſſe, uti dictum eſt, demonſtrabitur hoc modo. Sit enim aliqua magnitudo A gravior humido: et ſit magnitudinis quidem A gravitas BC: humidi vero molem habentis æqualem ipſi A gravitas ſit B. Demonſtrandum eſt magnitudinem A in humido exiſtentem habere gravitatem æqualem ipſi C.

Accipiatur enim alia aliqua magnitudo, in qua D, levior humido, cujus gravitas ſit ipſi B æqualis: humidi vero molem habentis æqualem magnitudini D, ſit gravitas æqualis BC. Itaque compoſitis magnitudinibus A, D, magnitudo ex utriſque conſtans æque gravis erit, atque ipſum humidum: gravitas enim utrarumque magnitudinum eſt æqualis utriſque gravitatibus, videlicet BC, et B: gravitas autem humidi habentis molem æqualem utriſque magnitudinibus, eſt eiſdem gravitatibus æqualis. Demiſſis igitur magnitudinibus, et in humidum projectis æque graves erunt, atque humidum: neque ſurſum, neque deorſum ferentur: quoniam magnitudo quidem A gravior humido feretur deorſum; et eadem vi a magnitudine D ſurſum retrahetur. Magnitudo autem D humido levior feretur ſurſum tanta vi, quanta eſt gravitas C: demonſtratum enim eſt magnitudines ſolidas humido leviores, impulſas in humidum tanta vi retrahi ſurſum, quanto humidum habens molem magnitudini æqualem gravius eſt ipſa magnitudine. At humidum molem habens æqualem D, gravius eſt, quam D, ipſa C gravitate. Conſtat igitur magnitudinem A deorſum ferri tanta gravitate, quanta eſt C. Quod demonſtrare oportebat.



POSITIO II.

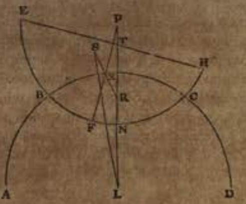
Ponatur eorum, quæ in humido ſurſum feruntur, unumquodque ſurſum ferri ſecundum perpendicularem, quæ per centrum gravitatis ipſorum ducitur.

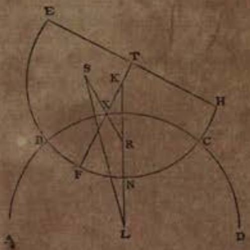
PROP. VIII.

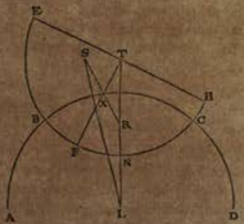
Si aliqua magnitudo ſolida levior humido, quæ figuram portionis ſphæræ habeat, in humidum demittatur, ita ut baſis portionis non tangat humidum: figura inſidebit recta, ita ut axis portionis ſit ſecundum perpendicularem. Et ſi ab aliquo inclinetur figura, ut baſis portionis humidum contingat non manebit inclinata ſi demittatur, ſed recta reſtituetur.

[* Intelligatur quædam magnitudo, qualis dicta eſt, in humidum demiſſa, et ducatur planum per axem portionis, et per terræ centrum, ut ſit ſuperficiei humidi ſectio circumferentia ABCD: et figuræ ſectio EFH circumferentia: ſit autem EH recta linea; et FT axis portionis. Si igitur inclinetur figura, ita ut axis portionis FT non ſit ſecundum perpendicularem; demonſtrandum eſt, non manere ipſam figuram; ſed in rectum reſtitui.

Itaque centrum ſphæræ eſt in linea FT. Nam ſit primum figura major dimidia ſphæra: ſitque in dimidia ſphæra ſphæræ centrum T; in minori portione ſit centrum P; et in majori K: per K vero, et terræ centrum L ducatur KL ſecans circumferentiam EFH in puncto N. Quoniam igitur unaquæque ſphæræ portio axem habet in linea, quæ a centro ſphæræ ad ejus baſim perpendicularis ducitur: habetque in axe gravitatis centrum: portionis in humido demerſæ, quæ ex duabus ſphæræ portionibus conſtat, axis erit in perpendiculari per K ducta. Et idcirco centrum gravitatis ipſius erit in linea NK, quod ſit R. Sed totius portionis gravitatis centrum eſt in linea FT inter K, et F, quod ſit X. Reliquæ ergo figuræ quæ eſt extra humidum, centrum erit in linea RX producta ad partes X; et aſſumpta ex ea, linea quadam, quæ ad RX eandem proportionem habeat, quam gravitas portionis in humido demerſæ habet ad gravitatem figuræ, quæ eſt extra humidum. Sit autem S centrum dictæ figuræ: et per S ducatur perpendicularis







LS. Feretur ergo gravitas figuræ quidem, quæ extra humidum per rectam SL deorſum; portionis autem, quæ in humido, ſurſum per rectam RL. Quare non manebit figura: ſed partes ejus quæ ſunt ad E, deorſum; et quæ ad H ſurſum ferentur: idque continenter fiet, quoad FT ſit ſecundum perpendicularem. Eodem modo in aliis portionibus idem demonſtrabitur.]

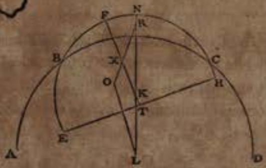
PROP IX.

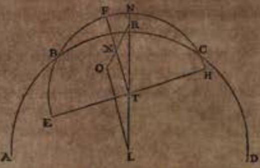
Quod ſi figura humido levior in humidum demittatur, ita ut baſis tota ſit in humido; inſidebit recta, ita ut axis ipſius ſecundum perpendicularem conſtituatur.

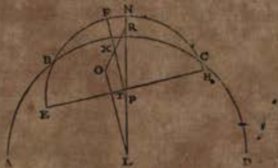
Intelligatur enim magnitudo aliqua, qualis dicta eſt, in humidum demiſſa: et intelligatur planum per axem portionis, et per centrum terræ ductum: ſitque ſuperficiei quidem humidi ſectio ABCD circumferentia; figuræ autem ſectio circumferentia EFH: et ſit EH recta linea: et axis portionis FT. Si igitur fieri poteſt, non ſit FT ſecundum perpendicularem. Demonſtrandum eſt non manere figuram; ſed in rectum reſtitui.

* Suppleta a Federico Commandino.

Eſt autem centrum ſphæræ in linea F T: rurſus enim ſit figura primo major dimidia ſphæra; et ſphæræ centrum in dimidia ſphæra ſit punctum T; in minore portione P; in majori vero ſit K: et per K, et terræ centrum L ducatur KL. Itaque figura quæ eſt extra humidi ſuperficiem, axem habet in perpendiculari per K: et propter ea, quæ ſuperius dicta ſunt, centrum gravitatis ipſius eſt in linea NK, quod ſit R; totius autem portionis cen-







trum gravitatis eſt in linea F T, inter K et F, quod ſit X. Reliquæ ergo figuræ, ejus ſcilicet, quæ eſt in humido, centrum erit in recta linea R X producta ad partes X; et aſſumpta ex ea linea quadam, quæ ad X R eandem habeat proportionem, quam gravitas portionis, quæ eſt extra humidum, ad gravitatem figuræ, quæ in humido. Sit autem O centrum dictæ figuræ: et per O perpendicularis ducatur L O. Feretur ergo gravitas portionis quidem, quæ eſt extra humidum, per rectam R L deorſum; figuræ autem, quæ in humido, per rectam O L ſurſum. Non manet igitur figura; ſed partes ejus, quæ ſunt ad H, deorſum ferentur; et quæ ad E, ſurſum. Atque hoc ſemper erit, donec F T ſecundum perpendicularem fiat.

ARCHIMEDIS

DE IIS QUÆ IN HUMIDO

VEHUNTUR

LIBER SECUNDUS.

PROPOSITIO I.

SI magnitudo aliqua humido levior demittatur in humidum, eam in gravitate proportionem habebit ad humidum æqualis molis, quam pars magnitudinis demerſa habet ad totam magnitudinem.

Demittatur enim in humidum aliqua magnitudo ſolida, quæ ſit FA, levior humido: et pars quidem ipſius demerſa ſit A; quæ autem extra humidum, F. Demonſtrandum eſt, magnitudinem FA ad humidum æqualis molis eam in gravitate proportionem habere, quam habet A ad FA.

Accipiatur enim aliqua humidi magnitudo NI æqualis magnitudini FA; ſitque ipſi F æqualis N: et ipſi A æqualis I. Magnitudinis autem FA gravitas ſit B: et magnitudinis NI gravitas OR; et ipſius I ſit R. Magnitudo igitur FA ad NI eam proportionem habet, quam gravitas B ad gravitatem OR. Sed quoniam magnitudo FA in humidum demiſſa levior eſt humido; patet tantam humidi molem, quanta eſt pars magnitudinis demerſa, eandem quam



magnitudo FA habere gravitatem. Hoc enim ſuperius demonſtratum eſt. At ipſi A reſpondet humidum I, cujus quidem gravitas eſt R; et ipſius FA gravitas B. Ergo B gravitas ejus, quod habet molem æqualem toti magnitudini FA, æqualis erit gravitati humidi I, videlicet ipſi R. Et quoniam ut magnitudo FA ad humidum NI ſibi reſpondens, ita eſt B ad OR: eſt autem B æqualis ipſi R: et ut R ad OR, ita I ad NI; et A ad FA: ſequitur ut FA ad humidum æqualis molis eam in gravitate proportionem habeat, quam magnitudo A habet ad FA. Quod demonſtrare oportebat.

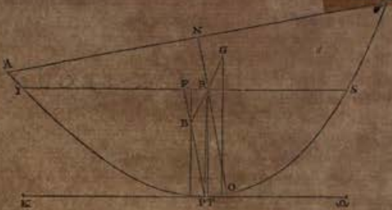
PROP. II.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit non majorem, quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in gravitate;

demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius humidum non contingat; et poſita inclinata, non manebit inclinata; ſed recta reſtituetur. Rectam dico conſiſtere talem portionem, quando planum quod ipſam ſecuit, ſuperficiei humidi fuerit æquidiſtans.

Sit portio rectanguli conoidis, qualis dicta eſt; et jaceat inclinata. Demonſtrandum eſt non manere ipſam; ſed rectam reſtitui.

Itaque ſecta ipſa plano per axem, recto ad planum, quod eſt in ſuperficie humidi, portionis ſectio ſit APOL rectanguli coni ſectio: axis portionis, et ſectionis diameter NO: ſuperficiei autem humidi ſectio ſit IS. Si igitur portio non eſt recta; non utique erit AL ipſi IS æquidiſtans. Quare NO cum IS non faciet angulos rectos. Ducatur ergo K Ω contingens ſectionem coni in P [* quæ ipſi IS æquidiſtet: et a puncto P ad IS ducatur PF æquidiſtans ipſi ON, quæ erit ſectionis IPOS diameter, et axis portionis in humido demerſæ. Sumantur deinde centra gravitatum: ſitque ſolidæ magnitudinis APOL gravitatis centrum R; ipſius vero IPOS centrum ſit B: et juncta BR producatur ad G, quod ſit centrum gravitatis reliquæ figuræ ISLA. Quoniam igitur NO ipſius quidem RO ſeſquialtera eſt; ejus autem, quæ uſque ad axem minor quam ſeſquialtera; erit RO minor, quam quæ uſque ad axem. Quare angulus RP Ω acutus erit: cum enim linea, quæ uſque ad axem major ſit ipſa RO; quæ a puncto R ad K Ω perpendicularis ducitur, videlicet RT, cum linea FP extra ſectionem conveniet: et propterea inter P et Ω puncta cadat neceſſe eſt. Itaque ſi per B, G ducantur

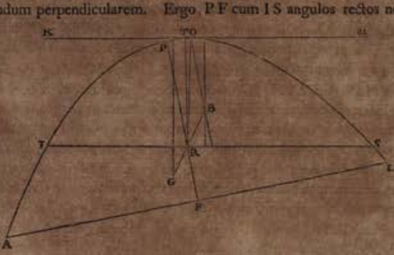


lineæ ipſi RT æquidiſtantes; angulos rectos cum ſuperficie humidi continebunt: et quod in humido eſt ſurſum feretur ſecundum perpendicularem, quæ per B ducta eſt, ipſi RT æquidiſtans: quod vero eſt extra humidum, ſecundum eam, quæ per G, deorſum feretur; et non ita manebit ſolidum APOL: nam quod eſt ad A, feretur ſurſum; et quod ad L, deorſum, donec NO ſecundum perpendicularem conſtituatur.]

PROP. III.

Recta portio conoidis rectanguli quando axem habuerit non majorem, quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in gravitate; demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius tota ſit in humido; et poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed ita reſtituetur, ut axis ipſius ſecundum perpendicularem fiat.

Demittatur enim aliqua portio in humidum, qualis dicta eſt: ſitque ipſius baſis in humido: et ſecta ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſit ſectio APOL rectanguli coni ſectio: axis portionis, et ſectionis diameter PF: ſuperficiei autem humidi ſectio ſit IS. Quod ſi inclinata jaceat portio, non erit axis ſecundum perpendicularem. Ergo PF cum IS angulos rectos non faciet. Itaque ducatur linea quædam K Ω æquidiſtans ipſi IS; contingenſque ſectionem APOL in O: et ſolidæ quidem magnitudinis APOL ſit R gravitatis centrum: ipſius autem IPOS centrum ſit B: junctaque BR producatur: et ſit G centrum gravitatis reliquæ figuræ ISLA. Similiter demonſtrabitur angulum ROK acutum eſſe: et per-



pendicularem ab R ad K Ω ductam cadere inter K et O, quæ ſit RT. Si autem a punctis G, B ducantur ipſi RT æquidiſtantes; pars quidem ſolidæ magnitudinis, quæ in humido eſt, ſurſum

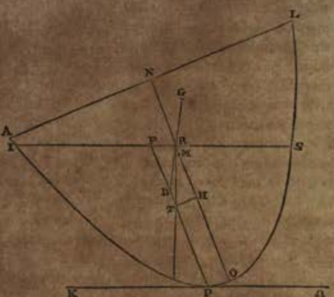
* Suppleta a Federico Commandino.

feretur ſecundum perpendicularem per G ductam: quæ autem extra humidum, ſecundum perpendicularem per B deorſum feretur: et non manebit ſolidum A P O L ſic habens in humido: ſed quod quidem eſt ad A, feretur ſurſum: quod autem ad L, deorſum; donec P F fiat ſecundum perpendicularem.

P R O P. IV.

Recta portio conoidis rectanguli, quando fuerit humido levior, et axem habuerit majorem quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem: ſi in gravitate ad humidum æqualis molis non minorem proportionem habeat ea, quam quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe; demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius humidum non contingat; et poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed recta reſtituetur.

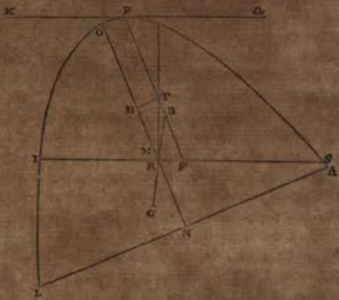
Sit portio conoidis rectanguli, qualis dicta eſt: et demiſſa in humidum, ſi fieri poteſt, non ſit recta; ſed inclinata: ſecta autem ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, portionis quidem ſectio ſit rectanguli coni ſectio A P O L, axis portionis, et ſectionis diameter N O; et ſuperficiei humidi ſectio ſit I S. Si igitur portio non eſt recta, non faciet N O cum I S angulos æquales. Ducatur K Ω contingens rectanguli coni ſectionem in P; æquidiſtanſque ipſi I S: et a puncto P ipſi O N æquidiſtans ducatur P F. Itaque ſumantur centra gravitatum: et ſolidi quidem A P O L centrum ſit R; ejus autem, quod intra humidum, centrum B: junctaque B R producatur ad G, ut G ſit centrum gravitatis ſolidi, quod extra humidum. Quoniam igitur N O ipſius quidem R O ſeſquialtera eſt; ejus autem, quæ uſque ad axem, major quam ſeſquialtera: patet R O majorem eſſe, quam quæ uſque ad axem. Sit ei, quæ uſque ad axem æqualis R H: et O H dupla ipſius H M. Quod cum N O ipſius R O ſeſquialtera ſit; itemque M O ipſius O H: et reliqua N M reliquæ R H ſeſquialtera erit. Ergo axis tanto major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, quanta eſt linea M O. Ponebatur autem portio ad humidum æqualis molis non minorem in gravitate proportionem habere, quam quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis eſt major, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, ad quadratum, quod ab axe. Quare conſtat portionem ad humidum in gravitate non minorem proportionem habere, quam quadratum lineæ M O ad quadratum ipſius N O. Sed quam proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eandem portio ipſius demerſa habet ad totam portionem: hoc enim ſupra demonſtratum eſt; et quam proportionem habet demerſa portio ad totam, eam quadratum P F habet ad N O quadratum: cum demonſtratum ſit in iis, quæ de conoidibus, et ſphæroidibus, ſi a rectangulo conoide duæ portiones planis quomodocunque ductis abſcindantur, portiones inter ſe eandem habere proportionem, quam quadrata, quæ ab ipſorum axibus conſtituuntur. Non minorem ergo proportionem habet quadratum P F ad quadratum N O, quam quadratum M O ad idem N O quadratum. Quare P F non eſt minor ipſa M O, nec B P item minor H O. Si igitur ab H ducatur linea ad rectos angulos ipſi N O, coibit cum B P, atque inter B, et P cadet. Coeat in T. Et quoniam P F quidem æquidiſtans eſt diametro, H T autem ad diametrum perpendicularis; et R H æqualis ei, quæ uſque ad axem: ducta linea ab R ad T et producta angulos rectos faciet cum linea ſectionem in puncto P contingente. Quare et cum I S, et cum humidi ſuperficie, quæ per I S tranſit. Itaque ſi per B, G puncta lineæ ipſi R T æquidiſtantes ducantur, angulos rectos facient cum ſuperficie humidi: et quod quidem in humido eſt ſolidum conoidis feretur ſurſum ſecundum eam, quæ per B ducta fuerit ipſi R T æquidiſtans: quod autem extra humidum, ſecundum eam, quæ per G, deorſum feretur. Atque hoc tandiu fiet, quoad conoides rectum conſtituatur.



PROP. V.

Recta portio conoidis rectanguli, quando levior humido axem habuerit majorem, quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem; ſi ad humidum in gravitate non majorem proportionem habeat, quam exceſſus, quo quadratum quod ſit ab axe majus eſt quadrato, quod ab exceſſu, quo axis major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, ad quadratum, quod ab axe: demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius tota ſit in humido; et poſita inclinata non manebit inclinata, ſed reſtituetur ita, ut axis ipſius ſecundum perpendicularem fiat.

Demittatur enim in humidum portio aliqua, qualis dicta eſt: et ſit baſis ipſius tota in humido. Secta autem ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, erit ſectio rectanguli coni ſectio, quæ ſit A P O L: axis portionis, et ſectionis diameter N O: ſuperficiei autem humidi ſectio ſit I S. Quoniam igitur axis non eſt ſecundum perpendicularem; ipſa N O cum I S non faciet angulos æquales. Ducatur K Ω contingens ſectionem A P O L in P; atque ipſi I S æquidiſtans: per autem ducatur P F æquidiſtans ipſi N O: et ſumantur gravitatum centra: ſitque ipſius A P O L ſolidi centrum R; ejus quod extra humidum ſit B: et juncta B R producatur ad G, quod ſit centrum gravitatis ſolidi in humido demerſi: ſumatur præterea R H æqualis ei, quæ uſque ad axem: O H autem dupla ipſius H M; et alia fiant, ſicuti ſuperius dictum eſt. Itaque cum portio ad humidum in gravitate non majorem proportionem habere ponatur, quam exceſſus, quo quadratum N O excedit quadratum M O, ad ipſum N O quadratum: et quam proportionem in gravitate portio habet ad humidum æqualis molis, eandem habeat magnitudo portionis demerſa ad totam portionem, quod demonſtratum eſt in prima propoſitione: magnitudo demerſa non majorem proportionem habebit ad totam portionem, quam ſit



dicta illa proportio. Quare non majorem proportionem habet tota portio ad eam quæ eſt extra humidum, quam quadratum N O ad quadratum M O. Habet autem tota portio ad eam, quæ extra humidum proportionem eandem, quam quadratum N O ad quadratum P F. Quadratum igitur N O ad quadratum P F non majorem proportionem habet, quam ad quadratum M O. Ex quo efficitur, ut P F non ſit minor ipſa O M; neque P B ipſa O H. Quæ ergo ab H ducitur ad rectos angulos ipſi N O, coibit cum B P inter P et B. Coeat in T. Et quoniam in rectanguli coni ſectione P F eſt æquidiſtans diametro N O; H T autem ad diametrum perpendicularis; et R H æqualis ei, quæ uſque ad axem: conſtat R T productam facere angulos rectos cum ipſa K P Ω. Quare et cum I S. Ergo R T perpendicularis eſt ad ſuperficiem humidi. Et ſi per B, G puncta ducantur æquidiſtantes ipſi R T, ad ſuperficiem humidi perpendiculares erunt. Portio igitur, quæ eſt extra humidum, deorſum in humidum feretur ſecundum perpendicularem per B ductam; quæ vero intra humidum, ſecundum perpendicularem per G ſurſum feretur: et non manebit ſolida portio A P O L, ſed intra humidum movebitur, donec utique ipſa N O ſecundum perpendicularem fiat.

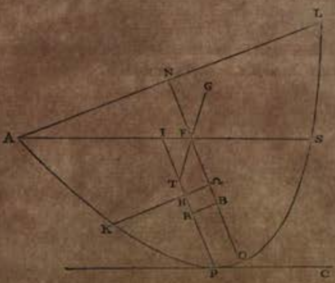
PROP. VI.

Recta portio conoidis rectanguli, quando levior humido axem habuerit majorem quidem quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem, minorem vero, quam ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; in humidum demiſſa adeo, ut baſis ipſius contingat humidum, nunquam conſiſtet inclinata ita, ut baſis in uno puncto humidum contingat.

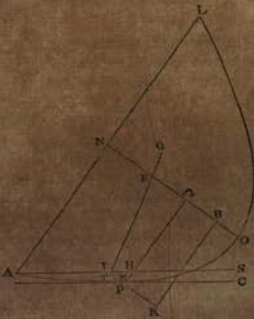
Sit portio, qualis dicta eſt, et in humidum demittatur, ſicuti diximus, adeo ut baſis ejus in uno

puncto contingat humidum. Demonſtrandum eſt non manere ipſam portionem, ſed revolvi ita, ut baſis nullo modo humidi ſuperficiem contingat.

Secta enim ipſa per axem, plano ad ſuperficiem humidi recto, ſit ſectio ſuperficiei portionis APOL rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio ſit AS: axis autem portionis, ac ſectionis diameter NO: et ſecetur in F quidem ita, ut OF ſit dupla ipſius FN; in Ω vero, ut NO ad FΩ eandem habeat proportionem, quam quindecim ad quatuor: et ipſi NO ad rectos angulos ducatur ΩK. Itaque quoniam NO ad FΩ majorem habet proportionem, quam ad eam, quæ uſque ad axem; ſit ei, quæ uſque ad axem æqualis FB: et ducatur PC quidem ipſi AS æquidiſtans, contingenſque ſectionem APOL in P; PI vero æquidiſtans ipſi NO: et primum ſecet PI ipſam KΩ in H. Quoniam ergo in portione APOL,



quæ continetur recta linea, et rectanguli coni ſectione, KΩ quidem æquidiſtans eſt ipſi AL; PI vero diametro æquidiſtat: ſecaturque ab ipſa KΩ in H: et AS æquidiſtat contingenti in P: neceſſarium eſt ipſam PI ad PH vel eandem proportionem habere, quam habet NΩ ad ΩO, vel majorem: hoc enim jam demonſtratum eſt. At vero NΩ ſeſquialtera eſt ipſius ΩO. Et PI igitur vel ſeſquialtera eſt ipſius HP; vel major, quam ſeſquialtera. Quare PH ipſius HI aut dupla eſt, aut minor, quam dupla. Sit autem PT dupla TI. Erit centrum gravitatis ejus, quod eſt in humido, punctum T. Itaque juncta TF producatur; ſitque ejus, quod extra humidum gravitatis centrum G: et a puncto B ad rectos angulos ducatur ipſi NO ducatur BR. Quod cum PI quidem ſit æquidiſtans diametro NO: BR autem ad diametrum perpendicularis: et FB æqualis ei, quæ uſque ad axem: perſpicuum eſt FR productam æquales facere angulos cum ea, quæ ſectionem APOL in puncto P contingit. Quare et cum AS: et cum ſuperficie humidi. Lineæ autem ductæ per T, G æquidiſtantes ipſi FR, erunt et ad humidi ſuperficiem perpendiculares: et ſolidi APOL magnitudo, quæ et intra humidum ſurſum feretur ſecundum perpendicularem per T ductam; quæ vero extra humidum ſecundum eam, quæ per G, deorſum feretur. Revolvetur ergo ſolidum APOL: et baſis ipſius nullo modo humidi ſuperficiem continget. At ſi PI lineam KΩ non ſecet, ut in ſecunda figura; manifeſtum eſt punctum T, quod eſt centrum gravitatis demerſæ portionis, cadere inter P et I: et reliqua ſimiliter demonſtrabuntur.

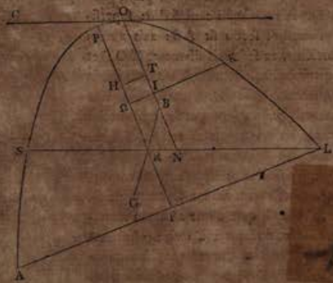


PROP. VII.

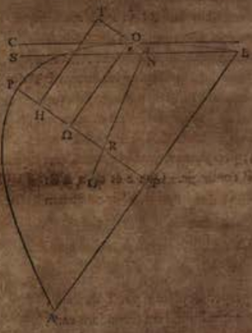
Recta portio conoidis rectanguli, quando levior humido axem habuerit majorem quidem quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem; minorem vero, quam ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demiſſa, adeo ut baſis ipſius tota ſit in humido; nunquam conſiſtet ita, ut baſis contingat humidi ſuperficiem: ſed ut tota in humido ſit, et nullo modo ejus ſuperficiem contingat.

Sit portio qualis dicta eſt: et demittatur in humidum, ut diximus, adeo ut baſis ipſius in uno

puncto contingat humidi ſuperficiem. Demonſtrandum eſt non manere ipſam: ſed revolvi ita ut baſis ſuperficiem humidi nullo modo contingat.



Secta enim ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſectio ſit APOL rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio ſit SL: axis portionis, et ſectionis diameter PF: ſeceturque PF in R quidem ita ut RP ſit dupla ipſius RF; in Ω autem ut PF ad RΩ proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: et ΩK ipſi PF ad rectos angulos ducatur. Erit RΩ minor, quam quæ uſque ad axem. Itaque accipiatur ei, quæ uſque ad axem æqualis RH: et CO quidem ducatur contingens ſectionem in O, quæ ipſi SL æquidiſtet; NO autem æquidiſtet PF: et primum ipſam KΩ ſecet, atque in puncto I. Similiter ut in ſuperioribus demonſtrabitur NO, vel ſeſquialtera ipſius OI, vel major, quam ſeſquialtera. Sit autem OI minor, quam dupla ipſius IN: ſitque OB dupla BN: et diſponantur eadem, quæ ſupra. Similiter demonſtrabimus, ſi ducatur linea RT, facere eam angulos rectos cum linea CO, et cum ſuperficie humidi. Quare a punctis B, G lineæ ductæ ipſi RT æquidiſtantes, etiam ad humidi ſuperficiem perpendiculares erunt. Portio igitur quæ eſt extra humidum deorſum feretur ſecundum eam perpendicularem, quæ per B tranſit; quæ vero intra humidum, ſecundum eam, quæ per G, ſurſum feretur. Ex quibus conſtat revolvi ſolidum, ita ut baſis ipſius nullo modo humidi ſuperficiem contingat: quoniam nunc in uno puncto contingens deorſum fertur ex parte L. Quod ſi NO non ſecuerit ipſam ΩK, eadem nihilominus demonſtrabuntur.

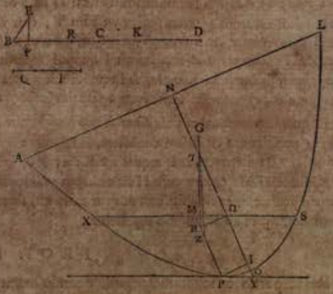


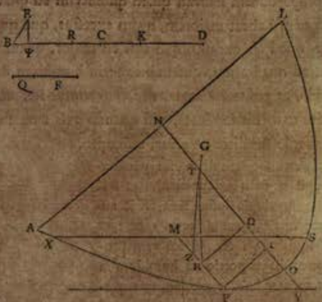
PROP. VIII.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit majorem quidem, quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem; minorem vero, quam ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: ſi in gravitate ad humidum habeat proportionem minorem ea, quam quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius humidum non contingat; neque in rectum reſtituetur, neque manebit inclinata, niſi quando axis cum ſuperficie humidi angulum fecerit æqualem ei, de quo infra dicetur.

Sit portio qualis dicta eſt; ſitque BD æqualis axi: et BK quidem dupla ipſius KD: RK vero æqualis ei, quæ uſque ad axem: et ſit CB ſeſquialtera BR. Erit et CD ipſius KR ſeſquialtera. Quam vero proportionem habet portio ad humidum in gravitate, habeat quadratum FQ ad quadratum DB: et ſit F dupla ipſius Q. Perſpicuum igitur eſt FQ ad DB proportionem minorem habere ea, quam habet CB ad BD. Eſt enim CB exceſſus, quo axis major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem: quare FQ minor eſt ipſa BC: et idcirco F minor ipſa BR. Sit ipſi F æqualis RΨ: ducaturque ad BD perpendicularis ΨE, quæ poſſit dimidium ejus, quod lineis KR, ΨB continetur: et jungatur BE. Demonſtrandum eſt portionem in humidum demiſſam,

ſicuti dictum eſt, conſiſtere inclinatam ita, ut axis cum ſuperficie humidi angulum faciat angulo E B Ψ æqualem.





Demittatur enim aliqua portio in humidum, ut baſis ipſius humidi ſuperficiem non contingat: et ſi fieri poteſt, axis cum ſuperficie humidi non faciat angulum æqualem angulo E B Ψ; ſed primo majorem. Secta autem portione plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſit ſectio A P O L rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio X S: ſitque axis portionis, et ſectionis diameter N O: et ducatur P Y quidem ipſi X S æquidiſtans, quæ ſectionem A P O L contingat in P: P M vero æquidiſtans ipſi N O: et P I ad N O perpendicularis. Sit præterea B R æqualis O Ω. Itemque R K ipſi T Ω: et Ω H perpendicularis ad axem. Itaque quoniam ponitur axis portionis cum ſuperficie humidi facere angulum majorem angulo B: erit angulus P Y I angulo B major. Majorem ergo proportionem habet quadratum P I ad quadratum Y I, quam quadratum E Ψ ad Ψ B quadratum. Sed quam proportionem habet quadratum P I ad quadratum I Y, eandem linea K R habet ad lineam I Y: et quam proportionem habet quadratum E Ψ ad quadratum Ψ B, eandem habet dimidium lineæ K R ad lineam Ψ B. Quare majorem habet proportionem K R ad I Y, quam dimidium K R ad Ψ B: et idcirco I Y minor eſt, quam dupla Ψ B. Eſt autem ipſius O I dupla. Ergo O I minor eſt, quam Ψ B: et I Ω major, quam Ψ R. Sed Ψ R eſt æqualis ipſi F. Major igitur eſt I Ω, quam F. Et quoniam portio ad humidum in gravitate eam ponitur habere proportionem, quam quadratum F Q ad quadratum BD: quam vero proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eam habet pars ipſius demerſa ad totam portionem: et quam pars ipſius demerſa habet ad totam, eandem habet quadratum P M ad quadratum O N: ſequitur quadratum P M ad quadratum O N eam proportionem habere, quam quadratum F Q ad B D quadratum. Atque ideo F Q æqualis eſt ipſi P M. Demonſtrata eſt autem P H major, quam F. Conſtat igitur P M minorem eſſe, quam ſeſquialteram ipſius P H: et idcirco P H majorem, quam duplam H M. Sit P Z ipſius Z M dupla. Erit T quidem centrum gravitatis totius ſolidi: centrum ejus partis, quæ intra humidum, punctum Z: reliquæ vero partis centrum erit in linea Z T producta uſque ad G. Eodem modo demonſtrabitur linea T H perpendicularis ad ſuperficiem humidi. Et portio demerſa in humido feretur extra humidum ſecundum perpendicularem, quæ per Z ad humidi ſuperficiem ducta fuerit: quæ autem eſt extra humidum ſecundum eam, quæ per G, intra humidum feretur. Non ergo manebit portio ſic inclinata, ut ponitur: ſed neque reſtituetur recta: quoniam perpendicularium per Z, G ductarum, quæ quidem per Z ducitur, ad eas partes cadit, in quibus eſt L; et quæ per G ad eas, in quibus eſt A. Quare ſequitur centrum Z ſurſum ferri: et G deorſum. Ergo partes totius ſolidi, quæ ſunt ad A, deorſum; quæ vero ad L, ſurſum ferentur. Rurſus alia eadem ponantur: axis autem portionis cum ſuperficie humidi angulum faciat minorem eo, qui eſt ad B. Minorem igitur proportionem habet quadratum P I ad quadratum I Y, quam quadratum E Ψ ad Ψ B quadratum: quare K R ad I Y minorem proportionem habet, quam dimidium K R ad Ψ B: et propterea I Y major eſt, quam dupla Ψ B. Eſt autem ipſius O I dupla. Ergo O I ipſa Ψ B major erit.

Sed tota O Ω eſt æqualis ipſi R B: et reliqua Ω I minor quam Ψ R. Quare et P H minor erit, quam F. Quod cum M P ipſi F Q ſit æqualis, conſtat P M majorem eſſe, quam ſeſquialteram ipſius P H: et P H minorem, quam duplam H M. Sit P Z ipſius Z M dupla. Rurſus totius quidem ſolidi centrum gravitatis erit punctum T; ejus vero partis, quæ intra humidum, Z: et juncta Z T inveniatur centrum gravitatis ejus, quæ extra humidum in protracta, quod ſit G. Itaque per Z, G ductis perpendicularibus ad humidi ſuperficiem, quæ ipſi T H æquidiſtent; ſequitur portionem ipſam non manere, ſed revolvi adeo, ut axis cum ſuperficie humidi angulum faciat majorem eo, quem nunc facit.

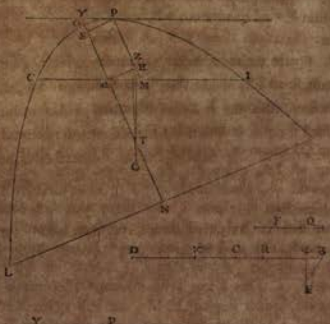
Et quoniam cum antea poſuiſſem facere angulum majorem angulo B, portio neque tunc conſiſtebat; perſpicuum eſt ipſam conſiſtere, ſi angulum fecerit angulo B æqualem. Sic enim erit I O æqualis Ψ B: itemque Ω I æqualis Ψ R: et P H ipſi F. Erit igitur M P ſeſquialtera P H; et P H dupla H M. Quare cum H ſit centrum gravitatis ejus partis, quæ eſt in humido, per eandem perpendicularem, et ipſa ſurſum, et quæ extra eſt, feretur deorſum. Manebit igitur portio; quoniam altera pars ab altera non repelletur.

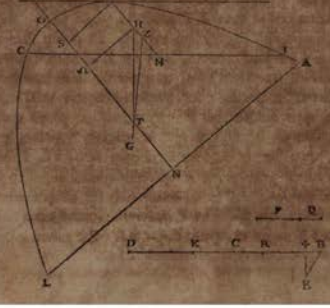
PROP. IX.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit majorem quidem, quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem; minorem vero, quam ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; et in gravitate ad humidum proportionem habeat majorem, quam exceſſus, quo quadratum, quod ſit ab axe majus eſt quadrato, quod ab exceſſu, quo axis eſt major, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: in humidum demiſſa adeo, ut baſis ipſius tota ſit in humido, et poſita inclinata, nec convertetur ita, ut axis ipſius ſecundum perpendicularem ſit, nec manebit inclinata, niſi quando axis cum ſuperficie humidi angulum fecerit æqualem angulo ſimiliter ut prius, aſſumpto.

Sit portio, qualis dicta eſt: ponaturque D B æqualis axi portionis: et B K quidem ſit dupla ipſius K D; K R autem æqualis ei, quæ uſque ad axem: et C B ſeſquialtera B R. Quam vero proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eam habeat exceſſus, quo quadratum B D excedit quadratum F Q, ad ipſum B D quadratum: et ſit F ipſius Q dupla. Conſtat igitur exceſſum, quo quadratum B D excedit quadratum B C ad quadratum B D, minorem habere proportionem, quam exceſſus, quo quadratum B D excedit quadratum F Q ad B D quadratum. Eſt enim B C exceſſus quo axis portionis major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem. Quare quadratum B D magis excedit quadratum F Q, quam B C quadratum: et idcirco linea F Q minor eſt, quam B C: itemque F minor, quam B R. Sit ipſi F æqualis R Ψ: et ducatur Ψ E perpendicularis ad B D, quæ poſſit dimidium ejus, quod ipſis K R, Ψ B, continetur. Dico portionem in humidum demiſſam adeo, ut baſis ipſius tota ſit in humido, ita conſiſtere, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum angulo B æqualem.

Demittatur enim portio in humidum, ſicuti dictum eſt; et axis cum humidi ſuperficie non faciat angulum æqua-

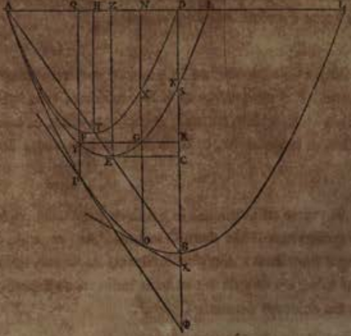




lem ipſi B, ſed primo majorem: ſecta autem ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſectio portionis ſit A P O L rectanguli coni ſectio; ſuperficiei humidi ſectio C I; ſitque axis portionis, et ſectionis diameter N O, quæ ſecetur in punctis Ω, T, ut prius: et ducantur Y P quidem ipſi C I æquidiſtans, contingenſque ſectionem in P; M P vero æquidiſtans N O: et P S ad axem perpendicularis. Quoniam igitur axis portionis cum ſuperficie humidi facit angulum majorem angulo B; erit et angulus S Y P angulo B major. Quare quadratum P S ad quadratum S Y majorem habet proportionem, quam quadratum Ψ E ad quadratum Ψ B: et propterea K R ad S Y majorem habet, quam dimidium ipſius K R ad Ψ B. Ergo S Y minor eſt quam dupla Ψ B; et S O minor, quam Ψ B. Quare S Ω major, quam R Ψ; et P H major, quam F. Itaque quoniam portio ad humidum in gravitate eam habet proportionem, quam exceſſus, quo quadratum B D excedit quadratum F Q ad quadratum B D: quam vero proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eandem pars ipſius demerſa habet ad totam portionem: ſequitur partem demerſam ad totam portionem, eam proportionem habere, quam exceſſus, quo quadratum B D excedit quadratum F Q, ad quadratum B D. Habebit ergo tota portio ad eam, quæ eſt extra humidum proportionem eandem, quam quadratum B D ad quadratum F Q. Sed quam proportionem habet tota portio ad eam, quæ eſt extra humidum, eandem habet quadratum N O ad quadratum P M. Ergo P M ipſi F Q æqualis erit. Demonſtrata eſt autem P H major, quam F: quare M H minor erit, quam Q; et P H major, quam dupla H M. Sit igitur P Z dupla ipſius Z M: et juncta Z T producatur ad G. Erit totius quidem portionis gravitatis centrum T: ejus, quæ eſt extra humidum, Z: reliquæ vero partis, quæ in humido, centrum erit in linea Z T producta; quod ſit G. Demonſtrabitur ſimiliter, ut prius, T H perpendicularis ad ſuperficiem humidi: et quæ per Z, G ducuntur æquidiſtantes ipſi T H, ad eandem perpendiculares. Ergo portio, quæ eſt extra humidum deorſum feretur ſecundum eam quæ per Z tranſit; quæ vero intra, ſecundum eam, quæ per G, ſurſum elevabitur. Non igitur manebit portio ſic inclinata, nec convertetur ita, ut axis ad ſuperficiem humidi ſit perpendicularis: quoniam quæ ex parte L deorſum; quæ vero ex parte A, ſurſum ferentur, ut ex jam demonſtratis apparere poteſt. Quod ſi axis cum ſuperficie humidi fecerit angulum minorem angulo B, ſimiliter demonſtrabitur, non manere portionem, ſed inclinari, donec utique axis cum ſuperficie humidi faciat angulum angulo B æqualem.

PROP. X.

Recta portio conoidis rectanguli, quando levior humido axem habuerit majorem, quam ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demiſſa, ita ut baſis ipſius non contingat humidum: non nunquam quidem recta conſiſtet; non nunquam inclinata: et interdum adeo inclinata, ut baſis ipſius in uno puncto contingat ſuperficiem humidi: idque in duabus diſpoſitionibus: interdum quidem ita, ut baſis in humidum magis demergatur: interdum vero ita, ut ſuperficiem humidi nullo modo contingat; ſecundum proportionem, quam habet ad humidum in gravitate. Eorum quæ dicta ſunt, ſingula inferius demonſtrabuntur.



Sit portio qualis dicta eſt: et ſecta ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſectio ſit A P O L rectanguli coni ſectio: axis portionis, et ſectionis diameter B D: ſeceturque B D in puncto quidem K ita, ut B K dupla ſit ipſius K D: in C vero ita, ut B D ad K C proportionem habeat eandem, quam quindecim ad quatuor. Conſtat igitur K C majorem eſſe, quam quæ uſque ad axem. Sit ei, quæ uſque ad axem, æqualis K R: et ipſius K R ſeſquialtera D S. Eſt autem et S B ſeſquialtera ipſius B R. Itaque jungatur A B; et per C ducatur C E perpendicularis ad B D, quæ lineam A B in puncto E ſecet: et per E ducatur E Z æquidiſtans B D. Rurſus ipſa

A B bifariam in T diviſa, ducatur T H eidem B D æquidiſtans: et intelligantur rectanguli coni ſectiones deſcriptæ: A E I quidem circa E Z diametrum; A T D vero circa diametrum T H; quæ ſimiles ſint portioni A B L. Tranſibit igitur A E I coni ſectio per K: et quæ ab R ducta eſt perpendicularis ad B D, ipſam A E I ſecabit. Secet in punctis Y, G: et per Y, G ducantur ipſi B D æquidiſtantes P Y Q, O G N, quæ ſecent A T D in F, X. Ducantur poſtremo, et P Φ, O χ contingentes ſectionem A P O L in punctis P, O. Cum ergo tres portiones ſint A P O L, A E I, A T D, contentæ rectis lineis, et rectangulorum conorum ſectionibus; eæque ſimiles, et inæquales, quæ contingunt ſeſe ſuper unamquanque baſim: a puncto autem N furſum ducta ſit N X G O; et a Q ipſa Q F Y P: habebit O G ad G X proportionem compoſitam ex proportione, quam habet I L ad L A; et ex proportione, quam A D habet ad D I. Sed I L ad L A habet eandem, quam duo ad quinque. Etenim C B ad B D eſt, ut ſex ad quindecim; hoc eſt ut duo ad quinque: et ut C B ad B D, ita E B ad B A: et D Z ad D A: harum autem D Z, D A duplæ ſunt ipſæ L I, L A: et A D ad D I eam proportionem habet, quam quinque ad unum. Sed proportio compoſita ex proportione, quam habet duo ad quinque; et ex proportione, quam quinque ad unum; eſt eadem, quam habent duo ad unum: duo autem ad unum duplam proportionem habent. Dupla eſt igitur G O ipſius G X: et eadem ratione oſtendetur P Y ipſius Y F dupla. Itaque quoniam D S ſeſquialtera eſt ipſius K R; erit B S exceſſus, quo axis eſt major, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem. Si igitur portio ad humidum in gravitate eam habet proportionem, quam quadratum, quod fit a linea B S ad quadratum, quod a B D, aut majorem; in humidum demiſſa, ita ut baſis ipſius non contingat humidum, recta conſiſtet. Demonſtratum eſt enim ſuperius, portionem, cujus axis eſt major, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, ſi ad humidum in gravitate non minorem proportionem habeat, quam quadratum, quod fit ad exceſſu, quo axis major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, ad quadratum, quod ab axe; demiſſam in humidum, ita ut dictum eſt, rectam conſiſtere.*

II.

Si portio ad humidum in gravitate minorem quidem proportionem habeat, quam quadratum S B ad quadratum B D; majorem vero, quam quadratum X O ad quadratum B D; demiſſa in humidum, adeo inclinata, ut baſis ipſius non contingat humidum, inclinata conſiſtet; ita ut baſis ſuperficiem humidi nullo modo contingat; et axis cum humidi ſuperficie angulum faciat majorem angulo χ.

III.

Si portio ad humidum in gravitate, eam habeat proportionem, quam quadratum X O ad quadratum B D; demiſſa in humidum inclinata adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum; conſiſtet, et manebit ita, ut baſis in uno puncto humidi ſuperficiem contingat: et axis cum ſuperficie humidi angulum faciat angulo χ æqualem. Quod ſi portio ad humidum in gravitate eam proportionem habeat, quam quadratum P F ad quadratum B D; in humidum demiſſa, et poſita inclinata adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum; conſiſtet inclinata, ita ut baſis in uno puncto humidi ſuperficiem contingat: et axis cum ea faciat angulum angulo Φ æqualem.

IV.

Si portio ad humidum in gravitate majorem quidem proportionem habeat, quam quadratum F P ad quadratum B D; minorem vero, quam quadratum X O ad B D quadratum; in humidum demiſſa, et inclinata adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum conſiſtet, et manebit ita, ut baſis in humidum magis demergatur.

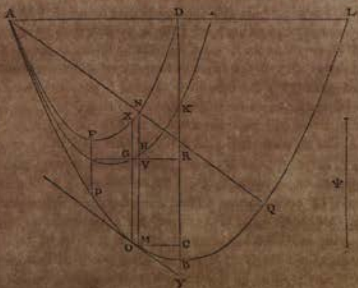
V.

Si portio ad humidum in gravitate proportionem habeat minorem, quam quadratum F P ad quadratum B D: demiſſa in humidum, et poſita inclinata adeo ut baſis ipſius non contingat humidum: conſiſtet inclinata, ita ut axis ipſius cum humidi ſuperficie angulum faciat minorem angulo Φ: et baſis nullo modo ſuperficiem humidi contingat. Hæc autem omnia deinceps demonſtrabuntur.

* Quæ hac decima Propoſitione continentur, Archimedes in quinque partes diſſecuit, quarum primam, ut ſupra, demonſtravit.

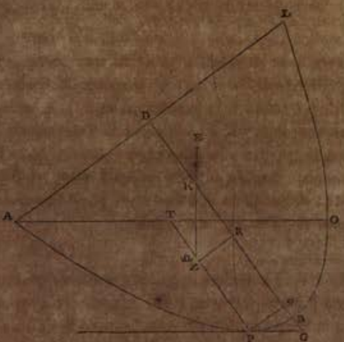
DEMONSTRATIO SECUNDÆ PARTIS.

Itaque primum habeat portio ad humidum in gravitate proportionem quidem majorem, quam quadratum X O ad quadratum B D; minorem vero, quam quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis eſt major, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, ad quadratum B D: et quam proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eam habeat quadratum, quod fit a linea Ψ ad quadratum B D: erit Ψ major quidem, quam X O, minor vero, quam exceſſus, quo axis eſt major, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem. Aptetur quædam recta linea M N conicis ſectionibus A M Q L, A X D interjecta; ac media, quæ lineæ Ψ ſit æqualis; ſecetque reliquam coni ſectionem in puncto H; et rectam lineam R G in V. Demonſtrabitur



M H dupla ipſius H N, ſicuti demonſtratum eſt O G ipſius G X duplam eſſe. A puncto autem M ducatur M Y contingens ſectionem A M Q L in M: et M C ad B D perpendicularis. Poſtea ducta A N, et producta ad Q, lineæ A N, N Q inter ſe æquales erunt. Quoniam enim in ſimilibus portionibus A M Q L, A X D ductæ ſunt a baſibus ad portiones lineæ A Q, A N, quæ æquales angulos continent cum ipſis baſibus, eandem proportionem habebit Q A ad A N, quam L A ad A D. Æqualis eſt ergo A N ipſi N Q; et A Q ipſi M Y æquidiſtans. Demonſtrandum eſt portionem in humidum demiſſam, inclinatamque adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum, inclinatam conſiſtere ita, ut baſis ſuperficiem humidi nullo modo contingat: et axis cum ea faciat angulum angulo χ majorem.

Demittatur enim in humidum, conſiſtatque ita, ut baſis ipſius in uno puncto contingat humidi ſuperficiem: et ſecta ipſa portione per axem, plano ad humidi ſuperficiem recto; ſuperficiei quidem portionis ſectio ſit A P O L rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio ſit A O: axis autem portionis, et ſectionis diameter B D: et ſecetur B D in punctis K, R, ut dictum eſt: ducatur etiam P G æquidiſtans ipſi A O, quæ ſectionem A P O L contingat in P: atque ab eo puncto ducatur P T æquidiſtans ipſi B D; et P S ad B D perpendicularis. Itaque quoniam portio ad humidum in gravitate eam proportionem habet, quam quadratum, quod fit a linea Ψ ad quadratum B D: quam vero proportionem habet portio ad humidum, eandem pars ipſius demerſa habet ad totam portionem: et quam pars demerſa ad totam, eandem habet quadratum

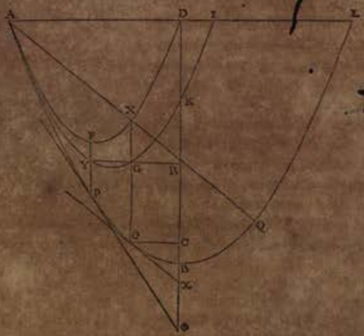


T P ad B D quadratum: erit linea Ψ æqualis ipſi T P. Quare et lineæ M N, P T; itemque portiones A M Q, A P O inter ſe ſunt æquales. Quod cum in portionibus æqualibus, et ſimilibus, A P O L, A M Q L ab extremitatibus baſium ductæ ſint A O, A Q ita, ut portiones ablatæ faciant cum diametris angulos æquales; et anguli, qui ad Y, G: et lineæ Y B, G B, et B C, B S inter ſe æquales erunt. Quare et ipſæ C R, S R: et M V, P Z: et V N, Z T. Quoniam igitur M V minor eſt, quam dupla V N; conſtat P Z ipſius Z T minorem eſſe, quam duplam. Sit P Ω dupla ipſius Ω T: et juncta Ω K ad E producatur. Ergo totius quidem portionis centrum gravitatis erit punctum K; partis ejus, quæ in humido eſt, centrum Ω; ejus vero, quæ extra humidum in

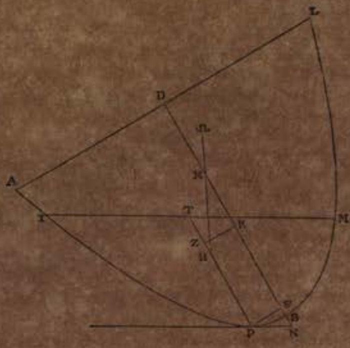
linea KE, quod ſit E. Sed linea KZ perpendicularis erit ad ſuperficiem humidi. Quare et lineæ quæ per puncta E, Ω, æquidiſtantes ipſi KZ ducuntur. Non ergo manebit portio, ſed revolvetur ita, ut baſis ipſius ſuperficiem humidi nullo modo contingat: quoniam nunc in uno puncto contingens, ſurſum fertur ex parte A. Perſpicuum eſt igitur portionem conſiſtere ita, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum majorem angulo χ.

DEMONSTRATIO TERTIÆ PARTIS.

Habeat deinde portio ad humidum eam in gravitate proportionem, quam quadratum XO habet ad quadratum BD: et in humidum demittatur adeo inclinata, ut baſis ipſius non contingat humidum. Secta autem ipſa per axem plano ad humidi ſuperficiem recto, ſolidi ſectio ſit rectanguli coni ſectio APML: ſuperficiei humidi ſectio ſit IM: axis portionis, et ſectionis diameter BD: ſeceturque BD ſicuti prius: et ducatur PN quidem ipſi IM æquidiſtans, et contingens ſectionem in P; PT vero æquidiſtans BD, et PS ad ipſam BD perpendicularis. Demonſtrandum eſt, portionem non conſiſtere ita, ſed inclinari, donec baſis in uno puncto ſuperficiem humidi contingat. Maneant enim eadem, quæ in ſuperiori figura:

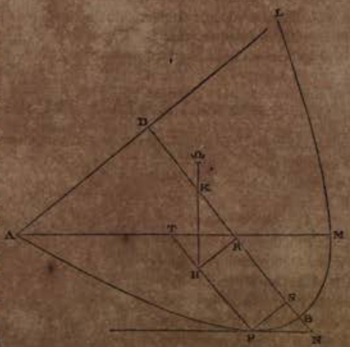


ducaturque OC ad BD perpendicularis: et juncta AX ad Q producatur. Erit AX æqualis ipſi XQ. Deinde ducatur Oχ ipſi AQ æquidiſtans. Quoniam igitur portio ad humidum eam in gravitate proportionem habere ponitur, quam quadratum XO ad quadratum BD: et eandem proportionem habet pars ipſius demerſa ad totam; hoc eſt quadratum TP ad quadratum BD: æqualis utique erit TP ipſi XO: cumque portionum IPM, AOQ diametri ſint æquales, et portiones ipſæ æquales erunt. Rurſus quoniam in portionibus æqualibus, et ſimilibus AOQL, APML, ductæ ſunt lineæ AQ, IM, quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extremitate baſis, hæc autem non ab extremitate: conſtat eam, quæ ab extremitate baſis ducta eſt, minorem facere angulum acutum cum diametro totius portionis. Et quoniam angulus, qui ad χ, minor eſt angulo,



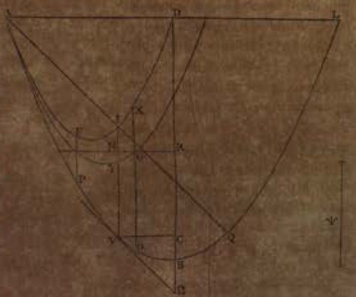
qui ad N; major erit BC, quam BS: CR autem, quam SR minor. Quare et OG minor, quam PZ: et GX major, quam ZT. Ergo PZ major eſt, quam dupla ZT; quia OG ipſius GX eſt dupla. Sit PH dupla HT: et juncta HK ad Ω producatur. Erit totius quidem portionis centrum gravitatis K; partis ejus, quæ intra humidum, H; ejus vero, quæ extra humidum, in linea KΩ, quod ſit Ω. Itaque demonſtrabitur ſimiliter et KZ ad humidi ſuperficiem perpendicularis, et quæ per puncta H, Ω æquidiſtantes ipſi KZ ducuntur. Quare non manebit portio, ſed inclinabitur, donec baſis ipſius in uno puncto contingat ſuperficiem humidi: atque ita conſiſtet. Nam in portionibus æqualibus AOQL, APML, ductæ erunt ab extremitatibus baſium AQ, AM, quæ

æquales portiones abſcindunt: etenim A O Q ipſi A P M, ut in ſuperioribus, æqualis demonſtrabitur. Ergo æquales faciunt acutos angulos A Q, A M cum diametris baſium: quod anguli ad χ et N æquales ſint. Quare ſi ducta H K ad Ω producatur, erit totius portionis gravitatis centrum K; partis ejus, quæ in humido, H; at ejus, quæ extra humidum, in linea H K; quod ſit Ω: et H K ad humidi ſuperficiem perpendicularis. Per eaſdem igitur rectas lineas, quod quidem in humido eſt, ſurſum, et quod extra humidum deorſum feretur. Quare manebit portio, cujus baſis humidi ſuperficiem in uno puncto continget: et axis cum ipſa angulum faciet æqualem angulo χ. Similiter demonſtrabitur portionem, quæ ad humidum in gravitate eandem proportionem habeat, quam quadratum P F ad quadratum B D in humidum demiſſam, ita ut baſis ipſius non contingat humidum, inclinatam conſiſtere adeo, ut baſis in uno puncto humidi ſuperficiem contingat: et axis cum ipſa faciat angulum angulo Φ æqualem.

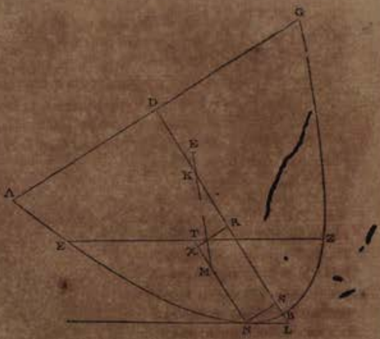


DEMONSTRATIO QUARTÆ PARTIS.

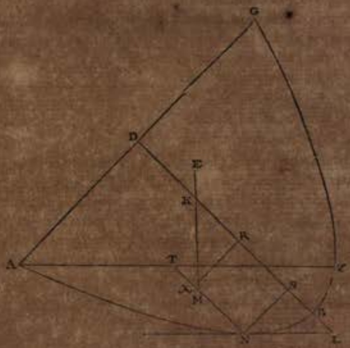
Habeat rurſum portio ad humidum in gravitate proportionem quidem majorem, quam quadratum F P ad quadratum B D; minorem vero, quam quadratum X O ad B D quadratum: et quam proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eandem habeat quadratum, quod ſit a linea Ψ ad quadratum B D. Erit Ψ major, quam F P, et minor, quam X O. Aptetur ergo quædam recta linea I V inter portiones A V Q L, A X D interjecta, quæ ſit æqualis Ψ, et ipſi B D æquidiſtans: occurratque reliquæ ſectioni in Y. Rurſus V Y dupla ipſius Y I demonſtrabitur, ſicuti demonſtrata eſt O G ipſius G X dupla. Ducatur autem ab V linea V Ω, quæ ſectionem A V Q L in V contingat: et juncta A I ad Q producatur. Eodem modo oſtendemus lineam A I ipſi I Q æqualem eſſe: et A Q ipſi V Ω æquidiſtantem. Demonſtrandum eſt portionem in humidum demiſſam, inclinatamque adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum, ita conſiſtere, ut baſis in humidum magis demergatur quam ut in uno puncto ejus ſuperficiem contingat.



Demittatur enim in humidum, ut dictum eſt; et jaceat primo ſic inclinata, ut baſis nullo modo contingat ſuperficiem humidi. Secta autem ipſa plano per axem ad humidi ſuperficiem recto, ſit portionis ſectio A N Z G; ſuperficiei humidi E Z: axis portionis, et ſectionis diameter B D: ſeceturque B D in punctis K, R, ſicuti prius; et ducatur N L quidem ipſi E Z æquidiſtans; quæ contingat ſectionem A N Z G in N; et N T æquidiſtans ipſi B D: N S vero ad B D perpendicularis. Itaque quoniam portio ad humidum in gravitate eam proportionem habet, quam quadratum, quod ſit a linea Ψ ad quadratum B D: erit Ψ ipſi N T æqualis: quod ſimiliter demonſtrabitur, ut ſuperius. Quare et N T eſt æqualis ipſi V I. Portiones igitur A V Q, E N Z inter ſe ſunt

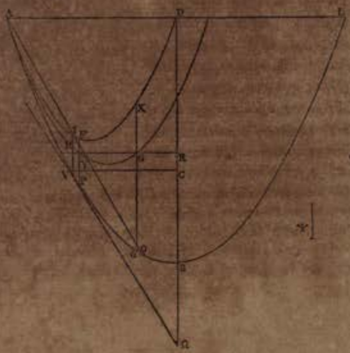


æquales. Et cum in æqualibus, et ſimilibus portionibus A V Q L, A N Z G ductæ ſint A Q, E Z, quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extremitate baſis; hæc autem non ab extremitate: minorem faciet acutum angulum cum portionis diametro, quæ ab extremitate baſis ducitur. At triangulorum N L S, V Ω C angulus ad L angulo ad Ω major eſt. Ergo B S minor erit, quam B C: et S R major, quam C R: ideoque N χ major, quam V H; et χ T minor, quam H I. Quoniam igitur V Y dupla eſt ipſius Y I; conſtat N χ majorem eſſe, quam duplam χ T. Sit N M dupla ipſius M T. Perſpicuum eſt ex iis, quæ dicta ſunt, non manere portionem; ſed inclinari, donec ejus baſis contingat ſuperficiem humidi: contingat autem in puncto uno, ut patet in figura: et alia eadem diſponantur demonſtrabimus rurſum N T æqualem eſſe ipſi V I: et portiones A V Q, A N Z inter ſeſe æquales. Itaque quoniam in portionibus æqualibus, et ſimilibus A V Q L, A N Z G ductæ ſunt A Q, A Z, portiones æquales auferentes; cum diametris portionum æquales angulos continebunt. Ergo triangulorum N L S, V Ω C anguli, qui conſiſtunt ad L, Ω puncta, æquales ſunt: et B S recta linea æqualis ipſi B C: S R ipſi C R, N χ ipſi V H: et χ T ipſi H I. Quod cum V Y dupla ſit ipſius Y I, erit N χ major, quam dupla χ T. Sit igitur N M ipſius M T dupla. Rurſus ex his manifeſtum eſt, non manere ipſam portionem; ſed inclinari ex parte A: ponebatur autem portio humidi ſuperficiem in uno puncto contingere. Ergo neceſſe eſt, ut ejus baſis in humidum magis demergatur.



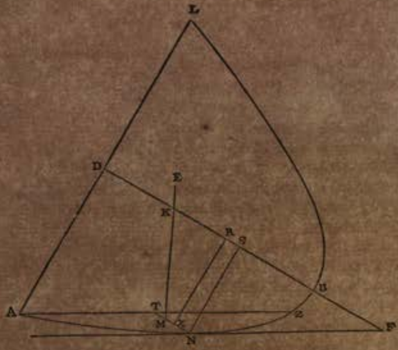
DEMONSTRATIO QUINTÆ PARTIS.

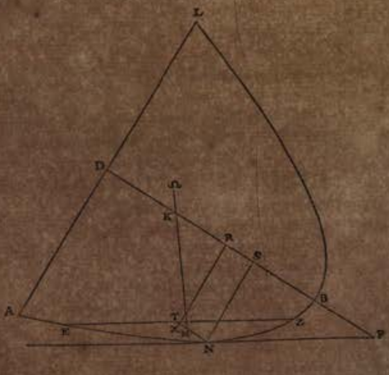
Habeat denique portio ad humidum in gravitate minorem proportionem, quam quadratum F P ad quadratum B D: et quam proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eandem quadratum, quod ſit a linea Ψ habeat ad quadratum B D. Erit Ψ minor ipſa P F. Rurſus aptetur quædam recta linea V I, ſectionibus A V Q L, A X D interjecta, et ipſi B D æquidiſtans; quæ mediam coni ſectionem in puncto H, et rectam lineam R Y in Y ſecet. Demonſtrabitur V H dupla H I, quemadmodum demonſtrata eſt O G ipſius G X dupla. Ducatur poſtea V Ω contingens A V Q L ſectionem in V: et G C ad B D perpendicularis:



junctaque A I producatur ad Q. Erit ergo A I æqualis I Q: et A Q ipſi G Ω æquidiſtans. Demonſtrandum eſt portionem in humidum demiſſam, inclinatamque adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum, conſiſtere inclinatam ita, ut axis cum ſuperficie humidi angulum faciat minorem angulo Φ: et baſis humidi ſuperficiem nullo modo contingat.

Demittatur enim in humidum; et conſiſtat ita, ut baſis ipſius in uno puncto contingat ſuperficiem humidi. Secta autem portione per axem, plano ad humidi ſuperficiem recto, ſit portionis ſectio A N Z L, rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi A Z: axis autem portionis, et ſectionis diameter B D: ſeceturque B D in punctis K, R, ut ſuperius dictum eſt: et ducatur N F quidem ipſi A Z æquidiſtans, et contingens coni ſectionem in puncto N; N T vero æquidiſtans ipſi B D: et N S ad eandem perpendicularis. Quoniam igitur portio ad humidum in gravitate, eam habet proportionem, quam quadratum, quod ſit à Ψ ad quadratum B D: et quam habet portio ad humidum in gravitate, eandem quadratum N T habet ad B D quadratum, ex iis, quæ dicta ſunt: conſtat N T lineæ Ψ æqualem eſſe. Quare et portiones A N Z, A G Q ſunt æquales. Et quoniam in portionibus æqualibus, et ſimilibus A G Q L, A N Z L, ab extremitatibus baſium ductæ ſunt A Q, A Z, quæ æquales portiones abſcindunt: perſpicuum eſt angulos facere æquales cum portionum diametris: et triangulorum N F S, G Ω C, angulos, qui ad F, Ω æquales eſſe: itemque æquales inter ſe, S B, C B; et S R, C R. Quare et N χ, G Y æquales: et χ T, Y I. Cumque G H dupla ſit ipſius H I, erit N χ minor, quam dupla ipſius χ T. Sit igitur N M ipſius M T dupla: et juncta M K protrahatur ad E. Itaque centrum gravitatis totius erit punctum K: partis ejus, quæ eſt in humido, punctum M: ejus autem, quæ extra humidum, in linea protracta, quod ſit E. Ergo ex proxime demonſtratis patet, non manere portionem, ſed inclinari adeo, ut baſis nullo modo ſuperficiem humidi contingat. At vero portionem conſiſtere ita, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum angulo Φ minorem, ſic demonſtrabitur. Conſiſtat enim, ſi fieri poteſt, ut non faciat angulum minorem angulo Φ: et alia eadem diſponantur; ut in ſubjecta figura. Eodem modo demonſtrabimus N T æqualem eſſe Ψ, et propterea ipſi G I. Et quoniam triangulorum P Φ C, N F S angulus F non eſt minor angulo Φ, non erit B S major,





quam BC. Ergo neque SR minor quam CR: neque Nχ minor quam PY. Sed cum PF ſit major, quam NT: ſitque PF ſeſquialtera PY: erit NT minor, quam ſeſquialtera Nχ: et idcirco Nχ major quam dupla χT. Sit autem NM dupla MT: et juncta MK producatur. Conſtat igitur ex jam dictis non manere portionem; ſed revolvi ita, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum angulo φ minorem.

ARCHIMEDIS,

UT ALIQUI CREDUNT,

LEMMATA

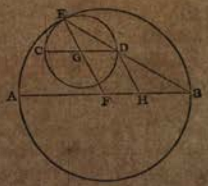
ABRAHAMI ECCHELLENSIS STUDIO

EX ARABICO IN LATINUM SERMONEM CONVERSA.

PROPOSITIO I.

SI mutuo ſe tangant duo circuli, ut duo circuli A E B, C E D in E, fuerintque eorum diametri parallelæ, ut ſunt duæ diametri A B, C D, et jungantur duo puncta B, D, et contactus E lineis D E, B D, erit linea B E recta.

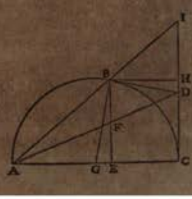
Sint duo centra G, F, et jungamus G F, et producamus ad E, et educamus D H parallelam ipſi G F. Et quia H F æqualis eſt ipſi G D, ſuntque G D, E G æquales; ergo ex æqualibus F B, F E remanebunt G F, nempe D H, et H B, quæ erunt æquales, atque duo anguli H D B, H B D æquales. Et quia duo anguli E G D, E F B atque duo anguli E G D, D H B ſunt æquales, remanebunt duo anguli G E D, G D E, qui inter ſe, et duobus angulis H D B, H B D æquales erunt. Ergo angulus E D G æqualis eſt angulo D B F. Et comprehenſus angulus G D B eſt communis. Ergo erunt duo anguli G D B, F B D (qui ſunt pares duobus rectis) æquales duobus angulis G D B, G D E. Igitur ipſi quoque ſunt æquales duobus rectis. Ergo linea E D B eſt recta: et hoc eſt, quod volumus.



PROP. II.

Sit C B A ſemicirculus, quem rectæ contingant D C, D B; ſitque B E ad A C normalis; ducaturque recta A D et occurrat rectæ B E in F. Erit B F ipſi F E æqualis.

Jungatur enim A B, eaque cum C D producta in puncto I concurrat. Tum vero a puncto G, quod ſemicirculi C B A centrum eſt, jungatur G B; ducaturque, a puncto B, B H ipſi A C parallela. Et quoniam angulus E B H æqualis eſt angulo G B D, erit utique angulus D B H, communi ablato E B D, æqualis angulo G B E. Æqualis eſt autem angulus I B H angulo A B G, cum uterque angulo I A C ſit æqualis. Igitur angulus I B D, qui ex duobus componitur D B H, I B H, æqualis eſt angulo A B E, qui componitur ex duobus G B E, A B G. At vero etiam angulus B I D æqualis eſt angulo A B E. Igitur angulus I B D æqualis eſt angulo B I D. Quæ enim eidem



ſunt æqualia et ſibi invicem ſunt æqualia. Hinc etiam recta B D rectæ I D æqualis eſt. Et cum æquales invicem ſint rectæ B E, D C, æquales invicem erunt ipſæ etiam I D, D C. Quoniam vero ſimilia ſunt triangula tum A I D, A B F; tum A I C, A B E; tum A D C, A F E: ut I D ad B F, ita ſe habet D C ad F E; et permutando, ut I D ad D C, ita B F ad F E. Æqualis eſt autem I D ipſi D C. Æqualis eſt igitur etiam B F ipſi F E. Quod oportebat demonſtrare.

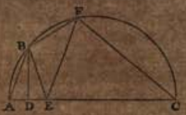
Atque ita propoſitio vera eſſe deprehenditur, quo normalis cunque cadat B E, quam Arabus Interpres ponit in centrum G cadere, Græci Auctoris mentem non aſſecutus. Itaque, rejecta ejus demonſtratione ut peculiari, generaliſſimam attulimus.*

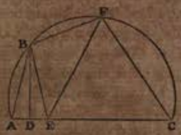
PROP. III.

Sit C A ſegmentum circuli, et B punctum ſuper illud ubicumque, et B D perpendicularis ſuper A C, et ſegmentum D E æquale D A, et arcus B F æqualis arcui B A: utique juncta C F erit æqualis ipſi C E.

Demonſtratio. Jungamus lineas A B, B F, F E, E B. Et quia arcus B A æqualis eſt arcui B F, erit A B æqualis B F. Et quia A D æqualis eſt E D, et duo anguli D ſunt recti, et D B communis, ergo





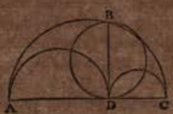


A B æqualis eſt B E, et propterea B F, B E ſunt æquales; et duo anguli B F E, B E F ſunt æquales. Et quia quadrilaterum C F B A eſt in circulo, erit angulus C F B cum angulo C A B ipſi oppoſito, immo cum angulo B E A, æqualis duobus rectis. Sed angulus C E B cum angulo B E A, æquales ſunt duobus rectis. Ergo duo anguli C F B, C E B ſunt æquales, et remanent C F E, C E F æquales. Ergo C E æqualis eſt C F: et hoc eſt quod voluimus.

PROP. IV.

Sit A B C ſemicirculus, et fiant ſuper A C diametrum duo ſemicirculi, quorum unus A D, alter vero D C, et D B perpendicularis. Utique figura proveniens, quam vocat Archimedes *ARBELON*, id eſt ſuperficies comprehenſa ab arcu ſemicirculi majoris, et duabus circumferentiis ſemicirculorum minorum, eſt æqualis circulo, cujus diameter eſt perpendicularis D B.

Demonſtratio. Quia linea D B media proportionalis eſt inter duas lineas D A, D C, erit planum A D in D C æquale quadrato D B. Et ponamus A D in D C cum duobus quadratis A D, D C communiter. Fiet planum A D in D C bis cum duobus quadratis A D, D C, nempe quadratum A C, æquale duplo quadrati D B cum duobus quadratis A D, D C. Et proportio circulorum eadem eſt, ac proportio quadratorum. Ergo circulus, cujus diameter eſt A C, æqualis eſt duplo circuli, cujus diameter eſt D B cum duobus circulis, quorum diametri ſunt A D, D C, et ſemicirculus A C æqualis eſt circulo, cujus diameter eſt D B cum duobus ſemicirculis A D, D C. Et auferamus duos ſemicirculos A D, D C communiter, remanent figura, quam continent ſemicirculi A C, A D, D C: et eſt figura, quam vocavit Archimedes Arbelon, æqualis circulo, cujus diameter eſt D B, et hoc eſt quod voluimus.

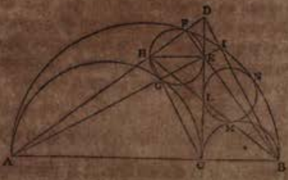


PROP. V.

Si fuerit ſemicirculus A B, et ſignatum fuerit in ejus diametro punctum C ubicumque, et fiant ſuper diametrum duo ſemicirculi A C, C B, et educatur ex C perpendicularis C D ſuper A B, et deſcribantur ad utraſque partes duo circuli tangentes illam, et tangentes ſemicirculos, utique illi duo circuli ſunt æquales.

* Vide Præfationem, Pag. xix.

Demonſtratio. Sit alter circulorum tangens D C in E, et ſemicirculum A B in F, et ſemicirculum A C in G, et educamus diametrum H E. Erit parallela diametro A B, eo quod duo anguli H E C, A C E, ſunt recti. Et jungamus F H, H A, ergo linea A F eſt recta, uti dictum eſt in propoſitione 1. et occurrent A F, C E in D, eo quod egrediuntur ab angulis A, C minoribus duobus rectis. Et jungamus etiam F E, E B. Ergo E F B eſt etiam recta, uti diximus: et eſt perpendicularis ſuper A D, eo quod angulus A F B eſt rectus, quia cadit in ſemicirculum A B. Et jungamus H G, G C. Erit H C etiam recta. Et jungamus E G, G A. Erit E A recta, et producamus eam ad I. Et jungamus B I,

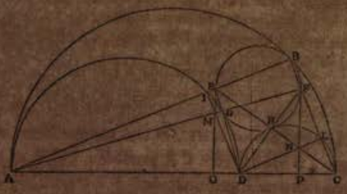


quæ ſit etiam perpendicularis ſuper A I. Et jungamus D I. Et quia A D, A B ſunt duæ rectæ, et educta ex D ad lineam A B perpendicularis D C, et ex B ad D A perpendicularis B F; quæ ſe mutuo ſecant in E, et educta A E ad I eſt perpendicularis ſuper B I, erunt B I D rectæ, quemadmodum oſtendimus in Propoſitionibus, quas confecimus in expoſitione tractatus de triangulis rectangulis. Et quia duo anguli A G C, A I B ſunt recti, utique B D, C G ſunt parallelæ, et proportio A D ad D H, quæ eſt ut A C ad H E, eſt ut proportio A B ad B C. Ergo rectangulum A C in C B æquale eſt rectangulo A B in H E. Et ſimiliter demonſtratur in circulo L M N, quod rectangulum A C in C B æquale ſit rectangulo A B in ſuam diametrum: et demonſtratur inde etiam, quod duæ diametri circulorum E F G, L M N, ſint æquales. Ergo illi duo circuli ſunt æquales. Et hoc eſt quod voluimus.

P R O P. VI.

Si fuerit ſemicirculus A B C, et in ejus diametro ſumatur punctum D, et fuerit A D ipſius D C ſeſquialtera, et deſcribantur ſuper A D, D C duo ſemicirculi, et ponatur circulus E F inter tres ſemicirculos tangens eos, et educatur diameter E F in illo parallela diametro A C, reperiri debet proportio diametri A C ad diametrum E F.

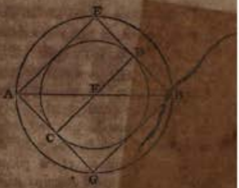
Jungamus enim duas lineas A E, E B, et duas lineas C F, F B. Erunt C B, A B rectæ, uti dictum eſt in prima propoſitione. Deſcribamus etiam duas lineas F G A, E H C: oſtendeturque eſſe quoque rectas ſimiliter duas lineas D E, D F. Et jungamus D I, D L, et E M, F N, et producamus eas ad O, P. Et quia in triangulo A E D, A G eſt perpendicularis ad E D, et D I eſt quoque perpendicularis ad A E, et jam ſe mutuo ſecuerunt in M, ergo E M O erit etiam perpendicularis, quemadmodum oſtendimus in expoſitione, quam confecimus de proprietatibus triangulorum, et cujus demonſtratio jam quidem præceſſit in ſuperiori propoſitione. Similiter quoque erit F P perpendicularis ſuper C A. Et quia duo anguli, qui ſunt apud L, et B ſunt recti, erit D L parallela ipſi A B, et pariter D I ipſi C B. Igitur proportio A D



ad D C eſt ut proportio A M ad F M, immo ut proportio A O ad O P. Et proportio C D ad D A ut proportio C N ad N E, immo ut proportio C P ad P O. Et erat A D ſeſquialtera D C. Ergo A O eſt ſeſquialtera O P: et O P ſeſquialtera C P. Ergo tres lineæ A O, O P, P C ſunt proportionales: et in eadem menſura, in qua eſt P C quatuor, erit O P ſex, et A O novem, et C A novendecim. Et quia P O æqualis eſt E F, erit proportio A C ad E F ut novendecim ad ſex. Igitur reperimus dictam proportionem. Etiam ſi fuerit A D ad D C qualiſcumque, ut ſeſquitertia aut ſeſquiquarta, aut alia, erit judicium, et ratio, uti dictum eſt. Et hoc eſt quod voluimus.

P R O P. VII.

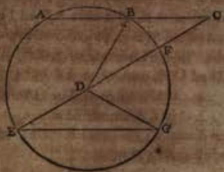
Si circulus circa quadratum deſcriptus fuerit, et alius intra illud, utique erit circumſcriptus duplus inſcripti.



Sit itaque circulus comprehendens quadratum A B, circulus A B, et inſcriptus C D, et ſit diameter quadrati A B, et eſt diameter circuli circumſcripti, et educamus C D diametrum circuli inſcripti parallelam ipſi A E, quæ eſt ei æqualis. Et quia quadratum A B duplum eſt quadrati A E, ſive D C; et proportio quadratorum ex diametris circulorum eſt eadem proportioni circuli ad circulum, igitur circulus A B duplus eſt circuli C D, et hoc eſt quod voluimus.

PROP. VIII.

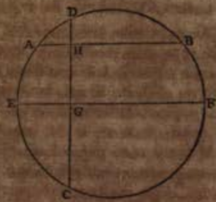
Si egrediatur in circulo linea A B ubicumque, et producatur in directum, et ponatur B C æqualis ſemidiametro circuli et jungatur ex C ad centrum circuli, quod eſt D, et producatur ad E, erit arcus A E triplus arcus B F.



Educamus igitur E G parallelam ipſi A B, et jungamus D B, D G. Et quia duo anguli D E G, D G E ſunt æquales, erit angulus G D C duplus anguli D E G. Et quia angulus B D C æqualis eſt angulo B C D, et angulus C E G æqualis eſt angulo A C E, erit angulus G D C duplus anguli C D B, et totus angulus B D G triplus anguli B D C: et arcus B G æqualis arcui A E, triplus eſt arcus B F. Et hoc eſt, quod voluimus.

PROP. IX.

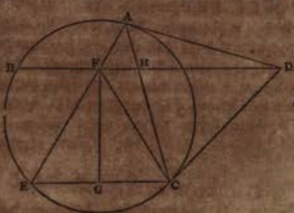
Si mutuo ſe ſecuerint in circulo duæ lineæ A B, C D, (ſed non in centro) ad angulos rectos, utique duo arcus A D, C B ſunt æquales duobus arcubus A C, D B.



Educamus diametrum E F parallelam ipſi A B, quæ ſecet C D bifariam in G, erit E C æqualis ipſi E D. Et quia tam arcus E D F, quam E C F eſt ſemicirculus, et arcus E D æqualis arcui E A cum arcu A D, erit arcus C F cum duobus arcubus E A, A D æqualis ſemicirculo. Et arcus E A æqualis arcui B F. Ergo arcus C B cum arcu A D æqualis eſt ſemicirculo. Et remanent duo arcus E C, E A, nempe arcus A C cum arcu D B æquales illi. Et hoc eſt quod voluimus.

PROP. X.

Si fuerit circulus A B C, et D A tangens illum, et D B ſecans illum, et D C etiam tangens, et educta fuerit C E parallela ipſi D B, et juncta fuerit E A ſecans D B in F, et educta fuerit ex F perpendicularis F G ſuper C E; utique bifariam ſecabit illam in G.



Jungamus A C, et quia D A eſt tangens, et A C ſecans circulum, erit angulus D A C æqualis angulo cadenti in alterno ſegmento A C, nempe angulo A E C. Et eſt æqualis angulo A F D, eo quod C E, B D ſunt parallelæ. Ergo anguli D A C, A F D ſunt æquales. Et in duobus triangulis D A F, A H D ſunt duo anguli A F D, H A D æquales, et angulus D communis: propterea erit rectangulum F D in D H æquale quadrato D A, immo quadrato D C. Et quia proportio F D ad

DC eſt eadem proportioni CD ad DH, et angulus D communis, erunt triangula DFC, DCH ſimilia: et angulus DFC æqualis DCH, qui æqualis eſt angulo DAH. Et hic eſt æqualis angulo AFD. Ergo duo anguli AFD, CFD ſunt æquales. Et DFC æqualis angulo FCE: et erat DEA æqualis angulo AEC. Ergo in triangulo FEC ſunt duo anguli C, F æquales; et duo anguli G recti. Et latus GF commune. Propterea erit CG æqualis ipſi GE. Ergo CE bifariam ſecatur in G. Et hoc eſt, quod voluimus.

PROP. XI.

Si mutuo ſe ſecuerint in circulo duæ lineæ AB, CD ad angulos rectos in E, quod non ſit in centro, utique omnia quadrata AE, BE, EC, ED æqualia ſunt quadrato diametri.



Educamus diametrum AF, et jungamus lineas AC, AD, CF, DB. Et quia angulus AED eſt rectus, erit æqualis angulo ACF, et angulus ADC æqualis AFC, eo quod ſunt ſuper arcum AC. Et remanent in duobus triangulis ADE, AFC duo anguli CAF, DAE æquales. Erunt pariter duo arcus CF, DB æquales: immo et duæ cordæ eorum æquales. Et duo quadrata DE, EB æquantur quadrato BD, nempe CF; et duo quadrata AE, EC æquantur quadrato CA. Et duo quadrata CF, CA æquantur quadrato FA, nempe diametri. Igitur quadrata AE, EB, CE, ED omnia ſunt æqualia quadrato diametri. Et hoc eſt quod voluimus.

PROP. XII.

Si fuerit ſemicirculus ſuper diametrum AB, et eductæ fuerint ex C duæ lineæ tangentes illum in duobus punctis D, E, et junctæ fuerint EA, DB ſe mutuo ſecantes in F, et juncta fuerit CF, et producatur ad G, erit CG perpendicularis ad AB.

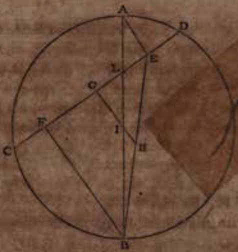
Jungamus DA, EB. Et quia angulus BDA eſt rectus, erunt duo anguli DAB, DBA reliqui in triangulo DAB æquales uni recto. Et angulus AEB rectus. Igitur ſunt æquales ei. Et ponamus angulum FBE communem. Ambo anguli DAB, ABE ſunt æquales FBE, FEB, immo angulo DFE externo in FBE. Et quia CD eſt tangens circulum, et DB ſecans illum, angulus CDB æquatur angulo DAB. Et pariter angulus CEF æquatur angulo EBA. Ergo duo anguli CEF, CDF ſimul æquales ſunt angulo DFE. Et jam quidem planum ſit ex noſtro tractatu de figuris quadrilateris, quod ſi educantur inter duas lineas æquales ſibi occurrentes in aliquo puncto, uti ſunt duæ lineæ CD, CE, duæ lineæ ſe mutuo ſecantes, uti ſunt duæ lineæ DF, EF, et fuerit angulus ab illis contentus ut eſt angulus F æqualis duobus angulis, qui occurrunt duabus [lineis] ſe invicem ſecantibus, uti ſunt duo anguli E, D ſimul, erit linea egrediens a puncto concurſus ad punctum ſectionis, uti eſt linea CF æqualis cuilibet linearum ſibi occurrentium, ut CD, vel CE. Propterea erit CF æqualis ipſi CD. Ergo angulus CFD eſt æqualis angulo CDF, nempe angulo DAG. Sed angulus CFD cum angulo DFG eſt æqualis duobus rectis: ergo angulus DAG cum angulo DFG æqualis eſt duobus rectis. Et remanent in quadilatero ADFG duo anguli ADF, AGF æquales duobus rectis. Sed angulus ADB rectus eſt, ergo angulus AGC eſt rectus. Et CG perpendicularis ad AB; et hoc eſt quod voluimus.



PROP. XIII.

Si mutuo ſe ſecent duæ lineæ AB, CD in circulo, et fuerit AB diameter illius, at non CD, et educantur ex duobus punctis A, B duæ perpendiculares ad CD, quæ ſint AE, BF; utique abſcindent ex illa CF, DE æquales.

Jungamus E B, et educamus ex I, quod eſt centrum, perpendicularem I G ſuper C D, et producamus eam ad H in E B. Et quià I G eſt perpendicularis ex centro ad C D illam bifariam dividet in G: et quia I G, A E ſunt duæ perpendiculares ſuper illam, erunt parallelæ: et quia B I æqualis eſt I A, erit B H æqualis ipſi H E: et propter earum æqualitatem, et quia B F eſt parallela ipſi H G erit F G æqualis ipſi G E. Et ex G C, G D æqualibus remanent F C, E D æquales. Et hoc eſt quod voluimus.



PROP. XIV.

Si fuerit A B ſemicirculus, et ex ejus diametro A B diſſectæ ſint A C, B D æquales, et efficiantur ſuper lineas A C, C D, D B ſemicirculi; et ſit centrum duorum ſemicirculorum A B, C D punctum E, et ſit E F perpendicularis ſuper A B, et producatur ad G: utique circulus, cujus diameter eſt F G, æqualis eſt ſuperficiei contentæ a ſemicirculo majori, et a duobus ſemicirculis qui ſunt intra illum, et a ſemicirculo medio qui eſt extra illum. Et eſt figura, quam vocat Archimedes Salinon.

Quia D C bifariam ſecatur in E, et addita eſt illi C A, erunt duo quadrata D A, C A dupla duorum quadratorum D E, E A. Sed F G æqualis eſt ipſi D A. Ergo duo quadrata F G, A C dupla ſunt duorum quadratorum D E, E A. Et quia A B dupla eſt A E, et C D dupla quoque E D, erunt duo quadrata A B, D C quadrupla duorum quadratorum D E, E A, immo dupla duorum quadratorum G F, A C. Similiter etiam duo circuli, quorum diametri ſunt A B, D C dupli ſunt eorum, quorum diametri ſunt G F, A C: et dimidii eorum, quorum diametri ſunt A B, C D æquales duobus circulis, quorum diametri ſunt G F, A C. Sed circulus, cujus diameter A C, eſt æqualis duobus ſemicirculis A C, B D. Ergo ſi auferamus ex illis duos ſemicirculos A C, B D, qui ſunt communes, remanet figura contenta a quatuor ſemicirculis A B, C D, D B, A C, (quæ ea eſt, quam vocat Archimedes Salinon) æqualis circulo, cujus diameter eſt F G. Et hoc eſt quod voluimus.

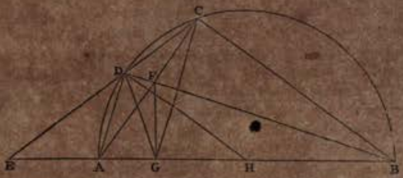


PROP. XV.

Si fuerit A B ſemicirculus, et A C corda Pentagoni, et ſemiſſis arcus A C ſit A D, jungatur C D, et producatur ut cadat ſuper E, et jungatur D B, quæ ſecet C A in F, et ducatur ex F perpendicularis F G ſuper A B, erit linea E G æqualis ſemidiametro circuli.

Jungamus itaque lineam C B, et ſit centrum H, et jungamus H D, D G, et A D. Et quia angulus A B C, cujus baſis eſt latus Pentagoni, eſt duæ quintæ partes recti, quilibet duorum angulorum C B D, D B A eſt quinta pars recti. Et angulus D H A duplus eſt anguli D B H. Ergo angulus D H A eſt duæ quintæ partes recti. Et quia in duobus triangulis C B F, G B F duo anguli B ſunt æquales, et G, C recti, et latus F B commune, erit B C æquale ipſi B G. Et quia in duobus triangulis C B D, G B D duo latera C B, B G ſunt æqualia, et ſimiliter duo anguli ad B, et latus B D commune, erunt duo anguli B C D, B G D æquales. Et quilibet eorum eſt ſex quintæ partes recti, et eſt æqualis angulo D A E externo quadrilateri B A D C, quod eſt in circulo. Ergo remanet angulus D A B æqualis angulo D G A; et erit D A æqualis ipſi D G. Et quia angulus

D H G eſt duæ quintæ partes recti, et angulus D G H ſex quintæ partes recti, remanet angulus H D G duæ quintæ partes recti; et erit D G æqualis G H. Et quia A D E externus quadrilateri A D C B, quod eſt in circulo, eſt æqualis angulo C B A, et eſt duæ quintæ partes recti, et æqualis angulo G D H. Et quia in duobus triangulis E D A, H D G ſunt duo anguli E D A, H D G æquales, et pariter duo anguli D G H, D A E, et duo latera D A, D G, erit E A æquale H G. Et ponamus A G commune. Erit E G æquale A H. Et hoc eſt quod voluimus.



Et hinc patet, quod linea D E æqualis ſit ſemidiametro circuli. Quia angulus A æqualis eſt angulo D G H, ideo erit linea D H æqualis lineæ D E. Et dico quod E C dividitur media, et extrema proportione in D, et majus ſegmentum eſt D E: et hoc quia E D eſt corda hexagoni, et D C decagoni. Et hoc jam demonſtratum eſt in libro Elementorum. Et hoc eſt quod voluimus.

ARCHIMEDIS

OPERA MECHANICA,

UT CUJUSQUE MENTIO

AB ANTIQUIS SCRIPTORIBUS FACTA EST.

DE SPHÆRA ARTIFICIALI.

LACTANTIUS DIVIN. INST. LIB. 2. CAP. 5.

AN Archimedes Siculus concavo ære ſimilitudinem Mundi ac figuram potuit machinari, in quo ita Solem ac Lunam compoſuit, ut inæquales motus et cœleſtibus ſimiles converſionibus ſingulis quaſi diebus efficerent: et non modo acceſſus ſolis et receſſus, vel incrementa diminutioneſque Lunæ, verum etiam ſtellarum vel inerrantium, vel vagarum diſpares curſus orbis ille, dum vertitur, exhiberet?

Explicitius quam Cicero, Lib. 1. Tuſc. Quæſt. Cum Archimedes Lunæ, Solis, quinque errantium motus in ſphæra illigavit, effecit idem quod ille, qui in Timæo Mundum ædificavit Platonis Deus, ut tarditate et celeritate diſſimillimos motus unâ regeret converſio.

CLAUDIANUS.

Juppiter in parvo cum cerneret æthera vitro,
  Riſit, et ad Superos talia dicta dedit.
Huccine mortalis progreſſa potentia curæ?
  Jam meus in fragili luditur orbe labor.
Jura poli, rerumque fidem, legeſque Deorum
  Ecce Syracuſius tranſtulit arte Senex.
Incluſus variis famulatur ſpiritus aſtris,
  Et vivum certis motibus urget opus.
Percurrit proprium mentitus Signifer annum,
  Et ſimulata novo Cynthia menſe redit.
Jamque ſuum volvens audax induſtria mundum,
  Gaudet, et humana ſidera mente regit.
Quid falſo inſontem tonitru Salmonea miror?
  Æmula Naturæ parva reperta manus.

DE CORONA.

VITRUVIUS DE ARCHIT. LIB. 9. CAP. 3.

Archimedis vero cum multa miranda inventa et varia fuerint, ex omnibus etiam infinita ſolertia id, quod exponam, videtur eſſe expreſſum nimium. Hiero enim Syracuſis auctus regia poteſtate,

rebus bene geſtis, cum auream coronam votivam Diis immortalibus in quodam fano conſtituiſſet ponendam, immani pretio locavit faciendam, et aurum ad ſacoma appendit redemptori. Is ad tempus opus manufactum ſubtiliter Regi approbavit, et ad ſacoma pondus coronæ viſus eſt præſtitiſſe. Poſtquam indicium eſt factum, dempto auro, tantundem argenti in id coronarium opus admixtum eſſe: indignatus Hiero ſe contemptum, neque inveniens qua ratione id furtum deprehenderet, rogavit Archimedem, ut in ſe ſumeret ſibi de eo cogitationem. Tunc is cum haberet ejus rei curam, caſu venit in balneum, ibique cum in ſolium deſcenderet, animadvertit quantum corporis ſui in eo inſideret, tantum aquæ extra ſolium fluere. Itaque cum ejus rei rationem explicationis offendiſſet, non eſt moratus, ſed exiluit gaudio motus de ſolio, et nudus vadens domum verſus, ſignificabat clara voce inveniſſe quod quæreret. Nam currens identidem Græce clamabat εὕρηκα, εὕρηκα. Tum vero ex eo inventionis ingreſſu duas dicitur feciſſe maſſas æquo pondere, quo etiam fuerat corona, unam ex auro, alteram ex argento. Cum ita feciſſet, vas amplum ad ſumma labra implevit aqua, in quo demiſit argenteam maſſam. Cujus quanta magnitudo in vaſe depreſſa eſt, tantum aquæ effluxit. Ita exempta maſſa, quanto minus factum fuerat refudit ſextario menſus, ut eodem modo, quo prius fuerat, ad labra æquaretur. Ita ex eo invenit, quantum ad certum pondus argenti certa aquæ menſura reſponderet. Cum id expertus eſſet, tum auream maſſam ſimiliter pleno vaſe demiſit, et ea exempta, eadem ratione menſura addita, invenit ex aqua non tantum defluxiſſe, ſed tantum minus, quantum minus magno corpore eodem pondere auri maſſa eſſet quam argenti. Poſtea vero repleto vaſe, in eadem aqua ipſa corona demiſſa, invenit plus aquæ defluxiſſe in coronam, quam in auream eodem pondere maſſam: et ita ex eo, quod plus defluxerat aquæ in corona quam in maſſa, ratiocinatus, deprehendit argenti in auro mixtionem, et manifeſtum furtum redemptoris.

AUCTOR LIBELLI DE PONDERIBUS, ET MENSURIS, QUI PRISCIANO, VULGO TRIBUITUR.

Argentum fulvo ſi quis permiſceat auro,
Quantum id ſit, quove id poſſis deprendere pacto,
Prima Syracuſii mens prodidit alta Magiſtri.
Regem namque ferunt Siculum, quam voverat olim
Cœlicolum Regi, ex auro ſtatuiſſe coronam,
Compertoque dehinc furto (nam parte retenta,
Argenti tantundem Opifex immiſcuit auro)
Oraſſe ingenium Civis, qui mente Sagaci,
Quis modus argenti fulvo latitaret in auro
Repperit, illæſo quod Diis erat ante dicatum.
Quod te, quale ſiet, paucis adverte, docebo.
Lancibus æquatis, quibus hæc appendere mos eſt,
Argenti, atque auri, quod edax purgaverit ignis,
Impones libras, neutrum ut præponderet, haſque
Summittes in aquam, quas pura ut ceperit unda,
Portinus inclinat pars hæc, quæ ſuſtinet aurum:
Denſius hoc namque eſt ſimilari craſſius unda:
At tu ſiſte jugum, mediique e cardine centri
Intervalla nota, quantum diſcerpſerit illinc,
Quotque notis diſtet ſuſpenſo pondere filum.
Fac drachmis diſtare tribus. Cognovimus ergo
Argenti atque auri diſcrimina: denique libram
Libra tribus drachmis ſuperat, quum mergitur unda.
Sume dehinc aurum, cui pars argentea mixta eſt.
Argentique meri par pondus, itemque ſub unda
Lancibus impoſitum ſpecta; propenſior auri
Materies ſubſiſtet enim, furtumque docebit.
Nam ſi ter ſenis ſuperabitur altera drachmis
Sex ſolas libras auri dicemus ineſſe;
Argenti reliquum, quia nil in pondere differt
Argentum argento, liquidis quum mergitur undis.

DE ORGANO HYDRAULICO.

TERTULLIANUS LIB. DE ANIMA CAP. 14.

Specta portentoſiſſimam Archimedis munificentiam, organum hydraulicum dico, tot membra, tot partes, tot compagines, tot itinera vocum, tot compendia ſonorum, tot commercia modorum, tot acies tibiarum, et una moles erunt omnia.

DE MACHINIS AERE ET AQUA MOVENTIBUS.

JOANNES TZETZES CHIL. 2. HIST. 35.

—— Μέμνηνται πολλοὶ τοῦ Ἀρχιμήδους.
Ἀνθέμιος μὲν πρώτιστον, ὁ παραδοξογράφος.
Ἥρων, καὶ Φίλων, πάππος τὲ καὶ παῖς μηχανογράφος,
Ἐξ ὧνπερ ἀνεγνώκημεν κατοπτρικὰς ἐξάψεις,
Καὶ πᾶσαν ἄλλην μάθησιν τῶν μηχανικωτάτων,
Βαρουλκὸν, πνευματικὴν, τὰς ὑδροσκοπικάς τε,
Κἀκ τούτου δὲ τοῦ γέροντος τῶν βίβλων Ἀρχιμήδους.

—— Multi meminerunt Archimedis.
Anthemios quidem in primis, qui paradoxa ſcripſit:
Heron, et Philon, avuſque et filius machinarum ſcriptor,
Ex quibus legimus et ſpeculares incenſiones, [ſpectantium,
Omnemque aliam diſciplinam rerum præcipue ad machinas
Ponderum tractricem, ſpiritalem, aquarumque ſpecimina,
Idque ex ſenis hujuſce libris Archimedis.

DE COCHLEA.

DIODORUS BIBL. LIB. I.

Ἡ δὲ νῆσος αὕτη πολλαῖς διώρυξι χειροποιήτοις διειλημμένη, καὶ χώραν περιέχει καλλίστην τῆς Αἰγύπτου. Ποταμόχωστος γάρ ἐστι καὶ κατάῤῥυτος πολλοὺς καὶ παντοδαποὺς ἐκφέρει καρποὺς, τοῦ μὲν ποταμοῦ διὰ τὴν κατ᾽ ἔτος ἀνάβασιν νεαρὰν ἰλὺν ἀεὶ καταχέοντος, τῶν δ᾽ ἀνθρώπων ῥᾳδίως ἅπασαν ἀρδευόντων διά τινος μηχανῆς, ἣν ἐπενόησε μὲν Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος, ὀνομάζεται δὲ ἀπὸ τοῦ σχήματος κοχλίας.

Ipſa autem inſula pluribus foſſis manufactis dirimitur, et fœcundiſſimam Ægypti regionem ambit. Cum enim limoſa ſit et irrigua, varii generis fructus affatim gignit; exundante quotannis ipſo flumine, novumque limum inferente, atque incolis totam facile irrigantibus inſtrumenti cujuſdem ope, quod Archimedes Syracuſanus excogitavit, et a figuræ ſimilitudine cochlea vocatur.

IDEM. LIB. 5.

Καὶ τὸ πάντων παραδοξότατον, ἀπαρύτουσι γὰρ τὰς ῥύσεις τῶν ὑδάτων τοῖς Αἰγυπτιακοῖς λεγομένοις κοχλίαις, οὓς Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος εὗρεν, ὅτε παρέβαλεν εἰς Αἴγυπτον. Διὰ δὲ τούτων συνεχῶς ἐκ διαδοχῆς παραδιδόντες μέχρι τοῦ στομίου τὸν τῶν μετάλλων τόπον ἀναξηραίνουσι, καὶ κατασκευάζουσιν εὔθετον τὴν πρὸς τὰς ἐργασίας πραγματείαν. Φιλοτέχνου δ᾽ ὄντος τοῦ ὀργάνου καθ᾽ ὑπερβολὴν, διὰ τῆς τυχούσης ἐργασίας ἄπλετον ὕδωρ ἀναῤῥιπτεῖται παραδόξως, καὶ πᾶν τὸ ποτάμιον ῥεῦμα ῥᾳδίως ἐκ βυθοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ἐκχεῖται. Θαυμάσαι δ᾽ ἄν τις εἰκότως τοῦ τεχνίτου τὴν ἐπίνοιαν, οὐ μόνον ἐν τούτοις, ἀλλὰ καὶ ἐν ἄλλοις πολλοῖς καὶ μείζοσι, διαβεβοημένοις κατὰ πᾶσαν τὴν οἰκουμένην· περὶ ὧν τὰ κατὰ μέρος, ὅταν ἐπὶ τὴν Ἀρχιμήδους ἡλικίαν ἔλθωμεν, ἀκριβῶς διέξιμεν.

Et quod omnium mirabiliſſimum videri debet, fluentes aquas cochleis, quæ Ægyptiæ vocantur, exhauriunt, quas Archimedes Syracuſanus invenit, cum in Ægyptum ſe contulit. Harum autem ope aquam continua vice ad os uſque attollentes fodinæ locum exſiccant, operique faciendo idoneum reddunt. Porro hoc inſtrumentum cum ingenioſiſſimum ſit, minimo labore ingens aquæ vis, ſupra quam cuique credibile eſt, attollitur, et quidquid influxerit ab imo ad ſummum effunditur. Quocirca jure optimo quis miretur Artificis ingenium; neque modo in hiſce cochleis, ſed in aliis etiam pluribus, et quidem majoribus, quæ toto terrarum orbe celebrantur. Quæ ſingula, cum ad Archimedis ætatem pervenerimus, diligenter perſequemur.

MOSCHION APUD ATHENÆUM DEIPNOSOPH. LIB. 5.

Ἡ δὲ ἀντλία, καίπερ βάθος ὑπερβάλλον ἔχουσα, δι᾽ ἑνὸς ἀνδρὸς ἐξηντλεῖτο διὰ κοχλίου, Ἀρχιμήδους εὑρόντος.

Sentina autem, licet profundiſſima eſſet, ope cochleæ, quam Archimedes invenit, ab uno homine exhauriebatur.

DE HELICE.

MOSCHION APUD ATHENÆUM DEIPNOSOPH. LIB. 5.

Quæ igitur pars (navis) abſoluta eſſet, hanc juſſit in mare deduci, ut ibi pars reliqua perficeretur. Cum autem in ea deducenda multum difficultatis eſſet, unus machinator Archimedes haud magna mole deduxit. Conſtructa enim helice tantam navim ad mare tranſvexit. Itaque primus Archimedes helicis conſtruendæ rationem invenit.

Τοῦτο μὲν οὖν τὸ μέρος εἰς τὴν θάλασσαν καθέλκειν προσετετάκτο, τὴν λοιπὴν κατασκευὴν ἵν' ἐκεῖ λαμβάνῃ. Ὡς δὲ περὶ τὸν καθελκυσμὸν αὐτοῦ τὸν εἰς τὴν θάλασσαν πολλὴ ζήτησις ἦν, Ἀρχιμήδης ὁ μηχανικὸς μόνος αὐτὸ κατήγαγε δι' ὀλίγων σωμάτων. Κατασκευάσας γὰρ ἕλικα, τὸ τηλικοῦτον σκάφος εἰς τὴν θάλασσαν κατήγαγε. Πρῶτος δ' Ἀρχιμήδης εὗρε τὴν τῆς ἕλικος κατασκευήν.

DE LOCULO.

AT. FORTUNATIANUS IN ARTE METRICA.

Nam ſi loculus ille Archimedius quatuordecim eboreas lamellas, quarum anguli varii ſunt, in quadratam formam incluſas habens, componentibus nobis aliter atque aliter, modo galeam, modo ſicam, alias columnam, alias navem figurat, et innumerabiles efficit ſpecies, ſolebatque nobis pueris hic loculus ad confirmandam memoriam plurimum prodeſſe; quanto majorem poteſt nobis afferre voluptatem, quantoque pleniorem utilitatem &c.

DE TRISPASTO.

TZETZES CHIL. 2. HIST. 35.

— Fabricatus eſt multas mechanicas facultates:
Et triſpaſto machina, manu læva et ſola,
Septem et mille modiorum attrahebat pondus.

— Εἰργάσατο πολλὰς μηχανικὰς δυνάμεις,
Καὶ τῇ τρισπάστῳ μηχανῇ χειρὶ λαιᾷ καὶ μόνῃ,
Πεντεμυριομέδιμνον καθείλκυσεν ὁλκάδα.

ORIBASIUS DE MACHINAMENTIS LIB. EX EDIT. HENRICI STEPHANI. 1567. CAP. 26.

Triſpaſtum Apellidis, ſeu Archimedis. — Illud in primis ſcire convenit, quod neque Apellides neque Archimedes Medici fuerunt, ſed Architecti, qui machinamentum hoc excogitarunt, quemadmodum nos accepimus de hiſtoria, ad naves deducendas funibus non per manus, ſed per ergatam attractis: illius autem ſæculi medici ejus ſtructuræ modum minuentes triſpaſtum organum medicinale ad luxata fractaque reſtituenda fabricarunt &c.

DE TORMENTIS BELLICIS.

POLYBIUS HIST. LIB. 8.

At Marcellus quinqueremibus LX. Achradinam aggreditur. Hæ omnes hominibus repletæ erant arcus, fundas, et velitares haſtas habentibus, quibus ex propugnaculis pugnantes deturbarent. Ad hæc, demptis quinqueremibus 8. interioribus remis, ita ut binæ binis, quæ latera nudata erant, jungerentur, cum eas exteriore remorum ordine agerent, Sambucas, quas vocant, moenibus admovebant. Genus hoc machinamenti hujuſmodi eſt. Scalam quatuor pedes latam conficiunt, ita ut, ubi erecta fuerit, ejuſdem cum muro altitudinis ſit. Hujus utrumque latus loris præaltis muniunt et contegunt: ac ſuper junctarum navium lateribus, qua ſeſe invicem contingunt, tranſverſam conſtituunt, ut longe ſupra roſtra emineat. Deinde ſummis navium malis trochleæ cum anchorariis funibus aptantur; quas qui in puppi ſunt, ubi uſus venerit, ſcalæ capiti illigatas trahunt, dum ii, qui ſunt in prora, ſcalam ipſam fulcientes dant operam ut tu-

Ὁ δὲ Μάρκος ἑξήκοντα σκάφεσι πεντηρικοῖς ἐπιεῖχε τὸν ἐπίπλουν ἐπὶ τὴν Ἀχραδινήν. Ὧν ἕκαστον πλῆρες ἦν ἀνδρῶν ἐχόντων τόξα καὶ σφενδόνας καὶ γρόσφους, δι' ὧν ἔμελλον τοὺς ἀπὸ τῶν ἐπάλξεων μαχομένους ἀναστέλλειν. Ἅμα δὲ τούτοις ὀκτὼ πεντήρεσι παραλελυμέναις τοὺς ταρσούς, ταῖς μὲν τοὺς δεξιούς, ταῖς δὲ τοὺς εὐωνύμους, καὶ συνεζευγμέναις πρὸς ἀλλήλας σὺν δύο κατὰ τοὺς ἐψιλωμένους τοίχους, προσῆγον πρὸς τὸ τεῖχος διὰ τῆς τῶν ἐκτὸς τοίχων εἰρεσίας τὰς λεγομένας σαμβύκας. Τὸ γένος τῆς κατασκευῆς τῶν εἰρημένων ὀργάνων ἐστὶ τοιοῦτον. Κλίμακα τῷ πλάτει τετράπεδον ἑτοιμάσαντες, ὥστ' ἐξ ἀποβάσεως ἰσοϋψῆ γενέσθαι τῷ τείχει, ταύτης ἑκατέραν τὴν πλευρὰν δρυφακτώσαντες καὶ σκεπάσαντες ὑπερπετέσι θωρακίοις, ἔθηκαν πλαγίαν ἐπὶ τοὺς συμψαύοντας τοίχους τῶν συνεζευγμένων νεῶν, πολὺ προπίπτουσαν τῶν ἐμβόλων. Πρὸς δὲ τοῖς ἱστοῖς ἐκ τῶν ἄνω μερῶν

τροχιλίαι προσήρτηντο σὺν κάλοις. Λοιπὸν, ὅταν ἐγγίσωσι τῆς χρείας, ἐνδεδεμένων τῶν κάλων εἰς τὴν κορυφὴν τῆς κλίμακος, ἕλκουσι διὰ τῶν τροχιλιῶν τούτους ἑστῶτες ἐν ταῖς πρύμναις. Ἕτεροι δὲ παραπλησίως ἐν ταῖς πρώραις ἐξερείδοντες ταῖς ἀντηρίσιν, ἀσφαλίζουσι τὴν ἄρσιν τοῦ μηχανήματος. Κἄπειτα διὰ τῆς εἰρεσίας τῆς ἀφ' ἑκατέρου τῶν ἐκτὸς ταρσῶν ἐγγίσαντες τῇ γῇ τὰς ναῦς, πειράζουσι προσερείδειν τῷ τείχει τὸ προειρημένον ὄργανον. Ἐπὶ δὲ τῆς κλίμακος ἄκρας ὑπάρχει πέτευρον ἠσφαλισμένον γέῤῥοις τὰς τρεῖς ἐπιφανείας· ἐφ' οὗ τέτταρες ἐπιβεβηκότες ἀγωνίζονται, διαμαχόμενοι πρὸς τοὺς εἴργοντας ἀπὸ τῶν ἐπάλξεων τὴν πρόσθεσιν τῆς σαμβύκης. Ἐπὰν δὲ προσερείσαντες ὑπερδέξιοι γένωνται τοῦ τείχους, οὗτοι μὲν, τὰ πλάγια τῶν γέῤῥων παραλύσαντες ἐξ ἑκατέρου τοῦ μέρους, ἐπιβαίνουσιν ἐπὶ τὰς ἐπάλξεις ἢ τοὺς πύργους· οἱ δὲ λοιποὶ διὰ τῆς σαμβύκης ἕπονται τούτοις, ἀσφαλῶς τοῖς κάλοις βεβηκυίας τῆς κλίμακος εἰς ἀμφοτέρας τὰς ναῦς. Εἰκότως δὲ τὸ κατασκεύασμα τῆς προσηγορίας τέτευχε ταύτης· ἐπειδὰν γὰρ ἐξαρθῇ, γίγνεται τὸ σχῆμα τῆς νεὼς ταύτης καὶ τῆς κλίμακος ἑνοποιηθὲν, παραπλήσιον τῇ σαμβύκῃ. Πλὴν οὗτοι μὲν τὸν τρόπον τοῦτον διηρμοσμένοι, προσάγειν διενοοῦντο τοῖς πύργοις. Ὁ δὲ προειρημένος ἀνὴρ, παρεσκευασμένος ὄργανα πρὸς ἅπαν ἐμβελὲς διάστημα, πόῤῥωθεν μὲν ἐπιπλέοντας τοῖς εὐτονωτέροις καὶ μείζοσι λιθοβόλοις καὶ βέλεσι τιτρώσκων, εἰς ἀπορίαν ἐνέβαλε καὶ δυσχρηστίαν. Ὅτε δὲ ταῦθ' ὑπερπετῆ γίγνοιτο, τοῖς ἐλάττοσι κατὰ λόγον ἀεὶ πρὸς τὸ παρὸν ἀπόστημα χρώμενος, εἰς τοιαύτην ἦγαγε διατροπὴν, ὥστε καθόλου κωλύειν αὐτῶν τὴν ὁρμὴν καὶ τὸν ἐπίπλουν, ἕως ὁ Μάρκος δυσθετούμενος ἠναγκάσθη, λάθρα νυκτὸς ἔτι, ποιήσασθαι τὴν παραγωγήν. Γενομένων δ' αὐτῶν ἐντὸς βέλους πρὸς τῇ γῇ, πάλιν ἑτέραν ἡτοιμάκει παρασκευὴν πρὸς τοὺς ἀπομαχομένους ἐκ τῶν πλοίων. Ὡς ἀνδρομήκους ὕψους κατεπύκνωσε τρήμασι τὸ τεῖχος, ὡς παλαιστιαίοις τὸ μέγεθος κατὰ τὴν ἐκτὸς ἐπιφάνειαν. Οἷς τοξότας καὶ σκορπίδια παραστήσας ἐντὸς τοῦ τείχους, καὶ βάλλων διὰ τούτων, ἀχρήστους ἐποίει τοὺς ἐπιβάτας. Ἐξ οὗ καὶ μακρὰν ἀφεστῶτας, καὶ σύνεγγυς ὄντας τοὺς πολεμίους, οὐ μόνον ἀπράκτους παρεσκεύαζε πρὸς τὰς ἰδίας ἐπιβολὰς, ἀλλὰ καὶ διέφθειρε τοὺς πλείστους αὐτῶν. Ὅτε δὲ τὰς σαμβύκας ἐγχειρήσαιεν ἐξαίρειν, ὄργανα παρ' ὅλον τὸ τεῖχος ἡτοιμάκει, τὸν μὲν λοιπὸν χρόνον ἀφανῆ, κατὰ δὲ τὸν τῆς χρείας καιρὸν ἐκ τῶν ἔσω μερῶν ὑπὲρ τοῦ τείχους ἀνιστάμενα καὶ προπίπτοντα πολὺ τῆς ἐπάλξεως ταῖς κεραίαις. Ὧν τινὰ μὲν ἐβάσταζε λίθους ἐκ ἐλάττους δέκα ταλάντων, τινὰ δὲ σηκώματα μολίβδινα. Λοιπὸν, ὅτε συνεγγίζοιεν αἱ σαμβῦκαι, τότε περιαγόμεναι καρχησίῳ πρὸς τὸ δέον αἱ κεραῖαι διά τινος σχαστηρίας, ἀφίεσαν εἰς τὸ κατα-

tius erigatur. Poſtquam vero naves exteriore utroque remorum ordine ad terram appulerint, machinas, quas diximus, muro applicare conantur. Porro in ipſo ſcalæ faſtigio tabula eſt cratibus a tribus lateribus munita, cui inſidentes quatuor milites certamen adverſus eos ſuſcipiunt, qui e propugnaculis impediunt quo minus ſambuca admoveatur. Qua ſemel admota, cum primum iſti evecti ſupra muri altitudinem fuerint, cratibus ab utroque latere disjectis in propugnacula turreſve irruunt: reliqui per ſambucam ſuccedunt, ſcalæ pedibus per anchorarios funes utrique navi firmiter innixis. Merito autem hæc machina id nominis nacta eſt. Nam ubi erecta fuerit, figura cum navis, tum ſcalæ, quæ corpus unum conſtituunt, ad ſambucam proxime accedit. His ita confectis Romani turribus ſuccedere cogitabant, verum, quem ſupra memoravimus, Vir, tormentis conſtructis, quibus ad quodvis intervallum tela mitteret, cum procul invadentes Romanos majoribus validioribuſque baliſtis et catapultis vulneraret, rem in ſummam difficultatem adduxit. Ubi vero tela ſublimia ferrentur ſupra caput, minoribus ſubinde tormentis pro modo intervalli utebatur: quo facto adeo perturbavit hoſtem, ut ejus impetum comprimeret, neque propius accedere pateretur. Quibus difficultatibus circumventus Marcellus clam de nocte naves propius admovere coactus eſt. Quæ cum intra teli jactum terræ appropinquaſſent, aliud opus adverſus eos, qui e navibus pugnabant, Archimedes inſtituit. Murum crebris pro humani corporis modo cavis aperuit; quæ tamen extrinſecus palmaria eſſent. Ibi ſagittarios et ſcorpiones modicos ab interiore muri parte diſpoſuit: cumque per ea cava hoſtem peteret, claſſiariorum impetus ludificabatur. Quo fiebat, ut Romani tum qui procul eſſent, tum qui propius ſubirent, non modo nihil eorum perficere poſſent, quæ ſibi animo propoſuerant; ſed multi etiam interficerentur. Porro ubi conarentur ſambucas erigere, tormenta per totum murum diſpoſuerat, quæ reliquo tempore occulta, ubi uſus incideret, extrahebantur, roſtriſque longe ſupra propugnacula eminebant. Atque horum aliqua ſaxa non minora decem pondo, aliqua plumbi libramenta geſtabant. Porro cum ſambucæ appropinquarent, tum vero erectis in ſummum malum fune trocleatim acto, prout uſus poſtularet, tormentorum roſtris, ſaxa in eas

demittebantur; ut non modo ſambucæ, ſed navis etiam ipſa confringeretur, quique in ea eſſent grave periculum adirent. Præterea alia opera in illos adhibebantur, qui cratibus tecti, atque ideo tuti adverſus tela, quæ per muri cava ingerebantur, impetum facerent: quippe in hos ſaxa ita librabantur, ut qui in prora pugnarent, fugere cogerentur. Simul etiam ferrea manus catenæ illigata demittebatur, qua ille, qui roſtrum regebat, ubi proram prehendiſſet, tormenti calcem, quæ intra murum eſſet, reclinabat ad ſolum. Poſtquam autem, ſublata prora, navim in puppim ſtatuiſſet, anterior tormenti pars ſiſtebatur, ſimulque ferrea manus, et catena ope funis trocleatim acti eximebantur. Quo facto naves aliæ quidem obliquæ, aliæ vero pronæ cadebant: denique plurimæ, quæ rectæ caderent, cum prora ex alto demiſſa demergerentur, unda pariter ac tumultu complebantur. Itaque Marcellus conſilii inops ob ea, quæ Archimedes continuo objiceret, cum quæ ipſe agebat, ea videret ab oppidanis non ſine detrimento atque ludibrio eludi, graviter id quidem moleſteque ferebat: ſed tamen ejus opera irridens, Archimedem ajebat navibus ſuis e mari aquam haurire; ſambucas vero ſuſte percuſſas, ceu fœdere excluſas, cum ignominia eſſe dimiſſas. Atque hic exitus maritimæ oppugnationis fuit. Quid quod etiam Appius cum iiſdem difficultatibus premeretur, incœpto deſtitit? Nam cum procul adhuc eſſent milites, baliſtis et catapultis correpti abſumebantur: mirabilis ſiquidem erat telorum apparatus, ſive copiam, ſive eorum vim atque uſum ſpectes, ut in quem Hiero impenſas, Archimedes artem operamque contulerat. Ubi vero mœnibus ſuccederent, alii vulneribus, quæ per muri cava, ut ſupra diximus, infligebantur, ſaucii aditu prohibebantur; alii, qui cratibus tecti inſtabant, conficiebantur, ſaxis trabibusque in caput demiſſis. Præterea haud leve damnum afferebant ferreæ manus e tormentis, ut ſupra diximus, demiſſæ, quibus homines cum ipſis armis abrepti projiciebantur. Poſtremo Appius cum in caſtra ſe recepiſſet, convocato tribunorum concilio, communi omnium ſententia quidvis potius experiri placuit ad capiendas Syracuſas, quam ut oppugnatione agerent; quod ad extremum etiam fecerunt. Cum enim menſes octo urbem obſediſſent, nullo quidem ſolertis atque audacis animi molimine abſtinuerunt; ſed apertam moliri vim nunquam ſunt auſi. Tantum Vir unus atque una ars tempore et loco adhibita momenti habet. Itaque Romani tot terreſtribus maritimiſque copiis inſtructi, niſi unus ſenex Syracuſis

σκεύασμα τὸν λίθον. Ἐξ οὗ συνέβαινε, μὴ μόνον αὐτὸ συνθραύεσθαι τὄργανον, ἀλλὰ καὶ τὴν ναῦν, καὶ τοὺς ἐν αὐτῇ κινδυνεύειν ὁλοσχερῶς. Τινά τε τῶν μηχανημάτων πάλιν ἐπὶ τοὺς ἐφορμοῦντας καὶ προβεβλημένους γέῤῥα, καὶ διὰ τούτων ἠσφαλισμένους πρὸς τὸ μηδὲν πάσχειν ὑπὸ τῶν διὰ τοῦ τείχους φερομένων βελῶν, ἠφίει μὲν καὶ λίθους συμμέτρους πρὸς τὸ φεύγειν ἐκ τῆς πρώρας τοὺς ἀγωνιζομένους. Ἅμα δὲ καὶ καθίει χεῖρα σιδηρᾶν ἐξ ἁλύσεως δεδεμένην, ᾗ δραξάμενος ὁ τὴν κεραίαν οἰακίζων, ὅθεν ἐπιλάβοιτο τῆς πρώρας, κατῆγε τὴν πτέρναν τῆς μηχανῆς ἐντὸς τοῦ τείχους. Ὅτε δὲ κουφίζων τὴν πρῶραν ὀρθὸν ποιήσειε τὸ σκάφος ἐπὶ πρύμναν, τὰς μὲν πτέρνας τῶν ὀργάνων εἰς ἀκίνητον καθίστα· τὴν δὲ χεῖρα καὶ τὴν ἅλυσιν ἐκ τῆς μηχανῆς ἐξέραινε διά τινος σχαστηρίας. Οὗ γινομένου, τινὰ μὲν τῶν πλοίων πλάγια κατέπιπτε, τινὰ δὲ καὶ κατεστρέφετο· τὰ δὲ πλεῖστα τῆς πρώρας ἀφ᾽ ὕψους ῥιφθείσης βαπτιζόμενα, πλήρη θαλάττης ἐγίγνετο καὶ ταραχῆς. Μάρκος δὲ δυσχρηστούμενος ἐπὶ τοῖς ἀπαντωμένοις ὑπ᾽ Ἀρχιμήδους, καὶ θεωρῶν μετὰ βλάβης καὶ χλευασμοῦ τοὺς ἔνδον ἀποτριβομένους αὐτοῦ τὰς ἐπιβολὰς, δυσχερῶς μὲν ἔφερε τὸ συμβαῖνον· ὅμως δ᾽ ἐπισκώπτων τὰς αὐτοῦ πράξεις ἔφη, ταῖς μὲν ναυσὶν αὐτοῦ κυαθίζειν ἐκ θαλάττης Ἀρχιμήδη· τὰς δὲ σαμβύκας ῥαπιζομένας, ὥσπερ ἐκσπόνδους μετ᾽ αἰσχύνης ἐκπεπτωκέναι. Καὶ τῆς μὲν κατὰ θάλατταν πολιορκίας τοιοῦτον ἀπέβη τὸ τέλος. Οἱ δὲ περὶ τὸν Ἄππιον εἰς παραπλησίους ἐμπεσόντες δυσχερείας, ἀπέστησαν τῆς ἐπιβολῆς. Ἔτι μὲν γὰρ ὄντες ἐν ἀποστήματι, τοῖς τε πετροβόλοις καὶ καταπέλταις τυπτόμενοι διεφθείροντο, διὰ τὸ θαυμάσιον εἶναι τὴν τῶν βελῶν κατασκευὴν, καὶ κατὰ τὸ πλῆθος, καὶ κατὰ τὴν ἐνέργειαν, ὡς ἂν Ἱέρωνος μὲν χορηγοῦ γεγονότος, ἀρχιτέκτονος δὲ καὶ δημιουργοῦ τῶν ἐπινοημάτων Ἀρχιμήδους. Συνεγγίζοντές γε μὴν πρὸς τὴν πόλιν, οἱ μὲν ταῖς διὰ τοῦ τείχους τοξότισιν, ὡς ἐπάνω προεῖπον, κακούμενοι, συνεχῶς εἴργοντο τῆς προσόδου· οἱ δὲ μετὰ τῶν γέῤῥων βιαζόμενοι, ταῖς τῶν κατὰ κορυφὴν λίθων καὶ δοκῶν ἐμβολαῖς διεφθείροντο. Οὐκ ὀλίγα δὲ καὶ ταῖς χερσὶ ταῖς ἐκ τῶν μηχανῶν ἐκακοποίουν, ὡς καὶ πρότερον εἶπα. Σὺν αὐτοῖς γὰρ τοῖς ὅπλοις τοὺς ἄνδρας ἐξαιροῦντες ἐῤῥίπτουν. Τὸ δὲ πέρας, ἀναχωρήσαντες εἰς τὴν παρεμβολὴν, καὶ συνεδρεύσαντες μετὰ τῶν χιλιάρχων οἱ περὶ τὸν Ἄππιον, ὁμοθυμαδὸν ἐβουλεύσαντο πάσης ἐλπίδος πεῖραν λαμβάνειν, πλὴν τοῦ διὰ πολιορκίας ἑλεῖν τὰς Συρακούσας, ὡς καὶ τέλος ἐποίησαν. Ὀκτὼ γὰρ μῆνας τῇ πόλει προσκαθεζόμενοι, τῶν μὲν ἄλλων στρατηγημάτων ἢ τολμημάτων οὐδενὸς ἀπέστησαν· τοῦ δὲ πολιορκεῖν οὐδέποτε ἔτι πεῖραν λαβεῖν ἐθάῤῥησαν. Οὕτως εἷς ἀνὴρ, καὶ μία τέχνη δεόντως ἡρμοσμένη πρὸς ἕνια τῶν πραγμάτων, μέγα τι χρῆμα φαίνεται γίγνεσθαι καὶ θαυμάσιον. Ἐκεῖνοι γοῦν τηλικαύτας δυνάμεις ἔχοντες καὶ κατὰ γῆν καὶ κατὰ θάλατταν, εἰ μὲν ἀφέλοι τις πρεσβύτην ἕνα Συρακουσίων,

παραχρῆμα τῆς πόλεως κυριεύσειν ἤλπιζον· τότε δὲ συμπεσόντες, οὐκ ἐθάῤῥουν οὐδ' ἐπιβάλλεσθαι κατά γε τοῦτον τὸν τρόπον, καθ' ὃν ἀμύνασθαι δυνατὸς ἦν Ἀρχιμήδης. Οὐ μὴν ἀλλὰ νομίσαντες, μάλιστ' ἂν ὑπὸ τῆς τῶν ἀναγκαίων ἐνδείας διὰ τὸ πλῆθος τοὺς ἔνδον ὑποχειρίους σφίσι γενέσθαι, ταύτης ἀντείχοντο τῆς ἐλπίδος, ϗ ταῖς μὲν ναυσὶ τὰς κατὰ θάλατταν ἐπικουρίας αὐτῶν ἐκώλυον, τῷ δὲ πεζῷ στρατεύματι τὰς κατὰ γῆν. Βουλόμενοι δὲ μὴ ποιεῖν ἄπρακτον τὸ χρόνον, ἐν ᾧ προσεδρεύουσι ταῖς Συρακούσαις, ἀλλ' ἅμα τι ϗ τῶν ἐκτὸς χρησίμων κατασκευάζεσθαι, διεῖλον οἱ στρατηγοὶ σφᾶς αὐτοὺς ϗ τὴν δύναμιν· ὥστε τὸν μὲν Ἄππιον, ἔχοντα δύο μέρη, προσκαθῆσθαι τοῖς ἐν τῇ πόλει, τὸ δὲ τρίτον ἀναλαβόντα Μάρκον ἐπιπορεύεσθαι τοὺς Καρχηδονίων αἱρουμένους κατὰ τὴν Σικελίαν.

fuiſſet, urbem ſe primo impetu capturos ſperaſſent. Adſtante Archimede, ne oppugnationem quidem tentare auſi ſunt; ſaltem ea ratione, cui ille poſſet occurrere. Cum autem ingens multitudo mœnibus includeretur, ſperantes fore ut oppidani propter annonæ inopiam ultro ſe dederent, ad hoc animum adjecerunt. Itaque eos claſſe maritimis ſubſidiis, iis vero, quæ terra adveherentur, terreſtri milite prohibebant. Ac ne tempus omne, quo Syracuſas corona cingebant, ipſis ab opere vacaret, ſed utile aliquid ſimul foris agerent, ita copias inter ſe partiti ſunt Imperatores, ut cum duabus partibus urbem obſideret Appius; tertiam Marcellus accipiens in eorum fines per Siciliam duceret, qui cum Carthaginienſibus ſentiebant.

LIVIUS HIST. LIB. XXIV.

Inde terra marique ſimul cœptæ oppugnari Syracuſæ, terra ab Hexapylo, mari ab Achradina, cujus murus fluctu alluitur. Et quia ſicut Leontinos terrore ac primo impetu ceperant, non diffidebant vaſtam disjectamque ſpatio urbem parte aliqua ſe invaſuros, omnem apparatum oppugnandarum urbium muris admoverunt. Et habuiſſet tanto impetu cœpta res fortunam, niſi unus homo Syracuſis ea tempeſtate fuiſſet. Archimedes is erat, unicus ſpectator cœli ſiderumque, mirabilior tamen inventor ac machinator bellicorum tormentorum, operumque, quibus ea, quæ hoſtes ingenti mole agerent, ipſe perlevi momento ludificaretur. Murum per inæquales ductum colles, pleraque alta et difficilia aditu, ſummiſſa quædam, et quæ planis valibus adiri poſſent, ut cuique aptum viſum eſt loco, ita omni genere tormentorum inſtruxit. Achradinæ murum, qui, ut ante dictum eſt, mari alluitur, ex quinqueremibus Marcellus oppugnabat. Ex cœteris navibus ſagittarii ſunditoreſque, et velites etiam, quorum telum inhabile ad remittendum imperitis eſt, vix quemquam ſine vulnere conſiſtere in muro patiebantur. Hi, quia ſpatio miſſilibus opus eſt, procul muro tenebant naves. Junctæ aliæ binæ ad quinqueremes, demptis interioribus remis, ut latus lateri applicaretur, cum exteriore ordine remorum velut naves agerentur, turres contabulatas machinamentaque alia quatiendis muris portabant. Adverſus hunc navalem apparatum Archimedes variæ magnitudinis tormenta in muris diſpoſuit. In eas, quæ procul erant, naves ſaxa ingenti pondere emittebat: propiores levioribus, eoque magis crebris petebat telis. Poſtremo, ut ſui vulnere intacti tela in hoſtem ingererent, murum ab imo ad ſummum crebris cubitalibus fere cavis aperuit: per quæ cava pars ſagittis, pars ſcorpionibus modicis ex occulto petebant hoſtem. Quæ propius quidem ſubibant naves, quo interiores ictibus tormentorum eſſent, in eas tollenone ſuper murum eminente, ferrea manus firmæ catenæ illigata cum injecta proræ eſſet, gravique libramento plumbi recelleret ad ſolum, ſuſpenſa prora navim in puppim ſtatuebat. Dein remiſſa ſubito, velut ex muro cadentem navim cum ingenti trepidatione nautarum ita undæ affligebat, ut etiam ſi recta recideret, aliquantum aquæ acciperet. Ita maritima oppugnatio eſt eluſa; omniſque vis eſt averſa, ut totis viribus terra aggrederentur. Sed ea quoque pars eodem omni apparatu tormentorum inſtructa erat, Hieronis impenſis curaque per multos annos, Archimedis unica arte. Natura etiam adjuvabat loci: quod ſaxum cui impoſita muri fundamenta ſunt, magna ex parte ita proclive eſt, ut non ſolum miſſa tormento, ſed etiam quæ pondere ſuo provoluta eſſent, graviter in hoſtem inciderent. Eadem cauſa ad ſubeundum arduum aditum inſtabilemque ingreſſum præbebat. Ita conſilio habito, cum omnis conatus ludibrio eſſet, abſiſtere oppugnatione, atque obſidendo tantum arcere terra, marique commeatibus hoſtem placuit.

DE SPECULIS COMBURENTIBUS.

GALENUS DE TEMPERAMENTIS LIB. 3. CAP. 2.

Οὕτω δήπως οἶμαι καὶ τὸν Ἀρχιμήδην φασὶ διὰ τῶν πυρίων ἐμπρῆσαι τὰς τῶν πολεμίων τριήρεις. Ἀνάπτεται δ' ἑτοίμως ὑπὸ πυρίου ϗ ἔριον ϗ στυππεῖον, ϗ θρυαλλὶς ϗ νάρθηξ, ϗ πᾶν ὅτι ἂν ὁμοίως ᾖ ξηρὸν καὶ χαῦνον.

Hoc utique modo, ut ego arbitror, Archimedes etiam traditur per comburentia ſpecula hoſtium naves incendiſſe. Facile vero ſuccenditur a ſpeculo comburente lana, ſtuppa, ellychnium, ferula; quidquid denique ſiccum eſt et perflabile.

ZONARAS ANNAL. LIB. 9.

Denique totam Romanorum claſſem mirabili prorſus modo combuſſit. Cum enim quoddam ſpeculum ad ſolem convertiſſet, radios ejus excepit, incenſoque aere, ob denſitatem lævitatemque ipſius ſpeculi, ingentem flammam excitavit, quam cum navibus injeciſſet portum ſubeuntibus, totas abſumpſit.

Καὶ τέλος σύμπαν τὸ ναυτικὸν τῶν Ῥωμαίων παραδόξως κατέπρησε. Κάτοπτρον γάρ τι πρὸς τὸν ἥλιον ἀνατείνας, τήν τε ἀκτῖνα αὐτοῦ ἐς αὐτὸ εἰσεδέξατο, καὶ τὸν ἀέρα ἀπ᾽ αὐτῆς τῇ πυκνότητι καὶ τῇ λειότητι τοῦ κατόπτρου πυρώσας, Φλόγα τε μεγάλην ἐξῆψε, καὶ πᾶσαν αὐτὴν ἐς τὰς ναῦς ὑπὸ τὴν τοῦ πυρὸς ὁδὸν ὁρμώσας ἐνέβαλε, καὶ πάσας κατέκαυσεν.

TZETZES CHIL. 2. HIST. 55.

Ac verò Marcello Imperatore olim Romanorum,
Syracuſas terra obſidente, et mari,
Quaſdam quidem primum machinis attraxit onerarias naves,
Et ad Syracuſanum murum cum levaſſet,
Cum ipſis viris iterum in profundum demiſit unà.
Marcello autem auferente paululum onerarias,
Senex iterum omnes facit Syracuſanos
Attollere poſſe lapides plauſtrales,
Et ſingulos jacientes, demergere naves.
Cum autem Marcellus removiſſet illas ad jactum arcus,
* Educens quod ſpeculum fabricavit ſenex:
A diſtantia autem commenſurati ſpeculi,
Parva hujuſmodi ſpecilla cùm poſuiſſet, quadrupla angulis
Quæ movebantur ſquamis, et quibuſdam ſcalpturis,
Medium illud poſuit radiorum ſolis,
Auſtralis, et Æſtivalis et Hyemalis:
Refractis deinceps in hoc radiis,
Exarſio ſublata eſt formidabilis ignita navibus,
Et has in cinerem redegit longitudine arcus jactus.
Sic vincit Marcellum machinis Senex.

* Fortaſſe. Sexangulum ſpeculum &c.

Καὶ τοῦ Μαρκέλλου στρατηγοῦ ποτὲ δὲ τῶν Ῥωμαίων,
Τῇ Συρακούσῃ κατὰ γῆν προσβάλλοντος, καὶ πόντον,
Τινὰς μὲν πρῶτον μηχαναῖς ἀνείλκυσεν ὁλκάδας,
Καὶ πρὸς τὸ συρακούσιον τεῖχος μετεωρίσας,
Αὐτάνδρους πάλιν τῷ βυθῷ κατέπεμπεν ἀθρόως.
Μαρκέλλου δ᾽ ἀποστήσαντος μικρόν τι τὰς ὁλκάδας,
Ὁ Γέρων πάλιν ἅπαντας ποιεῖ Συρακουσίους
Μετεωρίζειν δύνασθαι λίθους ἁμαξιαίους,
Καὶ τὸν καθένα πέμποντα, βυθίζειν τὰς ὁλκάδας.
Ὡς Μάρκελλος δ᾽ ἀπέστησε βολὴν ἐκείνας τόξου,
* Ἐξάγων ὄντι κάτοπτρον ἐτέκτηνεν ὁ Γέρων·
Ἀπὸ δὲ διαστήματος συμμέτρου τοῦ κατόπτρου,
Μικρὰ τοιαῦτα κάτοπτρα θεὶς τετραπλᾶ γωνίαις,
Κινούμενα λεπίσι τε καί τισι γιγγλυμοῖς,
Μέσον ἐκεῖνο τέθεικεν ἀκτίνων τῶν ἡλίου,
Μεσημβρινῆς καὶ θερινῆς, καὶ χειμεριωτάτης·
Ανακλωμένων δὲ λοιπὸν εἰς τοῦτο τῶν ἀκτίνων,
Ἐξαψις ἤρθη φοβερὰ πυρώδης ταῖς ὁλκάσι.
Καὶ ταύτας ἀπετέφρωσεν ἐκ μήκους τοξοβόλου.
Οὕτω νικᾷ τὸν Μάρκελλον ταῖς μηχαναῖς ὁ Γέρων.

* Ἐξάγωνόν τι κάτοπτρον &c.

APPENDIX.

COMMENTARIUS

IN ALIQUAS

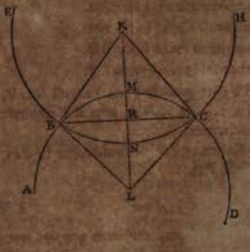
ARCHIMEDIS

PROPOSITIONES

DE IIS QUÆ IN HUMIDO VEHUNTUR.

IN PROP. VIII. Lib. I.

"PORTIONIS in humido demerſæ, quæ ex duabus ſphæræ portionibus conſtat, axis erit in perpendiculari per K ducta." Secent enim ſe invicem circumferentiæ in punctis B, C; et jungantur L B, B K, B C, K L, K C, C L. Secet recta K L rectam B C in puncto R, circumferentias vero in N, M. Tum propter L, K centra circulorum, erunt rectæ B L, L C, uti etiam rectæ B K, K C, inter ſe æquales; et idcirco (8. 1.) anguli B L K, C L K æquales. Quare rectæ B R, R C æquales ſunt, et anguli B R L, C R L recti; et proinde (3. 3.) recta K L biſariam ſecabit, et ad rectos angulos, omnes rectas in ſegmento B M C vel B N C ipſi B C parallelas. Ergo portionis in humido demerſæ, quæ ex duabus ſphæræ portionibus conſtat, axis eſt in recta K L.



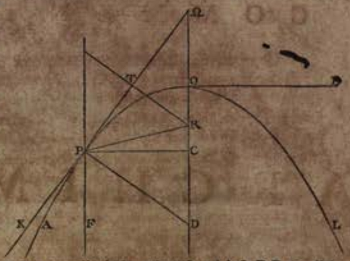
IN PROP. IX. Lib. I.

"Itaque figura quæ eſt extra humidi ſuperficiem, axem habet in perpendiculari per K." Hoc iiſdem verbis ut ſupra demonſtrabitur, ſi jungantur L B, B K, B C, K L, K C, C L.

IN PROP. II. Lib. II.

"Seſquialterum ejus, quæ uſque ad axem;" hoc eſt, ſeſquialterum dimidiæ rectæ juxta quam poſſunt quæ ad axem ordinatim applicantur, ut conſtat ex demonſtratione Prop. V. de Conoidibus et Sphæroidibus.

Pag. 340. lin. 19. "Quare angulus R P Ω acutus erit." Sit enim rectanguli coni ſectio A O L, cujus axis O D; et ipſam contingat recta K Ω in puncto P et occurrat axi in Ω. Sit recta O E juxta quam poſſunt quæ ad axem ordinatim applicantur; et ducantur a contactu P ad axem rectæ P C, P D, recta quidem P C axi ordinatim applicata, recta vero P D contingenti K Ω perpendicularis. Tum erit rectangulum Ω C D (8. et 17. 6.) æquale quadrato ex P C, et proinde æquale rectangulo E O C, per cor. Prop. 51. Lib. 1. Apol. Ut igitur Ω C ad O C ita E O ad C D. Sed recta O C dimidia eſt ipſius Ω C, per Prop. 35. et cor. Prop. 51. Lib. 1. Apol. et idcirco eſt recta C D dimidia ipſius O E, et proinde æqualis rectæ, quæ ad axem uſque pertingit. Quare ſi O R ſegmentum axis ſit minus linea, quæ uſque ad axem, punctum R cadet inter puncta O, D; et idcirco ſi jungatur R P erit angulus R P Ω acutus.

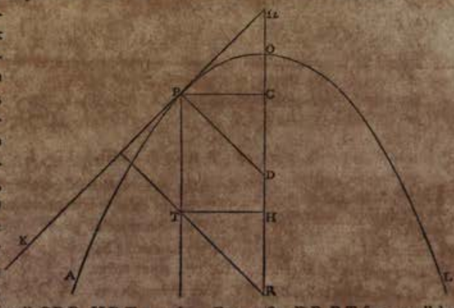


Porro, ſi ducatur recta R T contingenti K Ω perpendicularis, erit (28. 1.) ipſi D P parallela; et proinde cum linea F P extra ſectionem conveniet, et cadet inter P et Ω puncta.

Eadem ratione demonſtrabitur, in Prop 3. "angulum R O K acutum eſſe: et perpendicularem ab R ad K Ω ductam cadere inter K et O."

IN PROP. IV.

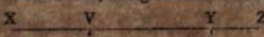
"Ducta linea ab R ad T et producta." &c. Sit enim rectanguli coni ſectio A O L, cujus axis O D, et ipſam contingat recta K Ω in puncto P; et ſint cætera ut ab Archimede poſita. Ducantur a contactu P rectæ PD, PC ad axem; recta P C ei quidem ordinatim applicata, recta vero P D contingenti perpendicularis. Itaque, ut ſupra, demonſtrabitur rectam C D æqualem eſſe ei, quæ uſque ad axem. Sunt igitur inter ſe æquales rectæ C D, H R, uti etiam (34. 1.) rectæ C P, H T; et proinde (4. 1.) anguli C D P, H R T æquales. Ergo rectæ D P, R T ſunt parallelæ (27. 1.); et idcirco recta R T producta angulos rectos faciet cum linea ſectionem in puncto P contingente.



Eadem ratione demonſtrabitur in Prop. 5. rectam "R T productam facere angulos rectos cum ipſa K P Ω."

IN PROP. V.

"Quare non majorem proportionem habet tota portio ad eam quæ eſt extra humidum, quam quadratum N O ad quadratum M O." Dividatur enim X Z ita, ut ſegmentum Y Z ſit ad X Z ut magnitudo demerſa ad totam portionem. Sit vero ſegmentum X V ad X Z ut exceſſus qua-



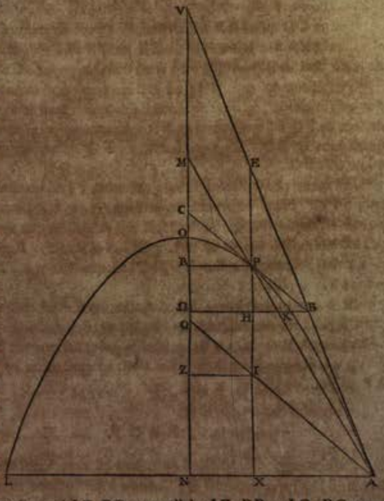
drati N O ſupra quadratum M O ad ipſum N O quadratum. Et quoniam magnitudo demerſa non majorem proportionem habet ad totam portionem quam exceſſus, quo quadratum N O excedit quadratum M O, ad ipſum N O quadratum, ſegmentum Y Z non eſt majus ſegmento X V. Quare ſegmentum V Z non eſt majus ſegmento X Y. Recta igitur X Z non habet majorem proportionem ad X Y, quam habet ad V Z. Sed ut recta X Z ad X Y ita tota portio ad eam quæ eſt extra humidum; et per hypotheſin et converſionem, ut recta X Z ad V Z ita quadratum N O ad quadratum M O. Quare non majorem proportionem habet tota portio ad eam quæ eſt extra humidum, quam quadratum N O ad quadratum M O.

IN PROP. VI.

"Quoniam ergo in portione A P O L, quæ continetur recta linea, et rectanguli coni ſectione, K Ω quidem æquidiſtans eſt ipſi A L; P I vero diametro æquidiſtat: ſecaturque ab ipſa K Ω in H; et A S æquidiſtat contingenti in P: neceſſarium eſt ipſam P I ad P H vel eandem proportionem habere, quam habet N Ω ad Ω O, vel majorem: hoc enim jam demonſtratum eſt." Ubi tamen vel ab Archimede vel ab alio inter Veteres Mathematicos, ſe omnino ignorare profitetur Commandinus, qui itaque demonſtrationem in Commentariis ſuis adjecit, magno molimine, et ſchematum plurimorum ope confectam. Nos idem brevius et facilius ex ſequentibus.

Cæteris manentibus, ut ab Archimede poſita ſunt, occurrant rectæ Ω K, C P ſibi invicem in B; et per punctum B ducatur recta B V quæ ſectionem continget.

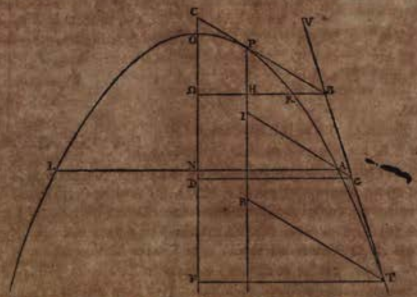
Primum contingat recta B V ſectionem in puncto A, et occurrat diametris I P, N O in E, V. Occurrant rectæ B P, A I diametro N V in C, Q; et per puncta P, I ducantur rectæ P R, I Z ipſi A L parallelæ et occurrentes N O in R, Z. Poſtremo, ducatur recta A P et occurrat rectæ N V in M. Tum erit recta I P rectæ P E æqualis, recta autem N O rectæ O V, et recta R O rectæ O C, per Prop. 35. et cor. Prop. 51. Lib. 1. conic. Apol. Sed propter parallelas E H, V Ω, erit E P ad V C ut B P ad B C, hoc eſt, ut P H ad C Ω: et propter æquales E P, P I, et conſtructionem, erit recta V M rectæ M Q æqualis. Porro recta R Z rectæ I P, vel E P, æqualis eſt. Quare ut R Z ad V C ita P H ad C Ω, hoc eſt, propter æquales (34. 1.) ut R Z ad R N ita R Ω ad C Ω; et dividendo, ut R Z ad Z N ita R Ω ad C R. Ut vero I P ad C M ita (4. 6.) A P ad P M; et ut A P ad P M ita A X ad X N vel I Z, hoc eſt I X vel Z N ad Q Z. Quare (11. 5.) propter æquales, ut R Z ad C M ita Z N ad Q Z; et permutando, ut R Z ad Z N ita C M ad Q Z.



Sed propter æquales (34. 1.) I Z, P R et parallelas I Z, P R et I Q, P C, erunt (26. 1.) Q Z, C R inter ſe æquales: et proinde, (11. 5.) ut R Ω ad C R ita C M ad C R. Sunt igitur C M, R Ω æquales. Rurſus, ut A V ad B V ita ſe habet V N ad V Ω et V Q ad V C; et proinde ſumendo dimidia antecedentium, ut V O ad V Ω ita V M ad V C. Quare dividendo, ut V O ad O Ω ita V M ad M C; hoc eſt, ut N O ad O Ω ita Q M ad M C: et proinde dividendo, ut N Ω ad O Ω ita Q C ad C M. Ergo, quoniam rectæ Q C, P I, uti etiam C M, R Ω, P H inter ſe æquales ſunt; erit N Ω ad O Ω ut P I ad P H.

Secundo, contingat recta V B ſectionem in puncto T; et ducatur recta T R ipſi A I vel C B parallela, et occurrens P I in R. Ducatur etiam recta T F ipſi A N vel Ω K parallela, et occur-

rens ON in F. Producatur recta IA et occurrat contingenti BT in G; et ducatur recta GD ipſi AN parallela, et occurrens ON in D. Tum propter parallelas, erit DΩ ad FΩ ut BG ad BT, et BG ad BT ut PI ad PR. Quare ut DΩ ad FΩ ita PI ad PR. Sed, ut ſupra, demonſtrabitur, rectam FΩ eſſe ad ΩO ut PR ad PH; et proinde (22. 5.) ut DΩ ad ΩO ita PI ad PH. Sed DΩ ad ΩO majorem proportionem habet quam NΩ ad ΩO; et idcirco PI ad PH majorem proportionem quam NΩ ad ΩO.



“At vero NΩ ſeſquialtera eſt ipſius ΩO.” Pag. 343. Nam OF (vide Fig. pag. 343.) eſt dupla ipſius FN, et idcirco ut NF ad NO ita quinque ad quindecim; et, per hypotheſin, ut FΩ ad NO ita quatuor ad quindecim. Quare (24. 5.) ut NΩ ad NO ita novem ad quindecim; et NΩ ad ΩO ut novem ad ſex.

IN PROP. VIII. Vide Fig. Pag. 345.

“Erit et CD ipſius KR ſeſquialtera.” Quoniam enim eſt BK dupla ipſius KD, erit BD ſeſquialtera BK. Ut igitur BD ad BK ita CB ad BR; et idcirco ut BD ad BK (19. 5.) ita CD ad RK. Sed ut BD ad BK ita tria ad duo; et proinde CD ſeſquialtera ipſius KR.

“Perſpicuum igitur eſt FQ ad DB proportionem minorem” &c. Nam recta CB eſt exceſſus quo axis major eſt, quam ſeſquialtera ejus quæ uſque ad axem; et idcirco, per hypotheſin, quadratum ex FQ ad quadratum ex BD minorem proportionem habet quam quadratum ex BC ad quadratum ex BD. Ergo quadratum ex FQ minus eſt quadrato ex BC, et proinde recta FQ minor ipſa BC.

“Sed quam proportionem habet quadratum PI ad quadratum IY, eandem linea KR habet ad lineam IY.” Nam per hypotheſin, et Prop. 11. et cor. Prop. 51. Lib. 1. Apol. quadratum ex PI æquale eſt duplo rectanguli ſub OI, KR; et idcirco, per Prop. 35 et cor. Prop. 51. Lib. 1. Apol. quadratum ex PI æquale eſt rectangulo ſub KR, IY. Ergo ut quadratum ex PI ad quadratum ex IY ita rectangulum ſub KR, IY ad quadratum ex IY, hoc eſt (1. 6.) linea KR ad lineam IY.

“Et quam proportionem habet quadratum EΨ ad quadratum ΨB, eandem habet dimidium lineæ KR ad lineam ΨB.” Nam, ex hypotheſi, quadratum ex EΨ æquale eſt rectangulo ſub dimidio lineæ KR et linea ΨB; et idcirco ut quadratum ex EΨ ad quadratum ex ΨB ita rectangulum ſub dimidio lineæ KR et linea ΨB ad quadratum ex ΨB, hoc eſt (1. 6.) dimidium lineæ KR ad ΨB.

IN PROP. IX. Vide Fig. Pag. 346.

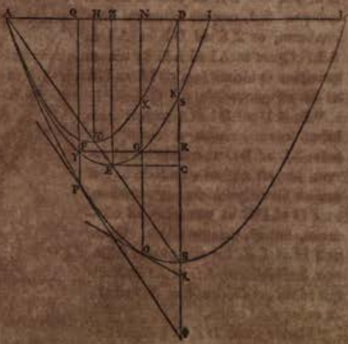
“Habebit ergo tota portio ad eam, quæ eſt extra humidum, proportionem eandem quam quadratum BD ad quadratum FQ:” nempe invertendo et convertendo, quoniam pars demerſa ad totam portionem, eam proportionem habet, quam exceſſus quadrati BD ſupra quadratum FQ, ad quadratum BD.

IN DEMONSTRATIONEM PRIMÆ PARTIS

PROP. X.

“Eſt autem et SB ſeſquialtera ipſius BR.” Nam, per conſtructionem, eſt BD ſeſquialtera rectæ BK, recta vero DS ſeſquialtera ipſius KR. Quare ut BD ad BK ita DS ad KR; et

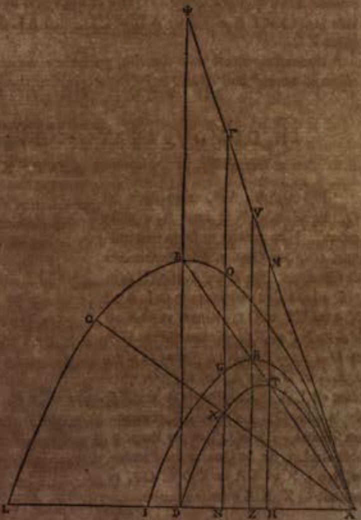
proinde (19. 5.) BD ad BK ut SB ad BR. Ergo eſt SB ſeſquialtera ipſius BR.



"Tranſibit igitur AEI coni ſectio per K." Quoniam enim eſt BK dupla ipſius KD, erit DK ad BD ut quinque ad quindecim. Sed, per hypotheſin, ut KC ad DB ita quatuor ad quindecim; et proinde (24. 5.) ut DC ad DB ita novem ad quindecim, et dividendo ut DC ad CB ita novem ad ſex, hoc eſt, tria ad duo.

Rurſus (4. 6.) ut DC ad CB ita AE ad EB, hoc eſt, AZ ad ZD; et proinde ut tria ad duo ita AZ ad ZD, et in eadem proportione eſt DB ad BK. Conſtat igitur AEI coni ſectionem tranſire per K, ex quarta Prop. libri Archimedis de Quadratura Parabolæ.

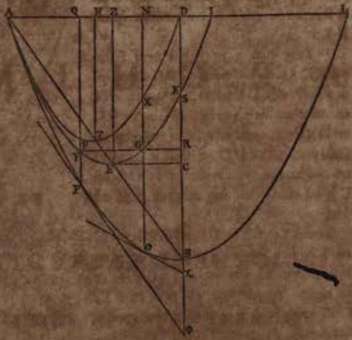
"Habet OG ad GX proportionem compoſitam ex proportione, quam habet IL ad LA; et ex proportione, quam AD habet ad DI."



Nam contingat recta AΨ ſectionem ABL, et occurrat rectis DB, NO, ZE, HT in punctis Ψ, Γ, V, M. Tum erit BD ad EZ ut DA ad AZ, per Prop. 11. Lib. 6. Apol. et idcirco (4. 6.) BD ad EZ ut DΨ ad ZV. Sed recta DΨ eſt dupla rectæ BD, per Prop. 35. et cor. Prop. 51. Lib. 1. Apollonii: et proinde recta ZV dupla ipſius EZ. Quare recta AΨ contingit ſectionem AEI, per Prop. 33. Lib. 1. Apollonii. Eodem modo demonſtrabitur rectam AΨ contingere ſectionem ATD.

Quare, per Prop. 5. Libri Archimedis de Quadratura Parabolæ, ut AL ad AN ita NΓ ad ΓO; ut vero IA ad AN ita NΓ ad ΓG. Eſt igitur rectangulum ſub AN, NΓ æquale rectangulo ſub AL, ΓO (16. 6.), uti etiam rectangulo ſub IA, ΓG; et idcirco rectangulum ſub AL, ΓO eſt æquale rectangulo ſub IA, ΓG. Ut igitur AL ad IA ita ΓG ad ΓO; et convertendo ut AL ad IL ita ΓG ad GO. Rurſus, ut AD ad AN ita NΓ ad ΓX, et idcirco rectangulum ſub AD, ΓX æquale eſt rectangulo ſub AN, NΓ; hoc eſt, æquale rectangulo ſub IA, ΓG. Quare ut AD ad AI ita ΓG ad ΓX, et dividendo ut AD ad DI ita ΓG ad GX; et invertendo ut DI ad AD ita GX ad ΓG. Et quoniam ut AL ad IL ita ΓG ad GO, erit rectangulum ſub AL, DI ad rectangulum ſub IL, AD ut rectangulum ſub ΓG, GX ad rectangulum ſub GO, ΓG, hoc eſt (1. 6.) GX ad GO. Ergo recta OG ad GX habet proportionem compoſitam ex proportione, quam habet IL ad LA, et ex proportione quam AD habet ad DI.

"Sed IL ad LA habet eandem quam duo ad quinque." Nam ſupra demonſtratum eſt, rectam DC ad CB eandem proportionem habere quam tria ad duo; et proinde componendo erit DC ad



DB, hoc eſt, ZE ad DB ut tria ad quinque. Sed, propter ſectionum ſimilitudinem, ut ZE ad DB ita AI ad AL. Quare ut AI ad AL ita tria ad quinque; et idcirco (19. 5.) IL ad LA ut duo ad quinque.

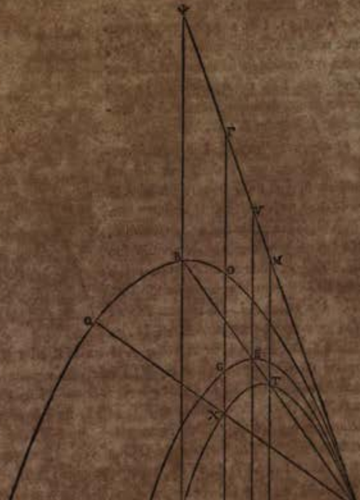
"Et AD ad DI eam proportionem habet, quam quinque ad unum." Ut enim BD ad DC ita quindecim ad novem, hoc eſt triginta ad octodecim; et proinde ſumendo dimidia antecedentium, ut TH ad DC ita quindecim ad octodecim, hoc eſt, quinque ad ſex. Quare ut TH ad EZ, hoc eſt, propter ſectionum ſimilitudinem, AD ad AI ita quinque ad ſex; et dividendo, ut AD ad DI ita quinque ad unum.

"Harum autem DZ, DA duplæ ſunt ipſæ LI, LA." Nam demonſtratum eſt, rectam, AZ ad ZD eandem proportionem habere quam tria ad duo; rectam vero AL ad LI eandem quam quinque ad duo. Quare componendo ut AD ad ZD ita quinque ad duo; et proinde (11. 5.) ut LA ad LI ita AD ad ZD. Sed AL dupla eſt ipſius AD, et idcirco LI dupla ipſius ZD.

"Demonſtratum eſt enim ſuperius, portionem, cujus axis eſt major, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem," &c. Nimirum in Propoſitione quarta.

IN DEMONSTRATIONEM SECUNDÆ PARTIS PROP. X.

"Poſtea ducta AN, et producta ad Q, lineæ AN, NQ inter ſe æquales erunt." Nam cæteris ut ſupra manentibus, erit, per Prop. 5. libri Archimedis de Quadratura Parabolæ, LN ad NA ut NO ad OΓ; et componendo ut LA ad NA ita NΓ ad OΓ. Rurſus ut DA ad NA ita NΓ ad XΓ, et invertendo ut NA ad DA ita XΓ ad NΓ. Quare (23. 5.) ut LA ad DA ita XΓ ad OΓ; et quoniam eſt LA dupla ipſius DA, erit XΓ dupla ipſius OΓ. Jungatur AX, et occurrat ſectioni ABL in Q; et per Prop. 5. libri Archimedis de Quadratura Parabolæ, erit QX ad XA ut XO ad OΓ, et proinde QX, XA inter ſe æquales.



COLLATIO OPERUM

ARCHIMEDIS

QUÆ EXTANT IN

CODICE IV. PLUTEI XXVIII.

BIBLIOTHECÆ LAURENTIANÆ, FLORENTIÆ,

MEMBRANACEO IN FOL. MINORI SÆCULI XIII.

NEC NON

EUTOCII ASCALONITÆ COMMENTARIORUM

QUI EXTANT IN EODEM CODICE;

INITA CUM

EDITIONE BASILEENSI

PER JOANNEM HERVAGIUM, ANNI MDXLIV.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Tit. ———	Tit. Ἀρχιμήδους κυλίνδρου &c.	Concordat titulus cum editione.
Pag. 1. l. 1 ἀπὸ τοῦ ἴσου	Pag. 104. l. 35 * *	deeſt τοῦ
—— l. 7 προστεθῇ	—— l. 39 προστεθῇ	προστεθη
—— l. 12 ἐφαρμόζειν	—— l. 42 ἐφαρμόζειν	εφαρμοζειν
—— l. 19 σχήματος, ὃ ἐν ἀσυμμέτρῳ	—— l. 45 σχήματος οὐ ἀσυμμέτρου	σχηματος [illegible] ασυμμετρος
—— 2. l. 16 [illegible]	—— 55. l. 39 * *	[illegible]
—— l. 17 ἀλλ' ἕτερον	—— l. 40 * *	[illegible]
—— l. 24 ἔχῃ	—— l. 48 ἔχει	εχη
—— l. 32 ἐπιτεταγμένους.	—— 56. l. 3 * *	[illegible]
—— l. 44 πρὸς ΘΚ, καὶ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΛ, καὶ ἡ ΔΘ πρὸς ΘΜ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΜΚ,ΚΛ,	—— l. 12 πρὸς καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΛ, καὶ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΛ· καὶ ἡ ΔΘ πρὸς ΘΜ. ΜΚ,ΚΛ &c.	προς ΘΚ· και η ΖΘ προς ΘΛ· και η ΔΘ προς ΘΜ· και επιζευχθωσαν αι ΜΚ ΚΛ &c.
—— 3. l. 2 ἀπὸ τοῦ Θ	—— l. 27 * *	αι απο του Θ
—— l. 4 ὃ ἐν ἀσυμμέτρῳ	—— l. 29 * *	[illegible] ασυμμετρος (ſic)
—— l. 7 [illegible]	—— l. 30 * *	[illegible]
—— l. 8 ἀσυμμέτρου,	—— l. 31 * *	[illegible]
—— l. 12 τοῦ ΑΒΓ	—— l. 34 τοῦ ΑΒ	του ΑΒΓ
—— l. 21 [illegible]	—— l. 41 * *	[illegible]
—— l. 26 [illegible]	—— l. 45 [illegible]	[illegible]
—— l. 39 Ἀφαιρεθέντος	—— 105. l. 1 * *	αφαιρεθεντος γαρ
—— l. 42 [illegible]	—— l. 5 * *	[illegible]
	Cap. I.	
—— l. 46 καὶ τὸ μεῖζον ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος.	—— l. 4 καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος	και το μ̃ (quo nexu indicatur vox μεῖζον) απο του χ̃ (quo nexu ſignificatur ἐλάσσονος, ut etiam infra alias occurrit)
—— l. 48 καὶ ἔστω μεῖζον τὸ Α·	—— l. 5 καὶ ἔστω τὸ Α	και εστω μειζον (ſcriptum ut ſupra) το Α
—— l. 52 ἔστω	—— l. 6 * *	εστω ελασσον

Aſteriſmi deſignant Baſileenſis Editionis cum Oxonienſi concordantiam.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 4. l. 2 Τὰ γὰρ ἴσα	Pag. 105. l. 10 γὰρ ἴσα	τα γαρ ισα Schema ad hoc pertinens Caput ita ſe habet



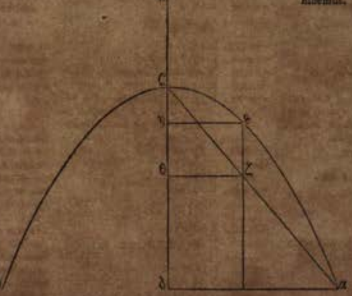
Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
	Cap. II.	
— l. 14 κέντρον ἔσται	— l. 20 • •	κεντρα εσται
— l. 22 μεγεθέων	— l. 23 • •	μεγεθων
— l. 31 ἐφαρμοσθέντων	— l. 31 • •	εφαρμοσθεντα
— l. 33 ὅτι, τὸ Γ	— l. 34 τὸ ὅτι Γ	οτι το Γ
— l. 37 Κέντρον τοῦ βάρεος	—56. l. 47 • •	αρα κεντρον του βαρεος
	Cap. III.	
— l. 47 μεγεθέων	—105. l. 36 • •	των μεγεθεων
—5. l. 2 αὐτῶν κέντρον	— l. 37 • •	εις αυτα κεντρον
— l. 19 καὶ τῷ πλάθει	— l. 50 • •	κατα πλαθει
— l. 22 μεγέθεος	— l. 51 • •	μεγεθεα
	Cap. IV.	
— l. 45 καὶ ὡς τὸ Α	—106. l. 18 • •	και αγω ως το Α
—6. l. 13 ὁμοίως	— l. 26 ὁμοίως	ομοιως
— l. 20 ἔστω τὸ Α τοῦ Ζ.	— l. 34 • •	εστω και το Α το Ζ
— l. 27 εἰς τὰς τῷ	— l. 38 εἰς τὰς τῷ	deeſt τῷ
— l. 28 ἴσα ἐστὶ	— l. 39 • •	εστι ισα
— l. 41 Ἀλλ' ἐὰν τὸ	— l. 45 • •	αλλα εαν το
— l. 44 διελεῖν	— l. 47 διελεῖν	διελειν
	Cap. V.	
—7. l. 6 ἀντιπεπονθότως	—107. l. 1 • •	αντιπεπονθοτως
— l. 9 δὲ τοῦ	— l. 3 τοῦ δὲ	δε του
— l. 18 τῷ Γ, ἢ ὡς.	— l. 10 • •	τω ΓΗ, ως
— l. 28 τὸ ΑΒ	— 57. l. 2 • •	τα απο ΑΒ
— l. 31 ἔλασσον	— l. 4 • •	τα ελασσον
— l. 32 τῶν μειζόνων	— ib. • •	των μειζονος
	Cap. VI.	
— l. 42 μεγέθεός τι μέγεθος ἀφαιρεθῇ.	—107. l. 18 μέγεθος ἀφαιρεθῇ	αφαιρεθη τι μεγεθος
—8. l. 4 τοῦ ἀφῃρημένου μεγέθεος	— l. 22 τοῦ ἀφῃρημένου μεγέθεος	του αφηρημενου μεγεθεος
— l. 7 ᾗ τὸ κέντρον	— l. 24 οὕτως κέντρον	ου κεντρον
— l. 20 τμάματα	— l. 36 • •	τα τμηματα
— ib. ἀντιπεπόνθει	— ib. ἀντιπεπονθόμεν	αντιπεπονθασιν
— l. 25 ἐστὶ ἄρα	— l. 38 • •	αρα εστι
	Cap. VII.	
—9. l. 7 τοῦ βάρεος	—108. l. 5 τοῦ βάρεος	του βαρεος
	Cap. VIII.	
— l. 16 δίχα τέμνοντα	— l. 9 τέμνοντα	διχα τεμνοντα
— l. 28 Τὰ δὲ ΑΔΒ, ΒΔΓ τρίγωνα ἴσα	— l. 21 τρίγωνα ἴσα	τα αρα ΑΒΔ ΒΔΓ τριγωνα ισα
— l. 32 Καὶ τετμάσθω δίχα ἁ ΔΒ κατὰ τὸ Θ	— l. 24 καὶ τετμάσθω δίχα ἁ ΔΒ κατὰ τὸ Θ.	deſunt
— l. 38 τὸ ΒΔΓ	— l. 30 • •	το ΑΔΓ
— l. 39 τᾶς ΑΒ	— l. 31 • •	τας μεν ΑΒ
— l. 43 τριγώνου	— l. 34 τριγώνου	τριγωνου
	Cap. IX.	
—10. l. 6 σαμεῖον	— l. 40 σαμεῖον	σημειον
— l. 19 ἔστω τὸ Η κέντρον	—109. l. 2 ἔστω τὸ ἁ κέντρον	εστω το Η κεντρον
— l. 26 ἑκάστου	— l. 5 ἑκάστου	εκαστον
— l. 28 ἴσα ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΕΔΝ	— l. 6 • •	ισα εστι τω υπο ΕΔΗ
— l. 32 τὸ Ν σαμεῖον, ἔστω	— l. 8 • •	deſunt
	Cap. X.	
— l. 37 βάσιν	— l. 10 • •	την βασιν
— l. 38 ὁμοίας	— l. 11 ὁμοίας	ομοιως
— l. 44 ἐπιζευχθῶν	— l. 12 • •	επιζευχθω, et ſic in linea 18.
— l. 50 ὁμοίως	— l. 15 • •	ομοιας corr. ομοιως
—11. l. 2 γεγονέτω	— l. 19 • •	πεποιησθω
— l. 8 ὑπὸ ΑΗΒ	— l. 28 • •	υπο ΑΗΒ γωνια
— l. 20 ὁμόλογοι	— l. 34 • •	τους ομολογους
— l. 21 καὶ ἴσας	— l. 34 • •	deeſt και
	Cap. XI.	
— l. 27 ἐπὶ μέσον	— l. 36 • •	επι μεσον
— l. 32 καὶ δι' αὐτοῦ	— l. 39 • •	και δια του
— l. 35 τᾶς ΘΙ	— l. 40 • •	τας ΘΙΞ

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 11. l. 41 τοῦ ΒΖΘ	Pag. 109. l. 43 * *	του δε ΖΘ
——— l. 49 τὰς ΑΜ, ΜΞ, ΚΖ, ΖΓ,	——— l. 46 * *	τας ΑΜ, ΜΖ ΖΓ ΚΖ
——— 12. l. 9 λόγον ἔχει	——— l. 51 * *	deeſt ἐχει
——— l. 17 τὸ μέγεθος	——— 110. l. 4 τὸ μέγεθος	τι μεγεθος
——— l. 42 ἁ ΑΞ	——— 57. l. 13 * *	ἁ ΑΘ
——— l. 45 ἐστιν ἄρα	——— l. 15 * *	αρα εστι
——— 13. l. 5 τρίγωνα	——— l. 22 * *	τα τριγωνα
——— l. 6 ἴσων βαρέων	——— — ib. ἴσων βαρέων	ισων βαρεων
——— l. 14 ἔχει λόγον	——— l. 27 * *	λογον εχει
——— l. 15 ἄρα πρὸς	——— — ib. * *	deeſt ἀρα
——— 14. l. 7 παρέσεται διὰ τοῦ Θ	——— 111. l. 1 * *	παρεσεται δε δια του Θ
	Cap. XII, XIII.	
——— l. 31 αὐτᾶς	——— l. 12 * *	αυτης
——— l. 33 ἔχει τὸν λόγον	——— l. 14 * *	εχει τον λογον
——— l. 43 ἐκβάλλειν	——— l. 18 * *	εκβαλλε
——— 15. l. 9 τῷ βάρει ἆπται ἁ ΜΘ.	——— l. 32 τῷ βάρει· εἰς τὰς ἁ ΜΘ.	τω βαρει απται ἁ ΜΘ
——— l. 33 σαμεῖον	——— 57. l. 37 σημεῖον	σαμειον, et ſic infra.
——— l. 42 βάρεος	——— l. 46 * *	βαρεος
——— l. 46 ἐπιζευγνύμεναι	——— l. 49 ἐπιζευγνύμεναι	επιζευγνυμεναι
——— 16. l. 7 βάρεος	——— 58. l. 5 * *	βαρεος
	——— 127. Ἀρχιμήδης τετραγωνισμὸς παραβολῆς	
——— 18. l. 5 Κέχρηνται	——— l. 37 * *	κεχρηται
——— l. 11 πειρώμεθα	——— l. 40 * *	πειρωμεθα
——— l. 15 προειρημένου	——— l. 43 προειρημένου	προειρημενου
——— l. 17 τῶν ἄνευ τούτου	——— l. 45 πρὸ τούτου	των ανευ του τουτου
	Cap. I.	
——— l. 27 τομὰ ἁ ΑΒΓ,	——— 128. l. 1 τομὰ ἁ ΒΓ	τομα ορθογωνίου ἁ ΑΒΓ
——— — ib. ἁ μὲν	——— l. 2 * *	deſunt
——— l. 29 ΑΔΓ	——— l. 3 * *	ΑΓ
——— l. 31 τῷ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Β· ἐσσοῦνται αἱ ΑΔ, ΔΓ ἴσαι.	——— l. 4 * *	του κωνου τομας· εστω ισαι α ΑΔ τα ΔΓ· και εστω ἁ ΑΔ παραλλαλος εσσουνται αι τε ΑΓ. και ἁ κατα το Β. επιψαυουσαι τας τω κωνω τομας.
	Cap. II.	
——— l. 38 ἁ ΑΒΓ,	——— l. 7 ἁ ΑΒ	ἁ ΑΒΓ
——— — ib. ΒΔ	——— l. 8 ἁ ΒΔ	α μεν ΒΔ
——— l. 40 καὶ ἁ ΓΕ	——— l. 10 * *	α δε ΕΓ
	Cap. III.	
——— 19. l. 2 ἁ ΑΒΓ	——— l. 13 ἁ ΑΒ	ἁ ΑΒΓ
——— l. 3 ἀχθῶντι	——— l. 15 * *	αχθωντι
——— l. 4 παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β	——— — ib. * *	deſunt
——— l. 7 μόναι	——— l. 17 μόναι	deeſt
——— l. 8 οὕτως	——— — ib. * *	deeſt
	Cap. IV.	
——— l. 19 τέμνουσα ἑκατέραν τᾶν ΑΓ καὶ ΓΒ· εὐθεῖα τὰν αὐτὰν	——— l. 24 τέμνουσα, τὰν δὲ	τεμνουσα ταν δια
——— l. 25 διὰ τοῦ Η	——— l. 27 διὰ τοῦ Κ	δια του Ι
——— l. 27 τὰν ΚΗ	——— l. 29 * *	ταν ΚΙ
——— l. 30 οὕτως ἁ ΔΓ ποτὶ τὰν ΔΖ δυνάμει·	——— l. 31 οὕτως ἁ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΘ δυνάμει· ὡς τε	ουτως ἁ ΒΓ ΒΘ ΒΙ γραμμαι. ωτε
——— l. 37 ΔΖ, οὕτως ἁ ΘΖ ποτὶ τὰν ΘΗ. Τῷ δὲ	——— l. 34 ΔΖ. οὕτως ἁ ΘΖ ποτὶ τὰν ΘΗ. τὰ δὲ	deſunt. Inter ΘΗ et τα δε intercedit lacuna trium vel quatuor verborum.
	Cap. V.	Deinceps nulla fit in Codice Capitum numeratio.
——— 20. l. 5 παρὰ τὰν ΑΖ·	——— 129. l. 4 * *	ποτι ταν ΑΖ
	Cap. VI.	
——— l. 37 κάτω νεύσθω	——— l. 27 * *	κατανευσθω
——— 21. l. 5 ὁ ζυγὸς, ἔστωσαν ἁ ΑΓ	——— l. 33 ὁ ζυγὸς ΕΚ, καὶ ἁ ΑΓ	ο ζυγος εστω ἁ ΑΓ
——— l. 8 καθέτου	——— l. 39 * *	καθετος
——— l. 16 τρίγωνον	——— l. 47 * *	τριγωνον
——— l. 17 καταγαγέσθω,	——— l. 48 * *	καταγαγεθω
	Cap. VII.	
——— l. 34 βάρει	——— 130. l. 7 * *	βαρει μεν
	Cap. VIII.	
——— 22. l. 8 κρεμάσθω	——— l. 23 * *	κεκρημασθω
	Cap. IX.	
——— l. 34 κρεμάσθω	——— l. 50 * *	κεκρημασθω, et ſic infra
	Cap. X.	
——— 23. l. 19 τοῦτο ἔχει	——— 131. l. 20 * *	τουτο εχει corr. τουτου δε εχει
——— l. 25 ἔχει	——— l. 23 * *	εχοντα
——— l. 26 ἐπιβλέποντα	——— l. 24 * *	επιγεγραμμενων
——— l. 30 Μεῖζον ἄρα λόγον ἔχει τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον	——— l. 26 * *	μειζον δε αλογον εχει το ΒΔΗΚ τραπεζιον
	Cap. XI.	
——— l. 48 τὰ Β, Η	——— l. 45 τὰ Β, Η	τα ΒΗ

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
	Cap. XII.	
Pag. 24. l. 20 τοῦ Α	Pag. 131. l. 50 • •	του μεν Α
—— l. 27 τῷ Ζ,	—— 132. l. 5 • •	τα Ζ
	Cap. XIII.	
—— l. 43 κατὰ τὰ Ε, Η·	—— l. 23 • •	κατα τα ι.
—— l. 46 ἰσοſſκελῶν	—— l. 26 ἰσοſſκελῶν	ισογωνιων
	Cap. XIV.	
—— 25. l. 20 τριγώνῳ,	—— l. 41 τριγωνίῳ	τριγωνου
—— l. 22 ᾧ ΓΒ	—— l. 42 ᾗ ΑΒ	ᾗ ΑΒΓ
—— l. 25 καὶ κρεμμάσθω	—— 132. l. 43 • •	και κρεμασθω
—— l. 30 ζυγῷ	—— l. 44 • •	του ζυγου
—— l. 39 τῷ ΤΗ·	—— l. 45 τῷ ΘΗ	τω ΤΗ
—— 26. l. 4 ἔχοντα λόγον	—— 133. l. 1 ἔχει λόγον	εχοντι λογον
—— l. 5 ποτὶ τὰ ΑΖ.	—— – ib. • •	ποτι τα ΑΖ
—— l. 6 ποτὶ δὲ τὰν ΒΙ	—— – ib. • •	ποτι δε ταν ΒΗ
	Cap. XV.	
—— l. 46 ἀγμέναι	—— l. 41 • •	αγμεναι
—— 27. l. 5 τὰ ΒΕ	—— l. 44 τᾶ ΒΕ,	ταν ΒΕ
—— l. 22 Νενεύσθω δὲ	—— l. 49 • •	νενευσθω δε
—— l. 32 τὰ Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ	—— 134. l. 1 τὰ ΡΧΨΩΔ	ταν ΡΧΨΩΔ
—— l. 39 τῷ Ρ	—— l. 15 • •	του ΡΧ
	Cap. XVI.	
—— 28. l. 5 τὸ ΒΘΓ	—— l. 33 • •	τι ΒΓΔ
—— l. 17 αἱ ΜΦ, ΝΡ, ΞΘ ΠΟ..	—— l. 40 • •	αι ΜΦ ΝΡ ΞΘ ΠΣ
—— l. 39 μείζων ἢ	—— l. 48 • •	μειζων εν ἢ
—— l. 51 κατασκευάσθω.	—— 135. l. 2 • •	κατεσκευασθω
—— 29. l. 3 ἐστὶ	—— l. 4 • •	εστι
—— l. 14 ἐστὶν	—— l. 15 • •	εστι
	Cap. XVII.	
—— l. 35 τμᾶμα	—— l. 28 τμᾶμα	τμαμα
—— 30. l. 1 τριπλάσιον· δῆλον	—— 136. l. 2 τριπλάσιον, δῆλον	τριπλασιον εστι τω δε ΒΘΓ τριγωνω τετραπλασιον. δηλον
—— l. 2 τμᾶμα	—— – ib. τμᾶμα	deeſt
—— – ib. ΒΘΓ τριγώνῳ.	—— – ib. τοῦ ΒΘΓ τριγώνου	του ΒΔΓ τριγωνου
—— l. 6 ἀπὸ τᾶς	—— l. 4 • •	απο εστι τας
	Cap. XVIII.	
—— l. 21 ὀρθογωνίῳ	—— l. 14 ὀρθογωνίῳ	και ορθογωνιου
	Cap. XIX.	
—— l. 31 ἀχθῶντι δύο εὐθεῖαι παρὰ τὰν διάμετρον, ἁ μὲν ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιος, ἁ δὲ ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας·	—— l. 20 • •	deſunt omnia.
—— l. 45 ἔτι μέντοι δῆλον, ὡς τὰν αὐτάν	—— l. 32 ἔστιν μέν τοι δῆλον, ὡς τὰν αὐτάν	αι μεν τι δηλαν ως ταν αυταν
	Cap. XX, XXI.	
—— 31. l. 35 τμαμάτιον,	—— 137. l. 5 τμημάτιον	τμηματιον
—— 32. l. 1 τμάματος τοῦ ΑΖΒ· τρίγωνον ἄρα τὸ ΑΖΒ τὰν αὐτὰν	—— l. 17 • •	του τμηματος του ΑΖΒ. το δε ΑΖΒ τριγωνον ταν αυταν
—— l. 10 ὀκταπλάσιον.	—— l. 21 • •	εστι οκταπλασιον
—— l. 12 τμᾶμα	—— l. 21 τμᾶμα	τμηματος
	Cap. XXII.	
—— l. 17 τῷ βάσιν	—— l. 23 • •	deeſt τῷ
—— l. 23 τετραπλάσιον δ' ἔστω τὸ Ζ τοῦ Η· καὶ ἔστω τὸ Ζ ἴσον	—— l. 29 τετραπλάσιον δὲ ἔστω τὸ Ζ· καὶ ἔστω τὸ Ζ ἴσον	τετραπλασιον δε εστω το υποκειμενον του τμηματος. μειζον δε εστω το Ζ, και εστω το Ζ ισον &c.
—— l. 39 εἰς τὰ	—— l. 41 • •	τα εις τα
—— l. 41 ἴσα ἐστὶ τῷ Θ·	—— l. 43 ἔστων ΤΘ	εστων το Θ
—— l. 44 ἐς τὸ τμᾶμα.	—— l. 44 ἐς τὸ τμᾶμα	εις το τμημα
	Cap. XXIII.	
—— 33. l. 2 συντεθέντι	—— l. 46 • •	συντεθεντι
—— l. 4 εἰς τὸ αὐτὸ	—— l. 47 • •	εις το αυτο
	Cap. XXIV.	
—— l. 46 μεῖζον,	—— 138. l. 25 • •	μειζον εστι
—— l. 48 ΑΔΒΕΓ	—— l. 27 ΑΔΕΒ	ΑΔΕΒΓ
	Ἀρχιμήδους τετραγωνισμὸς παραβολῆς τέλος.	Poſt repetitionem tituli, qualis erat in principio Libri, ſubjungitur: Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ... γεωμέτρα. Πολλοῖς ἐς ... φίλτατε μελέταις
	—— 112. Ἀρχιμήδους Ἰσοſſεπικῶν Β.	Ἀρχιμηδους ισορροπικων Β.
	Cap. I.	
—— 35. l. 18 τὰ Ε, Ζ	—— l. 7 • •	εστω ἴσα ΕΖ
—— 36. l. 4 τῷ ΗΕ	—— l. 10 • •	ἴσα ΗΘ
—— – ib. Ἔστω καὶ	—— – ib. • •	εστω αρα και
—— l. 7 Παραβεβλήσθω	—— l. 11 • •	παραβεβλησθω

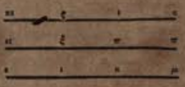
Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 36. l. 14 πυτὶ τὸ Ν Ξ.	Pag. 112. l. 15 πρὸς τὸ Ν Ξ	deeſt τὸ
—— l. 16 ἁ Λ Θ τῷ Θ Κ,	—— l. 16 ἁ Λ Θ τῇ Λ Κ	α ΛΘ τη ΘΚ
—— l. 20 Καὶ τῷ	—— l. 18 * *	κτε και την
—— l. 22 Αἶκα εἰς	—— l. 19 Εἶκα εἰς &c.	Ab hiſce verbis Codex exorditur Caput novum, ſcilicet β.
—— l. 29 γνωρίμως	—— l. 23 * *	γνωριμως
—— l. 35 τὰν διάμετρον	—— l. 29 τὰν διαμέτρων	την διαμετρον
—— – ib. εἰς τῦτο τὸν	—— l. 30 εἰς τοῦτο τὸν	εις τουτο
—— l. 37 τῦτο δὲ δευτέρω	—— l. 32 τοῦτο δεδεικται	τουτο δε δευτερ
—— l. 44 δεδείχθαι	—— 58. l. 15 * *	δεδειχθαι αυθαι
—— 37. l. 8 ἅπαντα	—— l. 20 * *	παντα
	Cap. II.	Heic nulla fit novi Capitis diviſio, ſed conjungitur cum ſuperiore, ac propterea numeratio Capitum deinceps coincidit.
—— l. 14 ἐπὶ τᾶς τῦ	—— 112. l. 36 ἐπὶ τοῦ	επι της του
—— l. 19 Διάμετρος δὲ τοῦ τμήματος ἔστω ἁ Β Δ.	—— 113. l. 1 διάμετρος δὲ τοῦ τμήματος ἔστω ἁ Β Δ	deſunt omnia.
—— l. 24 τῷ μὲν Λ Ε Κ Γ	—— l. 2 * *	του μεν Ε Ζ ΙΚ
—— l. 39 ἐκεῖνα	—— 58. l. 27 * *	εκεινα
—— l. 43 ἀγομένα. Οὕτως γὰρ	—— l. 30 ἀγομένα. οὕτως γὰρ	αγομενα. ου γαρ
—— l. 46 Ε Η, Ζ Θ ἐσσεῖται	—— l. 32 * *	Ε Η εστι εσονται
—— l. 50 ἐφαπτόμεναι	—— l. 35 ἐφαπτόμενα	εφαπτομεναι
—— 38. l. 3 πρὸς Η Δ,	—— l. 38 * *	deeſt προς
—— l. 4 τῷ Α Η.	—— – ib. * *	τω Α Δ
—— l. 6 ἴσα ἐστί.	—— l. 39 ἴσα ἐστί	ισα εστι
—— l. 11 δὲ καὶ Α Ξ,	—— l. 42 * *	δε και αι Α Ξ
—— l. 18 τὰν Β Δ	—— l. 47 * *	την Β Γ
—— l. 19 Β Δ,	—— – ib. * *	η Β Δ
—— l. 20 Δ Δ ἴσαι.	—— 59. l. 1 ἁ Δ Δ ἴσαι	η Δ ισαι
—— l. 24 πρὸς τὸ ἀπὸ Ε Δ,	—— l. 3 * *	deſunt
—— 39. l. 6 ἁ Λ Δ	—— l. 13 ἁ Δ Δ	η Λ Δ
—— l. 7 ἐς τὰς τῶν ἑξῆς	—— l. 14 * *	εις τους αξης
—— l. 8 ἀριθμῶν	—— – ib. * *	αριθμους
—— l. 11 ἑξῆς ἀριθμῶν τέμνονται. Οἷον	—— l. 16 ἑξῆς ἀριθμοῖς. * οἷον	εξης κειμενους αριθμους. οιον
—— l. 14 τὸ Α Π Ε Τ Β Χ Ζ ς Γ σχῆμα	—— l. 18 * *	το απο Γ Β Α Ζ ς Γ σχημα
	Cap. III.	
—— l. 36 εἰς τὰς τῶν	—— 113. l. 16 * *	εις τουτων
—— l. 37 περατούμενα	—— l. 17 * *	περατουμενα
—— l. 38 καὶ Ρ Ο, ὁμοίως καὶ	—— l. 18 καὶ Ρ Ο, ὁμοίως καὶ	και Π Ρ Ο. και
—— l. 42 ἐξέσται.	—— l. 25 * *	εξεστι
—— l. 48 τὰς Α Μ, Ω ς. Καὶ ἐν τοῖς Ζ Θ, Τ Υ τραπεζίοις τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσεῖται ὁμοίως διαιρέοντα	—— l. 33 τὰς Α Μ, Ω Π. καὶ ἐν τοῖς Ζ Θ, Τ Υ τραπεζίοις τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσεῖται ὁμοίως διαιρέοντα	deſunt omnia
—— l. 50 τὰς Μ Ν, ς φ.	—— l. 35 τὰς Μ Ν, Π φ	τας Μ Ν Ε Τ
—— 40. l. 1 αὐτὸν λόγον	—— l. 36 * *	τον αυτον λογον
—— l. 3 γεγραμμένα τὸ κέντρον	—— l. 37 * *	εγγεγραμμενα το Ο κεντρον
—— l. 12 ταῖς κορυφαῖς	—— 59. l. 22 * *	προς ταις κορυφαις
	Cap. IV.	
—— l. 20 εὐθείας, καὶ	—— 113. l. 40 * *	ευθειας τε και
—— l. 45 Ἀλλ' ἐστὶν ἐς τὸ Α Β Γ τρίγωνον πάλιν τὸ Κ,	—— l. 49 * *	deſunt omnia
—— l. 47 εὐθύγραμμον	—— l. 50 * *	κρα ευθυγραμμον
—— l. 48 ἔχει.	—— l. 51 ἔχει	εχει
—— – ib. ποτὶ Ζ Δ.	—— – ib. πρὸς Ζ Δ	προς Δ
—— l. 50 λόγον τοῦ ἐγγεγραμμένου ποτὶ	—— – ib. λόγον τοῦ ἐγγεγραμμένου πρὸς	λογον του τον ευθυγραμμον προς
—— l. 51 τὸ μὲν Ε	—— 114. l. 1 * *	το μεν Β
—— 41. l. 2 λοιποῦ τοῦ	—— l. 3 * *	λοιπου του
—— l. 16 δεκάτῳ	—— 60. l. 5 * *	δεκατω
—— l. 17 τῶν περὶ	—— l. 6 * *	των περι
	Cap. V.	
—— l. 21 τὸ τῷ Θ	—— 114. l. 21 * *	deeſt τὸ
—— l. 40 ἁ Θ Ι.	—— l. 39 ἁ Θ Ι, Ζ Η.	deeſt Ζ Η
—— l. 42 ἐστὶν ἄρα ἁ	—— – ib. * *	εστι αρα και ἁ
—— l. 47 τὸ Ε σαμεῖον,	—— l. 42 * *	deeſt Ε
—— 42. l. 3 Ὡς ἁ Κ Α	—— l. 44 ὡς ἁ ἡ Κ Α	ως ουτω
—— l. 13 τοῦ μὲν Α Κ Β	—— l. 49 * *	deſunt Α Κ Β
—— l. 17 καὶ ἐπεζεύχθω	—— l. 51 καὶ ἐπεζεύχθω &c. uſque ad verba κέντρον τοῦ τριγώνου, quæ incidunt in pag. 115. (lin. 2.) incluſive.	deſunt omnia
—— l. 27 Ἔστω δὲ τοῦ	—— 115. l. 2 * *	εστω δε του
—— l. 31 Α Β Γ κέντρον	—— l. 10 * *	Α Β Γ τριγωνου κεντρον
—— l. 44 τμάματα	—— l. 22 * *	τμηματα corr. τα τμηματα
—— 43. l. 5 Β Α Γ	—— 60. l. 14 * *	Β Γ Δ
—— l. 7 τὸ Τ.	—— l. 15 * *	το Γ.
—— l. 10 καὶ ἁ Ι Ν	—— l. 17 * *	και η Η Θ
—— l. 23 κέντρον τὸ Τ	—— l. 20 * *	κεντρον το Γ.
	Cap. VI.	
—— l. 38 εἶμεν πάντας τὰς	—— 115. l. 28 εἶμεν τὰς	ειμεν πασας τας
—— 44. l. 15 περιλειπόμενα	—— l. 47 * *	τα περιλειπομενα
—— l. 16 ἔστω μείζων τᾶς Β Θ. Καὶ ἔστω ἁ Θ Η.	—— l. 48 ἔστω μείζων τῆς Β Θ. ἡ καὶ ἔστω ἁ Θ Η	deſunt omnia

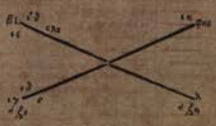
Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 44. l. 18 εὐθυγράμμῳ δὲ τῷ ΑΚΒΔΓ τὸ Ε,	Pag. 115. l. 49 * *	deſunt pariter omnia
—— l. 26 ἴσοντι τῷ τμάματι·	— 116. l. 2 ἐπὶ τὸν τῷ	ἐπει τῳ
	Cap. VII.	
— 45. l. 24 ἁ ΒΚ ποτὶ ΚΔ,	—— l. 31 ἁ Β πρὸς ΚΔ	ἁ ΒΚ προς ΚΔ
—— l. 26 τμᾶμα	— 60. l. 37 τμῆμα	τμημα, et ſic mox τμηματι pro τμηματι
—— l. 32 τὰ Β, Ζ	—— l. 40 τὰ ΒΖ	τα ΒΔΖ
	Cap. VIII.	
—— l. 36 κέντρον	— 116. l. 32 * *	το κεντρον
—— l. 37 ἡμιόλιον	—— l. 33 * *	ημιολιον
—— l. 40 εἶεν	—— l. 34 * *	ειησαν
—— l. 43 τὸ ΑΒΓ τμᾶμα	—— l. 40 τὸ ἁ ΒΓ τμῆμα	το ΑΒΔ τμημα
—— l. 45 τὰν ΑΒ, ΒΓ,	—— l. 46 τῶν ΑΒ, ΒΓ	τα ΒΑ ΑΓ
—— – ib. καὶ ἀ τὰ Ζ, Η·	—— l. 47 καὶ ἀ τὰ ΖΗ,	deſunt
— 46. l. 1 καὶ ἄχθωσαν	—— – ib. * *	και αχθων
—— – ib. παρὰ τὰν ΒΔ	—— l. 48 * *	deſunt
—— – ib. αἱ ΚΖ, ΗΔ·	—— l. 49 * *	αι ΚΖΗ
—— l. 5 τμαμάτων	—— l. 50 * *	των τμηματων
—— l. 9 ἔστω ἁ ΘΔ ποτὶ τὰν ΜΖ. Ἁ δὲ ΒΔ τετραπλασίων τᾶς ΚΖ.	— 117. l. 1 οὕτως ἁ ΘΔ πρὸς τὰν ΜΖ. ἁ δὲ ΒΔ τετραπλασίων τᾶς ΚΖ.	deſunt omnia
—— l. 14 τὸ Θ.	—— l. 2 ὁ Θ	ο κλιν
—— l. 21 τᾶς ΣΞ.	—— l. 4 * *	τας ΕΞ
—— l. 23 καὶ γὰρ τοῦτο	—— l. 5 καὶ τῶς τοῦτο	και γαρ τουτο
—— l. 41 τᾶς ΘΔ.	—— l. 15 * *	τας ΘΔ αι
—— l. 45 τὰς διαμέτρως.	— 60. l. 44 * *	τας διαμετρους
—— l. 47 ποτὶ ΚΖ,	—— l. 45 πρὸς ΚΖ	προς ΚΛ
—— l. 48 ὃ σαμεῖον Θ.	—— l. 46 οὕτως σαμεῖον	ως σημειον
— 47. l. 7 ἁ ΔΒ τᾶς ΒΘ,	—— l. 50 * *	η ΔΒ της ΒΕ
—— l. 8 τᾶ ΕΗ.	—— – ib. * *	της ΕΒ ſchema ad hunc locum pertinens, utpote ab edito aliquantum diſcrepans, ut jacet in Codice, ita depictum exhibemus.

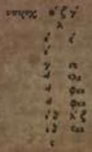


Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
—— l. 18 τᾶς ΒΣ·	— 61. l. 8 τᾶς ΒΕ.	τας ΒΕ
—— l. 20 τετραπλασία·	—— l. 12 * *	τριπλασια
—— l. 22 ΑΒΞ	—— l. 16 ἁ ΒΞ	η ΒΖ
—— l. 35 τριπλασία	—— l. 24 * *	τριπλασια η ΔΕ.
	Cap. IX.	
—— l. 48 τᾶν ἀνάλογον	— 117. l. 18 τᾶς ἀνὰ λόγον	των αναλογον
—— – ib. λόγον ἔχη	—— l. 19 * *	εχει λογον
—— l. 49 τῷ τι διπλασίῳ	—— l. 19 τῷ τε διπλασίῳ	τω τε Β (hac enim littera Β utitur pro διπλασία, quemadmodum paullo poſt utitur littera Δ pro τετραπλασία, et Σ pro ἑξαπλασία.)
—— – ib. τᾶν ἀναλόγον,	—— l. 19 τᾶς ἀνὰ λόγον	των αναλογους
—— l. 51 καὶ τῷ ∕	—— l. 20 * *	deſunt
— 48. l. 11 ἁ ΖΘ δύο	—— l. 27 * *	τα ΑΖΘ δυο
—— l. 19 ποτὶ τὰν ΒΔ	—— l. 29 πρὸς τὰν ΒΔ	προς τας Β τας ΒΔ
—— l. 29 αὐτὰν ἐξῶντι	—— l. 35 * *	την αυτην εξουσι
—— l. 31 καὶ δ' τᾶς ΓΒ,	—— l. 36 καὶ Δ τᾶς ΓΒ,	deſunt
—— l. 39 ἐστεταραγμένα	—— l. 40 τεταραγμένων	τεταραγμενα
—— l. 40 ἐν ἁ πεντεπλασία	—— l. 41 * *	εν ᾳ ΔΕ
—— l. 43 τᾶς τετραπλασίας	—— l. 43 * *	deeſt τᾶς
—— l. 44 Ἀλλ' ἁ συγκειμένα	—— – ib. ἀλλ' ἁ συγκείμενα &c. uſque ad τᾶς ΓΒ, ΒΔ (quæ incidunt in lin. 2. pag. 118.) incluſive.	deſunt omnia
—— l. 49 ἁ ΑΟ	— 118. l. 3 ἁ ΑΟΕ πρὸς	ἁ ΑΟ προς
— 49. l. 3 τᾷ συγκειμένᾳ	—— l. 4 τᾷ συγκειμένα	ται συγκειμεναι
—— l. 5 ὡς ἁ ΑΔ	—— l. 5 * *	ὡς ἁ ΔΒ
—— l. 8 τεταγμένων,	—— l. 7 * *	τεταγμενων

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Edit. Florent.
Pag. 49. l. 8. τετραγμένας	Pag. 118. l. 7 * *	τεταραγμενος
l. 9 ἴσαι ἐστὶν,	l. 8 * *	deeſt ἐστὶν
l. 13 οὕτως ἁ ΓΒ	l. 10 * *	ως ἁ ΓΒ
l. 25 μετὰ τᾶς γ' τᾶς ΓΔ,	l. 15 * *	μετα τας ΓΔ
l. 27 Ὅλα ἐν ἁ ΟΒ ποτὶ τὰν ΕΒ	l. 17 ὅλα τὸν ἁ ΟΒ πρὸς τὰν ΕΒ	ολα ουν ἁ ΕΒ προς ΒΕ
l. 28 ἴσα τοῦτο	– ib. ἴσα τῷ	ἁ ισα τα
l. 33 ΓΒ, ΓΛ·	l. 20 ΓΔ, ΓΛ	ΓΒ ΒΛ
l. 36 ὡς ΛΕ	l. 22 * *	deeſt ὡς
l. 37 συναμφοτέρῳ	l. 23 συναμφοτέρους	συναμφοτερου
l. 40 ΒΔ, ΒΛ,	l. 24 * *	ΒΔ ΔΛ
l. 44 τᾶς ΑΒΔ, μετὰ τᾶς δ'	l. 26 * *	Inter litteras ΑΒΔ, et vocem μετὰ relicta fuerat in Codice lacuna trium linearum, in quo ſpatio manu poſteriori depicta fuit figura geometrica, quam, ut jacet in Codice, ita exhibemus.







Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Edit. Florent.
– ib. Ὥστε ἁ ΕΛ	– ib. * *	ωστε και ως ἁ ΕΛ
l. 47 τᾶς β' συναμφοτέρῳ	l. 27 τᾶς συναμφοτέρῳ	τας Β συναμφοτερω
50. l. 4 οὕτως ἁ β'	l. 30 * *	ουτως ΑΒ
l. 7 Ἐδείχθη δὲ ὡς ΟΒ ποτὶ ΕΒ, οὕτως ἁ γ'	l. 32 ἐδείχθη δὲ ὡς ΟΒ πρὸς ΕΒ, οὕτως ἁ Γ	εδειχθη δε και ως ἁ ΑΒ προς ΕΒ, ουτως ΑΓ
l. 11 ὡς ἁ ΟΒ ποτὶ ΖΗ, οὕτως ἁ συγκειμένα	l. 33 ὡς ἁ ΟΒ, οὕτως ἁ συγκειμένη	ως α ΕΒ προς ΖΗ, ουτως α συγκειμενα
l. 16 καὶ ε' τᾶς ΓΒ,	l. 36 καὶ ε' τᾶς ΓΒ	και ε τε τας ΓΒ
l. 17 τᾶς ΓΒ,	l. 37 * *	και δ' τας ΓΒ
l. 23 τᾶς ΑΒ. Ὅπερ ἔδει	l. 40 τᾶς ΑΒ, ὅπερ ἔδει	τας ΔΒ ΟΙ.
l. 33 ἡ ΑΒ, ΓΒ	61. l. 35 * *	η ΑΓ ΓΒ
l. 34 ἡ ΑΒ, ΓΒ	– ib. * *	η ΑΓ ΓΒ
l. 43 ἅπαντα πρὸς	l. 41 * *	ουτως απαντα προς
51. l. 3 τᾶς δ' τᾶς ΓΒ,	l. 46 τᾶς Δ τᾶς ΓΒ	της Δ της ΓΔ
l. 5 τᾶς ΒΔ μόνας·	l. 47 * *	τας ΓΔ μονας
l. 6 τᾶς β' τᾶς ΒΔ,	l. 48 τᾶς Β τᾶς ΒΔ	της Β της ΔΕ
l. 9 τᾶς ΓΒ, ΒΔ,	l. 50 * *	της ΓΔ ΒΔ
l. 10 μόνας,	– ib. * *	μονα
l. 19 τὸν αὐτὸν	62. l. 5 * *	τον αυτον λογον
l. 22 τᾶς ΑΒ, ΒΕ,	l. 6 * *	της ΑΒ ΒΓ
l. 27 πρὸς ΑΔ,	l. 10 * *	προς ΛΔ
l. 32 τρὶς	l. 13 * *	τριτον
l. 35 καὶ ε' συναμφοτέρῳ τᾶς ΓΒ	l. 15 * *	και συναμφοτερου της ΓΔ
l. 38 ἄρα ἐστὶν	l. 16 * *	deeſt ἐστὶν
l. 42 ὡς ἐν	l. 19 * *	deeſt ὡς
l. 44 τᾶς ΑΒ,	l. 20 * *	της ΛΔ
l. 47 τᾶς ΓΒ, ΔΒ· ὡς	l. 22 τᾶς ΓΒ, ΔΒ. ὡς τε	της ΓΒ ΒΛ. ως δε
52. l. 10 μετὰ τᾶς	l. 33 μετὰ τὸν	μεθα της
l. 15 τετραγμένων,	l. 36 * *	τεταγμενων
– ib. ὄντος	– ib. * *	τω οντος
l. 47 ἁ γ' τᾶς ΓΔ,	63. l. 4 τᾶς Γ τᾶς ΓΔ	deſunt τᾶς Γ
l. 49 τᾶς ΕΒ.	l. 5 * *	deſunt
l. 51 ἁ συγκειμένα	l. 7 * *	συγκειμενου ο συγκειμενου
53. l. 1 ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ' συναμφοτέρῳ τᾶς	l. 8 ΑΒ, ΒΕ, καὶ Δ συναμφοτέρῳ τᾶς	deſunt omnia
l. 4 καὶ ἁ γ' τᾶς ΓΔ,	l. 12 καὶ Γ τᾶς ΓΔ	και Γ της ΒΔ
l. 8 καὶ ἁ β' τᾶς ΔΕ,	l. 14 καὶ Β τᾶς ΕΔ	και Β της ΒΕΔ
l. 9 τᾶς ΓΒΔ.	l. 15 * *	της ΑΒΔ
l. 12 τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ' συναμφοτέρῳ τᾶς	l. 17 ΑΒ, ΒΕ, καὶ Δ συναμφοτέρῳ τᾶς	deſunt omnia
l. 17 καὶ γ' τᾶς ΔΒ.	l. 18 καὶ Γ τᾶς ΔΒ	και Γ της ΔΖ
l. 20 ἀφαιρεθείσας ἀπὸ τᾶς δ'	l. 19 ἀφαιρεθείσας ἀπὸ τᾶς Δ	αφαιρεθεισα η Δ
l. 22 ἀπὸ τᾶς δ' τᾶς ΔΒ γ', μόνα	l. 21 ἀπὸ τᾶς ΔΒ, Γ, μόνα	απο της Α της ΔΒΓ. μονα
l. 25 Προσλαβοῦσα δὲ τὰν	– ib. * *	προσλαβουσα Δ την
l. 26 καὶ γ' τᾶς	l. 23 καὶ Γ τᾶς	και η Γ της
l. 27 αἱ ΕΔ, ΔΓ, ΓΛ ἐν	l. 24 * *	αι ΕΔ ΔΙ εν
l. 40 ἁ ΔΒΓ	l. 32 * *	η ΔΒΙ
l. 41 δὶς τῷ ΓΒ,	– ib. * *	δις το ΑΓ
l. 43 καὶ β' συναμφοτέρῳ	l. 33 καὶ Β συναμφοτέρῳ	deeſt Β
54. l. 2 τᾶς ΑΒΕ,	l. 41 * *	της ΑΒΔ
l. 6 μετὰ	l. 43 καὶ μετὰ	deeſt και
l. 7 καὶ δ' συναμφοτέρῳ	l. 44 καὶ Δ συναμφοτέρῳ	deeſt Δ
l. 8 ἄλλα τι τὸν ΖΗ,	l. 45 * *	αλλοτι τα τρισπιμεια της ΖΗ
l. 10 ἁ ΓΒΔ	l. 46 * *	της ΔΕΓ
l. 12 τετραγμένας	l. 47 * *	τεταραγμενη
l. 15 ὡς ΟΒ πρὸς ΖΗ,	– ib. * *	ως η ΕΒ προς ΖΗ
l. 16 Ἁ δὲ συγκειμένα	l. 49 * *	η δε συγκειμενη, nulla tranſverſa linea ſuper δε appoſita, ita ut conjunctio potius appareat, quam litteræ aliquam partem ſchematis indicantes.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 54. l. 17 τῆς ΑΒΔ,	Pag. 63. l. 50 * *	της ΓΔΒ
— l. 25 Ἑκάτερον γὰρ ἑκατέρου	— 64. l. 3 * *	εκατερον γαρ εκατερης
— l. 26 Καί ἐστι	— l. 4 * *	deeſt καὶ
— ib. δοθέντι.	— ib. * *	δε και εστι
— l. 33 ποιεῖ	— l. 6 ἔσται	εσται
	Cap. X.	
— l. 44 ἔχειν λόγον	— 118. l. 44 ἔχει λόγον	εχειν λογον
— l. 45 ἡμίσεος	— l. 45 * *	deeſt
— l. 49 ἡμίσεος	— l. 47 * *	deeſt
— 55. l. 3 ΑΔΕΓ τὸ μὲν διάμετρός ἐστιν ἡ ΗΖ· καὶ τὸ μὲν	— l. 49 ΑΔΕΓ διάμετρος ἐστὶν ἡ ΗΖ. καὶ τὸ μὲν	deſunt omnia
— l. 16 τοῦτο δὲ τῆς ΔΗ,	— 119. l. 2 τῶ τε Β τῆς ΔΗ	τω τε Β της ΖΗ
— l. 19 ΑΔΕΓ	— l. 6 * *	ΑΔΓ
— l. 22 μέσον	— l. 12 μέσα	μεσα
— l. 23 ἡ ΝΞ·	— l. 13 * *	ἡ ΜΞ
— ib. Καὶ ὡς ΤΜ	— l. 15 * *	και ως ἡ ΤΜ
— l. 25 ἔστω δὲ	— l. 17 * *	εστω και
— ib. τὸ ἕτερον	— l. 18 * *	το ετερον
— l. 28 ἡ ΒΖΗ	— l. 20 * *	deeſt δὲ
— l. 30 τεταγμένως	— l. 21 τεταγμένας	τεταγμενως
— l. 34 πρὸς ΝΟ. Ὡς δὲ ἡ ΜΝ πρὸς ΝΟ μόνον, οὕτως ἡ ΜΝ	— l. 23 πρὸς ΝΟ, ὡς δὲ ἡ ΜΝ πρὸς ΝΟ μόνον, οὕτως ἡ ΜΝ	deſunt omnia.
— 56. l. 8 τῆς διπλασίας τῆς ΑΖ,	— l. 34 τῆς διπλασίας τῆς	deeſt διπλασίας
— l. 10 τῆς διπλασίας τῆς	— l. 35 * *	heic quoque deeſt διπλασίας
— l. 15 καὶ ὁ ἀπὸ ΑΖ	— l. 38 * *	deſunt
— l. 18 τῆς ΑΖ,	— l. 40 τῆς ΑΖ	και της ΑΖ
— l. 21 ἑτέρου	— l. 41 ἑτέρου	του ετερου
— l. 23 γίνεται,	— l. 42 * *	γινονται
— l. 28 ἐστι τῆς β' τῆς ΑΖ, καὶ τῆς ΔΗ, οὕτως ὁ συγκείμενος	— l. 45 ἔν τε τῆς Β τῆς ΑΖ, καὶ τῆς ΔΗ, οὕτως ὁ συγκείμενος	deſunt omnia
— l. 34 τὸ πενταπλάσιον. Ἔστιν	— l. 49 τὰ πενταπλάσια. ἐστὶν	τα ε' εστι
— l. 35 πενταπλῆ	— ib. * *	deeſt
— l. 37 καὶ τῆς ΝΤ.	— l. 50 καὶ τῆς ΝΤ	deeſt της
— l. 39 καὶ διπλῆ	— l. 51 * *	και ε'.
— 57. l. 9 διὰ τὸ	— 120. l. 8 * *	δια το
— l. 24 ΡΙ Καί ἐστι μὲν τοῦ ὅλου τμήματος κέντρον	— l. 15 * *	deſunt omnia
— l. 27 καὶ τοῦ ΑΔΕΓ τμήματος	— l. 16 καὶ τοῦ ΔΕΓ	και του ΑΒΕΓ
— l. 33 ἐφαρμοζόμενον	— 64. l. 11 * *	εφαρμοζομενον
— l. 36 ἐπὶ τῆς ΒΖ.	— l. 13 * *	επι της ΒΖΗ
— l. 38 τμῆμα πρὸς	— l. 14 τμῆμα πρὸς	τμημα προς, et ſic paullo poſt in eadem linea
— l. 44 ἥμισυ	— l. 18 * *	ημισυ
— 58. l. 3 τὰς ΔΗ, ΑΖ·	— l. 20 τὰς ΔΗΑΖ	τας ΑΗ ΑΖ
— l. 19 τῆς ΔΗ	— l. 30 τῆς ΔΗ	της ΑΒ
— l. 25 ὁ ἀπὸ ΑΖ	— l. 33 * *	deeſt ὁ
— ib. ἀπὸ ΜΝ	— ib. * *	απο ΑΝ
— l. 30 Ὡς δὲ	— l. 36 ὥς τε	ως δε
— l. 35 τῆς ΑΖ	— l. 41 τῆς ΑΖ πρὸς ΔΗ	της ΑΖ προς ΑΖ (ſic)
— l. 41 πρῶτον, τὸ	— l. 42 * *	πρωτον μεν το
— l. 43 δεύτερον	— l. 43 * *	και δευτερον
— l. 44 ἀπὸ τῆς ΔΗ	— l. 44 ἀπὸ τῆς Δ	απο της ΔΗ
— 59. l. 6 ὕψος τὸν	— l. 50 * *	υψος δε τον
— l. 8 συγκείμενον	— ib. συγκειμένης	ο συγκειμενος
— l. 11 πρὸς ΙΚ,	— 65. l. 3 πρὸς ΚΙ	προς ΚΓ
— l. 17 οὕτως ἡ ε'	— l. 4 * *	ουτως η Β
— l. 32 ε' συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ, καὶ ι' συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τῆς	— l. 13 Ε συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ, καὶ Ι συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τῆς	deſunt omnia
— l. 35 τῆς ΜΝΤ,	— l. 15 * *	της ΟΝΤ
— l. 36 καὶ δ' τῆς ΝΞ,	— ib. καὶ Δ τῆς ΝΞ	ſunt in lacuna ΝΞ
— l. 41 τῆς ΜΟ,	— l. 18 * *	της ΜΘ
— l. 46 τοῦ ΔΒΕ	— l. 21 * *	του ΑΒΕ
— l. 47 τῆς ΒΗ,	— l. 22 * *	της ΧΗ
— l. 49 ἀφαιρεθέντα	— ib. * *	αφαιρεθεντα
— l. 50 λόγον ἔχει,	— l. 24 * *	λογον εξει
— 60. l. 1 πρὸς ΝΤ·	— l. 25 * *	ſunt in lacuna ΝΤ
— l. 3 ἡ ΖΘ,	— l. 26 * *	η ΙΘ
— l. 5 καὶ ἐστι τὸ Ρ	— l. 27 * *	εστι το Ρ

MONITUM.

QUUM Editio prædicta, quam præ manibus habemus, incipiat a poſtremis duobus verſibus Epiſtolæ Archimedis ad Doſitheum, Libro I. de Sphæra et Cylindro præmiſſæ, quæ in noſtro Codice integra habetur, licet variis lacunis interpolata; Pariſienſi editione anni 1615. quæ eamdem Epiſtolam exhibet, pro ejus collatione uti volebamus; ſed quum Lectio Codicis ab edita toto cælo diſſideat, melius duximus eam, uti jacet in Codice, ex integro deſcribere. Ita igitur habet:

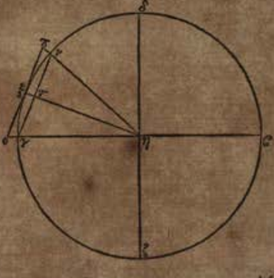
ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ Δοσιθέῳ χαίρειν. Πρότερον μὲν ἀπέσταλκά σοι [illegible] γράψαντες μετὰ ἀποδείξεως· [illegible] ὅτι πᾶν τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς [illegible] ἐςὶ ταύτης τὸν βάσιν ἔχοντος τῷ τμήματι ἢ ὕψος ἴσον. μετὰ δὲ ταῦτα [illegible] τῶν θεωρημάτων [illegible] μετὰ τῆς ἀποδείξεως αὐτά. ἐςὶν δὲ τάδε. πρῶτον μὲν ὅτι τῆς σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐςὶ τῷ μεγίςῳ κύκλῳ. ἔπειτα δὲ ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐςὶ κύκλος [illegible] τῷ τμήματι [illegible] τὸν βάσιν ἔχων τῷ τμήματι [illegible] ἴσον τῷ μεγίςῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ [illegible] τῆς σφαίρας. ταῦτα δὲ τὰ συμπτώματα [illegible] περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα [illegible] τούτων τῶν σχημάτων [illegible] πολλὰ [illegible] περὶ τὰ [illegible] ἐςὶ μέρος [illegible] τῆς βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῇ [illegible] ἴσον· [illegible] τρίτον μέρος ἐςὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ κώνῳ καὶ ὕψος ἴσον· [illegible] ταῦτα τὰ σχήματα πολλῶν πρὸ εὐδόξου γεγενημένων ἀξίων λόγου γεωμέτρων [illegible] ὑπὸ πάντων ἀγνοεῖσθαι· [illegible] ἐφ' ἡμῶν κατανοηθῆναι. [illegible] δὲ περὶ τούτων [illegible] τοῖς δυναμένοις. [illegible] ἔτι ζῶντος [illegible] ταῦτα. [illegible] καταςῆσαι ταῦτα. καὶ τὴν [illegible] ἀπόφασιν [illegible]. [illegible] δὲ

In hiſce verbis deſinit primæ paginæ Codicis pars anterior, ubi notandum ea quæ nos huc uſque deſcripſimus, manum præſeferre diverſam ab ea, quæ totum deinde Codicem exaravit. Pars paginæ poſterior incipit a verbis καλῶς ἔχει κ.τ.λ. a quibus etiam exorditur Editio Baſileenſis, ac proinde in poſterum variantes Codicis ab ipſa editione ſub oculos ponemus.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 64. l. 18 τῶν μαθημάτων,	Pag. 1. l. 1 * *	deeſt τῶν
—— l. 20 περὶ τὰ	—— l. 2 * *	πε . . τα
—— l. 21 ἐπισκέψασθαι. Ἔῤῥωσο.	—— – ib. * *	ἐπισκέψασθαι ἐῤῥωμενω.
	Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου βιβλίον α'.	Deeſt in Codice titulus iſte, et incipit Liber in eadem linea.
—— l. 22 τάτε ἀξιώματα,	—— l. 3 τά τε ἀξιώματα	τα τε αξιωμα
—— l. 23 ἀποδείξεις	—— – ib. * *	αποδειξεις (uſurpat enim Codex aliquando ε pro ει, quod ſemel monuiſſe ſufficiat.)
—— l. 35 ὧν ἐν	—— l. 10 ὧν ἐν	ων εν
—— l. 44 ταρῶν	—— l. 14 * *	eſt in lacuna.
—— l. 45 κορυφὴν	—— – ib. κορυφὴν	κορυφην
—— – ib. κέντρον	—— l. 15 * *	μέρον
——65. l. 4 κοίνον	—— l. 18 * *	κοινων (adhibet enim indifferenter ο pro ω et e converſo)
—— l. 8 Τῶν τὰ αὐτὰ	—— l. 19 * *	τα των τα αυτα
—— l. 17 Ὁμοίως	—— l. 23 * *	ομοιως δε
—— l. 21 κοίλας	—— l. 25 * *	κοιλ (hic nexus adhiberi ſolet a Codice pro ες ita ut legi deberet κοιλες)
—— l. 28 τὸ μεῖζον	—— l. 29 τὸ μεταξὺ	τι μειζον
	Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα, &c.	Concordat titulus.
—— l. 37 διάμετρα,	——1. l. 5 διαμέτρατα	διαμετρα
—— l. 42 παραμήκη	—— l. 8 παραμήκης	παραμηκες
——66. l. 3 Πρῶτον δ'	—— l. 11 πρῶτον δ'	πρωτον δ'
—— l. 6 ἂν ἔχῃ περὶ	—— l. 12 ἂν ἔχῃ περὶ	αν εχει περι
—— l. 9 ΕΙΣ ΤΟΥΣ ΟΡΟΥΣ	—— l. 15 Εἰς τοὺς ὅρους	Concordat
—— l. 10 τὰ μέλλοντα	—— l. 16 τὰ μένοντα	τα μελλοντα
—— l. 20 ἀλλὰ πᾶσαι	—— l. 22 ἀλλὰ πᾶσαι ἐν	αλλα πασαι αυτας αι
—— l. 21 παρὰ τὴν	—— l. 23 * *	την παρα την
—— l. 22 ἐκεῖνον	—— – ib. ἐκείνου	εκεινον
—— l. 33 ἐπ' αὐτὰ	—— l. 34 ἐπ' αὐτὸν	επ' αυτον ει
—— l. 42 ἴσαι	—— l. 38 * *	ιστας
—— l. 44 εἰς τὰς	—— l. 39 * *	ει τας
—— l. 46 ἐνεστιν,	—— l. 41 * *	ενεστιν
—— l. 47 αἰτημάτων	—— – ib. * *	των αιτηματων
—— l. 55 ἐπὶ ταῖς ΑΓΒ γραμμαῖς	—— l. 46 * *	επι τας ΑΓΒ γραμμας
——67. l. 2 αἱ ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ,	——2. l. 1 * *	αι, ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ, ΕΒ,
—— l. 11 μείζων	—— l. 8 * *	μειζονες
—— l. 20 ἐπίπεδος περιλαμβάνει.	—— l. 17 * *	επιπεδος περιλαμβανειν
—— l. 22 κοίλας	—— l. 19 * *	λοιπας
—— l. 27 παραλαμβάνονται	—— l. 21 παραλαμβάνονται	περιλαμβανονται
—— l. 28 κάθετοι	—— l. 22 * *	καταθετοι
—— l. 40 Ἐπιζεύχθωσαν	—— l. 31 * *	επιζευχθωσαν
—— l. 42 καὶ θατέρα	—— l. 36 * *	deeſt καὶ
—— l. 46 συνεχόμεναι	—— l. 37 συνεχόμεναι	συνεχομεναι
——68. l. 8 ΑΖΗΘΚ.	——3. l. 2 ΑΖΗΘΚ	ΑΖΗΘΚ
—— l. 10 γραμμαῖν	—— l. 8 γραμμαῖς	γραμμαι
—— l. 24 ἀλλὰ καὶ ἐπίπεδον	—— l. 11 ἀλλὰ καὶ ἴδιον	αλλα περιεξεων
—— l. 29 ἐς ὅτι	—— l. 15 * *	εσ οτι
—— l. 35 ἑτέρας	—— l. 19 * *	εκατερας
—— l. 37 κειμέναις,	—— l. 21 * *	κειμεναις
—— l. 40 ταυτὰ δύο	—— l. 23 * *	τα δυο
—— l. 43 Ἐπὶ γὰρ	—— l. 27 * *	επει γαρ
—— l. 48 ὡς ὅταν ἀπαιτεῖ	—— l. 30 * *	πως αιτει
—— l. 50 ταφῆς	—— l. 31 * *	ταφης

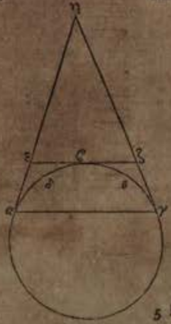
Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 68. l. 53 ἐπιζεύχθωσαν	Pag. 3. l. 33 ἐπιζεύχθωσαν	επιζευχθωσαν
—— 69. l. 1 αἱ ΑΒ, ΔΕ. Αἱ ἄρα ΔΖΓ τῶν ΒΑΓ μείζους	—— l. 41 * *	αι ΑΒΓ. αι αρα ΒΖΓ των ΒΑΖ μειζους
—— l. 19 ἡ ΘΗ κατὰ	—— l. 51 ἡ ΘΚ κατὰ	η ΘΗ κατα
—— l. 24 τῇ ΚΑ	—— 4. l. 5 τῇ ΚΔ	τη ΚΑ
—— l. 30 ἡ δὲ ΚΝ τῆς ΗΑ,	—— l. 12 ἡ δὲ ΚΝ τῆς ΚΑ	η δε ΚΗ της ΗΑ
—— l. 33 ἐπιψαύοντα δισκεύσιν κ̀ ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν, ἀνὰ πᾶσι τοὺς προειρημένους, ὅτε αἱ λαμβανόμεναι	—— l. 23 ἐπιψαύοντα * αἱ λαμβανόμεναι	επιψαυοντα δισκευσιν και επι των επιφανειων αναπασι τους προειρημενους. ετι αι λαμβανομεναι
	Cap. I, II.	
—— 70. l. 18 Ἔστω	—— 1. l. 47 * *	ως τε corr. a manu poſteriori εστω
—— – ib. τὰ ΑΒ,	—— – ib. τὸ ΑΒ	τα ΑΒ
—— l. 25 τετραπλάσιός ἐστιν ἡ ΖΗ τῆς ΗΕ.	—— 2. l. 4 * *	τεσσαρακονταπλάσιος ἐστιν η ΖΗ της ΖΕ
—— l. 27 ὡς τὸ ΘΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΗΕ.	—— l. 5 ὡς ΘΑ πρὸς οὕτως τὸ ΖΗ πρὸς ΗΕ	ως το ΘΑ προς ουτως το ΖΗ προς ΖΕ
—— l. 2 λόγον ἔχει	—— l. 12 λόγον ἔχει	λογον εχει
—— l. 42 Τὸ δὲ	—— 4. l. 25 * *	το δε
—— l. 45 πολλαπλασιασμένης,	—— l. 26 πολλαπλασιασμένου	πολλαπλασιασμενου
—— 71. l. 1 λόγον ἔχει,	—— l. 30 λόγον ἔχει	λογον εχει
—— l. 10 Καὶ τὸ ΖΘ ἄρα πρὸς ΖΕ	—— l. 36 * *	και το ΕΖ αρα προς ΖΘ
—— l. 21 οὕτως τὸ ΖΕ πρὸς τὸ ΘΕ, ἔσται κ̀ τὸ ΘΕ μείζων	—— l. 43 οὕτως τὸ ΖΕ, καὶ τὸ ΘΕ μείζων	ουτως το ΖΕ προς ΕΘ εσται το ΘΕ μειζων
—— l. 28 τῷ ἀναστρέψαντι,	—— l. 48 * *	τω αναστρεψαντι
	Cap. III.	
—— l. 43 ἔχει	—— 2. l. 16 ἔχει	εχει
—— l. 47 δὲ δία	—— l. 18 * *	γαρ δια
—— l. 48 ὥστε τὸν Θ	—— l. 19 * *	deſunt
—— l. 53 αἱ ΓΕ, ΔΖ.	—— l. 22 * *	αι ΓΕ ΔΖ



Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
—— 72. l. 6 ἰσοπλεύρου ἡ ΓΝ.	—— l. 27 * *	deſunt ἡ ΓΝ
—— l. 8 τῇ ΗΞ εὐθείᾳ,	—— l. 28 * *	τη ΝΞ ευθεια
—— l. 12 πλευρὰ ἡ ΝΓ.	—— l. 30 * *	πλευρα η ΗΝΓ
—— l. 15 ἐλάσσων ἐστὶ	—— l. 31 * *	deeſt ἐστὶ
—— l. 19 ἢ ἡ ΜΚ	—— 3. l. 1 * *	ηπερ η ΜΚ
—— l. 21 μὲν ΠΟ	—— l. 2 * *	η μεν ΠΟ
—— l. 27 Καὶ ἐκβληθείσης	—— 5. l. 5 * *	προσεκβληθεισης
—— l. 32 Ἔστι γὰρ	—— l. 7 * *	εσται γαρ
—— l. 36 βεβηκυίας,	—— l. 11 βεβηκυίας	βεβηκυιας
—— 73. l. 33 πρὸς τὸ Κ γωνίας	—— l. 42 * *	προς τω ΚΓ γωνιας
—— l. 36 ὅμοιόν ἐστι. Ὥστε ἡ	—— l. 44 ὅμοιον ἐστὶ, ὡς ἡ	ομοιον εστι και εστιν ως η
—— l. 43 τὸν ἐγγεγραμμένον	—— 3. l. 5 * *	των εγγεγραμμενων
—— l. 48 πρὸς τὸ Δ	—— l. 7 * *	προς τω Δ
—— 74. l. 2 τῇ ΘΚ τῆς ΚΑ, προσβεβλήσθω	—— l. 12 τῇ ΘΚ τῆς ΘΑ προσβεβλήσθω	τη ΚΘ προσβεβλησθω
—— l. 3 ἐπείπερ	—— l. 12 οὖν	deeſt
—— l. 7 ὑπὸ ΛΘΚ.	—— l. 14 ὑπὸ ΛΗΘ	υπο ΔΚΘ
—— l. 10 κ̀ ἀγάγωμεν	—— l. 17 * *	deeſt καὶ
	Cap. V.	
—— l. 28 αὐτῆς	—— l. 28 αὐτῆς	αυτ̄, ita ut videatur legendum αυτης, hunc enim nexum adhibere ſolet Codex pro ης
—— l. 31 ἢ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.	—— l. 30 * *	ο του Ε προς του Ζ
—— 75. l. 8 ἄρα κ̀ τὸ	—— 4. l. 5 * *	deeſt καὶ
—— l. 11 Ὁμοίως δὲ δείξομεν,	—— l. 6 * *	Ab hiſce verbis Codex inchoat Caput VI.
	Cap. VI.	
—— l. 24 Δεικτέον δὴ,	—— l. 13 * *	Hæc verba δεικτέον δὴ conjunguntur cum ſuperioribus in eadem linea
—— l. 26 ἡ τομὴ,	—— l. 14 * *	η την τομην
—— l. 35 τῷ χωρίῳ	—— l. 19 * *	τω τι χωριω

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 75. l. 43 περιλείμματα	Pag. 4. l. 24 * *	περιλειμματα, et ſic infra απολειμματα
—— 76. l. 12 καὶ ἄλλα τὰ	—— l. 37 * *	και αλλα τα
—— l. 19 τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ συναμφότερον πρὸς τὸν κύκλον.	—— 5. l. 49 τὸν κύκλον, ὥς τε	τον κυκλον ελασσονα λογον εχει ηπερ τα συναμφοτερα προς τον κυκλον ως τε
	Cap. VII.	
—— l. 34 τρίγωνον τὸ	—— 4. l. 41 * *	βασιν τω
—— 77. l. 1 ΣΑΦΕΣΤΕΡΟΝ	—— l. 50 * *	Ab hiſce verbis inchoat Codex novum Caput, ſcilicet VIII.
—— l. 2 Ἔστω κῶνος	—— l. 51 * *	Εστω κωνος
—— l. 27 τὰ δὲ ὑπὸ τῶν	—— 5. l. 14 * *	deeſt τῶν.
—— l. 30 διπλάσιον τῶν	—— l. 17 * *	διπλασιων εστι των
	Cap. VIII.	Caput IX. propter diviſionem Capitis VII. ſuperioris in duo; igitur in poſterum numeratio Capitum in Codice numerationem editionis unitate ſuperat; quod ſemel monuiſſe ſatis ſit.
—— 78. l. 1 ἄξων τοῦ κώνου	—— l. 30 * *	αξων αυτω κωνω
—— l. 8 ἄρα καὶ αἱ	—— l. 34 * *	deeſt αἱ
—— l. 33 Αἱ ἀπὸ	—— 6. l. 2 * *	αι αρα απο
—— l. 48 καὶ ἐπὶ	—— l. 12 * *	και αι επι
—— l. 51 τοῦ πρὸ τούτου	—— l. 14 * *	τα πρωτα τω
—— l. 52 ἰσόπλευρον	—— l. 15 * *	ισοπλευρον
	Cap. IX.	
—— 80. l. 21 τοῦ ΑΔΓ τριγώνου.	—— 6. l. 44 * *	του ΑΔΕ τριγωνου
—— l. 29 μείζων	—— 6. l. 27 * *	μειζω
—— l. 39 Ὁμοίως δὲ	—— l. 33 * *	ομοιως δη
	Cap. X.	
—— 81. l. 6 λέγω δὴ,	—— 6. l. 51 * *	deeſt δὴ
—— l. 9 γὰρ ὁ ΗΒΖ	—— 7. l. 2 * *	deeſt articulus ὁ
—— l. 26 λήμματι·	—— l. 10 * *	λημματι
—— l. 36 τὸ Θ χωρίον. Τὸ δὲ Θ χωρίον,	—— l. 19 * *	deſunt hæc omnia, lacuna relicta.
—— l. 37 τῶν περιλειμμάτων τῶν ΑΗΒ, ΒΖΓ, ὃ ἐκ θατέρου. Ἔστω πρῶτον ἐκ θατέρου. Ἐπεὶ δὲ	—— l. 20 * *	deſunt pariter hæc omnia, relicta lacuna.
—— l. 41 ἔχοντα τὸ Ε,	—— l. 24 * *	εχοντα το Ε
—— l. 48 μετὰ τῶν ΑΗΒ, ΒΖΓ	—— l. 32 * *	μετα του ΑΗΒΚ, ΒΖΓΛ
—— l. 50 Τῶν δὲ ΑΗΒ, ΒΖΓ	—— l. 33 * *	των δη ΑΗΒΚ, ΒΖΓΛ
—— 82. l. 4 Ἀλλὰ τὰ ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ	—— l. 35 * *	deeſt ΖΕΓ
—— l. 14 Πάλιν	—— l. 40 * *	παλιν ΔΗ
—— l. 17 τὸ δὲ ὕψος	—— l. 41 * *	deſunt
—— l. 19 τὴν βάσιν μὲν	—— l. 42 * *	η βασιν μεν
—— l. 37 παράλληλός ἐστι	—— 6. l. 39 * *	παραλληλαι γαρ
—— l. 50 τμήματα	—— 7. l. 5 * *	τα τμηματα
—— 83. l. 17 Καὶ ἡ ΔΖ ἐστὶ τῆς ΖΓ	—— l. 13 καὶ ἡ ΔΖΕ τῆς ΖΓ	και η ΔΖ αρα της ΖΓ
	Cap. XI.	
—— l. 37 περιφερειῶν	—— 8. l. 4 * *	deeſt
—— l. 40 τῆς ΑΒ μείζων	—— l. 5 * *	της ΑΒ διαμετρω μειζων
—— l. 47 Τὸ δὴ Η	—— l. 7 * *	το δη Η
—— l. 53 τμήματα	—— l. 10 * *	τριγωνα
—— 84. l. 4 τρίγωνα,	—— l. 13 * *	επιπεδα
—— l. 7 κοῖλαι	—— l. 15 * *	κοιλα
—— l. 13 ἐν ᾧ	—— l. 21 * *	deeſt ᾧ
—— l. 21 ἀποτετμημένη	—— l. 27 * *	η αποτετμημενη
—— l. 31 καταλειφθήσεται	—— l. 33 καταλειφθήσεται	καταλειφθησεται
—— l. 34 τὰ παραλληλόγραμμα,	—— l. 34 * *	των παραλληλογραμμων
—— l. 36 τῶν παραλληλογράμμων,	—— l. 35 * *	τα παραλληλογραμμα
—— 85. l. 16 Λοιπὰ	—— 9. l. 1 * *	λοιπον
—— l. 18 παραλληλόγραμμα	—— l. 2 παραλληλογράμμων	παραλληλογραμμα
	Cap. XII.	
—— l. 22 αἱ εἰσὶ βάσεις	—— l. 4 αἱ εἰσὶ βάσεις	αι εισι βασις
—— l. 45 τῶν πλευρῶν	—— l. 16 * *	της πλευρας
—— l. 46 εἰσί,	—— l. 17 * *	ειναι





Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 85. l. 51 καὶ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιφερειῶν	Pag. 9. l. 20 καὶ τῶν ΑΔΒ, ΒΘΓ περιφερειῶν	και των ΑΔ ΔΒ ΒΘ ΘΓ περιφερειων
—— 86. l. 3 ἐν τῷ ἑτέρῳ	—— l. 24 • •	deſunt ἐν τῷ
—— l. 21 τὰς ΑΒΓ περιφέρειας,	—— l. 34 • •	τας ΑΒΓ περιφερειας
—— l. 24 τῶν ΑΕΒ, ΒΖΓ,	—— l. 35 • •	των ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ
—— l. 25 τῶν εἰρημένων παραλληλογράμμων ἐπιφάνειαι μετὰ τῶν εἰρημένων σχημάτων,	—— l. 36 εἰρημένων σχημάτων	ειρημενα παραλληλογραμμα επιφανειαι μετα των ειρημενων σχηματων
—— l. 35 τῷ κύκλῳ	—— l. 40 • •	deeſt κύκλῳ
—— l. 49 μείζων	—— l. 47 • •	μειζω
—— 87. l. 7 Καὶ ὅτι ἐὰν	—— l. 52 • •	deeſt καὶ
	Cap. XIII.	
—— 88. l. 17 πρὸς τὴν Η δύναμιν.	—— 10. l. 35 • •	προς το Η δυναμει
—— l. 18 πρὸς τὴν Η δύναμιν,	—— l. 38 • •	deeſt τὴν
—— l. 26 τὸ ἀπὸ τῆς Η.	—— l. 45 • •	deeſt τῆς
—— l. 28 Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΤΔ πρὸς Η, οὕτως ἡ Η πρὸς ΡΖ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΤΔ,	—— l. 46 ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΤΔ &c.	deſunt voces ὡς et οὕτως
—— l. 51 οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης	—— l. 48 • •	deeſt οὕτως
—— l. 48 περιγεγραμμένον,	—— 11. l. 5 • •	περιγεγραμμενον
—— 89. l. 1 ἐν τῷ Β τῷ κύκλῳ	—— - ib. • •	εν τω κυκλω τω Β
—— l. 15 ἐγγεγραμμένον	—— l. 12 • •	εγγεγραμμενον
—— l. 17 ἴσον ἔστω	—— l. 13 • •	ισον εστι
—— l. 27 ἡ ἔστι βάσις	—— l. 19 • •	ως εστι βασις
—— 90. l. 1 περιγεγραμμένον, καὶ ἐγγεγραμμένον, καὶ περὶ	—— 7. l. 18 περιγεγραμμένον, καὶ περὶ	περιγεγραμμενον και εγγεγραμμενον, και περι
—— l. 4 τῷ ἑτέρῳ	—— l. 20 • •	τω εν ετερω
—— l. 6 Περὶ δὲ τὸν	—— l. 21 περὶ τὸν	περι δε τον
—— l. 7 περιγεγραμμένον.	—— l. 22 • •	περιγεγραμμενα
—— l. 24 κέντρον εἰσὶ τῶν	—— l. 32 κέντρον • τῶν	κεντρον εισι των
—— l. 26 ἀλλήλας ἔχουσι δύναμιν, ὡς τὰ	—— l. 35 ἀλλήλας • δύναμιν ὡς τι τὰ	αλληλας εισι δυναμει ως τα
—— l. 29 ἡμίσειαί εἰσι τῶν	—— l. 38 ἡμίσειαι • τῶν	ημισειαι εισι των
—— l. 30 ἡμίσειαν	—— l. 40 • •	γωνιαι ημισειαν
—— l. 39 τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΡΑ τρίγωνον. Ἐπεὶ	—— l. 45 τρίγωνον, ἐπεὶ	τριγωνον προς το ΖΡΑ τριγωνον επι.
—— l. 42 ἡ ΤΔ πρὸς Η	—— l. 46 • •	η ΤΑ προς Η
—— 91. l. 2 Ἐλέχθη δὲ	—— 8. l. 3 • •	ελεχθη δε εχειν
	Cap. XIV.	
—— l. 35 ἐκ τῶν κέντρων	—— 11. l. 51 • •	εκ του κεντρου
—— l. 42 ἡ δὲ Δ	—— 12. l. 3 ἡ ΔΤ	η δε ΔΤ
—— l. 47 περιγεγραμμένης	—— l. 6 • •	της περιγεγραμμενης
—— 92. l. 8 ἐλάσσων ἐστὶ	—— l. 13 • •	ελασσων εσται
—— l. 18 ἐν τοῖς Α, Β	—— l. 19 • •	εν τοις ΑΒ κυκλοις
—— l. 25 πρὸς τὴν πλευρὰν,	—— l. 23 πρὸς πλευρὰν	προς την πλευραν
—— l. 28 πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου,	—— l. 24 • •	deſunt hæc omnia
—— l. 45 Οὐκ ἄρα οὐθὲ	—— l. 34 οὐ, ὅτι οὐθὲ	ουκ αρα ουθε
—— 93. l. 2 Νενεύσθω	—— 8. l. 10 • •	νενευσθω
—— l. 9 ἡ ΑΗ ἡ κάθετος γίνεται ἐπὶ	—— l. 15 • •	η ΑΗ επις καθετος γαρ εστιν επι
—— l. 22 Ὥστε	—— l. 25 ὥς τε	ως της
—— l. 23 ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΔ,	—— - ib. • •	ως η ΑΗ προς ΗΑ
—— l. 25 λαμβανομένη.	—— l. 27 • •	λαμβανομενης
—— l. 31 ἡ ΑΗ πρὸς	—— l. 32 ἡ ΑΚ πρὸς	η ΑΗ προς
	Cap. XV.	
—— 94. l. 3 ἥμισυ,	—— 12. l. 49 ἥμισυ	ημισυ (et ſic ſuperius)
—— l. 16 καὶ ὑπὸ ΔΑ,	—— 13. l. 43 • •	και τω υπο ΔΑ
—— l. 35 ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ,	—— 8. l. 39 • •	υπο των ΒΔ ΔΖ
—— l. 39 τὸ ὑπὸ ΔΑ, ΑΗ.	—— l. 41 • •	το υπο ΔΑ ΔΖ
	Cap. XVI.	
—— 95. l. 1 ἐπιφάνεια	—— 13. l. 2 • •	τα επιφανεια
—— l. 15 τὸ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ,	—— l. 15 τὸ ὑπὸ ΒΔΖ	το υπο το ΒΔΖ
—— l. 28 ὁ Δ κύκλος	—— l. 33 ὁ ΚΔ κύκλος	ο Δ κυκλος
—— l. 33 ἴσα ἐπὶ τῷ Θ κύκλῳ.	—— l. 36 • •	E regione iſtorum et ſequentium verborum adſcriptum eſt in margine ab eadem manu : οι γαρ κυκλοι προς αλληλους εισι (ita enim interpretamur nexum ⁄.) προς τα απο των διαμετρων τετραγωνα.
—— 96. l. 1 Οἱ αὐτοὶ οἱ	—— 14. l. 1 • •	deeſt alterum οἱ
—— l. 6 ἔστιν ὁ κύλινδρος	—— l. 2 • •	εστιν ως ο κυλινδρος
—— - ib. ὡς ὁ ἄξων	—— l. 5 • •	deeſt ὡς
	Cap. XVII.	
—— l. 28 καθέτῳ	—— l. 15 • •	καθετου
—— l. 37 οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς	—— l. 20 • •	ουτως η ΕΘ (corr. ΕΔ) προς
—— l. 42 πρὸς ΕΘ. Ὡς δὲ ἡ ΕΔ πρὸς ΘΕ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ΘΚ.	—— l. 22 πρὸς ΔΘ. ὡς δὲ ἡ ΕΔ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ΘΚ.	προς ΔΘ (corr. ΕΘ) ως δε η ΕΔ προς ΘΔ (correct. ΘΕ) ουτως η ΕΘ (corr. ΔΘ) προς ΘΚ
	Cap. XVIII.	
—— 97. l. 36 Ὡς ἄρα	—— 15. l. 10 • •	ως τι αρα

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
	Cap. XIX.	
Pag. 98. l. 12 περιλήμματι	Pag. 15. l. 16 • •	περιλαμματι (hanc vocem diverſimode exhibet Codex, modo cum τ, modo cum ι, aliquando cum unico μ, aliquando cum duplici &c. quod ſemel monuiſſe ſatis fuerit.)
—— l. 24 ἀχθεῖσαι	—— l. 23 ἀχθεῖσαι	αχθεισαι
—— – ib. τῆς ΖΗ,	—— l. 24 • •	τη ΖΗ
—— 99. l. 1 διὰ δὲ τοῦτο	—— l. 41 • •	δια δη τουτους
—— l. 9 βάσεων	—— l. 51 • •	ταις βασεσιν
	Cap. XX.	
—— l. 19 κύκλοι αὐτοῖς	—— 16. l. 4 • •	αυτου κυκλος
—— 100. l. 10 ὁμοίως	—— l. 16 • •	ομοιοι
—— l. 12 ἐν τῆς τοῦ	—— l. 17 • •	εκ τε της του
	Cap. XXI.	
—— l. 49 ὁ δὲ ΒΑ τῇ ΖΚ·	—— l. 32 ὁ δὲ ΒΑ τῇ ΖΗ	η δε ΒΑ τη ΖΚ
—— 101. l. 11 ὡς εἰς τὸ	—— 17. l. 9 • •	deeſt εἰς
—— l. 14 Ἔστιν ἄρα	—— l. 13 • •	εσται αρα
	Cap. XXII.	
—— l. 19 τὰς πλευρὰς	—— l. 21 • •	αι τας πλευρας
	Cap. XXIII.	Hoc Caput in Codice non diſtinguitur ulla numeratione, ſed conjungitur cum ſuperiore, ac propterea deinceps, numeratio Capitum concordat.
—— 102. l. 6 πρὸς Α, Γ	—— l. 46 • •	προς τους ΑΓ
—— l. 12 αἱ μὲν ΑΖ, ΑΝ	—— l. 49 • •	αι μεν ΑΞ ΑΝ
—— l. 35 ἐγγραφόμενον	—— 18. l. 12 • •	εγγεγραμμενον
—— l. 37 ὁ ἐπιφάνεια	—— l. 15 • •	ω η επιφανεια
—— l. 48 τῷ ἐν ἑτέρῳ	—— l. 30 • •	deeſt ἐν
—— 103. l. 7 παραλλήλους	—— 8. l. 49 παραλλήλου	παραλληλους
	Cap. XXIV.	
—— l. 15 πολυγώνου, ὡς τετράπλευρα γίνεσθαι, καὶ παραλλήλας ὥστε	—— 18. l. 42 πολυγώνου (τετράπλευρα) παραλλήλους ὥστε	πολυγωνου τετραγωνους ωστε
—— l. 24 Κύκλος δὲ τις ἐκκείσθω ὁ Ξ,	—— 19. l. 1 κύκλος δὲ τις ἐκκείσθω ὁ Ξ &c.	Hoc loco notandum, Circulos, qui in Schemate ad hoc Caput pertinente lineis rectis exhibentur in editione, quales ſunt quæ litteris ξ, ο, π, ς, σ, τ. υ, denotantur, in Codice lineis rotundis, ſeu circulis repræſentari, quod et de ſequentibus intelligi volumus.
—— 104. l. 23 ἄρα κύκλος	—— l. 20 • •	deeſt ἄρα
	Cap. XXV.	
—— l. 33 ἡ ἀπὸ τῶν	—— l. 24 • •	η υπο των
—— l. 40 αἱ ΕΙ, ΘΜ,	—— l. 26 αἱ ἄρα ΑΙ, ΘΜ	αι ΕΙ ΘΜ
—— 105. l. 18 Ὁ δὲ Ρ κύκλος	—— l. 51 ὁ Ρ κύκλος	ο δε Ρ κυκλος
	Cap. XXVI.	
—— l. 35 ἔχον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ	—— 20. l. 7 • •	εχον την επιφανειαν
—— 106. l. 17 τῆς μεταξὺ	—— l. 26 • •	τη μεταξυ
—— l. 19 ἴσον ἔσται κώνῳ	—— l. 30 • •	ισος τω κωνω
	Cap. XXVII.	
—— l. 48 ἐδείχθη δὲ ἴσον	—— 21. l. 4 • •	deeſt ἴσον
—— l. 50 ἐπιφάνεια	—— l. 6 • •	η επιφανεια
—— 107. l. 1 ἐστὶν ἄρα	—— l. 9 • •	εσται αρα
—— l. 24 ἰσόγωνον,	—— l. 23 ἰσόγωνον	ισογωνιον
—— l. 52 ἐπὶ τοῦ πρώτου.	—— l. 36 ἐπὶ τῶν πρὸ τοῦ	επι του πρωτου
—— – ib. Ἔσται ἄν	—— l. 37 ἐστὶν ὡς	εσται ουν
—— 108. l. 7 αἱ δύο πλευραὶ	—— l. 47 • •	deſunt
—— l. 8 Διῃρημένας	—— l. 49 διῃρημένας	διηρημενης
	Cap. XXVIII.	
—— l. 27 Τῇ ἐπιφανείᾳ	—— 22. l. 8 • •	της επιφανειας
—— l. 36 τῇ ἐπιφανείᾳ	—— l. 13 • •	ταις επιφανειαις
	Cap. XXIX.	
—— l. 52 ἀρτιογώνου,	—— l. 19 • •	αρτιογωνιου corr. αρτιογωνου
—— 109. l. 1 τῇ ΘΖ, πρὸς τὴν ΖΘ	—— l. 20 • •	τη ΖΕ προς την ΖΕ
—— l. 22 μεγίστῳ κύκλῳ τῷ ἐν	—— l. 37 • •	μεγιστου κυκλου του εν
—— l. 25 ΑΒΓΔ	—— 9. l. 2 • •	ΑΒΓ
—— l. 27 ὁ ΚΖ	—— l. 3 ὁ ΚΞ	ο ΚΖ
—— 110. l. 5 τὸ ἐν τῇ σφαίρᾳ,	—— 22. l. 47 τῷ ἐν τῇ σφαίρᾳ	των εν τη σφαιρα
—— l. 16 ὁ κῶνος ἴσος	—— 23. l. 3 • •	ο κωνος ο ισος
—— l. 17 εἰρημένῳ	—— – ib. • •	ειρημενω κωνω
	Cap. XXX.	
—— l. 29 τὰ ἐγγεγραμμένα,	—— l. 9 • •	deſunt
—— l. 41 ἐπεζευγμέναι	—— l. 16 • •	επεζευγμεναι
—— 111. l. 7 τὸ ὑπὸ τῆς	—— l. 36 • •	την υπο της
—— l. 8 τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου.	—— l. 38 • •	deſunt
—— l. 12 πρὸς ἀλλήλας	—— l. 45 • •	προς αλληλας

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 112. l. 2 τῷ Ο κύκλῳ,	Pag. 24. l. 7 * *	deeſt Ο
—— l. 7 ἄγει	—— l. 10 * *	ἄξει, et ſic paullo infra.
—— l. 15 ὀρθὴν γωνίαν	—— 9. l. 9 * *	ορθην γωνιαν
—— l. 16 ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΗΛΞ τρίγωνον τῷ ΓΚΛ τριγώνῳ.	—— l. 10 ἰσογώνιον γάρ &c.	ισογωνιον ΓΧ (qui nexus adhiberi ſolet in Codice pro verbo γίνεται) το ΗΛΞ τριγωνον. και
—— l. 23 περιγεγραμμένον	—— l. 14 * *	εγγεγραμμενον
—— l. 40 ἄρα	—— l. 24 * *	deeſt
—— l. 41 ἐκ κέντρου	—— l. 25 * *	εκ του κεντρου
	Cap. XXXI.	
—— l. 47 Ἔστω γάρ	—— 24. l. 13 * *	ες γαρ
	—— 25. l. 1 Prior linea paginæ 25 in editione redundat.	
	Cap. XXXII.	
—— 114. l. 6 βάσιν	—— l. 6 * *	του βασιν
—— l. 17 ἐλάσσονα λόγον ἐλάσσονα,	—— l. 12 * *	deeſt ſecundum ἐλάσσονα
—— l. 49 τοῦ Κ πρὸς Ι.	—— l. 22 τῷ Κ πρὸς Ι	του Κ προς Ι
—— 115. l. 30 πρὸς τὸν Ι. Ἡ δὲ Κ	—— 26. l. 2 * *	deſunt
—— l. 47 Ποιεῖτι	—— 9. l. 30 ποιεῖ	ποιει
—— l. 49 τῆς ΓΚ,	—— l. 32 * *	της ΓΚ
—— 116. l. 2 ἴση ἡ Θ. Ἔσονται δὲ αἱ Η, Θ	—— l. 34 ἴση ἡ Θ. ἔσονται δὴ αἱ Θ, Ι, Η	ιση η ΗΘ. εσονται δη αι ΘΗ
—— l. 11 μείζων τῆς Η·	—— l. 40 μείζων τὸ Η.	μειζων της Η.
	Cap. XXXIII.	
—— 117. l. 15 Δυνατὸν ἄν,	—— 26. l. 50 * *	deeſt ἄν
—— —ib. ὁ Λ κύκλος	—— —ib. * *	deeſt Λ
—— l. 33 καὶ αἱ ἐκ	—— 27. l. 7 * *	deeſt αἱ
	Cap. XXXIV.	
—— 118. l. 8 πολύγωνον	—— l. 12 * *	τμημα πολυγωνον
	Cap. XXXV.	
—— l. 41 ἴση ἐστὶ	—— l. 32 * *	ιση εστι
—— l. 49 τοῦ ὑπὸ ΑΘ,	—— l. 38 * *	deeſt ὑπὸ
—— 119. l. 1 ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΘΑ.	—— l. 39 * *	deſunt omnia
—— l. 2 ἐπιφάνεια	—— —ib. * *	τη επιφανεια
—— l. 3 κέντρου τοῦ Μ.	—— l. 40 * *	κεντρου του ΑΜ
—— l. 10 λόγον ἔχουσι,	—— 10. l. 3 * *	εχουσι λογον
—— l. 15 Ἔστι γάρ	—— l. 6 * *	εσται γαρ
	Cap. XXXVI.	
—— l. 27 ἡμικύκλιον τὸ ΑΒΓ·	—— 27. l. 46 ἡμικύκλιον τὸ ΑΒΓ &c. In Schemate editionis, quod pertinet ad hoc Caput, error eſt, nam pro littera Β exhibet litteram Δ.	
—— l. 30 μείζονος τῆς ΒΕ,	—— l. 47 * *	μειζονος της ΒΑ
—— l. 44 σχήματι	—— l. 51 * *	τμηματι
—— 120. l. 8 ἴσον ἐστί	—— 28. l. 10 * *	ιση εστι
—— l. 21 βάσεις ἴσας	—— l. 23 * *	βασεις ισας
—— l. 35 τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι	—— l. 30 * *	του βασιν μεν εχοντος
	Cap. XXXVII.	
—— 121. l. 13 περιγεγραφθὲν	—— 29. l. 3 * *	περιγραφεν
—— l. 26 κύκλος ἐστί.	—— l. 8 * *	deeſt ἐστί
—— l. 33 μείζων ἐστὶ ἡ ἐπιφάνεια	—— l. 11 * *	μειζων γι. (quem nexum Codex adhibere ſolet pro voce γίνεται) επιφανεια
—— l. 39 δὲ καὶ	—— 10. l. 9 * *	deeſt καὶ
—— l. 40 ἀπὸ τοῦ Δ	—— l. 9 * *	απο του ΔΚ
—— l. 44 μείζων ἐστὶ ἡ	—— l. 12 * *	μειζων γινεται η
—— l. 46 κύλινδρον	—— l. 13 * *	κυλινδρου κωνον
—— —ib. αἰσθάνεται,	—— —ib. αἰσθάνεται	αισθανεται
—— —ib. ὃ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου	—— —ib. οὕτως ἡ ἐκ τοῦ	ου εκ του
—— l. 47 ἔχει τῆς	—— —ib. * *	εστι της
—— 122. l. 3 ὃ ἡ ἐκ τοῦ	—— l. 15 οὕτως ἡ ἐκ τοῦ	ου η εκ του
—— l. 14 καὶ τὸ ἔτι ἡμισείας	—— 29. l. 16 * *	και ετι της ημισειας
	Cap. XXXVIII.	
—— l. 38 τὰς γωνίας	—— l. 24 * *	deſunt
—— 123. l. 5 Ἐὰν	—— l. 38 * *	εαν γαρ
—— l. 9 Ἴσον ἄρα	—— l. 42 * *	deeſt ἄρα
—— l. 25 τὸ ὑπὸ ΓΔ, ΔΞ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΓΔ, ΔΞ.	—— 10. l. 24 * *	το υπο ΓΔ, ΔΗ. το δε υπο ΓΔ, ΔΗ
	Cap. XXXIX.	
—— 124. l. 46 πρὸς τὴν ΑΑ·	—— 30. l. 35 * *	deeſt τὴν
—— 125. l. 10 ὅτως ἡ ΑΑ	—— l. 41 ὡς ἡ ΑΑ	ου η ΑΔ
—— l. 12 ὅτως ἡ ἐκ τοῦ	—— l. 42 ὃ ἡ ἐκ τοῦ	ϖ (quo nexu Codex utitur fere ſemper ad indicandam vocem οὕτως, vel οὕτω) η εκ του. et ſic habetur infra ad lineam 44. editionis, ubi dicitur ὃ τὸ ὕψος.
—— l. 17 Ὅμοιον ἄρα εἶδος	—— l. 45 ὅμοιον εἶδος	ομοιοι αρα εισι
—— l. 27 ἐστὶν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ, ἡ ΕΚ πρὸς ΑΑ. Ὡς δὲ	—— 10. l. 29 ἐστὶν ὡς ἡ ΕΚ πρὸς ΑΑ. ὡς δὲ	εστιν ως η ΕΔ προς ΔΑ. η ΕΚ προς ΑΑ. ως δε
—— l. 45 ἐλάσσονος,	—— l. 39 * *	ελαττονος

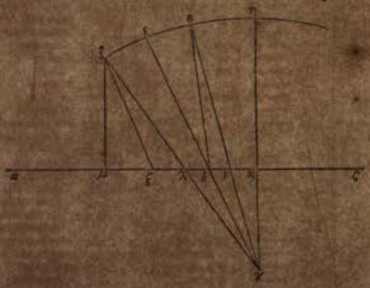
Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 126. l. 5 ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ,	Pag. 10. l. 43 ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΔΑ	ως η ΕΔ προς ΔΑ
—— l. 6 ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν, τουτέστιν ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς διαστάσεως	—— l. 44 ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς διαστάσεως	η απο του κεντρου επι της αφης επιζευχθεισα τουτεστιν η εκ του κεντρου της διαστασεως
	Cap. XL.	
—— l. 24 Δεῦ δεῖξαι	—— 31. l. 1 δέδεικται	δεδειξαι
—— l. 28 ἐπὶ τῷ	—— l. 3 • •	επι τω
—— l. 41 πρὸς τὸν κύκλον.	—— l. 10 • •	προς τον Ζ κυκλον
—— 127. l. 19 πρὸ τούτου,	—— 10. l. 50 • •	περι τουτου
	Cap. XLI.	
—— l. 28 Ἐὰν	—— 31. l. 27 • •	και εαν
	Cap. XLII.	
—— 128. l. 26 ἴσους ἡ τῶ	—— 32. l. 1 ἴσας ἡ τοῦ	ισας η του
—— 129. l. 2 Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον	—— l. 15 • •	η το περιγεγραμμενον
—— l. 3 διάστασιν λόγον ἔχει, ἢ ἡ τρίτη τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον.	—— l. 16 • •	deſunt hæc omnia
—— l. 19 τομέως	—— l. 25 • •	τομεως
—— 130. l. 1 διάστασιν λόγον ἔχει,	—— 11. l. 9 • •	deſunt
		In fine libri legitur; Αρχιμηδους περι σφαιρας και κυλινδρου α'.
	Αρχιμηδους περι σφαιρας και κυλινδρου βιβλιον β'.	deeſt βιβλιον
—— 131. l. 1 ἀπέστειλας	—— 33. l. 1 • •	επεστειλας
—— l. 9 τμήματος	—— l. 5 • •	deeſt
—— l. 22 διὰ τούτων	—— l. 12 διὰ τὸ τῶν	δι' αυτου των
	Cap. I.	
—— 132. l. 16 ὁ κυλίνδρου ἡμιόλιος	—— l. 20 • •	ο κυλινδρου ημιολιος
—— l. 42 τῶν ΗΘ,	—— l. 39 • •	των της ΗΘ
—— 133. l. 5 ὅτι τῶν ΗΘ	—— l. 43 • •	deeſt οτι
—— l. 20 τουτέστιν ἡ Β,	—— 34. l. 4 • •	τουτεστιν η ΗΒ
—— l. 25 Φανερὸν δὲ	—— 11. l. 17 • •	Φανερον δη
—— l. 27 ἐστιν ἴσας,	—— l. 19 • •	εις ισους
—— l. 29 σφαίρων	—— l. 20 σφαίρων	σφαιρων
—— l. 37 ἡμιόλιος ἔσται τοῦ	—— l. 25 ἡμιόλιος διὰ τοῦ	ημιολιος εσται του
—— l. 43 τῷ ΑΓ.	—— l. 30 • •	του ΑΓ κωνου.
—— 134. l. 1 ὃ δεῖν	—— l. 40 • •	ου δε ω
—— l. 12 τῆς ΖΗ.	—— 12. l. 1 • •	τη ΖΗ
—— l. 16 περιγεγράφθω.	—— l. 3 • •	γεγραφθω
—— l. 39 Εἰ δὲ δεῖ	—— l. 25 εἰ δεῖ	ει δε δεοι
—— 135. l. 4 ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ β'.		
—— l. 8 ὑπ' αὐτῶ	—— l. 47 • •	υπ' αυτου
—— l. 10 ἐντετύχηκαμεν,	—— l. 48 • •	εντετυχηκαμεν
—— l. 11 γράφειν.	—— l. 49 • •	γραφ (qui nexus in Codice modo ει, modo ειν ſignificat, ita ut legi poſſit γραφειν, et γραφει)
—— l. 13 περὶ τὸ	—— l. 50 • •	περι το
—— l. 15 χρῶνται	—— l. 51 • •	χρηται
—— l. 17 ἔοικεν	—— 13. l. 2 • •	εοικε
—— l. 20 ΩΣ ΠΛΑΤΩΝ.		
—— l. 36 Τούτων ἐν	—— l. 11 • •	των εν
—— l. 40 ὃ τὸ μὲν	—— l. 14 • •	deeſt το
—— l. 49 γινομένων	—— l. 21 • •	γενομενων
—— 136. l. 1 ΩΣ ΗΡΩΝ		
—— l. 15 τὰς ΕΗ, ΕΖ.	—— 14. l. 8 • •	τα ΕΗ ΕΖ.
—— l. 19 Δίχα δὲ	—— l. 12 • •	deeſt δε. E regione autem iſtorum verborum in margine Codicis ab eadem antiqua manu adſcriptum legitur: ϡ ιβ'. του α'. των Ευκλειδου.
—— l. 20 τέμνεται	—— l. 14 • •	τεμνεται
—— l. 22 Κοινὸν προσκείσθω	—— l. 17 • •	Et hic in margine legitur: ϡ γ'. του β'. των ευκλειδου.
—— l. 26 Τὰ ἄρα ὑπὸ	—— l. 19 • •	Iterum in margine: ϡ μη'. του α'. των ευκλειδου.
—— l. 32 ὡς ΖΔ πρὸς	—— l. 22 • •	ως η ΖΔ προς
—— l. 35 Τριγώνου γὰρ	—— l. 23 • •	heic quoque in margine: ϡ β'. του ς'. των ευκλειδου.
—— l. 40 ΩΣ ΦΙΛΩΝ Ο ΒΥΖΑΝΤΙΟΣ.		
—— 137. l. 22 Τριγώνου	—— l. 49 τριγώνου	τριγωνου
—— l. 25 ἡ ΔΑ πρὸς ΑΒ·	—— l. 50 • •	και η ΔΑ προς ΑΒ
—— l. 28 τὸ ὑπὸ Ἥρωνος κατασκευῇ.	—— 15. l. 1 τῇ ὑπὸ ἥρωνος κατασκευῆς.	τη υπο ηρωνος. το γαρ ΒΘ παραλληλογραμμον το αυτο εστι τω δειχθεντι επι της ηρωνος κατασκευης
—— l. 39 Πάλιν γὰρ	—— l. 7 • •	παλιν
—— l. 42 πρὸς τὰ Δ, Ζ.	—— l. 8 • •	προς τα ΚΖ.
—— l. 41 ΩΣ ΑΠΟΛΛΩΝΙΟΣ.		
—— l. 44 Καὶ κέντρῳ	—— l. 11 κέντρῳ	και κεντρω
—— l. 45 περιφέρεια	—— ib. • •	περιφερειαν
—— 138. l. 17 ΩΣ ΔΙΟΚΛΗΣ ΕΝ ΤΩ ΠΕΡΙ ΠΥΡΙΩΝ.		
—— l. 28 διὰ τὸν ΑΒ τῷ ΑΖ	—— l. 37 • •	δια το την ΑΒ τη ΑΖ

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 138. l. 41 ἴσαι ΜΒ,	Pag. 15. l. 49 * *	ισαι αι ΜΒ
——— l. 47 ἐπὶ τεταγμένην	——— 16. l. 2 * *	αποτεταγμενων
——— l. 48 ἐκ τῶν ὁμοίως	——— – ib. ὁμοίως	ομοιων
——— l. 50 ὡς ἐπὶ	——— l. 3 * *	deeſt ὡς
——— l. 51 παραλλήλων	——— l. 4 * *	παραλληλος
——— l. 53 ἔσονται ἡ ἀχθεῖσα,	——— l. 6 ἢ ἡ ἀχθεῖσα	ισαι η αχθεισα
——— 139. l. 29 ΩΣ ΠΑΠΠΟΣ		
——— l. 33 πρότασιν ἐς τὰ ἀπὸ τῆς	——— l. 53 * *	προθεσιν και τα απο της
——— l. 35 ἐφοδευτῶν	——— l. 58 * *	των εφοδευσιν
——— l. 45 σημεῖον, τὸ δὲ	——— l. 46 * *	σημειον εστι το δε
——— 140. l. 6 Νικομήδου	——— 17. l. 6 νικομήδου	νικομηδου
——— l. 7 ἐπιζευχθεῖσα	——— – ib. * *	επιζευχθεισα
——— – ib. ἐπὶ τὸ Δ.	——— l. 7 ἐπὶ τὸ Α.	επι το Α.
——— l. 8 τῇ ΑΗ.	——— – ib. * *	deſunt.
——— l. 10 ἢ ἡ ΑΓ.	——— l. 8 * *	και η ΑΓ.
——— 141. l. 1 ΩΣ ΣΠΟΡΟΣ.		
——— l. 29 ἡ ΘΒ πρὸς ΓΒ.	——— 18. l. 3 * *	η ΘΓ προς ΓΒ.
——— l. 31 τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΒ	——— l. 4 * *	τουτεστι το απο ΑΘ
——— – ib. ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ	——— – ib. * *	αρα το απο ΑΘ
——— l. 36 ἡ δὲ ΘΒ πρὸς ΒΓ διπλασίονα	——— l. 7 ἡ δὲ ΘΒ διπλασίονα	η δε ΘΒ προς ΒΓ διπλασιονα
——— l. 41 εἰρημένη.	——— l. 9 γραμμῇ.	γεγραμμενη
——— l. 42 ΩΣ ΜΕΝΑΙΧΜΟΣ.		
——— l. 43 αἱ Δ, Ε.	——— l. 11 * *	αι ΑΕ
——— – ib. τῶν Δ, Ε	——— – ib. * *	των ΑΕ
——— l. 45 ἡ ΑΗ περιγεγραμμένη κατὰ τὸ Α· καὶ πρὸς τῷ Α	——— l. 12 ἡ ΑΗ περιγεγραμμένη κατὰ τὸ Α καὶ πρὸς τῷ Α	η ΔΕ περιγεγραμμενη κατα το Δ και προς τω Δ
——— l. 46 ἡ ΑΖ·	——— l. 13 ΑΖ	ΔΖ
——— l. 48 αἱ Δ, Β, Γ,	——— l. 14 * *	αι ΑΒΓ
——— – ib. τῶν Δ, Γ	——— – ib. * *	των ΑΓ
——— l. 51 ἄρα τὸ Θ,	——— l. 16 ἄρα τῆς Θ	αρα το Θ
——— 142. l. 3 Ἐπεὶ ἀπεδείχθη	——— l. 19 * *	εστιν υπερβολης
——— l. 20 ἴσον τῷ ὑπὸ Δ, Γ, ἔστιν ὡς	——— l. 32 ἴσον τῷ ὑπὸ ΔΓ, ἐστὶν ὡς	ισον εστι τω υπο ΔΑΖ εστιν ως
		Schema ad finem ſuperioris problematis in Codice appoſitum, quum aliquantum differat ab illo editionis, heic depictum exhibemus.



Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
——— l. 29 ΑΛΛΩΣ.		
——— l. 30 πρὸς ὀρθάς	——— l. 38 * *	αι προς ορθας
——— l. 34 ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ, οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ· τὸ ἄρα	——— l. 43 ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ. τὸ ἄρα	ως η ΓΒ προς ΔΒ η ΔΒ προς ΒΕ. τα αρα
——— l. 42 τῆς ΒΕ.	——— l. 48 * *	της ΒΕ
——— l. 47 τῆς ΔΖ·	——— 19. l. 1 * *	της ΕΖ
——— l. 50 Καὶ δοθέντα ἄρα τὰ	——— l. 2 καὶ δοθέντα τὰ	δοθεντα αρα τα
——— l. 53 ΒΔ, ΒΕ.	——— l. 4 * *	deſunt
——— 143. l. 3 Τέμνουσι δὲ ἀλλήλας	——— l. 6 * *	τεμνουσι δε αλληλας
——— l. 18 Η ΑΡΧΥΤΟΥ ΕΥΡΕΣΙΣ, ΩΣ ΕΥΔΗΜΟΣ ΙΣΤΟΡΕΙ		
——— l. 19 αἱ ΑΔ, Γ.	——— l. 18 * *	αι ΑΒΓ
——— l. 20 τῶν ΑΔ, Γ	——— – ib. * *	των ΑΒΓ
——— l. 28 τέμνει	——— l. 23 * *	τεμει
——— l. 34 τῇ ΑΠ εὐθείᾳ,	——— l. 26 * *	της ΑΠ ευθειας
——— l. 43 τὸ κινούμενον	——— l. 28 * *	τα μεν κινουμενα
——— 144. l. 6 ἔτι ἄρα	——— 20. l. 9 * *	αρα εστι.
		In Schemate ad hoc pertinente theorema Codex noſter exhibet lineam rectam a circulis ſejunctam, et litera γ deſignatam, quæ in editione deſideratur.
——— l. 14 ΩΣ ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΗΣ.		
——— l. 19 κύβον	——— l. 18 * *	καλον
——— l. 20 ἐν τάχει	——— l. 19 * *	εν ταχει
——— l. 27 πρῶτον	——— l. 23 * *	πρωτος
——— l. 32 τινά	——— l. 26 * *	τινας
——— – ib. αὐτόν.	——— l. 27 * *	deeſt
——— l. 33 ἐπιταχθέντας,	——— – ib. * *	deeſt

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 144. l. 34 διαπεφωνημένως	Pag. 20. l. 28 διημαρτημένως	διημαρτημενως corr. διαπεφωνημενως
—— l. 36 ἀνθέσιον	—— l. 29 * *	τον ανθεσιον
—— l. 41 ἐπιβραχύ τι τῶ	—— l. 32 * *	βραχυτετι των
—— l. 42 ὀργανικῆς	—— l. 33 * *	οργανικη λαβοις
—— l. 46 σχηματίζειν,	—— l. 36 * *	μετασχηματιζειν
—— l. 49 καθιστάναι,	—— l. 38 * *	καθισταθη
—— 145. l. 2 χρωνιδας,	—— l. 45 * *	χρωνιδας
—— l. 3 εἰ μάλλον	—— l. 47 εἰ μάλα	ει μαλλι
—— l. 25 πρὸς ΚΗ. Πάλιν	—— 21. l. 9 * *	προς ΖΗ. παλιν
—— l. 27 παραλλήλως, ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ	—— l. 11 * *	παραλληλως ἡ ΖΚ προς ΚΘ
—— l. 36 ἀποβάλλεται.	—— l. 16 ἀποδείκται	αποδεικνυται
—— l. 39 συνεχέστατα	—— l. 18 * *	συνεχεστατης
—— l. 50 ἔχοι	—— l. 25 * *	εχει
—— 146. l. 1 τὰ Α, Β, Γ, Δ	—— l. 28 τὰ Α, ΒΓ, Δ	τα ΑΒ ΓΔ
—— l. 17 διπλάσιον	—— 22. l. 1 * *	διπλασιον
—— l. 17 Φράζειν,	—— l. 2 * *	φραζεται
—— l. 29 Πτολεμαῖου	—— l. 13 πτολεμαΐς	πτολεμαιε
—— ib. συνεδίον	—— ib. συνη αν	συνεδιον
—— l. 33 ἀνθέμιον	—— l. 17 * *	καθ' εμε
—— l. 35 ΩΣ ΝΙΚΟΜΗΔΗΣ		
—— l. 36 Ἐν τῷ περὶ κογχοειδῶν γραμμῶν.		
—— l. 38 συγγράμματι,	—— l. 21 συγγράμματι	συγγραμματι
—— l. 39 ἀποπληρώσεται	—— l. 22 * *	αποπληρωσεις χρηται
—— l. 42 ἀπολλωνίου. Τῶν τούτου,	—— l. 24 ἄλλοις. τῶν τούτου	αλλοτε τουτοισιν
—— 147. l. 12 εἰς τὸ ἄξονα,	—— 23. l. 5 εἰς τὸν ἄξονα	εις το αξονα
—— l. 28 καθολικὸν	—— l. 8 * *	καθολικον
—— l. 33 κογχοειδῆ	—— l. 12 κογχοειδῆ	κογχοειδη
—— l. 41 τῆς ΑΒ,	—— l. 17 * *	της ΑΒ.
—— l. 44 τῆς ΘΝ	—— l. 19 * *	της ΘΗ
—— 148. l. 1 λοιπῶν	—— l. 20 * *	λοιπον
—— l. 3 τὰς Μ, Ν,	—— l. 21 * *	τας ΜΗ
—— ib. μείζων ἐστί	—— ib. μείζων ἐστί	μειζων εστιν
—— ib. πρὸς τῷ Θ.	—— ib. * *	προς τω Θ. Schema ad hanc demonſtrationem pertinens ita in Codice depictum eſt.



Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
—— l. 18 τῇ ΑΖ ὅπερ ἀδύνατον.	—— l. 30 τῇ ΑΖ ἀδύνατον	τη ΑΖ. οπερ αδυνατον
—— l. 26 διάγειν	—— 24. l. 4 * *	διαγαγειν
—— 149. l. 1 Συμβάλλει	—— l. 7 * *	συμβαλλει
—— l. 10 τῇ ΑΔ	—— l. 13 * *	τη ΑΔ
—— l. 13 ἴσον τῷ ΘΚ τῇ ΑΔ, ἡ τῇ ΓΖ.	—— l. 14 * *	ισον τον ΘΚ ΑΔΗ. τη ΓΖ
—— l. 15 κατὰ τὸ Μ.	—— l. 16 κατὰ τὸ ΜΓ,	κατα το Μ.
—— l. 16 ὡς ἡ ΓΑ	—— ib. ὡς ἡ ΦΑ	ως η ΓΑ
—— l. 34 τῆ ΑΔ.	—— 25. l. 12 * *	της ΑΒ.
—— l. 35 Ἀλλ' ὡς ἡ ΗΓ	—— l. 14 * *	αλλ' ως η ΜΓ
—— l. 37 Καὶ συνθέντι	—— l. 16 * *	και συνθεντι
—— l. 39 τῇ ΘΚ,	—— l. 18 τῇ ΘΗ,	τη ΘΚ.
—— l. 41 ἴσον τὸ ὑπὸ ΒΜΑ,	—— l. 21 * *	ισον τα υπο ΒΜ
—— l. 43 Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΜΑ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΔ, τῷ ὑπὸ ΒΚΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ.	—— l. 24 ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΜΑ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΔ, τὸ ὑπὸ ΒΓΚ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ	deſunt omnia.
—— l. 44 ὡς τὸ ἀπὸ ΑΔ ἴσον τῷ	—— ib. * *	ως το ΑΔ ισον τω
—— l. 48 αὐτοῖς	—— l. 26 * *	deeſt

Cap. II.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
—— 150. l. 15 κορυφὰς ἔχοντες	—— 34. l. 12 * *	κορυφας εχοντα
—— l. 19 τοιαῦτα	—— l. 14 * *	τοιαυτα
—— l. 22 βάσιν μὲν ἔχον	—— l. 15 * *	deeſt μεν
—— l. 25 Ἔστι δὲ	—— l. 17 * *	εστιν δε
—— l. 37 κύκλος πρὸς τὸν	—— l. 23 κύκλος πρὸς τὸν	κυκλος προς τον
—— 151. l. 8 ἴσος ἄρα ὁ Μ	—— l. 28 * *	ισος αρα εστιν ο Μ
—— l. 16 ἀφαιρεθέντος	—— l. 31 ἀφαιρεθέντος	αφαιρεθεντος

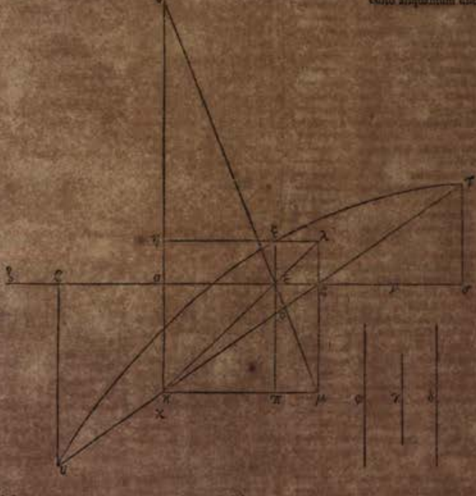
Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 151. l. 21 ὡς συναμφότερος,	Pag. 34. l. 34 * *	ὁ συναμφοτερος
—— l. 28 AB. Ὁ ἄρα N κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ	—— l. 37 * *	deſunt
—— l. 39 ὕψει τῷ N κώνῳ,	—— 35. l. 5 ὕψος τοῦ κώνου	υψος τω N κωνω
—— 152. l. 5 δείξομεν	—— l. 13 * *	deeſt
—— l. 10 τῆς σφαίρας.	—— l. 17 * *	deſunt
—— l. 22 Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΘ, ΘΚ, τῷ ὑπὸ τῶν ΔΚ,	—— l. 23 ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΘΚ, ΘΛ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΚ	ισον αρα το υπο ΔΚΘΛ τω υπο των ΔΘΚ
—— l. 24 Ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ.	—— l. 24 * *	deſunt omnia
—— l. 27 ἡ ΛΕ πρὸς ΕΓ.	—— l. 25 * *	η ΘΞ προς ΕΓ
—— 153. l. 29 πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ.	—— 25. l. 37 πρὸς τὸ ΒΕ.	προς το απο ΒΕ.
—— l. 41 λαμβανομένου	—— l. 45 * *	λαμβανομενου κωνου.
—— l. 45 τέμνει	—— l. 47 * *	τεμνει
—— 154. l. 6 Ὅτι δὲ οὖν	—— l. 51 * *	οτι δε και
—— l. 15 κυλίνδρῳ	—— 26. l. 4 * *	κυλινδρω
—— l. 16 Ὁ ἄρα κῶνος	—— l. 6 * *	ο αρα Ξ κωνος
—— l. 18 ὅσπερ ὁ	—— l. 8 οὗ περ ὁ	ωσπερ εστι ο
—— l. 21 τὴν ἐκ τοῦ κέντρου	—— l. 10 τὴν τοῦ κέντρου	την εκ του κεντρου
—— l. 23 Ὁ Ζ ἄρα	—— l. 11 * *	ο αρα Ζ
—— l. 32 ὁ ΒΘΖΑ	—— l. 17 * *	ο ΒΘΖΔ
—— l. 37 ἀλλήλοις	—— l. 20 * *	αλληλους
—— l. 45 τὸ ΒΑΖ τμῆμα σφαίρας	—— l. 27 * *	το ΑΒΓ τμημα της σφαιρας
—— 155. l. 19 ὡς τὸ ἀπὸ ΑΓ,	—— 27. l. 2 * *	ουτως το απο ΑΓ
—— l. 22 ὕψος τῆς ΘΔ	—— l. 4 * *	υψους της ΘΔ
—— ib. Ὡς δὲ ἡ ΑΞ	—— ib. * *	ως δε η ΔΞ
—— l. 23 πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ,	—— l. 5 * *	προς το απο ΔΕΓ
	Cap. III.	
—— l. 42 τῷ ΑΔ· τῷ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ	—— 36. l. 3 * *	deſunt omnia.
—— 156. l. 30 πρὸς ἀλλήλας	—— 27. l. 10 πρὸς ἀλλήλους	προς αλληλους
—— l. 39 οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ.	—— l. 15 * *	η ΒΔ προς ΔΑ
	Cap. IV.	
—— 157. l. 22 Καὶ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς	—— 36. l. 33 καὶ διὰ ταῦτα τοῖς	και δια ταυτα τοις
—— l. 31 οὕτως ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ.	—— l. 37 * *	ουτως η ΒΧ προς ΧΒ
—— 158. l. 5 οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ·	—— 37. l. 6 * *	ουτως η ΒΖ προς ΒΧ
—— l. 17 Λοιπὸς ἄρα	—— l. 12 * *	λοιπον αρα
—— l. 23 ἔχει	—— l. 15 οὐκ ἔχει	deeſt οὐκ
—— l. 45 τέμνει	—— l. 26 * *	τεμει
—— 159. l. 5 τῷ ἀπὸ ΑΚ·	—— l. 29 τῷ ὑπὸ ΑΚ	τω απο ΑΚ
—— l. 28 ὡς ἡ ΛΔ	—— 27. l. 22 * *	ως η ΔΛ
—— 160. l. 5 ἡγούμενα	—— l. 29 * *	τα ηγουμενα
—— l. 10 Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΡΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΑ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΚΑ	—— l. 32 οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΚ	αλλ' ως το απο απο ΡΑ προς το απο ΑΚ, ουτω το απο ΑΚ
—— l. 20 Ἐπεὶ γάρ	—— l. 37 * *	επει γαρ εστι
—— l. 31 λόγος ἐστὶ	—— l. 44 * *	λογος εσται
—— l. 38 Ὅτι μὲν	—— l. 48 * *	Titulus: Περὶ συνθέσεως λόγων, qui in editione apponitur in margine ad hunc locum, nullus eſt in Codice, ſed omnia conjunguntur.
—— l. 41 ἀθροισθέντες.	—— l. 50 ἀθροισθέντος,	αθροισθεντες τω..
—— l. 42 ἀναπληροῦται,	—— ib. ἀναπεπληροῦται	αναπληρουται
—— l. 44 ἀποδεικτικῶς,	—— 28. l. 2 ἀποδεικτικῶς	αποδεικτικως
—— l. 45 διατρίψαντας	—— l. 3 * *	ενδιατριψαντας
—— l. 55 τοῦ περὶ	—— l. 9 * *	deeſt τοῦ
—— 161. l. 13 οὐ ἡ μονὰς	—— l. 18 * *	εστω η μονας
—— l. 21 ὁ ἄρα Ε	—— l. 24 * *	ο αρα Γ
—— l. 22 τὸν Ζ ποιείτω. Λέγω ὅτι	—— ib. τὸν Ζ ποιείτω. λέγω ὅτι	τον Α ποιει. ο δε Β τον Ε πολλαπλασιασας τον Γ. ο δε Δ τον Ε πολλαπλασιασας τον Ζ ποιειτω. λεγω οτι
—— l. 23 τοῦ τοῦ Α	—— l. 25 * *	του Α
—— l. 25 Ὁ γὰρ Β τὸν Ζ	—— l. 27 * *	ο γαρ Β προς τον Ζ
—— l. 26 ποιείτω.	—— ib. ποιείτω	ποιειτω
—— l. 35 Καὶ ὡς ἄρα ὁ Η	—— l. 35 καὶ ὡς ἄρα Η	και ως αρα ο Η
—— l. 39 τοῦ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγῳ.	—— l. 38 * *	του Α προς τον Β λογω
—— l. 45 Λέγω ὅτι ὁ τοῦ	—— l. 43 λέγω ὁ τοῦ	λεγω οτι ο του
—— l. 49 ἐπὶ τὸν β',	—— l. 45 ἐπὶ τὸν Β	επι το Β
—— l. 57 πρὸς τὸν γ',	—— 29. l. 1 πρὸς τὸν γ'	deeſt πρὸς
—— 162. l. 7 καὶ τοῦ γ'	—— l. 5 καὶ τοῦ γ'	deeſt τοῦ
—— ib. διπλασιασθέντα ἄρτι.	—— ib. διπλασιασθέντα ἄρτι	διπλασιασθεντα αρτι
—— l. 12 ἐπὶ πάντων	—— l. 8 * *	επι παντων δε
—— l. 14 μεγέθους,	—— l. 9 * *	μεγεθους
—— l. 17 κείμενον,	—— l. 11 * *	κειμενοι ωσι
—— l. 18 Δύο γὰρ ὄντων	—— l. 12 * *	δυο γαρ εστω οντων
—— l. 27 ὡς ὁ Α	—— l. 19 * *	ον εχει ο Α
—— l. 33 πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ·	—— l. 24 * *	προς το απο ΒΧ
—— l. 40 οὕτω ἀλλήλων.	—— l. 28 * *	ουτως εστιν αλλη.
—— l. 43 ἡ ΚΡ πρὸς ΡΒ.	—— l. 30 * *	η ΚΒ προς ΡΒ
—— l. 45 ὥσπερ ἡ ΚΡ πρὸς ΒΡ·	—— l. 31 * *	ωσπερ η ΚΒ προς ΒΡ
—— l. 46 ἡ ΖΒ πρὸς ΒΡ.	—— l. 32 ἡ ΖΒ πρὸς ΖΡ	η ΖΒ προς ΒΡ
—— l. 47 Ἐὰν ἄρα	—— ib. * *	αναστρεψαντι. η ΡΑ προς ΑΧ ελαττονα λογον εχει ηπερ η ΒΖ προς ΖΡ, εαν αρα

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 163. l. 4 πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, ϗ τοῦ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ· ὁ αὐτὸς δὲ τῷ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΘ ἐςί, ϗ ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ, ϗ τοῦ τῆς ΖΧ πρὸς ΖΘ λόγου· καὶ ὁ συγκείμενος ἄρα	Pag. 29. l. 38 πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, καὶ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ. ὁ αὐτὸς δὲ τῷ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΘ ἐςί, καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τ' ΒΖ πρὸς ΖΧ, ϗ τοῦ τῆς ΖΧ πρὸς ΖΘ λόγου. καὶ ὁ συγκείμενος ἄρα	προς το απο ΔΚ και της ΒΖ προς ΖΚ. τω δε αυτω τω της ΒΖ προς ΖΘ ο αυτος εςι και ο συγκειμενος εκ τε της ΒΖ προς ΖΚ. και της ΧΖ προς ΖΘ. και ο συγκειμενος αρα.
— l. 7 τὸ ἀπὸ ΔΧ,	— l. 40 * *	το απο ΔΚ
— l. 8 πρὸς ΖΧ	— ib. * *	προς ΖΚ
— l. 9 τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ,	— l. 41 * *	της ΒΖ προς ΒΧ
— l. 12 Καὶ δὴ δυνάμει τὴν ΔΖ τεμεῖν δεῖ κατὰ	— l. 43 * *	και εςαι δυναμει της ΔΖ τεμειν δε κατα
— l. 28 ἐπιβάλλειν	— 30. l. 2 * *	επιβαλλειν
— l. 29 ἑτέραν	— l. 3 ἑκατέραν	ετεραν
— l. 32 μὴ ποτε	— l. 5 * *	μητε
— l. 34 προειλημμένα	— l. 6 προειλημμένα	αρα λελημμενα
— l. 38 ἔλεγον	— l. 9 * *	ελεγον μεν
— l. 41 γλώσσαν	— l. 11 γλώσσαν	γλωσσαν
— l. 42 ἐγγέγραπται	— l. 12 * *	εγγεγραπται
— l. 48 ἴσοις	— l. 15 * *	ισοισι
— l. 51 διωρισμένον.	— l. 17 διωρισμένον	διωρισμενα
— 164. l. 12 ὅτως ἡ ΓΗ	— l. 26 * *	ουτως το απο ΓΗ
— l. 25 οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΗΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΓΗ πρὸς ΗΜ,	— l. 40 οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΗΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ. ἀλλ' ὡς ἡ ΓΗ πρὸς ΗΜ	αλλ' ως το υπο ΓΗΖ προς το απο ΖΚ. αλλ' ως η ΓΗ προς ΗΜ
— l. 31 διὰ τοῦ Η	— l. 47 διὰ τοῦ Κ	δια του Η
— ib. δυνάμει	— l. 48 * *	deeſt
— l. 38 γραφῇ ὑπερβολῇ,	— 31. l. 2 * *	η γραφη υπο περβολη
— l. 47 δύο ἄρα	— l. 7 * *	deeſt αρα
— l. 48 ὥςτε τὸ ἀπὸ	— l. 8 * *	ωςτε το απο
— 165. l. 4 τῶν ὁμοίων	— l. 10 * *	των ομοιων
— l. 15 ἀναλύσεως	— l. 17 ἀναλύσεως	αναλυσεως
— l. 22 καὶ συμπιπτέτω τῇ ΓΕ	— l. 21 * *	deſunt
— l. 24 τὸ ΖΘ	— l. 22 * *	το ΖΒ
— l. 45 ὄντων	— l. 44 * *	deeſt
— 166. l. 1 παρὰ τὴν ΖΝ,	— l. 48 * *	παρα την ΖΗ
— l. 2 καὶ ἔςω ἡ ΜΞΖ.	— l. 49 * *	και εςω ως η ΜΞΞ
— l. 6 τοῦ δευτέρου βιβλίου	— 32. l. 1 * *	deſunt
— l. 10 ἡ ΒΞΚ,	— l. 4 ἡ ΒΚΞ	η ΒΚΞ
— l. 13 τὸ ΡΟ	— l. 5 * *	το ΡΘ
— l. 14 ἐπιζευχθῇ	— l. 6 * *	επιζευχθη ευθεια
— l. 20 τὸ Δ χωρίον,	— l. 9 * *	απο το Δ χωριον
— l. 25 Ὅτι	— l. 12 * *	οτι δε
— l. 27 ἐπὶ τῆς ΕΑ,	— l. 13 ἐπὶ τῆς ΒΑ	επι του ΒΑ
— ib. ἐν τῇ	— ib. ἐν τῆς	εν τη
— l. 37 πάντων ὁμοίως	— l. 29 * *	παντων των ομοιως
— l. 42 ἴσται	— l. 38 δέδειχται	δεδειχται
— 167. l. 9 περιβαλλεῖ,	— 33. l. 5 * *	περιβαλλει
— l. 15 Ἐφαψάσθω	— l. 7 * *	εφαψασθω
— l. 29 ἴσον ἄρα τὸ	— l. 12 ἴσον γάρ τὸ	ισον γαρ το
— l. 36 ΧΗΩ.	— l. 14 * *	ΧΝΩ.
— l. 39 ΧΗΩ,	— l. 16 * *	ΧΝΩ.
— l. 47 ἐπὶ τὴν ΕΑ	— l. 20 * *	επι την ΕΑ
— l. 49 συμβαλλέτω	— l. 22 * *	συμβαλλετω
— l. 53 ϗ τὸ ΑΗ·	— l. 24 * *	deeſt καὶ
— 168. l. 2 τῷ ὑπὸ Β, ΗΜ·	— l. 26 * *	τω υπο Β, ΗΩ
— l. 13 μεταξὺ τῶν Ε, Β λαμβανομένων. Πάντων ἄρα	— l. 32 μεταξὺ τῶν ΕΒ λαμβανομένων. πάντων ἄρα	μεταξυ των ΑΕ λαμβανομενων. ηλεγχθη δε και επι παντων των μεταξυ των ΕΒ παντων αρα
— l. 15 Ἐπιζεύχθω δὲ	— l. 34 * *	επιζευχθω δε
— l. 19 τοῦ ἀπὸ τῆς	— l. 37 * *	του απο εκ της
— 169. l. 6 εἶχον	— 34. l. 88 *	ειχον
— l. 7 Προκειμένων	— ib. προκειμένων	προκειμενων
— l. 14 προβάσεως	— l. 14 * *	προβασεως
— l. 18 ὑφ' ἡμῶν	— l. 17 * *	υφ' ημων
— l. 25 ϗ μείζονα	— l. 27 * *	και μειζονα
— l. 32 ὡς δεῖ	— l. 31 * *	ω δει
— l. 38 εἰδήμων	— l. 35 * *	ειδημων. ita enim videtur legi debere in noſtro Codice potius quam εἰδημῶν
— l. 41 συνέγραψα τὸ πρῶτον	— l. 37 συνέγραψα τὸ πρῶτον	συνεγραψαντα πρωτον
— l. 44 ἐφαπτομένας	— l. 40 ἐφαπτομένας	εφαπτομενα
— l. 46 ΩΣ ΔΙΟΝΥΣΟΔΩΡΟΣ.		
— 170. l. 11 ἐπὶ τὴν ΑΒ	— 35. l. 3 ἐπὶ τὴν ΑΑΒ	επι την ΑΒ
— ib. αἱ διὰ τῶν Η, Α	— ib. * *	και δια ΗΑ
— l. 14 ἡ ΑΒΚ,	— l. 4 * *	δε αι ΑΒΚ
— l. 22 ἐςὶν ἐςὶν,	— l. 6 * *	εςιν εςι.
— l. 32 τῷ ὑπὸ ΖΜ, ΑΗ,	— l. 9 τῷ ὑπὸ ΖΜΑΗ,	τω υπο ΑΜΑΗ
— l. 33 ἡ ΜΑ	— l. 10 * *	ουτως η ΜΑ
— l. 40 οὕτως ὁ κύκλος,	— l. 14 * *	ως ο κυκλος
— l. 41 ἐςὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ	— l. 15 ἐςὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον οὗ ἡ ἐκ τοῦ	εςι τη ΑΜ. και ως προς τον κυκλον ου η εκ του
— l. 42 Καὶ ὡς ἄρα ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΒΜ,	— ib. καὶ ὡς ὁ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐςὶ τῇ ΒΜ.	deſunt hæc omnia.
— l. 47 ἐςὶ τῇ ΒΜ,	— l. 18 * *	εςι τη ΑΜ
— 171. l. 4 ἄρα ὁ βάσιν	— l. 23 ἡ ἄρα βάσιν	αρα η βασιν
— l. 12 τὸ Β,	— l. 28 * *	το Δ
— l. 29 ϗ ὅτως	— 36. l. 9 * *	deeſt καὶ

5 H

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 171. l. 39 ΩΣ ΔΙΟΚΛΗΣ		
—— l. 40 Ἐν τῷ περὶ Πυρίων.		
—— l. 42 ἀπεδείξαμεν,	Pag. 36. l. 17 ἀπεδείξαμεν	απεδειξα
—— l. 44 τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι,	—— l. 18 . .	αυτο την τω τμηματι
—— l. 51 τὰς ΕΑ, ΑΖ	—— l. 22 . .	τας ΣΖ ΖΑ
—172. l. 1 πρὸς ΖΑ,	—— l. 23 . .	προς ΖΔ
—— l. 15 ἡ βάσις	—— l. 28 . .	εν βασει εστι
—— l. 17 Καὶ γὰρ τοῦτο	—— l. 29 . .	και γαρ και τουτο
—— l. 18 ἐπὶ τῷ ἴσον	—— – ib. . .	επ' ισον
—— l. 21 πρὸς τὴν ΖΒ·	—— l. 31 . .	προς την ΖΒ
—— l. 29 ἀχθεῖσαι	—— l. 36 . .	αχθεισαι ευθειαι
—— l. 40 αἱ ΘΑΚ,	—— 37. l. 5 . .	αι ΘΑΖ
—— l. 41 καὶ ἐπιζευχθεῖσαι	—— l. 6 . .	deeſt και
—— l. 42 ἐκβεβλήσθωσαν	—— – ib. . .	εκβεβλησθωσαν
—— l. 43 διὰ τοῦ Α	—— l. 7 . .	και δια του Α
—— l. 48 ἡ ΖΑ τῇ ΘΑ.	—— l. 9 . .	η ΖΑ προς ΘΑ
—— l. 49 πρὸς	—— l. 10 πρὸ	προς
—— l. 52 τὸ ΑΒΕ,	—— l. 12 . .	της ΘΑΕ
—— l. 53 τὸ ΘΑΕ	—— – ib. . .	της ΑΒΕ
—173. l. 14 ἴση ἡ ΕΘ·	—— l. 51 . .	ιση η ΣΘ
—— l. 18 κατὰ Τ, Υ.	—— l. 52 . .	κατα τα ΤΥ
—— l. 19 ἀλλήλων	—— – ib. . .	αλληλαις
—— l. 22 αἱ ΣΤ, ΡΥ	—— l. 34 . .	αι ΣΡ ΤΥ
—— l. 26 ἡ ΣΒ πρὸς ΒΕ·	—— l. 37 . .	η ΕΒ προς ΒΣ
—— l. 29 οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ.	—— l. 38 οὕτως ἡ ΣΥ πρὸς ΕΡ	ουτως η ΣΕ προς ΕΡ
—— – ib. πρὸς ΟΥ, οὕτως	—— l. 39 . .	προς ΟΥΣ ουτως η ΣΣ προς ΕΡ, ουτως
—174. l. 4 ἀλλήλους.	—— 38. l. 2 . .	αλληλους
—— l. 5 τῷ ΝΜ	—— l. 3 . .	τω ΗΜ
—— l. 9 ἀλλήλαις.	—— l. 5 . .	αλληλαις
—— l. 15 πρὸς ΒΕ.	—— l. 8 . .	προς ΑΕ

Heic quoque Schema, uti jacet in Codice, duximus depingendum, quum ab edito aliquantum diſcrepet.



Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
—— l. 16 ἐπὶ τῷ	—— l. 10 τῆς ἐπὶ	επι τω
—— l. 26 παρὰ τὴν Φ	—— l. 16 παρὰ τὴν Φ	παρα την Φ
—— l. 28 ἀσυμπτώτους τὰς ΑΚ, ΚΜ,	—— l. 17 ἀσυμπτώτους τὰς ΑΚ, ΚΜ	ασυμπτωτους τας ΑΒ ΚΜ
—— l. 32 αἱ ΚΛ, ΜΒ	—— l. 19 . .	αι ΚΜ, ΜΒ
—— l. 46 Καὶ δ' ἴσον	—— l. 28 . .	και δ' ισον
—— l. 48 τὸ ἀπὸ ΟΥ,	—— l. 29 . .	το απο ΟΡ
—— l. 52 ἴσον	—— l. 31 . .	ισος
—175. l. 2 τὸ ἀπὸ ΞΟ,	—— l. 33 . .	το απο ΞΘ
—— l. 3 τὰ ἥμισυ	—— – ib. . .	τα ημισυ
—— l. 4 ἴσα γὰρ ἡ ΞΟ	—— l. 34 ἴσα δὲ ἡ ΞΟ	deſunt
—— l. 6 ὡς συναμφότερος	—— l. 35 . .	ως η συναμφοτερος η
—— l. 15 ὁ Γ πρὸς τὸν Δ,	—— l. 40 ὁ Γ πρὸς Δ	ο Γ προς τον Δ
—— l. 18 ὡς τὸ ἐπὶ	—— l. 41 . .	ως τα απο
—— l. 19 Καὶ ὡς ἄρα	—— l. 42 . .	deeſt ἄρα
—176. l. 27 τὰ παρὰ τὴν ΞΗ	—— 39. l. 34 τὰ παρὰ τὴν ΞΗ	τα παρα την Η
—— l. 47 οὕτως	—— 40. l. 11 . .	deeſt
—— l. 48 ὡς ἡ ΚΔ	—— – ib. . .	ως η ΚΑ
—— l. 49 ὡς ἡ ΚΒ	—— l. 12 . .	ως η ΚΑΒ

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 176. l. 51 ἴσοις τῷ Ζ	Pag. 40. l. 13 • •	ισος τω Β
—— l. 52 ἴσοις τῷ Θ·	—— — ib. • •	ισοις τω ΘΔ
— 177. l. 2 μεγεθῶν	—— l. 18 μεγεθῶν	των μεγεθων
—— l. 12 ὡς ΡΔ	—— l. 23 • •	ως η ΡΔ
	Cap. V.	
—— l. 33 καὶ ὡς	— 38. l. 10 • •	ως δε
—— l. 42 Ἔτι δὲ	—— l. 12 • •	εσται δε
— 178. l. 9 λόγον ἄρα καὶ τὸς	—— l. 20 λόγος ἄρα καὶ τὰς	λογον αρα και τας
—— l. 14 Ἔστιν ἄρα	—— l. 22 • •	εσται αρα
—— l. 43 Ἔτι δὲ	— 39. l. 10 • •	εσται δε
—— l. 47 ἡ ΡΞ, ΞΥ πρὸς τὸν ΞΥ,	—— l. 12 ἡ ΡΞΥ πρὸς τὸν ΞΥ	η ΡΞ ΞΥ προς τον ΞΥ
— 179. l. 1 Ἴσον ἄρα ΨΘΚ	—— l. 13 • •	ισος αρα ο ΨΘΚ
—— l. 28 οὕτως	— 40. l. 30 • •	deeſt
—— l. 33 πρὸς ΦΟ,	—— l. 31 • •	deſunt
—— l. 54 ἴσον τῷ ὑπὸ	— 41. l. 5 • •	ισον τω υπο
— 180. l. 5 ὡς συναμφοτέρω	—— l. 8 • •	ο συναμφοτερω
—— l. 6 Καὶ δοθεῖσα ἡ ΦΗ. Δοθεῖσα ἄρα	—— l. 9 καὶ δέδοται ἄρα	και δεδοται η ΦΗ. δεδοται αρα
—— l. 11 ἐστὶ	—— l. 12 • •	εσται
—— l. 29 ἐναλλὰξ ἡ ΨΥ	—— l. 23 • •	εναλλαξ ως η ΨΥ
—— l. 32 αἱ βάσεις τοῖς	—— l. 24 • •	deſunt αἱ βάσεις
—— l. 33 ἀλλήλαις,	—— — ib. ἀλλήλαις	αλληλαις
—— l. 41 ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ γ'.		
—— l. 42 εἴσιν αἱ ΑΒ, ΘΚ,	—— l. 30 • •	εισιν αι ΑΘ, ΘΚ
	Cap. VI.	
— 181. l. 3 ἡ ἔσται ἐπὶ	— 39. l. 21 • •	ο εσται επι
—— l. 8 ὡς ἡ	—— l. 24 οὕτως δὲ	ως δε
—— l. 23 ὡς ἡ ἐκ	—— l. 31 οὕτως ἡ ἐκ	ως η εκ
—— l. 27 τμημάτων	—— l. 33 • •	των τμηματων
—— l. 31 οὕτως ἡ ΘΒ πρὸς ΒΠ.	—— l. 35 • •	ουτως η ΘΒ προς ΘΠ
—— l. 36 δοθείς.	—— l. 37 • •	deeſt
— 182. l. 18 κύκλου οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ	— 40. l. 10 • •	deſunt omnia.
—— l. 24 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ τμήματος	—— l. 14 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ τμήματος,	deſunt omnia.
—— l. 31 ὑψηλὰ ἐστι	— 41. l. 38 • •	ομοια εστιν
—— l. 32 πρὸς τοὺς Β, Δ	—— — ib. • •	προς τους ΒΔΓ
—— l. 33 ἐστι	—— l. 39 • •	deeſt
—— l. 34 ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΘΓ, οὕτως ἡ ΑΝ πρὸς ΜΝ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΓ πρὸς ΘΠ, ἡ ΜΝ πρὸς ΝΡ, δι᾽	—— l. 40 • •	ως η ΘΒ προς ΘΠ. ουτως η ΑΗ προς ΗΡ. δια
—— l. 37 ἡ ΑΝ πρὸς ΝΡ.	—— l. 41 • •	η ΗΑΝ προς ΗΡ
—— l. 46 ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ ζ'.		
—— l. 49 αἱ ΓΠ, ΜΡ·	—— l. 49 • •	αι ΓΠ ΜΡ
— 183. l. 6 πρὸς ΠΓ, οὕτως ἡ ΑΡ, πρὸς ΡΜ· καὶ	— 42. l. 4 πρὸς ΠΑΡ, πρὸς ΡΜ. καὶ	προς ΠΓ, η ΑΡ προς ΡΜ. και
—— l. 8 ἄρα πρὸς	—— l. 5 • •	αρα ως προς
	Cap. VII.	
—— l. 18 τομαῖς	— 40. l. 18 τομαῖς	τομαις
—— l. 20 ἔχειν	—— — ib. • •	εχει
—— l. 36 ὡς	—— l. 26 • •	δυο
— 184. l. 3 τὸ ΑΒΓ	— 41. l. 1 • •	το απο ΑΒΓ
—— l. 14 τῷ ΑΒΓ	—— l. 8 • •	deſunt
—— l. 20 συναμφότερος	— 42. l. 8 • •	συναμφοτερου
—— l. 21 δοθεῖσιν μεγέθεσι	—— l. 9 μέγεθος	δεδομενον μεγεθος
—— l. 41 ΕΔ, ΔΖ	—— l. 22 ἡ ΔΒ τῆς ΔΖ	η ΔΒ της ΑΒ
—— l. 42 ἡ ΕΔ ἄρα μείζονα λόγον ἔχει πρὸς ΔΖ	—— l. 23 ἡ ΕΔ ἄρα μείζονα λόγον ἔχει πρὸς ΘΖ.	η ΕΔ αρα προς ΔΖ μειζονα λογον εχει
	Cap. VIII.	
—— l. 49 τὸ ἔλασσον,	— 41. l. 12 • •	deeſt ελασσον
— 185. l. 5 πρὸς τὸ ΑΔΓ,	—— l. 16 • •	προς τον ΑΔΓ
—— l. 17 πρὸς τὸ ἀπὸ	—— l. 22 • •	deeſt ἀπὸ
— 186. l. 25 τοῦ ὑπὸ τῶν	— 42. l. 4 τοῦ ὑπὸ τοῦ ΘΒΚ	των απο του ΘΒΚ
—— l. 27 τὸ ἀπὸ ΒΔ	—— l. 9 • •	το απο ΒΑ
— 187. l. 3 ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΒΓ,	—— l. 18 • •	η εκ του κεντρου προς ΗΒΓ
—— l. 22 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ·	—— l. 31 • •	προς την ΘΓ
—— l. 23 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ,	—— l. 32 • •	προς το απο ΗΘ ΘΓ
—— l. 25 ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΘΑ,	—— l. 33 ἐπὶ ἐπὶ τὴν ΘΑ	εστι προς την ΘΑ
—— l. 26 ἐπὶ τὴν ΘΑ	—— — ib. • •	προς την ΘΑ
—— l. 29 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ,	—— l. 34 • •	deſunt
—— l. 30 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ.	—— — ib. • •	προς την ΘΗ
—— l. 32 ἐπὶ τὴν ΖΘ,	—— l. 35 • •	επι την ΑΖ
—— l. 41 πρὸς ἐπιφάνειαν	—— l. 38 • •	deſunt
—— l. 45 κῶνον	—— l. 40 κῶνον	κυκλος
— 188. l. 6 καὶ ἡ τῆς ΑΘ	—— l. 43 καὶ ὅταν ΑΘ	και ο ΑΘ (illo autem nexu Codex indicare ſolet της)
—— l. 20 Ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ·	—— l. 50 • •	deſunt omnia.
—— l. 22 ἄμα	—— l. 51 • •	μονας
—— l. 25 Δείξομεν ἄρα διὸ, ὅτι	— 43. l. 1 • •	δειξει αρα διοτι

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag.118. l. 27 ἀπὸ τ ΘΗ	—43. l. 2 ὑπὸ τῆς ΘΗ	απο της ΘΗ
—189. l. 12 ὅπως τὸ ἀπὸ ΒΔ	—42. l. 32 • •	ωπως το απο ΕΑ
—— l. 16 πρὸς ΔΖ.	—— l. 35 • •	προς Δ
—— l. 34 πρὸς τὸν ΔΖ,	—— l. 48 • •	deeſt τὸν
—— l. 38 Ἐλάττων	—— l. 49 • •	ελαττων
—— l. 44 οὕτως τὸν Β	—43. l. 4 • •	deeſt οὕτως
—— l. 45 ἔστω δὴ	—— l. 6 • •	εστω δη
—190. l. 2 ἀπὸ ΖΚ	—— l. 11 • •	απο ΖΗ
—— l. 5 τῇ ΕΔ,	—— l. 12 • •	τη ΕΔ
—— l. 6 τὸν ΒΖΔ τῷ ὑπὸ τ ΒΕΔ.	—— l. 13 • •	τον ΒΕΔ τω υπο των ΒΖΔ
—— l. 9 ἐφέρετο	—— l. 14 • •	αφερεται
—— l. 10 τεμῶν, ἴσον γίνεται τὸ ὑπὸ τ ἴσων. Ὡς τε εὐθεῖα	—— l. 15 τεμών, ἴσον γίνεται τὸ ὑπὸ τ ἴσων, ὡς τε εὐθεῖα	τεμων ισον γ† (quod aliis in noſtro Codice indicare ſolet γίν., et non γίνεται) τω υπο των ισων. ως τε η ευθεια
—— l. 20 ὑπὸ τ Α, ΖΕ.	—— l. 20 ὑπὸ τ ΑΖΕ	υπο των ΑΖ
—— l. 22 πρὸς τὸν ΖΕ ἐλάττονα	—— l. 21 • •	προς τον Ζ ελαττονα
—— l. 23 Καὶ ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β	—— l. 22 καὶ ὁ ΑΕ πρὸς τ Β	και ο Α αρα προς τον Β
—— l. 26 πρὸς ΒΚ,	—— l. 24 • •	προς ΘΚ
—— l. 32 ὡς ΘΒ	—— l. 28 • •	ως η ΘΒ
—— l. 33 πρὸς ΒΚ·	—— l. 29 • •	προς ΑΒ
—— l. 40 Τὸ δὲ ἀπὸ ΘΖ	—— l. 33 • •	το δε απο ΘΚ
—— l. 41 ἀνίσοις ταῖς ΘΖ, ΖΚ	—— l. 34 ἀνίσοις ταῖς ΘΖ, ΖΚ	ανισοις ταις ΘΖ ΖΕ
—— l. 44 διπλάσια. Τὸ ἄρα	—— l. 36 • •	διπλασια του αρα
—— l. 46 πρὸς ΒΕ,	—— l. 37 • •	προς ΒΚ. τουτεστιν η ΘΒ προς ΒΕ.
—191. l. 10 τοῦ τῆς ΑΒ	—— l. 44 • •	τω απο της ΑΒ
—— l. 17 Ἡ ἄρα ΒΖ πρὸς Δ ἡμιολίων	—— l. 49 ἡ ἄρα ΒΖ πρὸς Δ ἡμιολίων (reliqua deſiderantur in editione)	η αρα ΒΖ προς Δ ημιολιον λογον εχει τε ου εχει η Γ προς Δ. ως τε η ΑΒ προς Δ μειζονα η ημιολιον λογον εχει του της Γ προς Δ.
—— l. 20 ΛΕΜΜΑ		concordat
—— l. 36 τὸ ἄρα	—44. l. 9 ὁ ἄρα Ν	ο αρα Η
—— l. 40 τ Ο πεποίηκεν·	—— l. 10 • •	τον Β πεποιηκε
—— l. 44 λόγος ὁ αὐτὸς	—— l. 12 • •	deſunt ὁ αὐτὸς
—192. l. 2 Καὶ ὁ τῷ Κ	—— l. 17 • •	και ισος ο τω Κ
—— l. 3 ὁ αὐτὸς	—ib. • •	deeſt ὁ
—— l. 14 ὑπὸ ΑΒ	—— l. 23 • •	απο ΑΒΕ
—— l. 18 μεγεθῶν	—— l. 26 μεγεθῶν	μεγεθων
—— l. 19 τὸ μέσον,	—ib. • •	τι μεσον
—— l. 20 Ὁμοίως δὲ	—— l. 27 • •	ομοιως δη
—— l. 27 πρὸς τὸν κῶνον	—— l. 31 • •	deeſt τὸν
—— l. 35 τῆς σφαίρας,	—45. l. 1 • •	τη της σφαιρας
—193. l. 5 ὁ διπλάσιος	—— l. 13 διπλάσιον	διπλασιονα
—— l. 6 ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ	—— l. 14 ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ	οτι ο του απο ΑΒ επι
—— l. 13 τὸ ἀπὸ	—— l. 17 • •	deeſt ἀπὸ
—ib. πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ	—— l. 18 • •	προς το απο ΕΘ
—— l. 26 ὅτι μείζων	—— l. 25 • •	οτι μειζων εστιν
—— l. 32 Ὥστε τὸ	—— l. 28 ὡς δὲ	ως τε
—— l. 35 Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. Τὸ ἄρα	—— l. 30 • •	αλλ' ως το απο ΑΘ προς το απο ΓΘ επι την ΘΗ. προς το απο ΓΘ το αρα
—194. l. 7 τ ἡμιολίων	—— l. 38 • •	deeſt τὸν
—— l. 15 ΑΒ κύβου πρὸς τ ἀπὸ τ ΒΓ κύβον. Ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος πρὸς τ ἀπὸ τ	—— l. 42 ΑΒ πρὸς τ ἀπὸ τ ΒΓ κύβον, ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τ ΑΒ κύβος πρὸς τ ἀπὸ τ	deſunt hæc omnia.
—— l. 27 τὸ ἀπὸ ΓΘ	—— l. 49 τὸ ὑπὸ ἀπὸ ἐπὶ	το απο ΓΘ επι
—— l. 29 ὁ τοῦ ἀπὸ	—— l. 50 ὁ ἀπὸ ΑΘ	ο του απο ΑΘ
—— l. 31 ὁ αὐτός ἐστι τῷ	—46. l. 2 • •	ο αυτος γαρ τω
—195. l. 4 ὑπὸ ΒΘΓ. Ὁ δ	—— l. 12 • •	απο ΒΘΓ. ο δε
—— l. 9 τὸ ἀπὸ	—— l. 14 • •	deeſt ἀπὸ
—— l. 20 ἔλασσον	—— l. 21 • •	μειζον
—— l. 21 πρὸς τὸ ὑπὸ	—ib. • •	deeſt ὑπὸ
—— l. 48 ὁ ΚΛ, ΘΛ	—— l. 37 ὁ ΚΛΘΛ	ο ΚΘΛ
—196. l. 6 τῷ ΒΘ	—— l. 40 • •	τω ΒΘ
—— l. 14 πρὸς ΒΘ.	—— l. 45 • •	προς ΑΘ
—— l. 20 τὸ ἀπὸ ΓΘ	—— l. 49 • •	το υπο ΓΘΒ
—— l. 24 τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα	—— l. 50 τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ, ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα	ουτως το απο ΑΘ προς το υπο ΓΘ επι την ΘΖ μειζονα
—— l. 26 πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, τ ἀπὸ ΒΘ	—47. l. 2 • •	deſunt
—— l. 32 ΓΘ ἐπὶ τὴν	—— l. 5 • •	inter verba ΓΘ, et ἐπὶ inſerta ſunt ab eadem manu ea quæ ſequuntur: επι την ΘΗ προς το απο ΓΘ, et quidem in margine.
—— l. 38 ἐπὶ τὴν ΘΖ	—— l. 8 ἐπὶ ΘΖ	επι την ΘΖ
—— l. 41 ΑΒ κύβος	—— l. 11 • •	ΑΘ κυβος
—— l. 42 ΒΓ κύβου λόγος,	—ib. ΒΓ κύβου λόγος	ΒΓ κυβου λογος

Cap. IX.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
—197. l. 2 Τῶν ἐπὶ τῇ	—43. l. 7 • •	deeſt ἐπὶ
—— l. 17 ὡς τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαν. Λέγω ὅτι	—— l. 14 • •	deſunt omnia
—— l. 28 τὸ Σ σημεῖον,	—— l. 27 • •	το Γ σημειον
—198. l. 15 ὑπὸ τ ΑΚ, ΓΕ	—44. l. 2 • •	απο των ΑΕ
—— l. 19 ΜΚ, ΚΓ. Ὡς τε μείζων ἐστὶ τὸ ὑπὸ τ	—— l. 4 ΜΚΓ. ὥστε μείζων ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν	deſunt
—— l. 25 ΑΡ, πρὸς τὸ ἀπὸ	—— l. 7 • •	deſunt
—— l. 27 ἴσον ἐστὶ τῇ ΑΝ.	—— l. 8 • •	ισον εστι τη ΑΒ

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
		In fine Libri repetitur titulus hoc pacto: Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου β̄.
Pag. 199. l. 8 Ἔστω τῷ	Pag. 47. l. 22 * *	ἐστω και τῳ
—— l. 10 ἡμισφαιρίῳ.	—— l. 23 ἡμισφαιρίῳ	ημισφαιριῳ
—— l. 38 τοῦ ἀπὸ ΑΡ.	—— l. 40 * *	desunt
—— l. 39 τὸ ὑπὸ ΑΡΓ	—— l. 41 * *	deest ὑπὸ
—— l. 41 τοῦ ὑπὸ	—— l. 42 * *	τῳ μεν υπο
—— l. 42 μεῖζον γίνεται τὸ ὑπὸ	—— l. 43 * *	μειζον γαρ εστι το υπο
—— – ib. τοῦ ἀπὸ ΑΡ.	—— – ib. τοῦ ὑπὸ ΑΚΓ,	τῳ υπο ΚΓ
—— l. 44 ἴσον γίνεται	—— l. 44 * *	ισον γαρ εστι
—— 200. l. 4 ἴσον τῷ	—— l. 48 * *	ισον εστι τῳ
—— l. 15 τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ.	—— 48. l. 4 τῆς ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ	της ΑΒ προς το απο της ΓΚ
—— l. 17 γίνεται	—— l. 5 * *	γʹ /. quo nexu indicari solent verba γαρ εστι
—— l. 21 τὸ ΑΒΚ	—— l. 8 * *	το απο ΑΒΚ
—— l. 25 ἡ ΜΚ πρὸς ΑΡ.	—— l. 10 * *	η ΜΝ προς ΑΡΚ
—— l. 26 τὰ [illegible],	—— – ib. * *	τα [illegible]
—— l. 31 τῆς ΖΑ	—— l. 13 * *	τα ΖΑ
—— l. 32 τῇ ΑΖ·	—— l. 14 * *	τα ΑΖ
—— – ib. ἡ ΝΑ,	—— – ib. * *	η ΝΜΑ
—— l. 36 τὴν ΘΖ	—— l. 16 * *	την ΒΘΖ
—— l. 37 τὴν ΒΔ,	—— – ib. * *	την ΒΔ
—— l. 43 τῆς ΑΝ.	—— l. 20 * *	της ΑΝ
—— 201. l. 1 τὸ ΝΘΖ,	—— l. 23 * *	το ΝΘΞ
—— l. 4 τὴν ΑΒΔ	—— l. 25 * *	την ΕΖΘ
—— l. 5 Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου	—— l. 26 * *	
—— l. 8 Εὐτοκίου [illegible]	—— l. 30 * *	
	Ἀρχιμήδους κύκλου μέτρησις	Concordat titulus
	Cap. I.	
—— 203. l. 5 κύκλος, ὡς	—— 44. l. 17 * *	κυκλος τριγωνῳ τῳ Ε ως
—— l. 6 τριγώνῳ τῷ Ε.	—— l. 18 * *	desunt.
—— 204. l. 2 ἐλάσσων.	—— l. 24 * *	μειζων
—— l. 11 τοῦ ΡΑ ἴσα	—— l. 29 * *	της ΡΑ ιση
—— l. 15 τρίγωνον	—— l. 34 * *	deest
—— l. 16 Ἔστιν ἄρα	—— l. 35 * *	εστι αρα
—— l. 17 ὅτι τοῦ Ε ἐλάσσων.	—— l. 37 * *	του Ε εστιν ελασσων
—— l. 29 ἰσχύς	—— 49. l. 8 ἔχει	ισχυει
—— l. 38 ὅτι τοῦ	—— l. 13 ὅτι εἰ	οτι τουτ
—— l. 39 ἐπιμηκέστ.	—— l. 14 ἐπιμηκεστ	επιμηκες
—— 205. l. 1 ὅτι	—— l. 24 δὲ τι	δε τοι
—— l. 4 Ἀλλὰ, τῇ περιφερείᾳ	—— l. 26 * *	αλλα περιφερειαν
—— l. 8 τὸ μέγεθος	—— l. 28 * *	το μεγεθος
—— l. 12 ἴσον αὐτῷ.	—— l. 31 * *	ισον αυτῳ
—— l. 13 τρίγωνον τὸ	—— l. 32 * *	το τριγωνον το
	Cap. II.	
	Cap. III.	
—— 206. l. 4 τρίτου	—— 45. l. 16 * *	τριτα
—— l. 22 μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν	—— l. 24 * *	μειζω, η ον
—— l. 31 πλευρά ἐστι	—— l. 27 πλευρά ἐστι	desunt
—— l. 32 περιγεγραμμένου	—— l. 28 * *	εστι
	Cap. IV.	
—— 207. l. 18 τρίτου	—— 46. l. 7 * *	τριτα
—— l. 21 Τετράγωνον	—— l. 8 * *	deest
—— l. 23 ΗΓΒ ἄρα.	—— l. 10 * *	deest ἄρα
—— l. 25 ἄρα ἴσον	—— – ib. * *	desunt
—— l. 31 πρὸς τὴν [illegible]	—— l. 16 * *	προς ΞΝ
—— 208. l. 1 [illegible]	—— – ib. ΔΙΓ.	ΔΙ γ α
—— l. 2 ἐλάσσονα λόγον ἔχει,	—— – ib. * *	desunt
—— l. 15 [illegible] πρὸς [illegible]	—— l. 21 [illegible] πρὸς μείζω	[illegible] ΤΑ [illegible] προς ξ ΙΖ [illegible]
—— l. 18 [illegible]	—— l. 23 [illegible]	[illegible]
—— l. 20 [illegible]	—— l. 24 [illegible]	[illegible]
		In fine repetitur titulus, ut in principio.
—— l. 30 Ἀριθμοὶ μὲν	—— 49. l. 44 ἀριθμοὶ μὲν	αριθμοι μεν
—— – ib. πολλαπλασιαζόμενοι,	—— – ib. πολλαπλασιαζόμενοι	πολλαπλασιαζομενοι
—— l. 35 δυνάμενα	—— l. 46 δύναμιν	δυναμενα
—— l. 37 ἴδιον	—— l. 48 * *	ειδον
—— l. 39 τρίτα	—— 50. l. 1 * *	τριτα
—— l. 41 τὸ ἀπὸ ΕΖ ἢ ὑπὸ ΓΕΖ, τρίτον	—— l. 2 τὸ ΕΖ. καὶ ὑπὸ ΓΕΖ τρίτον	του ΕΖ [illegible] υπο ΓΕΖ τριτα
—— l. 44 πρὸς τὸ μέσον	—— l. 4 * *	deest προς
—— l. 45 τρίτον ἄρα ἐστὶ	—— l. 5 * *	τριτον αρα εστι
—— l. 48 ἐπὶ τὸ Μ.	—— l. 6 * *	επι το Γ
—— l. 49 πρὸς τὸ Μ	—— l. 7 πρὸς τὸ Μ	προς το Γ
—— 209. l. 11 τὸ ἀπὸ ΕΓ,	—— l. 13 τὸ ἀπὸ Ε	το απο ΕΓ

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 209. l. 18 col. 1 [illegible]	Pag. 50. l. 19 col. 1 • •	[illegible]
—— – ib. col. 2 [illegible]	—— – ib. col. 2 • •	[illegible]
—— – ib. col. 5 [illegible]	—— l. 20 — ib. • •	[illegible]
—— l. 19 col. 2 [illegible]	—— – ib. col. 3 • •	M
—— l. 21 — ib. M [illegible]	—— l. 21 col. 2 • •	M
—— l. 24 [illegible] ZE	—— l. 22 [illegible] ZE	[illegible] ZE
—— l. 28 πρὸς ΖΓ.	—— l. 24 πρὸς ΖΗ	πρὸς ΖΗ corr. πρὸς ΖΓ
—— l. 36 [illegible]	—— 51. l. 2 [illegible]	[illegible]
—— l. 40 [illegible]	—— l. 4 • •	deeſt [illegible]
—— l. 41 τοῦ φζα' [illegible]	—— l. 5 τοῦ φζα' ἴσου	τοῦ φζα', quæ quidem littera ultima [illegible] cum accentu videtur indicare ἴσου.
—— l. 42 Ἡ ἄρα ΕΗ	—— l. 6 • •	[illegible] ἄρα ΕΓ
—— l. 44 φζα'	—— – ib. φζα' ἴσου	φζα'
—— 210. l. 4 col. 1 M [illegible]	—— l. 11 col. 1 M [illegible]	M [illegible]
—— – ib. col. 2 [illegible]	—— – ib. col. 2 [illegible]	[illegible]
—— l. 5 — ib. [illegible]	—— l. 12 — ib. • •	[illegible]
—— l. 8 — ib. M [illegible]	—— l. 17 col. 1 • •	M [illegible]
—— l. 12 τῇ ΘΕ.	—— l. 18 • •	[illegible] ΘΕ
—— l. 13 πρὸς [illegible]	—— l. 19 ἴσου πρὸς	Η' πρὸς (ex quo apparet litteram illam Η' accipi ſine ullo dubio in Codice pro voce ἴσου)
—— l. 18 [illegible]	—— l. 21 [illegible]	[illegible]
—— l. 19 Μείζονα	—— l. 22 • •	μείζονα
—— – ib. [illegible]	—— – ib. [illegible]	deeſt
—— l. 23 [illegible]	—— l. 24 [illegible]	[illegible]
—— l. 25 [illegible]	—— l. 25 • •	[illegible]
—— l. 26 M [illegible]	—— l. 26 M [illegible]	M [illegible]
—— l. 29 [illegible]	—— l. 27 [illegible]	[illegible]
—— l. 33 col. 5 MMM [illegible]	—— l. 31 col. 3 MMM [illegible]	MMM [illegible]
—— l. 34 col. 1 [illegible]	—— l. 32 col. 1 • •	[illegible]
—— – ib. col. 2 [illegible]	—— – ib. col. 2 • •	[illegible]
—— – ib. col. 3 [illegible]	—— – ib. col. 3 [illegible]	[illegible]
—— l. 35 col. 1 M [illegible]	—— l. 33 col. 1 • •	M [illegible]
—— – ib. col. 3 M [illegible]	—— – ib. col. 3 • •	M [illegible]
—— l. 36 col. 2 M [illegible]	—— l. 34 col. 2 • •	M [illegible]
—— – ib. col. 3 [illegible]	—— – ib. col. 3 • •	deeſt [illegible]
—— l. 37 col. 1 [illegible]	—— l. 35 col. 1 • •	[illegible]
—— – ib. col. 3 [illegible]	—— – ib. col. 3 • •	[illegible]
—— l. 38 col. 1 M [illegible]	—— l. 36 col. 2 M [illegible]	M [illegible]
—— l. 40 — ib. ἀπὸ ΕΓ, ΓΘ, [illegible] M [illegible]	—— l. 38 col. 1 ἀπὸ ΕΓ ΓΘ [illegible] M [illegible]	ἀπὸ ΕΓ ΓΔ [illegible] M [illegible] M [illegible]
—— – ib. col. 3 M [illegible]	—— – ib. col. 3 M [illegible]	M [illegible]
—— 211. l. 8 καὶ [illegible]	—— l. 42 • •	καὶ [illegible]
—— l. 9 [illegible]	—— l. 43 • •	[illegible]
—— l. 15 ἀπὸ ΕΓ	—— 52. l. 1 • •	deeſt ἀπὸ
—— l. 40 col. 1 [illegible] ΕΓ [illegible] &c.	—— l. 4 col. 1 • •	[illegible] MM [illegible] MM [illegible] [illegible]

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
		M [illegible]
		η μετρουσα
		[illegible]
		M [illegible]
		τουτω συναγεται τι
		απο ΕΚ M [illegible]
Pag. 211. l. 20 col. 3 [illegible]	Pag. 52. l. 4 col. 3 * *	[illegible]
		απο [illegible]
		MMMM [illegible]
		MM [illegible]
		M [illegible]
		M η [illegible]
		[illegible]
		M [illegible]
		ελλειπει αρα τη ακριβει
		MM [illegible]
—— l. 37 καὶ ἔτι μείζω	—— l. 17 * *	και ετι μειζω
—— – ib. μείζω	—— l. 18 * *	μειζω τινος.
—— l. 38 μείζων ἐστὶν ἢ [illegible]	—— – ib. μείζων [illegible]	μειζω εστι [illegible].
—— 212. l. 2 ἐφ᾽ ὧν	—— l. 22 * *	αφων
—— l. 4 [illegible] ἄρα ἐστὶ	—— l. 23 * *	[illegible] αρα εστι
—— l. 5 ΑΕΓ, [illegible]	—— l. 24 * *	[illegible]
—— l. 8 [illegible] ἐστὶ	—— l. 25 * *	[illegible] εστι
—— l. 10 ἔχοντα [illegible].	—— l. 26 * *	εχοντος [illegible]
—— l. 11 ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΔ, [illegible]	—— – ib. * *	ἡ ΕΔ προς ΑΓ [illegible]
—— l. 12 [illegible]	—— l. 27 * *	[illegible]
—— l. 15 πρὸς ΑΓ.	—— l. 29 * *	προς ΑΔ
—— l. 17 ἔχοντα [illegible]	—— l. 30 * *	εχοντα [illegible]
—— l. 18 [illegible]	—— l. 31 * *	[illegible]
—— – ib. πολυπλασιαζόμενοι	—— – ib. * *	πολυπλασιαζομενα
—— l. 20 [illegible]. Ἡ περίμετρος	—— l. 32 * *	[illegible] η διαμετρος
—— l. 22 [illegible]	—— l. 34 * *	[illegible]
—— l. 24 [illegible] τῶν [illegible].	—— l. 35 * *	πολλαπλασια των [illegible]
—— – ib. [illegible].	—— – ib. * *	[illegible].
—— l. 31 περὶ διάμετρον	—— l. 40 * *	περιδιαμετρον
—— l. 43 M	—— l. 47 * *	M
—— l. 45 M	—— l. 49 * *	M
—— 213. l. 3 col. 1 MMM	—— 53. l. 5 col. 1 * *	M [illegible] M
—— – ib. col. 2 M	—— – ib. col. 2 M	M
—— l. 4 col. 1 M	—— l. 6 col. 1 * *	M
—— – ib. col. 3 M	—— – ib. col. 3 * *	M
—— l. 5 — ib. [illegible]	—— l. 7 — ib. * *	[illegible]
—— l. 6 col. 1 M [illegible]	—— l. 8 col. 1 M [illegible]	M M [illegible]
—— l. 8 — ib. ΕΓ ἀπὸ [illegible] ἀπὸ ΑΓ,	—— l. 10 — ib. * *	ΑΓ απο τε ΓΒ
—— l. 12 ἀπὸ ΗΓΒ	—— l. 14 * *	απο ΖΒ
—— l. 18 [illegible]	—— l. 17 * *	deſunt verba [illegible], et [illegible]
l. 20 ἡ ΑΗ	—— l. 18 καὶ ἡ ΑΗ	deeſt καὶ
—— l. 21 ἡ ΕΖ πρὸς ΓΖ.	—— l. 19 * *	ἡ ΓΖ προς ΖΒ

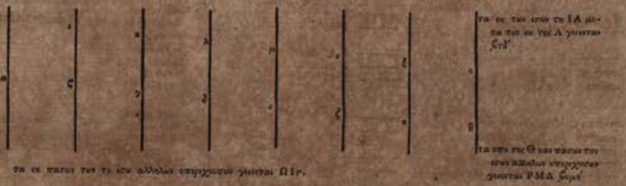
Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 213. l. 27 [illegible]	Pag. 53. l. 22 • •	[illegible] (et ſic infra in lineis editionis 23, 24, et 25. ubi pro numero [illegible] Codex conſtanter habet [illegible])
—— l. 33 [illegible]	—— l. 26 • •	[illegible]
—— l. 34 [illegible]	—— – ib. • •	[illegible]
—— – ib. τὸ ἀπ' αὐτοῦ	—— l. 27 • •	απ' αυτου του
—— l. 36 [illegible]	—— l. 28 • •	[illegible]
—— l. 38 col. 1 ὁ ΑΗ [illegible]	—— l. 29 col. 1 • •	ο ΑΗ, [illegible] [illegible]
—— – ib. col. 2 ὁ ΗΓ [illegible]	—— – ib. col. 2 • •	ο ΗΓ [illegible] [illegible]
—— – ib. col. 3 [illegible]	—— – ib. col. 3 • •	[illegible]
—— 214. l. 4 ὁ ΗΑΓ	—— l. 39 • •	ο ΗΑ ΑΓ
—— l. 6 [illegible]	—— l. 41 • •	[illegible]
—— l. 7 ὁ ΗΑ, ΑΓ	—— – ib. ὁ ΡΑ ΑΓ	ο ΗΑ ΑΓ
—— l. 11 [illegible]	—— l. 44 • •	[illegible]
—— l. 16 αὐτοῦ [illegible]	—— l. 46 • •	[illegible]
—— l. 19 [illegible] ΘΓ,	—— l. 48 • •	[illegible] Θ
—— l. 21 col. 1 ὁ ΑΘ [illegible]	—— l. 50 col. 1 • •	ο ΑΘ [illegible] [illegible]
—— – ib. col. 2 ὁ ΘΓ [illegible]	—— – ib. col. 2 ὁ ΘΓ [illegible]	Concordant omnia.
—— – ib. col. 3 [illegible]	—— – ib. col. 3 • •	[illegible]

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
		φαθα' συγγεται ρδ' ρια' ιδω ζαι' ιεδ' ρια ηλα Μ μζιαγαγεγγυς
		υπερεχει αρα τε αυρεως Μ τεα' εγγυς
Pag. 214. l. 44 τῶν δὲ σμ',	Pag. 54. l. 17 • •	των δε ΣΜ
—— l. 45 λόγον ἔχει,	—— l. 18 • •	deest ἔχει
—— l. 46 Μ	—— l. 19 ἐπὶ Μ	επι Μ
—— l. 48 ἐγγίστα· ὑπερέχει γὰρ τὰ ἀπ' αὐτᾶς, τὸ ἀπ' αὐτῆς, Μ ιβ' γ'λγ'. Ἡ ΑΓ	—— – ib. ἐγγίστα. ἁ ΑΓ &c.	εγγιστα. υπερεχει γαρ το απ' αυτης τε αυρεως Μ ι' ζγ' λ' γ. η ΑΓ &c.
—— 215. l. 5 col. 1 Μ ηω'	—— l. 25 col. 1 • •	Μ ,αΜα'
—— l. 20 col. 2 ἁ ΑΓ ξγ'	—— l. 36 col. 2 • •	η ΑΓ ξγ'
—— l. 22 col. 1 βτλη' γ'	—— l. 38 col. 1 βτλ' γγ'.	βτλζγ'.
—— l. 24 — ib. Μ βϡτα'	—— l. 40 — ib. • •	Μ ζχλεα
—— – ib. col. 2 ,δτπ'	—— – ib. col. 2 ,δτπ'	ς ,δτπ
—— – ib. col. 3 Μ ,δυμθα∠'δ'	—— – ib. col. 3 • •	Μ ,δυμθ∠δ'.
—— l. 25 — ib. φβ∠' α∠'δ'ιε'	—— l. 41 — ib. • •	φβ∠ασδ' ιε'
—— l. 26 col. 1 Μ ,ηϡπα' λε'	—— l. 42 col. 1 Μ &c.	Μ &c.
—— – ib. col. 3 ,θυζ∠∠' ιε'	—— – ib. col. 3 • •	Μ θυ∠∠ιε'
—— l. 27 col. 1 Τούτοις ἴσαι, τὸ	—— l. 43 col. 1 • •	τουτοις ισαι ου το
—— l. 28 — ib. Μ	—— l. 44 — ib. • •	Μ
—— – ib. col. 3 Μ ηγ∠' ιδ'	—— – ib. col. 3 Μ ηγ∠' ε'	Μ γ∠ε'
—— l. 30 ἁ ΑΓ πρὸς ΓΑ, μείζων	—— l. 45 ἁ ΑΓ μείζων	η ΑΓ προς ΓΑ μειζων
—— l. 31 πρὸς βιζ δ'.	—— l. 46 πρὸς ξε'	desunt
—— l. 34 πλευρά,	—— l. 47 • •	πλευρας
—— – ib. ἁ ΑΓ, ξγ'.	—— l. 48 • •	η ΑΓ ξε'
—— 216. l. 1 Παντοίου,	—— 55. l. 4 • •	παντοιου
	Ἀρχιμήδους περὶ ἑλίκων	Concordat titulus.
—— 217. l. 1 ΤΩΝ ποτὶ Κόνωνα ἀποσταλέντων	—— 81. l. 28 Των ποτὶ Κόνωνα ἀποσταλέντων	των ποτι κωνων, α αποσταλεντων
—— l. 15 ᾗ ἄλλα	—— l. 36 • •	deest καὶ
—— 218. l. 1 Κόνων	—— l. 38 τὰν κόνων	των κωνωνα
—— l. 4 προενέγκασθαι,	—— l. 40 προενεγκέσθαι	προενεγκασθαι
—— l. 5 κεχωρισμένας,	—— – ib. μὲν κεχωρισμένα	μη κεχωρισμενα
—— – ib. δὲ ἀποτεταγμένα, ὅπως οἱ φάμενοι	—— l. 41 δὲ ποτίστημι, ὅπως οἱ φάμενοι μὲν	δε ποτι στιμεν· οπως οι φαμενοι μεν
—— l. 11 ἐμφανίζω τοι.	—— l. 44 ἐμφανίζεται	εμφανιξω
—— l. 35 Τούτων μὲν	—— 82. l. 11 • •	τουτων μεν οι
—— l. 38 τμαθῇ εἰς ἄνισα,	—— l. 13 τμαθῇ εἴσαι ἴσα,	τμαθη. εισαι ισα·
—— l. 43 εἰς ἄνισα	—— l. 15 ἴσαι ἴσα	εισανισα
—— l. 47 περὶ τὸ ἔλασσον, ἐλάσσονα μὲν	—— l. 17 • •	περι το ελασσον αμα
—— 219. l. 18 Εἰ δέ κα	—— l. 50 • •	ει δε και
—— l. 30 ὅπω τις	—— l. 57 οὕτω τις	ουτω τις
—— l. 31 ἕλικος	—— – ib. • •	ελικας
—— l. 37 εὐθεῖα γραμμά	—— l. 40 εὐθεῖαι γραμμαὶ	ευθεια γραμμα
—— l. 43 ὑπὸ τᾶς	—— l. 43 • •	υπο τε τας
—— l. 44 ἁρμόσαι,	—— l. 44 • •	αρμοσαι
—— 220. l. 1 περιφορᾷ.	—— l. 49 • •	περιφορα
—— l. 7 ἰσοταχέως	—— 83. l. 2 ἰσοταχέως	ισοταχεως
—— l. 10 πολλαπλάσια	—— l. 3 πολλαπλάσια	πολλαπλασια
—— l. 17 περιενεχθείσας	—— l. 7 περιενεχθείσας	περιενεχθεισας
—— l. 19 διαστημάτεσσι	—— l. 8 διαστημάτεσσι	διαστηματεσσι
—— l. 20 ᾗ ἐλάσσων	—— – ib. • •	και α ελασσων
—— l. 37 Τὰς ἀνίσας	—— l. 17 • •	τανισας
—— l. 40 ὑπερέχει	—— l. 19 • •	υπερεχει
	Cap. I.	
—— l. 51 ἁ ΓΔ	—— l. 24 ἁ ΑΓ	η ΑΔ
—— l. 52 ἐν χρόνῳ ἁ	—— l. 25 • •	εν ω χρονω α
—— 221. l. 26 συντεθεῖσαι	—— l. 41 • •	συντεθεισαι

5 I

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
	Cap. II.	
Pag. 221. l. 34 ὑπὲρ τῶν	Pag. 83. l. 46 * *	υπο των
	Cap. III.	
— 222. l. 10 ἀυτοῦ	— 84. l. 11 * *	αυτου ον
— l. 13 Περιγεγραφέντες	— l. 12 * *	περιγεγραφοντος
	Cap. IV.	
— l. 22 γὰρ ὑπεροχὰ,	— l. 16 γὰρ ὑπεροχὰ	γαρ α υπεροχα. Interim notandum inter Caput III. et IV. in margine adſcriptum legi ab eadem manu: δεικνυται γαρ εν τῳ α, θεωρηματι του περι σφαιρας και κυλινδρου.
— l. 28 τᾶς δὲ μείζονος	— l. 19 * *	τας δε μειζονας
	Cap. V.	
— l. 37 ποτὶ τὰν	— l. 24 ὑπὸ τὸ τὰν	ποτι ταν
— l. 47 τῶ κέντρω	— l. 27 * *	τω K κεντρω
	Cap. VI.	
— 223. l. 15 τᾶς περιφερείας	— l. 43 * *	τας τε περιφερειας
— l. 26 ἄκρως	— l. 49 * * [illegible]	ακρας
— ib. Ἄχθω δὲ καὶ .	— ib. * *	deeſt και
— l. 42 ποτὶ τὰν H	— 85. l. 6 * *	deeſt ταν
	Cap. VII.	
— l. 49 ἀπολαφθείσας,	— l. 15 * *	τας αποπολαφθεισας
— 224. l. 1 τᾶς ἐκβεβλημένας	— l. 16 τῆς ἐκβεβλημένης	τας εκβεβλημενας
— l. 5 καὶ ἔστω ἁ	— l. 18 * *	και εστι α corr.
— l. 16 κώνους	— l. 24 * *	κωνουσαι
	Cap. VIII.	
— l. 29 ἀπὸ τᾶς	— l. 40 * *	απο της τας
— l. 33 ἀπ' αὐτᾶν	— l. 45 * *	επ' αυτας
— l. 37 ἴσω	— l. 50 * *	deeſt
— l. 41 αἴκα παράλληλος &c.	— l. 51 * *	E regione iſtorum verborum legitur adſcriptum in margine ab eadem manu: η γαρ KΓ προς ΓΑ μειζονα λογον εχει ηπερ προς ΞΓ, και δια τουτο μειζων εστιν η ΞΓ της ΓΑ.
— l. 51 ἄλλαν	— 86. l. 3 ἀλλάλαν	αλλαν
— 225. l. 3 καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν KI, IN ποτὶ τὸ	— l. 4 καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ν KIIN πρὸς τὸ &c.	Inter verba ὑπὸ των, et KI IN πρὸς τὸ amanuenſis inſeruit, tamquam Archimedis verba, ea quæ ſequuntur, ſcilicet "επει γαρ το μεν υπο ΙΚ ΝΙ το υπο ΞΙ ΙΑ, ισ [illegible] γαρ [illegible] αλληλας. το δε υπο ΚΙ ΓΑ το υπο ΚΞ ΙΑ. τριγωνον γαρ εστι το ΙΚΑ και παρα [illegible] κειται η ΞΓ. αναλογον εστιν ως ΙΚ προς ΚΞ η ΙΑ ΑΓ και διαταυτο [illegible] των μεσων." quæ tamquam Scholion margini debuerat adſcribere; quod poſtea animadvertens, ea omnia unciniis incluſit, et adpoſuit in margine σχολιον.
— l. 4 τᾶν KI.	— l. 4 ν KIIN	deeſt ν et pro KIIN habet KIN
— l. 9 καὶ ἐν ἁ H ποτὶ	— l. 7 καὶ ἐν ἡ ποτὶ	και εν α H ποτι
	Cap. IX.	
— l. 22 ἔχοντ'	— l. 13 ἔχον	εχον
— l. 35 τᾶς ΓΑ.	— l. 20 ταῖς ΓΑ	της ΓΑ
— l. 51 αὕτας	— l. 35 * *	deeſt
— 226. l. 8 ἀπολαφθεῖσαν	— l. 39 * *	αποληφθεισαν
	Cap. X.	
— l. 25 ἁ A ἴσα	— l. 47 * *	deeſt ἁ
— l. 42 καὶ δύο ταῖς	— 87. l. 6 καὶ δύο ταῖς	και δυσι ταις
— l. 43 περιεχομένους,	— ib. περιεχομένων	περιεχομενας
— l. 44 I, K, Λ, M, N, Ξ, O ποτιλαβόντα	— l. 8 * *	ΙΚ ΛΜ ΝΞ ΟΠ. ποτιλαβοντα
— 227. l. 2 ἴσα ταῖς	— l. 14 * *	ισα εστι ταις
— l. 11 εἶμεν.	— l. 19 * *	ειμεν τας Θ.
— l. 20 καὶ τᾶς ἴσας	— l. 23 καὶ τὰς ἴσας	και τας ισας
— l. 33 τᾶν B, Γ,	— l. 29 * *	των ΑΒΓ &c.
— l. 34 ἐπὶ τᾶν B, Γ,	— l. 30 * *	επι των ΑΒΓ &c.
— 228. l. 1 ἀπὸ τᾶς	— l. 40 ἀπὸ ταῖς	απο της

Schema ad hoc Caput pertinens, ſicuti et ſcholia, quæ ſunt in margine, ita ad amuſſim exhibemus, uti jacent in Codice.



Cum autem hiſce lineis a manu poſteriori additæ fuerint aliæ numerorum notæ, ut vetuſtiores a recentioribus diſtinguamus, operæ pretium duximus eamdem figuram iterum deſcribere, adjectis iis, quas manus poſterior ſuperaddidit.



Sequentes vero lineæ octo deſcriptæ ſunt in inferiori Codicis margine.



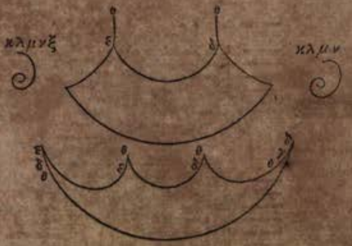
Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
	Cap. XI.	
Pag. 228. l. 17 τῷ δὲ μεγέθει	Pag. 87. l. 48 τῷ μεγέθει	τω δε μεγεθει
—— l. 20 τὰς ἐλάσσονας,	—— l. 50 • •	τας ελασσονας
—— l. 29 ἔσται	—— 88. l. 3 • •	εσονται
—— – ib. ἐπειδήπερ	—— – ib. ἐπειδὴ	επειδηπερ αν
—— l. 35 τὰν ΓΔ	—— l. 5 • •	τα ΓΔ
—— l. 39 τετράγωνα τὰ	—— l. 8 • •	τα τετραγωνα τα
—— 229. l. 4 ἔχει λόγον	—— l. 18 • •	εχει τον λογον
—— l. 6 τετράγωνον	—— l. 20 • •	τετραγωνον και το τετραγωνον
—— l. 9 ὡς τὰ ἀπὸ τᾶς	—— l. 22 ἀπὸ τᾶς	και τα απο των
—— l. 16 συναμφότερα,	—— l. 27 • •	τα συναμφοτερα
—— l. 18 Εἰ δὲ ἐπιζευχθῇ	—— l. 28 εἰ δὲ ΚΛ ἀχθῇ	ει δε επιζευχθη
—— l. 21 τετραγώνων τῶν	—— l. 29 • •	των τετραγωνων των
—— l. 29 ἴσον τοῖς	—— l. 33 • •	ισα τοις
—— l. 37 ἀπὸ τᾶς ΒΦ,	—— l. 37 • •	απο της ΒΦ
—— 230. l. 3 τετράγωνα τὰ ἀπὸ	—— l. 43 • •	τα τετραγωνα τα
—— l. 21 τῷ ἴσῳ	—— 89. l. 2 ἴσῳ	τα ισα
—— l. 32 αὐτᾶς, ἐνταχθεῖσα	—— l. 7 αὐτᾶς, ἐνταχθεῖσα ὡς	αυτης, ενταχθη, ως
—— l. 42 περιφερῇ	—— l. 12 τῇ περιφερῇ	deeſt τῇ
—— l. 43 τὸ κατὰ	—— – ib. • •	deeſt τὸ
—— l. 45 διαιρῶν,	—— l. 13 διαιρῶν	διαιρων
	Cap. XII.	
—— 231. l. 10 τὰς ἴσας μιᾷ περιφερῇ γεγραμμένας ἀπὸ	—— l. 22 τὰς ἴσας τῶν μὲν μιᾷ περιφερῇ γεγραμμένας ἀπὸ	τας ισας τας μεν μια. περιφερη ετερα ει γεγραμμενα απο
—— l. 12 ἐπειδὴ	—— l. 23 • •	επειδη αν
—— l. 34 αἱ λοιπαί,	—— l. 35 • •	αι λοιπαι
	Cap. XIII.	
—— l. 44 ἐπιζευχθεῖσαι	—— l. 41 • •	επιζευχθεισαι
—— l. 52 ποτ' ἀλλάλας.	—— l. 46 ἐπὶ τ'	ποτ
—— 232. l. 1 διπλασίων	—— l. 47 διπλασίας	διπλασιαι
—— l. 3 μείζων	—— l. 49 • •	μειζων
—— – ib. διπλασίων.	—— – ib. • •	διπλασιαι
—— l. 6 ἐν τῷ ΓΗ	—— l. 51 • •	εν τω ΓΘΗ
	Cap. XIV.	
—— l. 15 ὃ ἐν	—— 90. l. 4 • •	ων αι
	Cap. XV.	
—— l. 47 Λέγω ποτὶ τὰς ἐν τῷ	—— l. 25 • •	η δεια τας εν τω
—— 233. l. 30 αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι	—— l. 46 εἰρημέναι	αι ειρημεναι περιφερειαι
—— l. 35 ἃ ἐπὶ ἐλάσσων	—— l. 49 ἃ ἐλάσσων	α εν ελασσων

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
	Cap. XVI.	
Pag. 234. l. 2 ἐπιζεύχθω	—— 91. l. 7 • •	επιζευχθω
—— l. 20 δυνατόν ἐστι.	—— l. 20 • •	δυνατον ꙋ (quo nexu aliquando Codex uſus eſt pro ἐστι)
—— l. 21 εἰ δυνατόν,	—— l. 21 δυνατόν	ει δυνατον
—— l. 23 ἀπὸ τοῦ	—— l. 22 • •	α τω
—— l. 44 Ὁμοίως δὲ	—— l. 36 • •	deeſt δε
	Cap. XVII.	
—— 235. l. 2 κατασκευάσθω.	—— l. 40 • •	κατεσκευασθω
—— l. 7 Ἐπιψαύσει	—— l. 42 • •	επιψαυσει
—— l. 18 λόγον ἔχει	—— l. 48 • •	εχει λογον
—— ib. περιφέρεια μεθ' ὅλας	—— ib. περιφερείας μεθ' ὅλας	περιφερεια μεθ' ολας
—— l. 22 ΔΝΤΡ κύκλου περιφέρειαν,	—— l. 49 ΔΗΤΡ κύκλου περιφέρειαι	ΔΝΤΡ κυκλω περιφερειας
	Cap. XVIII.	
—— l. 52 ἐν ἀρχᾷ	—— 92. l. 22 • •	deeſt εν
—— 236. l. 2 ἁ μεταξὺ	—— l. 23 • •	deeſt α
—— l. 30 ποτιβαλλοῦ	—— l. 41 ποτιλαβοῦσα	ποτιβαλλει
—— l. 33 ἔχειν λόγον,	—— l. 43 ἔχει λόγον	εχειν λογον
—— l. 48 ἄρα λόγον	—— 93. l. 3 • •	deeſt αρα
—— 237. l. 1 Ἔστω δὴ πάλιν,	—— l. 6 • •	Ab hiſce verbis exorditur Codex Caput novum, ſcilicet ιθ΄. quare in poſterum numeratio diſcrepat.
	Cap. XIX.	
—— l. 51 τᾶς ὅλας,	—— l. 44 • •	και τας ολας
—— 238. l. 17 ἔχει λόγον	—— 94. l. 1 • •	deeſt λογον
—— l. 39 τοῦ ΤΜΝ κύκλου	—— l. 16 τοῦ Μ κύκλου	τε ΜΝ κυκλω
—— l. 54 λόγον ἔχει	—— l. 33 • •	αρα λογον εχει
—— 239. l. 5 ἐπιψαύῃ	—— l. 37 ἐπιψαύει	επιψαυη
	Cap. XX.	
—— l. 19 τῷ ἀπὸ τᾶς	—— l. 43 • •	deeſt τω
—— l. 21 ἐσσεῖται	—— l. 44 • •	εσειται videtur corr. εσσειται
—— l. 23 τᾶ μεταξὺ	—— l. 45 • •	τας μεταξυ
—— l. 25 προαγομένα	—— l. 46 προαγομένα	προηγμενα corr. προαγομενα
—— l. 31 ἐπιζεύχθω	—— l. 49 • •	επιζευχθω
—— l. 46 ποτιβαλλοῦ	—— 95. l. 8 ποτιλαβεῖν	ποτιβαλλειν
—— 240. l. 4 ἃ ἁ ΔΡ	—— l. 21 καὶ ἁ ΔΡ	η α ΔΡ
—— l. 11 ἁ ΚΜΡ	—— l. 25 ἁ ΚΜΝ	α ΚΜΡ
—— l. 16 ἃ ἁ ΑΧ	—— l. 26 • •	η ΑΧ
—— l. 27 ἀπὸ τᾶς	—— l. 30 • •	και τας
—— l. 31 περιφερῆ	—— l. 32 • •	περιφορας
—— l. 32 κατασκευασθέντι	—— l. 33 • •	κατεσκευασθεντι
	Cap. XXI.	
—— 241. l. 14 ἔτ' ἂν σαμείου τῷ	—— l. 49 καὶ συμπεσεῖται τῷ	deſunt
—— l. 33 τομέων	—— 96. l. 7 • •	τομεων
	Cap. XXII.	
—— 242. l. 8 τὸ αὐτὸ	—— l. 29 • •	deeſt το
—— l. 41 τῷ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι τοῦ προτεθέντος χωρίου.	—— 97. l. 6 τοῦ ἐγγραφέντος τοῦ προτεθέντος χωρίου	τω εγγραφεντος σχηματος ελασσων παντως του προτεθεντος χωριω
—— l. 48 ὥς τε τὸ	—— l. 9 ἔστι τὸ	ετω τι
	Cap. XXIII.	
—— 243. l. 5 τῶ πρώτου	—— l. 14 τοῦ πρώτου	των πρωτων
—— l. 15 ἐπεζεύχθωσαν	—— l. 18 • •	επεζευχθωσαν
—— l. 19 τομέως τῷ ΘΑΖ	—— l. 19 τομέως τοῦ ΘΑ	τομεως τω ΘΑΖ
—— l. 23 προτεθέντος.	—— l. 20 • •	τω προτεθεντος
—— l. 30 προαγομένας	—— l. 25 • •	προαγομενα
—— l. 31 ὅτι τι	—— l. 26 ὅτι τὸ	ὡς τε τα
—— l. 39 ὡς τὸ	—— l. 36 • •	ωστε τα
	Cap. XXIV.	
—— 244. l. 2 τῷ η κύκλῳ.	—— l. 43 τοῦ ἴσου κύκλου	τω η κυκλω
—— l. 9 ὁ η κύκλος	—— l. 47 ὁ ἴσος κύκλος	ο η κυκλος
—— l. 15 τῷ κύκλῳ.	—— l. 49 • •	τω η κυκλω
—— l. 25 καὶ ἐλαχίστα	—— l. 51 • •	και α ελαχιστα
—— l. 51 ὑπερέχουσαι,	—— 98. l. 6 ὑπερέχουσαι	υπερεχονται
—— l. 54 ἀλλάλων	—— l. 11 • •	αλλαλω
—— l. 55 οἱ τομέες	—— l. 12 • •	οι μεν τομεες
—— l. 46 Οὐδὲ τοίνυν	—— l. 24 • •	Ab hiſce verbis novum Caput exorditur Codex, nimirum κε΄.
—— 245. l. 10 ποτὶ τὰν ὅλαν ποτιπίπτοντι, ἄν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ, καὶ ἔστω ἁ ἐλαχίστα ἴσα τῷ ὑπεροχῷ. Ἐστι δὲ καὶ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι τῷ μὲν	—— l. 42 ποτὶ τὰν ὅλαν ποτιπίπτουσαι, τῷ μὲν &c.	ποτι ταν ολαν ποτιπιπτουσαι αν εστι μεγιστα μεν α ΘΑ. ελαχιστα δε α ΘΕ. και εστω α ελαχιστα ισα τα υπεροχα. εντι δε και αλλαι γραμμαι απο του Θ ποτι ταν του ΑΖΗΙ κυκλου περιφερειαν ποτιπιπτουσαι τω μεν &c.
—— l. 25 ὑπερεχούσαις	—— l. 45 ὑπερεχούσαις	υπερεχουσαι
	Cap. XXV.	
—— 246. l. 1 Ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔΕ, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα· ἔστω δὲ τὸ μὲν	—— 99. l. 6 ἔστω δὲ τὸ μὲν	εστω ελιξ εφ' ας α ΑΒΓΔΕ ει τα δευτερα περιφορα γεγραμμενα. εστω δε το μεν

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 246. l. 29 ἐλάσσων.	Pag. 99. l. 32 * *	ἐλατίων
—— l. 30 γεγράφθαι	—— l. 33 * *	περιγραφθαι
—— l. 36 δὲ ὁ ΘΟΛ.	—— l. 36 * *	δὲ ὁ ΘΟΔ
—— l. 48 ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τῶ	—— l. 42 * *	υπερεχονται. απο δε της ελαχιστης ουκ αναγεγραφεται. ει αρα τμηθη η οπη της ισας τα μεγιστα ποτι της τομας της απο ταν τα αεν αλλαις υπερεχονται. χωρις το
—— 247. l. 23 Οὐδὲ τοίνυν	—— 100. l. 3 * *	Ab hiſce verbis novum Caput exorditur Codex, et eſt κε'.
—— l. 51 μιᾷ ἐλάσσονι ἑαυτᾶς,	—— l. 29 μιᾷ ἐλάσσονι αὐτᾶ	μιαν ελασσονι ταυτη
—— 248. l. 9 δὲ τοῖς μὲν	—— l. 34 δὲ τὸ μὲν τοῖς	δε τους μεν
—— l. 20 καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας.	—— l. 40 καὶ τᾶς εὐθείας	και της ΑΕ ευθειας
—— l. 29 μὲν ἐπὶ ἐλάσσονα	—— l. 45 μὲν ἐλάσσονα	μεν επι ελασσονα
—— l. 32 εἰρημένων τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τῶ ἐλάσσονος κύκλω τῶν εἰρημένων περὶ	—— l. 46 εἰρημένων περὶ	Inter εἰρημένων et περὶ inferuntur ab eadem Scriptoris manu hæc verba, quæ ſcripta ſunt in margine, nimirum: τας εκ του κεντρου του ελασσονος κυκλου των ειρημενων.
	Cap. XXVI.	
—— l. 44 ἅ ἐστι μεταξὺ	—— l. 51 * *	α εστι τα μεταξυ
—— l. 51 τᾶν ἀπὸ	—— 101. l. 4 τᾶν ἀπὸ	ταν απο
—— 249. l. 7 ἐν συναμφότερα,]	—— l. 14 * *	εν εχει συναμφοτερα
—— l. 14 ποτὶ τὸ Θ.	—— l. 22 πρὸς τὸ Θ	προς το Θ
—— l. 43 μιᾷ ἐλάσσονος	—— l. 36 μιᾷ ἐλάσσονι	μια ελασσων
—— ib. τῷ δὲ μεγέθει	—— l. 37 τῷ μεγέθει	τω δε μεγεθει
—— l. 44 ἀπὸ τῶ Θ ποτὶ	—— ib. ἀπὸ τῶ ποτὶ	απο του Θ ποτι
—— 250. l. 20 Οὐδὲ τοίνυν	—— 102. l. 1 * *	Ex hiſce verbis novum iterum Caput exorditur noſter Codex, ſcilicet κϛ'.
—— l. 25 ἐλάσσων,	—— l. 3 * *	ελασσων
—— l. 26 Χ τομέως.	—— l. 4 ΧΞ τομέως	Χξ τομεως
—— l. 28 ὁ ΘΒΗ,	—— l. 5 ὁ ΘΒΚ	ο ΘΒΓ
—— ib. δὲ ὁ ΟΘΕ.	—— ib. * *	deeſt articulus ὁ
—— l. 45 τᾶς ἰσάκις	—— l. 18 * *	deeſt τᾶς
—— l. 46 τομεῖς	—— l. 19 * *	τομεις
—— l. 52 τᾶν ΘΑ, ΘΕ,	—— l. 24 * *	ταν ΘΑ ΑΕ
—— 251. l. 1 Ὡς τε καὶ	—— ib. ἐστὶ καὶ	εστω και
—— l. 5 Οὐκ ἄρα ἐστὶν	—— l. 26 οὐκ ἐστὶν ἀλλὰ	ουκ αρα εστιν ουδε
	Cap. XXVII.	
—— l. 16 προκειμένα	—— l. 30 * *	προκειμενω
—— l. 32 ἀεὶ	—— l. 45 * *	αιει
—— l. 37 Ἐπειδὴ τὸ	—— l. 50 ἐπεὶ δὲ τὸ	deeſt δὲ
—— l. 38 ἐν ἔχει τὰ ἑπτὰ ποτὶ τὰ ιβ'	—— l. 51 ἐν ἔχει τὰ ἑπτὰ πρὸς τὰ ΙΒ	Inter voces τὰ et ἑπτὰ, ſed aliquanto ſuperius appoſitum eſt hoc ſignum ☾, quod alteri ſimili reſpondet in margine poſito, ubi inſtar ſcholii leguntur ea quæ ſequuntur: Οτι δε η α' ελιξ προς τον α' κυκλον λογον εχει ον Ζ προς ΙΒ και αμφοτερω δεδειξεται ουκ εστιν δε και νυν δια αριθμων επιγνωναι οπως και τα εφεξης ευπαρακολουθητα γενηται. επει γαρ εδειχθη η α' ελιξ προς τον α' κυκλον λογον εχουσα ον συναμφοτερα τα τε υπο των ΒΘ ΘΑ· και του τριτου μερους του απο της ΑΒ προς το απο της ΑΒ υποκεισθω ημιν η ΑΘ μοναδων ουσα ΙΣ η δε ολη η ΒΘ γινεσθαι Μ ΑΒ γινεται ουν το υπο ΒΘ ΘΑ Μ ΦΙΒ· το δε τριτον του απο της ΒΑ Μ ... γινεται Μ ΦϞϚ. το δε απο ΒΘ Μ ... και εχει τα ΦϞϚ προς ... δηλον οτι ωσπερ ΙΒ. τα δε απο της εκ του κεντρου του α' κυκλου Μ ... τα δε απο της εκ του κεντρου του α' κυκλου Μ CΝΕ. και εχει προς αλληλα λογον ον ΙΒ προς Γ. τα λοιπα δε φανερα. συναξιον γαρ ...
	/: hunc nexum extricare minime licuit, quemadmodum illum, qui ſequitur in linea ſequenti	
—— 252. l. 1 καὶ τὸ τρίτον μέρος &c.	—— 103. l. 6 * *	Heic quoque ante vocem καὶ aliud ſignum appoſitum eſt, cui aliud ſimile reſpondet margini adſcriptum, ubi ſequens ſcholion legitur: Δεδεικται ενταυθα προσυναπτομενον και δι υπο των υπο ΓΘ ΘΒ μετα του Γ' (hoc nexu arbitror ſignificari τρίτου) μερους του απο της ΓΒ προς το υπο ΒΘ ΘΑ μετα του Γ' μερους του απο της ΒΑ λογον εχει ον τα ΚΑΜ χωρια προς τα ΚΑ. ταυτα δε φησι το υπο ΓΘ ΘΒ μετα του Γ' μερους του απο της ΓΒ προς το υπο ΒΘ ΘΑ μετα το Γ' μερος το απο της ΒΑ. λοιπον εχει ον ΙΘ προς Ζ. το Γ' υπο ΓΘ ΘΒ Μ εστι ... το δε Γ' του απο της ΒΓ Μ ... εστι και το απο της CΗΣ (ita eſt in Codice, ſed quid ſibi velit, ignoro,) ... εστι δε το υπο ΒΘ ΘΑ μετα του Γ' μερους του απο της ΒΑ Φ.ζ.Ζ Γ' αυτη προς αλληλα λογον εχει ον Θ προς ΖΙ.
—— l. 6 λόγον ποτὶ ἄλλαλα,	—— l. 7 λόγον πρὸς ἄλλαλα	προς αλληλα λογον
—— l. 9 ποτὶ τὸ ζ'	—— l. 9 * *	ποτι το Ζ

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 252. l. 10 περὶ τὰ γ'.	Pag. 103. l. 9 * *	περι τα γ'. Ante hæc verba aliud ſignum adſcriptum eſt, quod ad marginem Codicis inferiorem remittit, ubi ſchema ſequens depictum eſt:
—— l. 16 περὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΘΞ	—— l. 12 * *	

δι ἴσου



—— l. 38 ἐν τῷ ὑπὸ	—— l. 22 * *	εν τῳ υπο
—— l. 42 τότε ὑπὸ ΓΘΞ,	—— l. 25 τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΘΞ	deeſt ὑπὸ
—253. l. 4 Ταῦτα δὲ ἴσα ἐστὶ	—— l. 26 * *	E regione horum verborum, nullo adpoſito ſigno, ſcriptum eſt in margine: δῆλον ὅτι καὶ συνθέντι.
—— l. 14 περὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΓ, ΔΞ.	—— l. 31 * *	περι το υπο των ΘΔ, ΓΞ. περι το υπο των ΘΓ, ΔΞ. Schema pertinens ad Caput editionis XXVII.



	Cap. XXVIII.	Heic nulla Capitis numeratio occurrit in margine, ſed cum ſuperiori conjungitur.
—— l. 38 ἐν ᾧ ἐν τῷ	—— l. 44 ἐν ᾧ ἐν τῷ	εν ω εν τῳ
—— l. 41 τοῦ κέντρου	—— l. 45 * *	του κεντρου του
—— ib. περὶ τὰς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ [illegible] κύκλου,	—— l. 46 περὶ τὰς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ [illegible] κύκλου	deſunt omnia
—— l. 42 τριταμορίῳ	—— ib. * *	τριταμοριον
—254. l. 1 Καὶ ἀπὸ τῶν Α, Γ, ἐπιζευχθεῖσαι εὐθεῖαι ἐπὶ τὸ Θ	—— l. 48 καὶ ἀπὸ τῶν Α, Γ, ἐπιζευχθεῖσαι εὐθεῖαι ἐπὶ τὸ Θ	και απο των ΑΓ επιζευχθεισαι επι το Θ.
—— l. 5 ἡ ΘΑ	—— l. 50 * *	η ΗΘ
—— ib. τριταμόριον τῆς ΗΑ	—— ib. * *	τριταμοριον της Η
—— l. 6 τάς τε ΘΑ, καὶ τὸ τριταμόριον τῆς ΗΑ.	—— l. 51 * *	τας τε ΗΘ, και το τριταμοριον της ΜΑ.
—— l. 9 ἔχειν	—104. l. 1 * *	εχειν
—— l. 18 τὸ ΝΠ χωρίον περὶ τὸ ΝΠΞ	—— l. 6 τὸ ΝΠΞ χωρίον περὶ τὸ ΝΞ	το ΝΠ χωριον περι το ΝΗΞ
—— l. 22 ἀπὸ τῆς ΗΑ,	—— l. 10 * *	απο το ΗΑ
—— l. 24 ἡ δὲ ΝΠΞ	—— l. 11 * *	η δε ΝΗΞ
—— l. 28 τομέα	—— l. 14 * *	deeſt
—— l. 31 χωρίον	—— l. 17 * *	deeſt
—— l. 33 περὶ	—— l. 20 * *	deeſt
—— ib. ΗΑ, ΘΑ,	—— ib. * *	ΗΑ, ΘΞ.
—— l. 38 ἐπὶ τῆς ΗΘΑ,	—— l. 22 * *	επι ΗΘΑ
—— l. 40 συναμφότερα,	—— l. 23 * *	τα συναμφοτερα
—— l. 44 χωρίον	—— l. 25 * *	deeſt
—— l. 45 ἐπὶ τῆς ΘΑ, ΗΑ,	—— l. 26 * *	υπο των ΘΗ, ΗΑ, et ſic in ſequenti linea, et in linea 28.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 255. l. 2 ὑπὸ τᾶς ΘΑ, ΗΑ	Pag. 104. l. 29 * *	υπο τας ΘΗΑ.
—— l. 4 ἅπτ. ΘΑ	—— l. 30 * *	απτ. ΘΗ
—— l. 5 τὰν ΘΑ,	—— ib. * *	ταν ΘΗ
—— l. 8 ἅπτ. ΘΑ,	—— l. 31 * *	απτ. ΘΗ
—— l. 9 τὰν ΘΑ,	—— l. 32 * *	ταν ΘΗ
		In fine repetitur titulus, qualis erat in principio. Schema vero ad hoc ultimum Caput pertinens, utpote ab editione diverſum, ut infra depictum exhibemus.

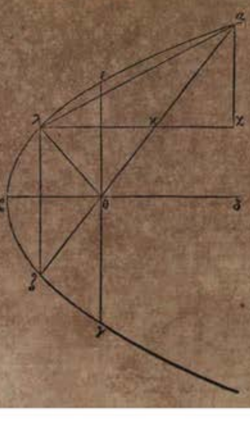


Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
		Notandum heic eſt ad calcem hujus Libri περὶ ἑλίκων occurrere Scholion valde longum, quod integram occupat paginam 91. quodque pertinet ad Caput X. ejuſdem Libri. Hoc nos, ne Codicis collationem interrumpamus, ad ipſius finem rejiciendum duximus.
	Ἀρχιμήδους περὶ κωνοειδέων καὶ σφαιροειδέων.	Concordat titulus cum editione.
—— 257. l. 1 ΑΠΟΣΤΕΛΛΩ τοι	—— 47. l. 1 ἀποστέλλω τοι	αποστελλω τοι
—— l. 7 ἐπέγραψα	—— l. 4 * *	επεγραψα
—— l. 16 ὑπέκειντο	—— l. 10 ὑπέκειντο	υπεκειντο
—— l. 26 ἀποτέμῃ τι	—— l. 14 ἀποτέμνῃ, τό τι	απο τι μεν τι
—— 258. l. 1 ἐν τῷ τμάματι	—— l. 18 ἐν τῷ τμήματι	εν τω τμαματι, et ſic infra.
—— l. 3 Περιβαλλόντω	—— l. 19 * *	περιβαλλοντω
—— l. 8 ὀρθογωνίω	—— l. 21 * *	τω ορθογωνιω
—— l. 14 ἁ διάμετρος	—— l. 24 διάμετρος	α διαμετρος
—— l. 15 ἀμβλυγωνίω	—— ib. * *	αμβλυγωνιω κωνω
—— l. 20 ἐσσεῖται	—— l. 27 * *	εσειται
—— ib. ἔγγιστα	—— ib. * *	αι εγγιστα
—— l. 27 ἔγγιστα	—— l. 30 τῶ ἔγγιστα	deeſt τῶ
—— l. 29 τᾶς τε κορυφᾶς	—— l. 31 τῆς τε κορυφῆς	τας τε κορυφας
—— l. 33 ἄλλα ἐπίπεδα	—— l. 34 ἄλλας ἐπιπέδω	αλλα επιπεδα
—— l. 39 ἄξιον	—— l. 36 * *	αξιον δε
—— l. 51 ἐν ᾧ	—— l. 43 * *	deeſt ἐν
—— 259. l. 5 ἐν ᾧ	—— 48. l. 3 * *	deeſt ᾧ
—— l. 11 ἀποκαταστᾶ	—— l. 6 ἀποκαταστάθῃ	αποκαταστα
—— l. 12 περιληφθῇ	—— ib. * *	περιλαφθη, et ſic iterum in linea edit. 9.
—— l. 20 κορυφὰν δὲ τὸ	—— l. 10 κορυφὴ δὲ τὸ	κορυφαν δε το
—— l. 33 τὰς κορυφὰς	—— l. 17 * *	τα τας κορυφας
—— l. 45 ποτ' ἀλλάλας	—— l. 24 πρὸς ἀλλήλας	ποτ' αλλαλας
—— l. 52 Αἴκα δὲ ὀρθῷ μὲν	—— l. 27 * *	αι δεκα ορθωμεν
—— 260. l. 1 τὰν αὐτὰν	—— l. 29 * *	τιν ταν αυταν
—— l. 3 ἡμιόλιον	—— l. 30 ἡμίσεια	ημιολια
—— l. 4 τῶ ἐλάσσονος	—— ib. * *	τω τον ελασσονος
—— l. 16 Αἴκα δὲ μέτα	—— l. 37 * *	ει δε κα μετα
—— l. 21 λόγον,	—— l. 39 * *	τον λογον
—— l. 37 ἰσοσφαιροειδέων	—— l. 48 * *	απο σφαιροειδεων
—— l. 38 ἀπὸ τῶν	—— ib. ἀπὸ τῶν	απο των
—— l. 49 προβλήματα.	—— 49. l. 3 * *	προβλημα
	Cap. I.	Omittit hoc loco Codex numerationem, eamque inchoat a Capite ſequenti, ac propterea quod in editione eſt ſecundum, in Codice eſt primum, ac ſic deinceps
—— l. 54 Αἴκα δὲ ᾖ	—— l. 6 εἴκα δὲ ᾖ	ει δε κ' α
—— 261. l. 9 δυοῖν ἐπιπέδοιν	—— l. 11 * *	δυοις επιπεδοις
—— l. 19 ὀξυγωνίων	—— l. 16 * *	των οξυγωνιων
—— l. 24 τῷ ἴσῳ ἀλλάλων	—— l. 18 τὸ ἴσον ἀλλήλων	τω ισω αλλαλων
	Cap. II.	
—— 262. l. 40 καὶ τῶν Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ μεγεθέων, τὰ μὲν Η, Θ, Ι, Κ, Λ λέγονται ποτὶ	—— 50. l. 3 καὶ τῶν ΗΘΙΚΛΜ λέγονται ποτὶ	και των ΗΘΙΚΛΜ τα μεν ΗΘΙΚΛ λεγονται ποτι

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
	Cap. III.	
Pag. 262. l. 50 καὶ αἱ κλασθεῖσαι τῶν	—— 50. l. 7 * *	deeſt καὶ
—— 263. l. 25 γεγραμμένον	—— l. 36 * *	γραμμη
—— l. 26 ἑκάστη	—— l. 37 ἑκάστη	εκαστα
—— l. 34 καὶ ᾗ ὑπερέχει ἴσα τῷ	—— l. 49 καὶ ἃ ὑπερέχει ἴσα τῷ	και α υπερεχουσι ισαι τα
—— 264. l. 6 ὑπερέχουσιν,	—— 51. l. 1 ὑπερέχουσαι	υπερεχουσαι
—— l. 14 τῶν δὲ	—— l. 5 τῶν δὲ	των δε
—— l. 21 Αἱ ἄρα κῶνοι	—— l. 9 Εἰσὶ κῶνοι	Ab hiſce verbis exorditur Codex Cap. γ′.
—— l. 27 ἐπειδήπερ	—— l. 12 * *	επειτα
—— l. 30 ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις.	—— l. 13 * *	Ad hæc verba in margine eadem manus adſcripſit: εν τω γ′. των απολλωνιου κωνικων θεωρηματων α′.
	Cap. IV.	Continuatur in Codice Caput γ′.
—— l. 35 εἰς αὐτὰ	—— l. 16 * *	εις αυτας
—— l. 47 ἡ ΘΓ	—— l. 28 * *	η ΒΓ
—— l. 49 ἂν δύνανται	—— l. 31 ἂν δύνανται	συμπαραδυνανται
—— 265. l. 23 καὶ ὑπὸ τῆς	—— l. 46 καὶ ὑπό τε τῆς	deſunt ὑπό τε
—— l. 39 τῇ διαμέτρῳ τῆς	—— 52. l. 3 τῇ διαμέτρῳ τῆς	τομης της
	Cap. V.	
—— 266. l. 2 τοῦτ' ἐστὶ	—— l. 9 * *	deſunt
—— l. 5 ἔστω κύκλος	—— l. 10 * *	εστω δε κυκλος
—— l. 27 ἐπεζεύχθωσαν.	—— l. 21 * *	επεζευχθωσαν
—— l. 28 εὐθύγραμμον	—— l. 22 * *	deeſt
—— l. 42 ἐξηγούμενος	—— l. 36 * *	τα εξηγουμενα
—— l. 52 ἐξηγούμενον	—— l. 42 * *	εξηγουμενω κατα
	Cap. VI.	
—— 267. l. 21 τι χωρίον	—— 53. l. 3 * *	τι χωριον
—— l. 27 τὸ Ψ·	—— l. 5 * *	deeſt τὸ
—— l. 39 τῆς ΕΖ.	—— l. 18 τῆς ΕΔ	της ΕΖ
	Cap. VII.	
—— l. 45 πρὸς ἄλληλα,	—— l. 20 * *	προς τα αλλα
—— 268. l. 22 τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι πρὸς ἄλληλα, ὃν ἔχουσι δυνάμει πρὸς ἀλλήλας αἱ	—— l. 40 τὸν αὐτὸν λόγον ἔχονται δυνάμει πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ	τον αυτον λογον εχωντι [adhibet enim Codex indiſcriminatim, ut alias diximus, ω pro ο, et e contra, quod nos minime curavimus, niſi ubi ſententiæ aliqua mutatio fiat] προς αλληλα ον εχωσι δυναμει προς αλληλας αι
	Cap. VIII.	
—— l. 33 Δεδείχθω τὶς ἐξηγουμένη κώνου	—— l. 44 * *	deeſt κώνου
—— l. 40 ἀνεστακότα	—— l. 48 ἀνεστακότα	ανεστακοτα
—— l. 42 γεγραμμένα	—— l. 49 ἐγγεγραμμένα	γεγραμμενα
—— 269. l. 2 μείζων	—— 54. l. 4 * *	μειζω
—— ib. ΑΔ, ΔΒ	—— l. 5 * *	ΑΔ ΑΒ
—— l. 7 αἱ ΓΑ, ΑΖ·	—— l. 9 αἱ ΓΑΖ	αι ΑΓ ΓΖ
—— l. 13 τοῦ κώνου	—— l. 14 * *	του κωνου τουτου
—— l. 22 ἐπὶ τὰς ΑΒ.	—— l. 22 ἐπὶ τὸν ΑΒ	επι τας ΑΒ
—— l. 25 αἱ ΓΑΖ.	—— ib. ἡ ΓΑΖ	α ΑΓ ΓΖ
—— l. 33 ὑπὸ ΕΠ, ΕΡ καὶ ἐν	—— l. 27 * *	deſunt ὑπὸ, et καὶ
—— l. 34 ΑΔ, ΔΒ·	—— l. 28 * *	ΑΔ ΑΒ
—— l. 41 ΑΔ, ΔΒ,	—— l. 32 * *	ΑΔ ΑΒ
—— l. 47 ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΚΒ	—— l. 35 * *	deeſt τῶν
	Cap. IX.	
—— 270. l. 20 ἔστω ὀρθὸν	—— l. 45 * *	α εστω ορθον
—— l. 21 ὁ τοῦ	—— l. 46 * *	αυτου
—— l. 23 ἀνεστακότας	—— l. 47 * *	ανεστακοτας
—— l. 40 ἐν ᾧ ἔστω	—— 55. l. 1 ᾧ ἐν ἐστὶ	εν ω εστιν
—— 271. l. 3 τομαὶ	—— l. 17 * *	τομαις
—— l. 10 ἀχθεῖσα	—— l. 27 ἀχθεῖσαν	αχθεισα
—— l. 13 ἐπείπερ τι σημεῖον	—— l. 29 * *	εσται τι σημειον
—— l. 36 τὰς ΑΚ, ΚΒ	—— l. 40 τῆς ΑΚ, ΚΒ	των ΑΚ ΚΒ
—— l. 38 ἐν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΚΒ τοῦ	—— l. 41 * *	εν τω υπο ΚΒ του
	Cap. X.	
—— 272. l. 28 τὰς ΖΗ·	—— 56. l. 13 τὰς ΖΥ	τας ΖΗ
—— l. 37 τοῦ Θ κάθετος	—— l. 19 * *	του Θ, ω ΘΚ καθετος
—— l. 38 ἡ ΘΚ.	—— ib. * *	deſunt
—— l. 49 λέγω,	—— l. 25 * *	deeſt. Interim notandum, e regione verborum, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ, quæ incidunt in edit. pag. 56. lin. 23. et 24. adſcriptum eſſe in margine ab eadem manu: δια το α′. του α′. των κωνικων απολλωνιου.
—— 273. l. 5 παρὰ τὴν	—— l. 28 περὶ τὴν	παρα την
—— l. 12 ἠγμένας	—— l. 31 ἠγμένας	ηγμενας
—— l. 14 Ἔστω πάλιν	—— l. 33 * *	Ab hiſce verbis Codex inchoat novum Caput, ſcilicet ι′.
—— l. 19 ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ	—— l. 40 ἐπίπεδον τὸ ἐν ἐν ᾧ	το επιπεδον το εν ω
—— l. 29 Ἀλλ' ἔστω	—— l. 51 * *	Ab hiſce vocibus iterum Codex exorditur Caput novum, ſcilicet ια′.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 273. l. 30 ἡμισείας τᾶς	Pag. 56. l. 51 ἡμισείας τᾶ	ημισειας τας
—— l. 36 ἐπὶ τᾷ	—— 57. l. 6 ἐπὶ τᾶ	επι τα
—— l. 43 κύλινδρος	—— l. 10 • •	τω κυλινδρω
—— 274. l. 12 ποτὶ ἀπὸ τᾶς	—— l. 26 • •	ποτι τω απο τας
—— l. 14 ποτὶ ἀπὸ τᾶς	—— l. 27 • •	ποτι τω απο τας
—— l. 18 ἐπὶ τᾶ	—— l. 28 • •	επι τα τω
	Cap. XI.	ια'.
—— l. 26 βάσιων	—— l. 32 • •	βασιων
	Cap. XII.	ιβ'.
—— 275. l. 12 ἐπιτεμεῖ ἐπίπεδον	—— l. 49 ἐπιτεμεῖ ἐπίπεδον	αποτεμει εν επιπεδω
—— l. 20 κύκλος ἐστίν,	—— 58. l. 2 • •	α τομα κυκλος εστιν
	Cap. XIII.	ιγ'.
—— l. 32 ἀπὸ τᾶς	—— l. 8 • •	deeſt ἀπὸ
—— l. 35 διάμετρος	—— l. 9 • •	α διαμετρος
—— l. 41 ΑΒΓ.	—— l. 15 • •	ΒΓ
—— 276. l. 2 εὐθειᾶν	—— l. 35 • •	ευθειας
—— l. 11 μέσα γίνεται	—— l. 38 μέσα γίνεται	μεσα γαρ εστιν
—— l. 19 ἐπὶ τᾶν ΑΘ, ΘΓ,	—— l. 40 ἐπὶ τᾶν ΑΘΓ	επι ταν ΑΘ ΘΓ
—— l. 37 ἔχοντα	—— l. 47 • •	εχοντι
	Cap. XIV.	ιδ'.
—— l. 43 ἐπίπεδον	—— l. 50 • •	deeſt
—— 277. l. 13 ποτὶ τὸ ἐπίπεδον	—— 59. l. 7 • •	ποτι τω επιπεδω
—— l. 29 καθετᾶν	—— l. 15 • •	καθετων
—— l. 36 συμπίπτοντι.	—— l. 18 • •	συμπτωμα
	Cap. XV.	ιγ'.
		Codex enim repetit numerationem duorum Capitum ſuperiorum, quare nos in poſterum eam utpote erroneam minime curabimus.
—— 278. l. 12 τοῦ σφαιροειδέος	—— l. 30 • •	τω μεν σφαιροειδεος
—— l. 21 τᾶ ΒΔ·	—— 60. l. 1 τᾶ ΒΔ	τα δε ΒΔ
—— l. 25 κὴ ἁ ΜΑ	—— l. 2 κὴ ἁ ΝΑ	και α ΜΔ
—— l. 28 ἀγομένας,	—— l. 3 ἀγομένας	αγμενας
	Cap. XVI.	
—— 279. l. 4 Ἐν τῷ	—— l. 16 Εἶναι τῷ	εν τω
—— l. 10 παράλληλος	—— l. 19 • •	παραλληλος
—— 280. l. 5 κὴ διὰ τᾶς	—— l. 50 • •	και τε δια τας
—— l. 32 ὅτι κὴ τὸ	—— 61. l. 11 • •	deeſt καὶ
	Cap. XVII.	
—— l. 38 ἅψεται	—— l. 14 • •	αψεται
—— l. 46 εὐθεῖα	—— l. 18 εὐθείας	ευθεια
—— 281. l. 10 κατ' ἄλλο σαμεῖον	—— l. 26 • •	κατ' αλλο ου σαμειον
—— l. 13 Ἐπὶ γὰρ	—— l. 27 ἐπεὶ	επι γαρ
	Cap. XVIII.	
—— l. 26 ἁφᾶν	—— l. 33 • •	ταν αφαν
—— l. 38 εὐθειᾶν	—— l. 40 • •	ευθειας
	Cap. XIX.	
—— l. 43 ἀγόμεναι,	—— l. 45 • •	αγομεναι ευθειαι
—— l. 47 καὶ διὰ τοῦ	—— l. 48 • •	δια δε τω
—— l. 49 Τέμνει δ' τοῦτο τὸ σφαιροειδὲς	—— l. 50 • •	τεμει δε τουτο το τε σφαιροειδες
—— 282. l. 12 ἀγομένα·	—— 62. l. 4 • •	αγμενα
—— l. 16 παράλληλος	—— l. 6 • •	αυτας παραλληλος
	Cap. XX.	
—— l. 36 μέσον	—— l. 16 • •	μεν
—— 283. l. 10 ἐπίπεδον	—— l. 40 • •	τω επιπεδω
—— l. 15 Καὶ λοιπὸν	—— l. 42 • •	και το λοιπον
—— l. 18 τὰν δὲ μεταξὺ	—— l. 44 τὰ δὲ μεταξὺ	ταν δε μεταξυ
	Cap. XXI.	
—— l. 34 ἀποτεμνομένον	—— 63. l. 1 • •	αποτετμαμενω
—— l. 41 τμᾶμα,	—— l. 5 τμῆμα	τμαμα
—— l. 42 τμάματος, τμαμά ἐστι	—— l. 6 • •	τμαματος τμαμα εστι
—— l. 43 ἀποτέμνοντος	—— ib. • •	αποτετμαμενος
—— 284. l. 8 ἔχον	—— l. 21 • •	ο εχων
—— l. 15 διαιρέσιον	—— l. 25 διαιρεσιῶν	διαιρεσιων
—— l. 19 Ἐφ' ἑκάστῳ	—— l. 27 • •	αφ' εκαστω
—— l. 25 κὴ συγκείμενον	—— l. 31 • •	deeſt καὶ
—— l. 27 ἐφ' ἃ τὸ Β	—— ib. τῶν ἐφ' ἃ τὸ Β	deeſt τῶν
—— ib. Λοιπὸν δὲ	—— ib. • •	λοιπον δε εστι
	Cap. XXII.	
—— l. 42 ἡμίσεος	—— l. 39 • •	ημικυκλιω
—— l. 43 ἡμίσεος	—— ib. ἥμισυ	ομοιως
—— l. 44 ἐγγράψαι,	—— l. 40 • •	εγγεγραφθαι
—— l. 45 ὥστε τὸ	—— l. 41 ἔστω τὸ	ωστε το
—— l. 46 ἐγγραφέντος	—— ib. ἐγγραφέντος	εγγραφομενω
—— 285. l. 18 Ἔστιν	—— l. 51 ἐστὶν	εστιν

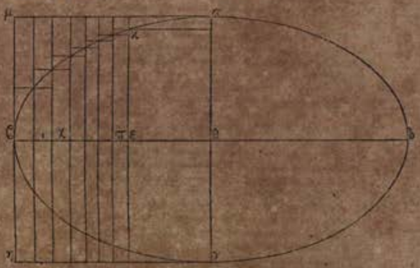
Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 285. l. 41 τῷ ἐπιπέδῳ	Pag. 64. l. 16 • •	τω επιπεδω τω
—— l. 44 τομὰν	—— l. 21 • •	τομαν ταν
—— l. 48 εὐθείας	—— l. 25 • •	ευθεια
— 286. l. 9 τμάματι,	—— l. 33 τμάματι	τμηματι
—— l. 16 τὰν περὶ	—— l. 36 • •	deeſt τὰν
	Cap. XXIII.	
—— l. 46 περιγραφὲν	—— l. 51 περιγραφὲν	περιγραφεν
—— l. 51 τὰν ΑΓ,	— 65. l. 2 τὸν ΑΓ	ταν ΑΓ
—— l. 53 τὰν ΒΘ.	—— l. 5 • •	ταν ΒΓ
— 287. l. 9 ὅλος	—— l. 21 • •	ο ὁλος
—— l. 21 ἐγγεγραμμένω	—— l. 24 • •	περιγεγραμμενω
—— l. 29 καὶ τῷ ἐν	—— l. 28 • •	και τω εν
—— l. 37 τᾶς διαμέτρω	—— l. 32 τῆς διαμέτρου	τας διαμετρω
—— l. 42 ἐγγεγραμμένον	—— l. 34 • •	γεγραμμενω
—— l. 49 ὅλῳ	—— l. 38 • •	deeſt
— 288. l. 6 πολλῷ ὑπερέχει	—— l. 43 καὶ ὑπερέχει	και υπερεχει
—— l. 7 κατασκευάσθω.	—— – ib. • •	κατασκευασθω
—— l. 22 τὰν ΒΕ,	—— l. 51 • •	τα ΒΕ
—— l. 26 τούτου λόγου,	— 66. l. 2 • •	τουτω του λογου
—— l. 40 τὸν κύκλον	—— l. 9 • •	τον κυλινδρον
—— l. 48 τμάματι,	—— l. 13 τμήματι	τμαματι
	Cap. XXIV.	
— 289. l. 10 Τέμνει	—— l. 20 • •	τεμει
—— l. 12 τῷ κατὰ	—— – ib. κατὰ τῶν τὰν	τω κατα ταν
—— – ib. Ἐπιψαύσει	—— l. 21 ἐπιψαύει	επιψαυσει
—— l. 18 ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς	—— l. 23 ὀξυγωνίου τομᾶς	οξυγωνιω κωνω τομας
—— l. 21 ἁπτομένα,	—— l. 25 • •	απτομενα
—— l. 39 ἔχει τὰν	—— l. 39 ἔχοντα τὰν	εχει ταν
—— l. 47 τμάματι.	—— l. 50 • •	τμηματι
—— l. 50 τμάματι,	— 67. l. 1 • •	τμηματι, et ſic infra, quod in poſterum minime adnotabimus, quum pro η more Dorico adhibeat α, et viceverſa, quæ quidem inconſtantia etiam in editione animadverti poteſt.
— 290. l. 20 τὰν ΒΕ μέσον	—— l. 12 τὰν ΒΕ δυνάμει	ταν ΒΕ μεσαν
—— l. 33 ὁμοίως	—— l. 18 ὁμοία	ομοιως
	Cap. XXV.	
—— l. 46 ὀρθογωνίω	—— l. 25 • •	τω ορθογωνιω
—— l. 47 ἐπιπέδῳ,	—— – ib. • •	επιπεδοις
— 291. l. 18 καὶ αἱ	—— l. 51 • •	deeſt αἱ
—— l. 31 Ἄχθω δὲ καὶ	— 68. l. 2 • •	deeſt καὶ
—— l. 33 τὰν ΔΖ	—— l. 3 • •	ταν ΑΖ
—— l. 35 κορυφὰ τὸ Λ. Τὸ δὲ	—— l. 4 • •	κορυφα το Λ. το δε
—— l. 37 ποτ' ἄλλαλα	—— l. 5 • •	ποτι ταλλαλα
—— l. 38 βάσιον	—— – ib. • •	βασιων
—— l. 42 ἁ ΑΜ	—— l. 7 • •	α ΝΑ
—— l. 50 ἁ ΑΜ	—— l. 11 • •	α ΝΑ
— 292. l. 2 αἱ δὲ ΑΜ,	—— l. 13 • •	αι δε ΑΝ
—— l. 3 ἁ ΑΜ	—— – ib. • •	α ΑΝ
—— l. 5 ἁ ΑΜ	—— l. 14 • •	α ΑΝ
—— l. 9 ἁ ΑΜ	—— l. 16 • •	α ΑΝ
—— l. 11 τᾶς ΑΚ ποτὶ ΑΜ.	—— l. 47 τῆς ΑΚ πρὸς ΑΜ	τας ΑΝ προς ΑΚ
—— l. 13 ἁ ΑΚ ποτὶ τὰν ΑΜ	—— – ib. • •	α ΑΝ ποτι ταν ΑΚ
—— – ib. ἁ ΑΜ	—— l. 18 • •	α ΑΝ



Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
	Cap. XXVI.	
Pag. 292. l. 22 ἀγμένος,	Pag. 68. l. 22 ἀγμένα	αγμενα
—— l. 23 ἄλλαλα	—— l. 23 ἀλλάλα	αλλαλα. Hæc quoque vox indiſcriminatim exhibetur, modo cum α, et modo cum η.
—— l. 24 αὐτῶν.	—— l. 24 αὐτῶς	αυτως
—— l. 26 ἔστω δὲ τῷ	—— – ib. • •	εστω δε τω
—— l. 27 ἁ Α.	—— l. 25 • •	α ΑΑ
—— l. 32 ἁ ΑΒΓ	—— l. 27 • •	deeſt ἁ
—— l. 34 τῷ Κ	—— l. 28 • •	τα ΙΚ
—— l. 40 ἴσαν ἐστὶ	—— l. 30 • •	ισαν εστι
—— l. 43 ἐστὶ τῷ Α,	—— – ib. • •	εστι τα Δ
—— l. 45 καὶ τῷ αὐτῷ	—— l. 32 • •	ισον τω αυτω
—— l. 46 ἀπὸ τῶν Κ, Λ	—— l. 33 ἀπὸ τῶν ΚΛ	απο των ΚΛ
—— 293. l. 3 δύο κῶνοι βάσεις	—— l. 42 δύο κῶνοι βάσιν	δυο κωνοι βασιας
—— l. 9 μᾶκος.	—— l. 46 μάκει	μακει
—— l. 26 ἴσα ἁ Κ,	—— 69. l. 4 • •	ισα α ΛΚ
	Cap. XXVII.	
—— l. 53 ὀρθῷ	—— l. 7 καὶ ὀρθῷ	deeſt καὶ
—— l. 45 ἁ ΑΓ.	—— l. 13 • •	deſunt
—— 294. l. 31 ἢ τὸ τμᾶμα	—— l. 45 • •	deeſt ἢ
—— l. 36 Ἐσσοῦνται	—— l. 47 • •	εσονται
—— l. 45 ἐν ἁ ΖΔ	—— l. 51 • •	deeſt ἐν
—— – ib. Ἔστω δὲ αἱ	—— 70. l. 1 • •	εσονται δε αι
—— l. 46 ἐφ' ἂν τὰ Ξ,	—— – ib. ἐφ' αὐτὰ Ξ	εφαν τα Ξ
—— – ib. ἴσαι ταῖς	—— – ib. • •	ισα ταις
—— l. 50 ἔστω ἴσον τῷ	—— l. 3 • •	εστω εν τω
—— l. 51 ἐλάσσον ἴσον τῷ	—— – ib. • •	ελασσον εν τω
—— l. 52 τῷ ἴσῳ	—— l. 4 • •	των τω ισω
—— 295. l. 1 τὸ Μ, ἴσα	—— l. 6 τὸ Μ ἴσα	τουτω
—— l. 11 ὑπὸ τᾶν ΖΔΒ,	—— l. 10 • •	υπο ταν ΖΔ ΒΔ
—— – ib. ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΒΕ,	—— l. 11 • •	υπο ταις ΖΕ ΒΕ
—— l. 16 τὸ ΞΜ χωρίον	—— l. 13 • •	deeſt ΞΜ
—— l. 17 ἴσον ἐστὶ τὸ ΞΝ. Ἃ γὰρ Ξ	—— – ib. • •	deſunt omnia.
—— l. 28 χωρίον	—— l. 19 χωρίς	χωριον
—— l. 33 δὲ τῶν	—— l. 23 τινός	των τι
—— l. 45 Δέδεικται δὲ,	—— l. 28 δεικτέον δὲ	δεδεικται δε
—— l. 48 ἀμφοτέραις,	—— l. 29 • •	συναμφοτεραις
—— l. 51 ἐν ὅλος	—— l. 31 • •	εν ο ολος
—— 296. l. 12 κατασκευάσθω.	—— l. 37 • •	κατασκευασθω
—— l. 26 τὸν λόγον, ἐν τὸ Ω	—— l. 44 • •	λογον τε Ω
—— l. 29 εἶμεν	—— l. 46 εἶναι	ειν
	Cap. XXVIII.	
—— l. 51 ἔχοντος	—— 71. l. 6 • •	εχον
—— 297. l. 1 ἁ συναμφοτέραις ἴσα, τῷ τι	—— l. 7 • •	αι συναμφοτεραι. ισα τω τι
—— l. 15 Τίμαιν	—— l. 14 • •	τιμαι
—— l. 19 ἀναγκαῖον	—— l. 16 • •	αναγκαιον
—— l. 24 Ἐσύσας δὲ ἐξυγωνίου κώνου τομᾶς	—— l. 18 • •	εστω αλλη εξυγωνιου κωνου τομα
—— l. 26 ἀναγκαίοις	—— l. 19 ἀναγκαίως	αναγκαιως
—— 298. l. 8 περιγεγράφθω	—— l. 48 • •	περιγραφθω
—— l. 16 ἐπιφάνειαν	—— 72. l. 2 • •	την επιφανειαν
—— l. 20 ἔχων ἄξονα τὸν	—— l. 4 • •	εχων αυταν
—— l. 26 βάσιας	—— l. 7 • •	βασιας
—— l. 28 ποτ' ἀλλάλας,	—— – ib. ποτ' ἀλλάλας	ποτ' αλλαλας
—— l. 43 τᾷ ΔΕ,	—— l. 15 τὰν ΔΕ	τα ΔΕ
—— l. 50 ποτ' ἄλλας	—— l. 19 • •	ποτ' αλλαλας
—— 299. l. 4 ἐν τοῖς λόγοις,	—— l. 21 • •	εν τοις αυτοις λογοις
—— l. 7 χωρίς	—— l. 22 • •	τα χωρις
—— l. 9 ἁ ΜΞ	—— l. 23 ἁ ΓΞΝ	α ΞΝ
—— l. 12 ποτὶ	—— l. 25 ψοτὶ	ποτι
—— l. 17 μεῖζον ἐὸν	—— l. 28 • •	μειζον
	Cap. XXIX.	
—— l. 35 ἡμίσεον	—— l. 37 ἡμίσεον	ημισεον
—— l. 38 σχῆμα	—— l. 38 • •	τμημα
—— l. 41 σχήματος	—— l. 39 • •	τμηματος
	—— l. 47 τὰν τῶ τμήματι, καὶ ἄξονα ἃ αὐτᾶν	deſunt omnia
—— 300. l. 9 τετέει ἁ		αυταν
—— l. 15 ἐχόντων	—— l. 51 • •	εχοντιν
—— 301. l. 4 ἐφ' ἂν τὰ Ξ,	—— 73. l. 11 ἐφ' αὐτᾶ Ξ	εφαν τα Ξ
—— – ib. ταῖς τμάμασι	—— – ib. ταῖς τμάμασι	ταις τμημασι ταις
—— l. 13 πλάτος μὲν ἔχον ἐν τμάματι,	—— l. 16 πλάτος μὲν ἴσον τμάματι	πλατος μεν ε τμηματι
—— l. 23 ἔχοντα	—— l. 21 • •	εχοντι
—— l. 26 τὰ ὑπὸ	—— l. 23 • •	deſunt
—— l. 27 κύλινδρον	—— – ib. • •	κυλινδρον
—— l. 34 γνώμονα,	—— 74. l. 2 γνώμονα	γνωμονα
—— l. 35 ἀφαιρημένα,	—— – ib. ἀφαιρημένω	αφαιρημενω
—— l. 43 ὁμόλογα	—— l. 6 • •	τα ομολογα
—— l. 47 ἀφαιρημένας	—— l. 9 • •	αφαιρημενας, et ſic infra lin. 11.
—— 302. l. 3 ΞΦ, τῷ ἴσῳ	—— l. 13 • •	ΞΦ. ΞΥ. ΞΩ. τω ισω
—— l. 4 ὑπεροχᾷ.	—— – ib. ὑπεροχὰ	υπεροχα
—— l. 7 ἐὸν	—— l. 15 τὰ ἐὸν	τα εν
—— l. 12 ἐλάσσων	—— l. 17 ἐλάσσων	ελασσων
—— l. 15 λοιπῶν μείζονά ἐστι	—— l. 19 • •	λοιπων (tum relicta eſt lacuna unius ſyllabæ) να εστι

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 302. l. 16 μείζονα ἢ	Pag. 74. l. 19 • •	μειζονα εστι η
—— l. 18 ἐςὶν ἢ ἡμιόλιος	—— l. 20 • •	εςιν ημιολιος
—— l. 24 ἁμίσεος	—— l. 23 • •	ημισεων
—— l. 27 ἐγγεγραφέντος	—— l. 25 • •	εγγραφεντος
—— l. 29 κατασκευάσθω.	—— l. 26 • •	κατεσκευασθω
—— 303. l. 4 χωρὶς	—— l. 40 χώραν	χωρις
—— l. 12 ἔτι ἐλάσσων,	—— l. 44 • •	ετι ελασσον







Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
	Cap. XXX.	Ab hoc Capite in poſterum nulla ſit numeratio Capitum.
—— l. 17 τῶ κώνω,	—— l. 46 • •	τω κωνω τω
—— l. 19 σχῆμα	—— l. 47 • •	τμημα
—— l. 24 ἀγομένα ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον ἐπέζευκτο	—— l. 50 • •	αγομενα επι το επιπεδον, επιζευκτο
—— l. 29 ἐπιψαύοισαν	—— 75. l. 2 • •	επιψαυουσαν
—— l. 33 ἐπιζευχθεῖσα,	—— l. 3 ἐπιζευχθεῖσαν	επιζευχθεισα
—— l. 35 αἱ ΒΘ, ΘΔ.	—— l. 9 • •	αι ΒΘ ΘΔ
—— l. 36 εἴρηται κύλινδρον,	—— l. 11 • •	κυλινδρου κορυφη
—— l. 40 ἡμίσεως	—— l. 20 ἡμίσεος	ημισεως
—— l. 46 ἡμίσεων	—— l. 23 ἡμίσεων	το ημισεον
—— l. 50 Ἐγγεγράφθω	—— l. 25 • •	εγγραφθω
—— l. 52 περιγεγράφθω	—— l. 26 • •	περιγεγραψθω
—— 304. l. 15 ἡμιόλιος ἐών	—— l. 30 καὶ ὁ τόμος ἐών,	ημιολιος εων
—— l. 19 ἐγγεγράφθω	—— l. 31 • •	εγγραφθω
—— l. 30 τὸ ἥμισυ	—— l. 37 • •	τω ημισυ
	Cap. XXXI.	
—— l. 39 τὸν ἄξονα τῶ	—— l. 42 • •	τον αξονα τον του
—— l. 41 σχήματος,	—— ib. • •	τμηματος
—— l. 46 σφαιροειδὲς	—— l. 44 • •	τω σφαιροειδες
—— l. 48 Ποιείσθω δ'	—— l. 45 • •	ποιεισθω δε
—— 305. l. 2 ἔςω ἁ ΖΗ.	—— l. 48 • •	εςω του ΑΖΗ
—— l. 6 ποτὶ τὰν ΔΖ.	—— l. 49 • •	ποτι ταν ΔΖ
—— l. 21 ἐςι τὸ	—— 76. l. 16 • •	εςι και το
—— l. 25 τᾶς ΒΘ, καὶ ἁ ΒΔ τᾶς ΒΡ, τριπλασία ἐςαὶ καὶ	—— l. 20 • •	deſunt omnia:
—— l. 41 ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΔΗ.	—— l. 29 • •	α ΔΗ ποτι ταν ΔΖ
—— l. 46 ἐφ' ἃς τὰ ΞΝ,	—— l. 31 ἐφ' αὐτᾶ ΞΝ	εφας τα ΞΝ
—— l. 47 ἐν τῷ ΒΔ,	—— l. 32 • •	deeſt ἐν
—— l. 49 Τῶν ἂν	—— l. 33 • •	τα αν
—— l. 52 τᾶς διαμέτρω	—— l. 34 • •	τας διαμετρους
—— l. 53 τᾶ ΒΕ	—— l. 35 • •	ταν ΒΕ
—— 306. l. 8 τὰν ΝΟ,	—— l. 39 • •	ταν Θ
—— l. 20 τῷ δὲ μεγέθει	—— l. 45 τῶ μεγέθει	τω δε μεγεθει
—— l. 25 ἀπὸ τᾶς ΔΓ	—— l. 48 • •	απο τας ΔΞ
—— l. 34 ἐν τὸ ὅμοιος	—— 77. l. 1 • •	deeſt ἐν
—— l. 44 ἀφαιρουμένας,	—— l. 6 • •	αφαιρημενης
—— 307. l. 2 ἐφ' ἃν	—— l. 11 ἐφ' αὐτᾶ	εφας τα
—— ib. παραπεπτωκότες	—— ib. παραπεπτώκει	παραπεπτωκει
—— l. 16 τᾶς ΞΟ.	—— l. 18 • •	τα ΞΟ
—— l. 36 ὑπερέχει	—— l. 28 • •	υπερεχει
—— l. 38 κατασκευάσθω.	—— l. 29 • •	κατεσκευασθω
—— l. 46 λόγον,	—— l. 33 • •	τον λογον
—— l. 48 τῷ ΒΔ,	—— l. 34 τᾶ ΒΕ	τα ΒΔ

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 307. l. 53 συνεςηκότων,	Pag. 77. l. 37 • •	παρασυνεςηκοτων
— 308. l. 8 Καὶ πάντες	— l. 41 • •	και παντες
— l. 31 ἄρα λόγον	— 78. l. 2 • •	deeſt ἄρα
— l. 33 ἢ ποτὶ	— l. 3 • •	deeſt ἢ
	Cap. XXXII.	
— l. 49 τμᾶμα	— l. 11 τμᾶμα	τμημα
— 309. l. 2 κατὰ τὰν ΑΓ.	— l. 14 • •	κατας ΑΓ
— l. 3 κατὰ τὰ Β, Ζ·	— ib. • •	κατα τα ΒΖ
— l. 31 τᾷ ΘΖ.	— l. 36 • •	τα ΔΖ
— 310. l. 1 ὑπερέχοντι	— l. 49 • •	υπερεχει
— l. 2 Πάλιν δὴ	— ib. • •	παλιν δη
— l. 3 περιγεγραμμένον	— l. 50 • •	περιγεγραμμενον σχημα
— l. 7 ἐσσεῖται οὖν	— 79. l. 1 • •	εσσειται ουν
	Cap. XXXIII.	
— l. 30 ἂν ἁ ΕΗ	— l. 13 • •	αν εχη α ΕΗ
— l. 32 γινομένου	— l. 14 • •	του γινομενου
— 311. l. 14 τὰν ΚΑ,	— l. 38 τὰν ΚΑ	τα ΚΑ
— l. 21 τὸ τμᾶμα	— l. 42 τὸ τμᾶμα	το τμημα τε
— l. 24 ὑπὸ ΖΕ, ΕΔ,	— l. 43 • •	υπο ΞΕ ΒΕ
— l. 33 ἔλασσον ἢ τὸ ἡμίσεον	— l. 48 τοῦ ἡμίσεον	το ελασσον του ημισεον
— 312. l. 3 τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΖΔ, ᾧ ὑπὸ	— 80. l. 5 τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ, τοῦ ὑπὸ τᾶν	του υπο ταν ΖΗ ΞΔ ω υπο ταν
— l. 6 ποτὶ τὸ	— l. 7 πρὸς τὸ	ποτι το
— l. 11 τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ·	— l. 10 τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἁ ΖΕ ποτὶ τὰν ΒΕ	τουτον εχει τον λογον ον το περιεχομενον υπο ταν ΖΕ ΕΔ. ποτι το υπο ταν ΒΕΔ. τον γαρ αυτον εχει λογον ον α ΖΘ ποτι ταν ΒΕ.
— l. 19 ἐπεὶ βάσιν	— l. 12 • •	επιβασιν
— l. 21 τοῦτον τὸν λόγον, ὃν	— l. 13 • •	deſunt
— l. 23 ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΞΕ,	— l. 14 • •	υπο ταν ΖΘ ΞΕ
— l. 30 τὸ ἀνάλογον	— l. 18 • •	τι αναλογον το
— l. 33 τᾶν ΞΔ, ΕΗ,	— l. 20 τᾶν ΞΔ, ΕΔ	ταν ΞΕ ΕΔ
— l. 37 ἴσον ἐςὶν	— l. 21 • •	ισον εστι
	Cap. XXXIV.	
— 313. l. 31 ποτικείσθω δὲ ἁ ΔΗ ἴσα τᾷ ΔΘ,	— l. 50 • •	ποτικεισθω δε ταν ΔΗ ισα α ΔΘ
— l. 38 παραλλήλῳ	— 81. l. 2 παραλλήλα	παραλληλω
— l. 44 ἐγγεγραμμένον,	— l. 5 ἐγγεγραμμένον	εγγεγραμμενω
— l. 49 ἔχον	— l. 8 • •	εχοντα
— 314. l. 1 ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ	— l. 10 ὑπὸ τᾶ ΞΔ, ΒΘ	υπο ταν ΞΔ ΒΞ
— l. 6 τᾶν ΒΘ, ΞΔ.	— l. 13 • •	ταν ΒΞ ΞΔ
— l. 22 ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένῳ, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ	— l. 21 ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένῳ, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ	deſunt omnia
— l. 26 τῶν ὑψέων	— l. 23 τούτων ὕψεων	των των υψεων
— l. 30 τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου,	— l. 25 • •	το εν αυτω εγγεγραμμενον. In calce vero repetitur Titulus, et quidem ita: περι κωνοειδεων και σφαιροειδεων.
	Αρχιμηδους Ψαμμιτης	Concordat titulus.
— 319. l. 1 ΟΙΟΝΤΑΙ τινὲς, Βασιλεῦ Γέλων,	— 120. l. 18 Οιονται τινὲς βασιλεῦ Γέλων	οιοντι τινες βασιλευ γελων
— l. 2 τὸν ἀριθμὸν ἄπειρον	— ib. τὸν ἄπειρον	τον απειρον corr. a manu poſteriori τον αριθμον απειρον
— l. 3 τοῦ περὶ	— l. 19 • •	τον περι
— l. 6 ἄπειρον μὲν εἶμεν	— l. 21 ἄπειρον εἶμεν	απειρον ειμεν
— l. 8 Οἱ δὲ οὕτως δοξάζοντες,	— l. 23 εἰ δὲ ὁ δοξάζοντες	οι δε ουτως δοξαζοντι
— l. 9 νοήσαιεν	— ib. • •	νοησαιεν
— l. 14 ἀκαρεῖ	— l. 26 • •	ακαρη
— l. 15 τοῦτο δυνατόν	— ib. • •	του δυνατου
— l. 19 τοῦ ψάμμου τοῦ	— l. 29 τὸν τ' τοῦ	του και τον
— l. 21 τοῦ μέγεθος	— l. 30 τοῦ μεγέθεος	του μεγεθεος
— l. 23 πλειόνων	— ib. • •	πλειονων
— l. 24 κέντρον ἴσα τῷ εὐθείᾳ	— l. 31 κέντρον εὐθείας	κεντρον αι ευθειαι
— l. 28 ὑποθέσεων	— l. 33 • •	υποθεσιων τινων
— l. 31 αἰτίαν	— l. 35 • •	αιτιον
— 320. l. 5 ὡς τε τὸν κύκλον, καθ' ὃν τὰν	— l. 37 ἐςὶ ὡς τε τὸν κύκλον καθ' ὃν τὰν	εςω τον κυκλον καθ' αυτον
— l. 8 Τοῦτο δὲ	— l. 39 τοῦτο δ'	τουτο γ'
— l. 11 αὐτό.	— l. 41 • •	αυτο.
— l. 16 καθ' ὃ	— l. 43 • •	καθ' ο
— l. 17 ὑποτίθεται	— ib. ὑποτίθεται	υποτιθεται
— ib. ἁπλασίων	— l. 44 ἁπλῶς	απλασιων
— l. 25 οὕτως τινὲς	— 121. l. 1 ὁ τινὲς	ουτως τινες
— l. 26 κατανομασίαν	— ib. κατονομάζων	κατονομαζων
— l. 29 περίμετρον	— l. 2 • •	ταν περιμετρον
— l. 30 μυριάδων	— l. 3 • •	μυριαδων
— l. 31 πειρωμένων	— ib. • •	πεπειραμενων
— l. 35 ὡς τ' μυριάδων ςαδίων	— l. 6 τῶν λ' λ ςαδίων	Ψ Μ ςαδιων
— ib. κ' μὴ μείζω.	— ib. καὶ μείζω	και μη μειζω
— l. 49 ἀναμφίλογον	— l. 14 ἀμφίλογον	αναμφιλογον
— l. 51 τριακονταπλασίαν	— ib. τριακονταπλασίας	τριακονταπλασιων
— l. 52 μείζονα.	— l. 15 μείζονα	μειζον
— 321. l. 10 λαβεῖν,	— l. 20 • •	διαλαβειν

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 321. l. 15 ὁ ἅλιος	—— 121. l. 23 ὁ ἅλιος	ο αλιος
—— l. 17 ἅ τις ἐςιν	—— l. 24 ἅ τις ἐςὶν	ατις εςιν
—— l. 19 τῷ ὄψει.	—— – ib. τῇ ὄψει	τῃ α οψει
—— l. 21 ἤμελλεν ἀνατέλλειν	—— l. 25 ἤμελλεν ἀνατέλλειν	ημελλεν ανατελλειν
—— l. 22 καὶ τεθέντος	—— l. 26 καὶ τεθὲν	και τεθεντος
—— l. 25 ἐς τὰν	—— l. 28 * *	ες ταν
—— l. 26 καὶ ἁ ὄψις κατεγράφη	—— – ib. * *	και αψις κατεγραφη
—— l. 36 ἐναρμόζει,	—— l. 33 * *	εναρμοζη
—— l. 43 τῶ μεγέθεος,	—— l. 36 * *	του τε μεγεθεος
—— l. 46 ὄψιος,	—— l. 38 * *	τας οψιος
—— l. 47 τόνδε τὸν τρόπον	—— – ib. * *	τον δε τον τροπον
—— – ib. κυλίνδρια ἀναλαμβάνεται	—— l. 39 κυλίνδρια ἀναλαμβάνεται	κυλινδρια λαμβανεται
—— l. 48 ἰσοπαχέα ἀλλάλοις,	—— – ib. ἰσοπαχέα ἀλλάλοις	ισοπαχεα αλλαλοις
—— l. 49 προτεθέντα	—— l. 40 * *	προτιθεντα
—— l. 51 τᾶς ὄψιος,	—— l. 41 * *	τας οψιας
—— 322. l. 2 εἰ μὲν κα	—— l. 43 εἴκκα	εικκα
—— l. 4 ἀφ' ἑκάτερα	—— l. 44 * *	εφ' εκατερα
—— l. 9 Ἁ δὲ γωνία,	—— l. 47 ὁδὲ γωνία	α δε γωνια
—— l. 13 ἐπισκοτεῖν	—— l. 49 * *	επισκοτειν
—— l. 14 ὅλῳ ἁλίῳ,	—— – ib. * *	ολω τω αλιω
—— l. 24 ἁ γωνία, ἐς ἂν ὁ ἅλιος	—— 122. l. 3 ἁ γωνία ἁ ἴσας ὁ ἅλιος	και α γωνια ας αν ο αλιος
—— l. 25 ἐςιν, ἁ διαιρεθεῖσας	—— l. 4 ἐςὶν, ἁ διαιρεθείσας &c.	εςιν η διαιρεθεισας ες ΡΞΔ τομας. α δε ελαττων διαιρεθεισα των ορθων ες C μειζων. η το μερος τουτου. δηλον ων οτι και α γωνια α ισας ο αλιος εναρμοζη τας κορυφας εχοισας ποτι τα οψει. ελαττων μεν εςιν η διαιρεθεισας &c. quæ eſt repetitio ſuperiorum verborum.
—— l. 28 διάμετρος	—— l. 5 * *	και α διαμετρος
—— l. 39 τοῦ Δ	—— l. 11 * *	deeſt Δ
—— – ib. ἐπιψαυόντων	—— – ib. * *	επιψαυων των, et ſic iterum in eadem linea.
—— l. 42 αἱ ΘΜ, ΘΟ	—— l. 12 * *	αι ΘΚ ΘΟ
—— l. 50 ἐς ἂν	—— l. 16 αἷς ἂν	α ισαν
—— 323. l. 14 τοῦ ΣΗ κύκλῳ	—— l. 25 * *	τω ЄΗ κυκλω
—— l. 21 τοῦ ΣΗ κύκλῳ.	—— 123. l. 3 * *	τω ЄΗ κυκλω
—— l. 23 ποτὶ τὰν ΥΣ ἐλάττων	—— l. 4 ποτὶ τὰν ϒ ἐλάττων	ποτι ταν ΥC (ubi notandum eſt litteram illam Y ubi agitur de litteris ſchematibus appoſitis, accipi in Codice pro littera Υ quemadmodum etiam in ſequentibus duabus variis lectionibus.)
—— l. 25 ἁ μὲν ΘΚ	—— – ib. * *	α μεν ΘΚΥ
—— – ib. ἁ δὲ ΣΥ	—— l. 5 ἁ δὲ ΣΝ	α δε CΥ
—— l. 26 λόγον ἔχει	—— – ib. * *	λογον εχει
—— l. 28 τριγώνου	—— l. 6 * *	deeſt
—— 324. l. 4 Εἰ γάρ κα δυῶν	—— l. 9 * *	ει γαρ κα δυων (illa autem κα ſcripta ſunt non tamquam litteræ lineam aliquam in ſchemate depictam deſignantes, ſed tamquam encliticæ.)
—— l. 5 ἄτερος	—— – ib. * *	ατερ αι
—— l. 10 ποτὶ τὰν	—— l. 11 * *	deeſt ποτὶ
—— l. 16 Ὡς τε	—— l. 14 * *	ωςτε και
—— l. 19 ἁ περιεχομένα	—— l. 17 * *	deeſt ἁ
—— l. 23 διαμέτρῳ,	—— – ib. διαμέτρῳ	διαμετρω
—— 325. l. 13 δῆλον, ὡς	—— l. 40 * *	δηλον ως α
—— l. 27 δακτυλιαίων	—— l. 47 * *	δακτυλιων
—— 326. l. 3 ἀριθμῶν μέρος	—— 124. l. 10 * *	ἀν μερος (illa autem ſigla in Codice denotat vocem ἀριθμῶν. et ſic deinceps, ubi recurrit vox illa, quemadmodum ἀι denotat ἀριθμοί, et ἀς ἀριθμὸς &c.— quod ſemel adnotaſſe ſufficiat.)
—— l. 7 γινωσκόμενοι,	—— l. 12 * *	γιγνωσκομενοι
—— l. 24 ἑξῆς κείμενοι,	—— l. 21 ἐξωσκειμένοις	εξωσκειμενοι
—— l. 25 ἑκὰς ἐσσ'	—— – ib. ἑκὰς τὶ	εκας η
—— l. 31 ὄγδοος	—— l. 24 * *	ο ογδοος
—— l. 39 Φανερὸν δὲ, ὅτι	—— l. 29 * *	φανερον δε οτι και
—— l. 40 ἐξῶντι,	—— – ib. ἐξῶντι	εξωντι
—— l. 49 ἀπὸ μονάδος	—— l. 34 * *	απομαδος, et ſic recurrit in linea editionis 35. et 37.
—— l. 52 παραπολλαπλασιάζειν	—— l. 35 * *	πεπολλαπλασιασθω
—— 327. l. 1 ὅτι ἴσος	—— l. 37 ὅτι ἴσως	οτι ισος
—— l. 7 γινόμενος	—— l. 40 * *	ο γινομενος
—— l. 8 πολλαπλασιαξάντων	—— l. 41 * *	των πολλαπλασιαξαντων
—— l. 16 τουτῶν	—— l. 44 τουτέοις	τουτων
—— l. 26 ἀλλάλας	—— l. 50 ἀλλάλαις	αλλαλας
—— l. 28 μέγεθος,	—— l. 51 * *	μεγεθεος
—— l. 30 κα εἴη ὁ ἀριθμὸς	—— 125. l. 1 ΚΑΙΝ ὁ ἀριθμὸς	κ' αιιν αριθμος
—— l. 37 δακτυλιαίας	—— l. 4 δακτυλιαίας	δακτυλιαιαν
—— l. 38 τριπλάσιον	—— l. 5 * *	τριπλασιον λογον
—— l. 39 ἀλλάλας	—— – ib. ἀλλάλαις	αλλαλας
—— l. 40 τηλικαῦτα	—— l. 6 τηλικαῦτα	τηλικαυτα
—— l. 43 πολλαπλασιασθεισᾶν	—— l. 7 πολλαπλασθεῖσαι	πολλαπλασθεισαν
—— 328. l. 5 τῶν δευτέρων ἀριθμῶν,	—— l. 15 ἀριθμῶν	δευτερων αριθμων
—— l. 7 μέγεθος	—— – ib. μέγεθος	μεγεθος
—— l. 11 πολλαπλασία	—— l. 17 * *	πολλαπλασια εςι
—— l. 14 μυριάδων	—— l. 19 * *	μυριων
—— l. 16 τᾶν χιλιᾶν	—— l. 20 τάν χιλιάν	ταν χιλιαν
—— l. 20 ἀνάλογον·	—— l. 22 ἀναλογίαις	αναλογιας
—— l. 24 ἐστί·	—— l. 25 ἐςὶν	εςι

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 328. l. 29 τᾶν διάμετρον	Pag. 125. l. 27 * *	τα των διαμετρον
—— l. 32 ἐχόσας	—— l. 29 ἐχόντα	εχουσας
—— l. 34 τῶ μέγεθος	—— ib. τοῦ μεγέθους	τω μεγεθος
— 329. l. 1 μονάδες	—— l. 40 μυριάδες	μοναδες
—— l. 3 μέγεθος	—— l. 41 μεγέθους	μεγεθος
—— l. 5 τᾶν	—— l. 42 τῶν δὲ	deeſt δὲ
—— l. 15 ἀπὸ μονάδος	—— l. 47 * *	απο μοναδος
—— l. 22 ἄλλοι	—— l. 51 * *	οι αλλοι
—— l. 30 μυριάδων,	— 126. l. 4 * *	μυριαδες
—— l. 33 ταλικαῦτα,	—— l. 6 * *	ταλικαυτα το μεγεθος
—— l. 36 τᾶν δέκα μονάδων	—— l. 7 τῶν δὲ μονάδων	των δεκα μοναδων
—— l. 44 καλουμένων	—— l. 11 κειμένων	κειμενων corr. καλουμενων
— 330. l. 4 σφαίρα	—— l. 16 * *	σφαιρας corr.
—— l. 11 χιλιᾶν	—— l. 20 χιλίας	των χιλιων
—— l. 24 μυριάδες	—— l. 27 μυριάδων	μυριαδων
—— l. 25 μέγεθος	—— ib. μεγέθους	μεγεθος
—— l. 34 μυριάδων	—— l. 32 * *	μυριαδων P.
—— l. 49 ἴσον	—— l. 40 ἴσα	ισον
— 331. l. 7 Ὅτι μὲν ὁμοίως	—— l. 43 * *	Inter μ̄, et ὁμοίως relicta eſt Lacuna trium circiter ſyllabarum.
—— l. 25 ἀλλάλας	— 127. l. 2 ἀλλήλας	αλλαλας
—— l. 28 Δέδεικται δὲ,	—— l. 3 δέδεικται γὰρ	δεδεικται δε
— 332. l. 5 ἐπιθεωρῆσαι	—— l. 17 ἐπιθεώρητος	επιθεωρητος
		In fine repetitur titulus, nimirum Αρχιμηδους Ψαμμιτης.

Tandem pro coronide hujus Collationis ſubjiciemus Scholion illud, quod ſupra diximus * incidere in paginam Codicis 92, quodque pertinet ad Caput X. Libri Περὶ Ψάμμου, in quo cum ſiglæ quædam occurrant, quas minime extricare potuimus, eas, ſicuti jacent in Codice, ita depingere conabimur. Ita igitur habet.

ΣΧΟΛΙΟΝ ΕΙΣ ΤΟ Ι ΘΕΩΡ.

Ινα δε και των αριθμων ακολουθως τη λεξει σαφηνισθη τε διαγραμμα υποκεισθω τα αυτα και οι αριθμοι υπογεγραφθωσαν ως υποκειται συν τοις πολλαπλασιασμοις. εστιν ουν σταθεντι αιρειν τω απο των τω ισω αλληλων υπερεχοντα μετα των απο ΙΚΛΜΝΞΟ και του απο της Λ. ρχβ[illegible]. τα δε απο των τω ισω αλληλων υπερεχοντων ΩΙγ. δηλον ουν το λεγομενον. λοιπον αποδειξαι βουλεται οτι τα δις υπο ταυτα μετα των απο ΙΚΛΜΝΞΟ του υπο της Β και πασων των τω ισω αλληλων υπερεχουσων ισα εστι τοις εκ πασων των τω ισω αλληλων υπερεχουσων. και οτι μεν αυτοθεν επισημαινει των αριθμων προχειρως. ο δε γε Αρχιμηδης γραμμικως αυτο βουλομενος δειξαι μεταγει τω λογω και φησιν. εστω δυο μεν τα υπο των ΒΙ περιεχομενα ισα τω υπο της διπλασιας της Β και της Θ και τα εξης. φανερα δε ταυτα αναγραφεισι επι τα χωρια. δηλον δε οτι και οι αριθμοι αναστησουσι. ως γαρ επι του δις υπο ΒΙ. εστιν η μεν ΒΙΔ η δε ΙΒ. οτι και το υπ᾿ αυτων §γ†, Νγ και εστιν η ΒΙΔ. η αρα διπλη ΚΗ επι της Β δια το ισον ειναι της Ι της Θ ‡ΓΧ. ομοιως δε η τετραπλη της Γ. Νγ. γινεται ΜΗ. η δε εξαπλη της Δ γινεται Ξ. η δε οκταπλη της Ε γινεται ΞΔ και εφεξης ομοιως. οτι η εκ πασων της τε διπλης και τετραπλης και εξαπλης και των λοιπων [illegible] τω διαζευγμενω γινεται ΤΑγ. ειτα παλιν τα συν συμπαντα συλλαβοντα το περιεχομενον υπο τε της Θ και της ισης πασαις ταις ΑΒΓΔΕΖΗΘ εγενεται ισα τω περιεχομενω υπο τε της Θ και της ισης πασαις. τα τε Λ και τα τριπλασια της Β και εξης. επει γαρ λεγοντο δις υπο της Β και τετραπλης της Γ και εξης επαγει συν αυτοις τα τε υπο της Θ και της ισης πασαις των τω ισω αλληλων υπερεχουσων. φανερον η οτι τω διπλη της Β. επαγει και ετερον ως γινεσθαι τριπλην και τη τετραπλη της Γ επαγει και πενταπλην και εξης ομοιως. γινεται ουν ως αρχεται η διπλη της Β. και τετραπλη της Γ και εξης των λοιπων ΤΑγ και εστι η ΘΒ το ισον δηλον οτι ΧΟΒ η δε ισης πασαις ταις τω ισω αλληλαις υπερεχουσαις γινεται ΟΒ ω επι των Β γινεται ΡΜΔ μετα των ΧΟΒ γινεται ΩΙγ. η δε τριπλη της Β γινεται ΜΒ. και εξης ως υποκειται εστιν ουν η συγκειμενη εκ της Λ και της τριπλης της Β και πενταπλης και των εξης ΥΗ επι των δυο γινεται ΩΙγ. ωστε οτι και τα απο των ΑΒΓΔΕΖΗΘ.

Sequentes lineas cum ſuis ſupputationibus, ad hoc Scholion pertinentes, ideo tranſverſe deſcripſimus, ut idem ordo, quem habent in Codice, ſervaretur.

* Vide pag. 411.

§ Hoc nexu fortaſſe indicatur vox γίνεται, vel γίνονται, et occurrit etiam aliàs inferius, ubi pro γίνεται illud accepimus.

‡ Hunc nexum minime extricare valuimus.

α	β ι	γ κ	δ λ	ε μ	ζ ν	η ξ	θ ο
π Μ Ιϛ	Μ ΙΔ Μ Β	Μ ΙΒ Μ Δ	Μ Ι Μ ϛ	Μ Η Μ Η	Μ ϛ Μ Ι	Μ Δ Μ ΙΒ	Μ Β Μ ΙΔ
α Μ CNϛ	π Μ π Μ	π Μ π Μ	π Μ π Μ	π Μ π Μ	π Μ π Μ	π Μ π Μ	π Μ π Μ
	α Μ α Μ	α Μ α Μ	α Μ α Μ	α Μ α Μ	α Μ α Μ	α Μ α Μ	α Μ α Μ
	ϛϟϛ Δ	ΡΜΔ Ιϛ	Ρ Λϛ	ΞΔ ΞΔ	Λϛ Ρ	Ιϛ ΡΜΔ	Δ Ρϟϛ
	π δισυ Μ Νϛ	π δισυ Μ ϟϛ	π δισυ Μ ΡΚ	π δισυ Μ ΡΚΗ	π δισυ Μ ΡΚ	π δισυ Μ ϟϛ	π δισυ Μ Νϛ
	η διπλη της Β	η τετραπλη της Γ	η εξαπλη της Δ	η οκταπλη της Ε	η δεκαπλη της Ζ	η δωδεκαπλη της Η	η τεσσαρεσκαιδεκαπλη της Θ
	Μ ΚΗ	Μ ΜΗ	Μ Ξ	Μ ΞΔ	Μ Ξ	Μ ΜΗ	Μ ΚΗ

εκ πασων συναγεται ΤΛϛ επι των δυο μετα του υπο της ΘΚ της ισης πασαις ταις τε ισω αλληλων υπερεχουσων τουτεστι ΡΜΔ Μ Ω Ιϛ

η Γ της Β	η Ε της Γ	η Ζ της Δ	η Θ της Ε	η ΙΑ της Ζ	η τρ της Η	η ΙΕ της Θ
Μ ΜΒ	Μ Ξ	Μ Ο	Μ ΟΒ	Μ Ξϛ	Μ ΟΒ	Μ Λ

η εκ πασων συγκειμενη τριπλης τε και πενταπλης και των λοιπων Μ ΥΗ επι τον δυο γινεται Ω Ιϛ.

Hoc opus abſolutum fuit die XXIII. Menſis Junii, Ann. MDCCLXXXVI.

curante Angelo Maria Bandinio, I.V.D. Mediceæ Bibliothecæ, et Publicæ Marucellianæ

Regio Præfecto, ac Moderatore.

COLLATIO OPERUM

ARCHIMEDIS

QUÆ EXTANT IN MSS.

BIBLIOTHECÆ REGIÆ PARISIENSIS;

No. 2359, 2360, 2361, 2362.

NEC NON

EUTOCII ASCALONITÆ COMMENTARIORUM

QUI EXTANT IN IISDEM CODICIBUS;

INITA CUM

EDITIONE BASILEENSI

PER JOANNEM HERVAGIUM, ANNI MDXLIV.

Litera *A* notatur Codex 2359, Litera *B* Cod. 2360, Litera *C* Cod. 2361, Litera *D* Cod. 2362.

Edit. Oxon.		Edit. Baſil.		Codices Pariſien.
	Tit. Ἀρχιμήδους ἐπιπέδων &c.		Tit. • •	Tit. Ἀρχιμήδους περὶ ἐπιπέδων
Pag. 1.	l. 1 τῶν	Pag. 104.	l. 33 • •	deeſt. *A.*
——	l. 2 ἰσορροπεῖν	——	– ib. • •	ἰσορροπέειν. *A.*
——	l. 3 ἰσορροπεῖν ἀλλὰ ῥέπειν	——	l. 34 • •	ἰσορροπέειν ἀλλὰ ῥέπειν. *A.*
——	l. 6 ποτιτεθῇ τι	——	l. 36 ποτιτεθῇ	ποτιτεθῇ τι. *A.*
——	l. 7 προστεθῇ	——	l. 37 • •	ποτιτεθῇ. *C.* προστεθῇ. *D.*
——	l. 11 καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐφαρμόζειν ἐπ' ἄλληλα	——	l. 39 καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐφαρμόζειν ἐπ' ἄλληλα	deſunt. *C.*
——	l. 12 ἐφαρμόζειν	——	l. 40 ἐφαρμόζειν	ἐφαρμόζει. *B. D.*
——	l. 19 ὃ ἂν περίμετρος	——	l. 43 ὁ ἀντιπερίμετρος	[illegible]. *B.* [illegible]. *C. D.*
——	l. 20 εἶναι δεῖ	——	l. 44 εἶναι δεῖ	ἐστι. *A.*
—— 2.	l. 2 τί λέγει	—— 55.	l. 23 • •	τί λέγει. *D.*
——	l. 6 βάρεα	——	l. 26 • •	deeſt. *D.*
——	l. 11 βάρος	——	l. 31 • •	βάρος. *A.*
——	l. 32 ἐπιζευχθεισῶν	—— 56.	l. 3 • •	ἐπιζευχθείσης. *B. C. D.*
——	l. 35 αὐτῶν	——	l. 5 • •	αὐτῶν. *A.*
——	l. 44 ΕΘ πρὸς ΘΚ καὶ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΛ καὶ ἡ ΔΘ πρὸς ΘΜ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΛ, ΚΛ, ΛΜ.	——	l. 12 ΕΘ πρὸς καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΛ καὶ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΛ ἢ ἡ ΔΘ πρὸς ΘΜ. ΜΚ, ΚΛ, ΛΜ	Ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
——	l. 49 τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ	——	l. 18 τοῦ δὲ Ζ τριγώνου	τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. *B. C.*
		——	l. 21 ἃ ΔΕΖ καὶ ἡ ΒΓ l. ſeq. inc.	deſunt. *D.*
—— 3.	l. 1 ΑΒΓ τριγώνῳ ὅτι τῷ ἐν τῷ	——	l. 27 • •	deſunt. *D.*
——	l. 2 αἱ ἀπὸ τοῦ Θ	——	l. 27 ἀπὸ τοῦ Θ	αἱ ἀπὸ τοῦ Θ. *C. D.*
——	l. 4 ὃ ἂν περίμετρος	——	l. 29 • •	[illegible]. *B.* [illegible]. *C.* [illegible]. *D.*
——	l. 6 ὑμῖν	——	l. 30 • •	deeſt. *A.*
——	l. 7 [illegible]	——	– ib. • •	[illegible]. *B. C. D.*
——	l. 12 τοῦ ΑΒΓ	——	l. 34 τὸ ΑΒ	τοῦ ΑΒΓ. *C. D.*
——	l. 16 συμπίπτουσι	——	l. 36 • •	[illegible]. *D.*
——	l. 26 ἅπερ	——	l. 45 deeſt	ἅπερ. *B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 3. l. 31 ἐστὶν	Pag. 104. l. 45 ἔσονται	ἔσονται. B. C. ἔσεσθαι. A. D.
—— l. 39 γάρ τοῖς	—— 105. l. 1 τοῖς	γάρ τοῖς. A. B. C. D.
—— l. 42 πεπονθέν	—— l. 3 * *	πεπόνθει. A. B. D.
—— l. 46 τὸ μεῖζον αὐτὸ	—— l. 4 τὸ αὐτὸ	τὸ Γ Ζ αὐτὸ. A. τὸ μεῖζον αὐτὸ. B. τὸ Ψ Ζ αὐτὸ. C. D.
—— l. 48 ἔστω μεῖζον τὸ Α	—— l. 5 τὸ Α * ἔστω	ἔστω Γ Ζ τὸ Α Σ. A. D. ἔστω μεῖζον τὸ Α. B. ἔστω Ψ Ζ τὸ Α. C.
—— l. 51 μὲν γάρ ἐστιν ἐλάττων	—— l. 6 μὲν γίνεται ἔγω	μὲν γάρ ἐστιν ἐλάσσων. A. C. D.
—— 4. l. 1 ῥέψει ἐπὶ τὸ Β	—— l. 8 * *	deſunt. D.
—— l. 6 ταῦτα	—— l. 14 τὰ αὐτὰ	ταῦτα. A. B. C. D.
—— l. 9 μεῖζον	—— l. 17 μεῖζον	μεῖζον. C. D.
—— l. 13 ἔχοντι	—— l. 19 * *	ἔτι. D.
—— l. 15 μεγεθέων	—— l. 20 * *	μεγεθῶν. A.
—— l. 31 ἰσορροποῦντι	—— l. 31 * *	ἰσορροπησοῦντι. C. D.
—— l. 37 κέντρον	—— 56. l. 46 * *	ἔστω κέντρον. A. B. C. D.
—— l. 47 πάντων	—— 105. l. 36 * *	πάντων τῶν. B. C. D.
—— 5. l. 2 αὐτῶν κέντρον	—— l. 37 * *	τὸ αὐτὸ κέντρον. C. D.
—— l. 3 a κἀλλα ad Α Β Γ l. ſeq.	—— l. 38 * *	repetuntur hæc verba. D.
—— l. 5 ἴσαι	—— l. 39 * *	deeſt. A.
—— l. 14 δῆλον	—— l. 45 * *	δῆλον ὧν. B.
—— l. 19 ὅτι ἑκάστου καὶ τῶ	—— l. 49 * *	ἑκάστου αὐτοῦ. A.
—— l. 22 μεγέθους	—— l. 51 * *	μεγέθεα. A. B. C. D.
—— l. 24 μεγεθέων	—— 106. l. 1 μεγέθεων	μεγεθέων. C. D.
—— l. 25 κέντρον	—— l. 2 * *	κέντρα. A.
—— ib. a τὸ σημεῖον ad βάρεος l. 58.	—— ib. * * ad lin. 15.	deſunt. A. D.
—— l. 45 καὶ ὡς	—— l. 18 * *	καὶ ἔστω ὡς. A. C. D.
—— 6. l. 2 Α	—— l. 20 * *	deeſt. B.
—— l. 4 κοινὸν μέτρον	—— l. 21 * *	τὸ κοινὸν μέτρον. B. κοινὸν κέντρον. C.
—— l. 11 ἑκατέρων	—— l. 24 ἑκατέρω	ἑκατέρα. C.
—— l. 13 ἡμίσει	—— l. 26 ἡμίσει	ἡμίσει. B. C. D.
—— l. 20 ἔστω τὸ	—— l. 34 * *	ἔστω καὶ τὸ. B. C. D.
—— l. 25 πολλαπλάσιον ἐν	—— l. 37 πολλαπλασίων ἐν	πολλαπλάσιον. A. D. πολλαπλάσιον ἐν. B. C.
—— l. 27 τῷ Ν	—— l. 38 τῷ Ν	Ν. A. D.
—— l. 28 ἴσα ἐπὶ	—— l. 39 * *	ἴσα. A. ἴσα. D.
—— l. 32 μεγέθεα	—— l. 41 * *	deeſt. D.
—— l. 40 κέντρον	—— l. 45 * *	μέτρον. A. B. D.
—— l. 41 ἀλλ' ὡς	—— ib. * *	ὡς. A. D. ἔστω ὡς. B. C.
—— l. 44 διέστασι	—— l. 46 * * —— 47 διεστᾶσι	deeſt. C. —— διέστασι. A. B. C. D.
—— 7. l. 6 ἀντιπεπονθότως	—— 107. l. 1 * *	ἀντιπεπονθόσι. A. B. C. D.
—— l. 18 ὅτι —— τῶ Γ ἢ ὦ	—— l. 9 * * —— 10 * *	ὃ ὅτι. B. —— τῶ γε ὅτως. A.
—— l. 23 ποτὶ τὸ Γ, ὃ ἐν ΔΕ	—— l. 16 * *	ποτὶ τὸ Γ Η ἐν ΔΕ. A.
—— l. 25 τὸ Ζ, —— τὸ Δ.	—— l. 17 * * —— * *	τῷ Ζ —— τῷ Δ. B.
—— l. 26 τῷ ΑΒ.	—— ib. τὸ Α	τῶ Α. B.
—— l. 31 ἔλασσον	—— 57. l. 3 * *	τὸ ἔλασσον. A. C. D.
—— l. 32 τῶν	—— ib. * *	τῷ. B. C. D.
—— l. 33 Ὥστε	—— l. 4 * *	deeſt. A. B. C. D.
—— l. 42 τι μέγεθος ἀφαιρεθῇ,	—— 107. l. 18 μέγεθος ἀφαιρεθῇ	ἀφαιρεθῇ τι μεγέθους. A. εἰ μέγεθος. B. C. D.
—— l. 47 ἐπὶ	—— l. 20 ἐφ' ᾧ	ἐφ' ᾧ. D.
—— 8. l. 3 ποτὶ τὰν	—— l. 22 πρὸς τὴν	ποτὶ τὰν. C.
—— l. 4 τοῦ ἀφῃρημένου μεγέθεος	—— ib. * *	τῶν ἀφῃρημένων μεγεθέων. A. B. C. D.
—— l. 20 τμάματα	—— l. 36 * *	τα τμάματα. B. C. D.
—— ib. ἀντιπεπόνθει μὲν	—— ib. ἀντιπεπονθότως	ἀντιπεπόνθαμεν. A. ἀντιπέπονθεν μὲν. C. ἀντιπεπόνθει μὲν. D.
—— l. 22 ἴσως	—— ib. * *	ἄρα. A.
—— l. 45 Τῶν οὖν παραλληλογράμμων τῶν ἴσων τῇ ἡμίσει τῆς ΚΖ	—— l. 51 * *	deſunt. D.
—— l. 47 αὐτῶν	—— 108. l. 1 αὐτῶ	αὐτῷ in marg. ex manu ead. αὐτῶν. B.
—— 9. l. 7 βάρεος	—— l. 5 βάρη	βάρεος. D.
—— l. 16 δίχα τέμνοντα	—— l. 9 τέμνοντα	δίχα τέμνοντα. C. D.
—— l. 28 Τὰ ἐν Α Δ Β, Β Δ Γ	—— l. 21 deſunt	τὰ ἄρα Α Β Δ Β Δ Γ. A. B. τὰ Β Α Β Δ Β Δ Γ. C. τὰ ἄρα Α Β Δ. D.
—— l. 32 Καὶ τετμάσθω δίχα ἁ ΑΒ κατὰ τὸ Θ,	—— l. 24 * *	deſunt. A. B. C. D.
—— l. 38 Α Β Δ	—— l. 29 * *	Α Β Γ. D.
—— ib. Β Δ Γ	—— l. 30 * *	Α Δ Γ. D.
—— l. 39 τᾶς ΑΒ	—— l. 31 * *	τῆς μὲν Α Β. B. C. D.
—— l. 42 Β Δ Γ	—— l. 34 Α Δ Γ	Β Δ Γ. B.
—— l. 46 τὸ μέσον τᾶς ΕΖ εὐθείας ὅπερ ἐστὶ	—— l. 36 * *	deſunt. D.
—— 10. l. 6 σημεῖα	—— l. 40 σημεῖον	σημεῖα. A.
—— l. 19 Μὴ γάρ, ἀλλ', εἰ	—— 109. l. 2 * *	καὶ γὰρ ἄλλα. D.
—— l. 32 τὸ Ν σημεῖον, ὅπερ	—— l. 8 * *	deſunt. B. C. D.
—— ib. ὅπερ	—— ib. * *	ἔστιν ἄρα. A.
—— l. 37 βάσιν	—— l. 10 * *	τὰν βάσιν. A. B. C. D.
—— l. 38 ἡμίσεος	—— l. 11 ἡμίσεος	ἡμίσεος. C. D.
—— 11. l. 2 τῇ γεγονέτω ὡς	—— l. 19 * *	καὶ πεποιήσθω. A. καὶ πεποιήσθω ὡς. B. C. πεποιήσθω. D.
—— l. 7 ΑΗΒ	—— l. 28 * *	Α Η Β γωνία. B. C. D.
—— l. 19 ποτὶ	—— l. 34 * *	ποτὶ τὰς. C. D.
—— l. 20 καὶ	—— ib. * *	deeſt. D.
—— l. 31 δι' αὐτοῦ	—— l. 39 * *	διὰ τοῦ. A. C. D. διὰ τοῦ Θ. B.
—— l. 32 Ἀεὶ δὴ	—— ib. ἀεὶ δὴ	ἀεὶ δὴ. C. D.
—— l. 34 Β Δ, Δ Γ	—— l. 40 * *	Β Α, Α Γ. B.
—— l. 35 παρὰ τὰν ΑΔ	—— ib. * *	calamo in tranſverſum ducto deleta.
—— 12. l. 7 λόγος	—— l. 50 * *	deeſt. C.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 12. l. 7 λόγος ὁ αὐτός ἐστι τοῦ ὅλου τῶν ΦΡ πρὸς ΡΠ· διὰ τὸ ἴσα εἶναι τὰ τρίγωνα.	— 109. l. 50 • •	μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΦΡ πρὸς τὰ τρίγωνα. *A. D.*
— l. 17 τι	— 110. l. 4 τὸ	τό. *A. C. D.*
— l. 29 ᾗ ἀπολαμβάνεται,	— l. 20 • •	deſunt. *D.*
— l. 33 διὰ τοῦ Χ	— l. 22 • •	διὰ τοῦ Χ. *A.*
— l. 34 ἐπὶ τ' αὐτὰ πάντα ἐστί,	— l. 23 • •	ex correctione in marg. ἐπὶ τὰ αὐτὰ πάντα πίπτουσιν ταυτὰ κέντρα. *B.*
— l. 43 ἐν ἄρα	— 57. l. 12 • •	ἄντης. *C.*
— 13. l. 5 αὐτά	— l. 20 • •	αὐτὰ τά. *C. D.*
— l. 7 βάσεων. Ἀλλὰ	— l. 21 • •	βάσεις, πρὸς ἄλλα. *A. D.*
— l. 15 ἄρα	— l. 25 • •	deeſt. *A.*
— l. 17 τῶν	— l. 26 • •	τῶν. *A.*
— l. 18 δοθεν ἔτι	— l. 28 • •	δοθέντι. *C. D.*
— l. 20 τῶν μὲν παραλληλογράμμων	— l. 29 • •	τῶν μὲν παραλληλογράμμων. *D.*
— l. 27 αἱ ΕΔ, ΖΕ	— 110. l. 27 • •	ΕΔ. *D.*
— l. 28 παρὰ τὴν ΑΘ	— ib. • •	παρὰ τὴν ΑΔΒ ΑΘ. *C.*
— l. 32 τὴν ΒΑ	— l. 29 τὴν ΒΑ	τὴν ΒΑ. *B.*
— 14. l. 8 διὰ τα	— 111. l. 1 • •	δὲ διὰ τό. *C.*
— l. 12 Θ, Κ, Λ ἐν	— 57. l. 30 ΘΜ ΛΕ	ΘΚ Λτ, ΘΚ Λτ. *D.*
— l. 13 ΛΘ, ΕΚ, ΖΛ	— ib. ΛΘΕ ΚΖΛ	ΛΘΕ, ΚΖΤ. *D.*
— l. 23 Ἐπεὶ δὲ	— 111. l. 5 εἰ δὲ	ἐπεὶ δέ. *B.*
— l. 33 ἔχει	— l. 14 • •	ἔχει. *C. D.*
— l. 34 τοῦ διπλασίου	— ib. τῆς διπλασίας	τοῦ διπλασίου. *B.*
— l. 35 τῆς μείζονος μετὰ	— l. 15 • •	deſunt. *D.*
— l. 44 ΒΑΗ,	— l. 19 • •	ΒΗ. *A.*
— 15. l. 9 ἄνευ	— l. 32 ἐν ταῖς	ἄνευ. *A. B. C. D.*
— l. 10 τοῦ ΔΒΓ τριγώνου, καὶ ἐπὶ τῆς ΔΖ. Ὥστε τὸ Ξ κέντρον τοῦ βάρους	— l. 33 • •	deſunt. *C.*
— l. 12 Διὰ ταῦτα δὴ	— l. 36 • •	διὰ τὰ δή. *C.* διὰ τὰ αὐτὰ δή. *D.*
— l. 15 τραπεζίου	— l. 38 τραπεζίου	τὸ τραπέζιον. *B.* τετραπεζίου. *D.*
— l. 17 καὶ ἐπὶ τῆς ΕΖ. Ὥστε τοῦ ΑΒΓΔ τραπεζίου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους	— l. 39 • •	deſunt. *C.*
— l. 25 πρὸς ἄρα τὰς ΑΔ,	— l. 43 • •	πρὸς τὰς ΑΔ. *A.*
— l. 28 τουτέστι	— l. 45 • •	deeſt. *A. D.*
— l. 39 τὰς ΒΔ.	— 57. l. 40 • •	deſunt. *D.*
— l. 44 τῶν πλευρῶν	— l. 44 • •	τῆς πλευρᾶς. *D.*
— ib. ἐπεζευγμέναι	— l. 45 ἐπεζευγμέναι	ἐπιζευδόμεναι. *A. B. C.* ἐπιζευδόμεναι. *D.*
— l. 47 ΑΔ, ΒΔ,	— l. 46 • •	ΑΔ, ΔΒ. *A.*
— l. 49 βάσεις	— 58. l. 1 βάσεις	βάσεις
— 16. l. 3 Ὥστε	— l. 3 • •	ὥστε καί
— 17. l. 1 ὡς	— 127. l. 18 ὡς	ὡς. *B. C.*
— l. 4 εἰλήφθω	— l. 19 • •	deeſt. *C.*
— ib. ὑποκείσθωσαν,	— l. 20 ὑποκείσθωσαν	ὑποκείσθωσαν. *B. C. D.*
— l. 9 ἐφ' ἡμῶν	— l. 23 ἐφ' ἡμῶν	ἐφ' ἡμῶν. *A. B. C. D.*
— l. 21 ἐφ' ἡμῶν	— l. 30 ἐφ' ἡμῶν	ἐφ' ἡμῶν. *A. B. C. D.*
— 18. l. 15 πρισμάτων	— l. 40 • •	πρισμάτων. *B. C. D.*
— l. 17 τὰ ἄνω τούτου	— l. 41 τοῦ τούτου	τοῦ ἄνω τούτου τοῦ. *A. B. C. D.*
— l. 19 ἀναγραφέντα	— l. 42 ἀναγραφέντα	ἀναγραφέντα. *B.*
— ib. ἐφ' ἡμῶν	— ib. • •	ἐφ' ἡμῶν. *A.*
— l. 21 ἀποστέλλομεν	— l. 43 ἀποστέλλομεν	ἀποστέλλομεν. *C. D.*
— l. 27 ἡ ΔΒΓ, ἡ δὲ ἡ μὲν ΒΔ	— 128. l. 1 ἡ ΒΓ, ἡ δὲ ἡ μὲν ΒΔ	ἐφ' ἧς ἡ ΑΒΓ. ἡ δὲ ΒΔ. *A. B. C.* ἐφ' ἧς ΑΒΓ. ἡ δὲ ΒΓ. *D.*
— l. 29 ΑΔΓ	— l. 3 • •	ΑΓ. *A.*
— l. 32 κατὰ τὸ Β' ἐφαπτόμεναι αἱ ΑΔ, ΔΓ ἴσαι. Κἂν δὲ ἴσαι ἡ ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ, παράλληλοι ἐσονται ἅτε ΑΓ, καὶ ἡ κατὰ τὸ Β ἐπιφαύουσα τῆς τοῦ κώνου τομῆς	— l. 5 κατὰ τὸ Β, ἐσονται αἱ ΑΔ, ΔΓ ἴσαι	ἴσαι ἄρα ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ καὶ ἴσαι ἡ ΑΔ παράλληλοι ἐσονται ἅτε ΔΓ καὶ ἡ κατὰ τὸ Β ἐπιφαύουσα τῆς τοῦ κώνου τομῆς. *A. D.* et ἄρα omiſſo in ἴσαι. *C.* ἴσαι ὄντος ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ καὶ ἴσαι ἡ ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ παράλληλοι ἐσονται ἅτε ΑΓ ἐφ᾽ ἡ κατὰ τὸ Β ἐπιφαύουσα τῆς τοῦ κώνου τομῆς. *B.*
— l. 37 ἡ	— l. 7 • •	deeſt. *C.*
— l. 38 ΑΒΓ, ἡ δὲ ἡ ΒΔ	— ib. ΑΒ, ἡ δὲ ἡ ΒΔ	ΑΒΓ ἡ δὲ ἡ μὲν ΒΔ. *A. B. C. D.*
— l. 45 ἡ ἡ ΓΕ	— l. 10 • •	ἡ δὲ ΕΓ. *A. B. C. D.*
— 19. l. 1 ἡ	— l. 13 • •	deeſt. *C.*
— ib. ΑΒΓ,	— ib. ΑΒ	ΑΒΓ. *A. B. C. D.*
— l. 2 ἡ διάμετρος,	— l. 14 τῇ διαμέτρῳ	ἡ διάμετρος. *B.*
— ib. ἄχθωσαν	— l. 15 • •	ἄχθωσαν. *C.*
— l. 3 παρὰ τὴν	— ib. • •	deſunt. *A. C. D.* παρὰ τὴν margine. *B.*
— l. 4 κατὰ τὸ Β	— l. 16 • •	ἐπιφαύουσα. *B.* corr. marg. ἐπιφαύουσα.
— ib. ἐπιφαύουσα	— ib. • •	deeſt. *A. D.*
— l. 6 μέσον	— l. 17 • •	deeſt. *B. C. D.*
— l. 7 ἅτινα δυνάμει	— ib. • •	ex correctione μέσον. *B.*
— l. 17 τέμνουσα	— l. 24 τέμνουσα	τέμνουσα. *A.*
	— l. 25 διὰ τῶν non rep. in Ed. Ox.	διὰ τῶν. *A. C.* διὰ τῶν. *D.*
— l. 21 Ἄχθω	— l. 27 ἄχθω	ἄχθω. *C.*
— l. 22 ΚΗ.	— ib. • •	ΚΙ
— l. 23 τὴν	— l. 28 • •	deeſt
— l. 25 ΚΗ	— l. 29 • •	ΚΙ. *A. B. C. D.*
— l. 32 ΒΓ πρὸς τὴν ΒΘ δυνάμει	— l. 31 • •	ΒΓ ΒΘ ΒΙ γραμμαί. *A. B. C. D.*
— l. 35 πρὸς τὴν ΔΖ, ὅπως ἡ ΘΖ	— l. 33 • •	deſunt. *A.* hiatus eſt lineæ dimidio æqualis. *B. C. D.*
— l. 43 ἐν τῷ ΖΑΓ	— 129. l. 1 • •	deſunt. *D.*
	— l. 2 ἀνάλογον non in Ed. Ox.	ἀνάλογον. *C. D.*
— 20. l. 5 παρὰ τὴν	— l. 4 • •	πρὸς τήν. *B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 20. l. 20 ΒΕ. Εἰ μὲν ὦν δίχα τέμνει ἁ ἀχθεῖσα τὰν	Pag. 129. l. 13 * *	deſunt. *D.*
—— 21. l. 3 ὡς τὸν αὐτόν.	—— l. 31 * *	ὡς σύγκειται. *C.*
—— l. 5 ἰσοῤῥοπεῖ	—— l. 33 ΕΚ ἢ	ea ua ſine accentu. *A. C. D.*
—— l. 7 συγκείμενον	—— l. 36 * *	συγκέαται. *C.*
—— l. 8 καθέτου	—— l. 39 * *	καθέτως. *A. B. C. D.*
—— l. 9 διπλασίονα	—— l. 44 * *	διπλασίων. *A.*
—— l. 10 εἶμεν	—— ib. * *	ὧν μέν. *A. D.*
—— l. 14 ἁ μέν	—— l. 47 ἃ μέν	μέν. *C.*
—— l. 17 τριγώνου,	—— ib. * *	τρίγωνον. *A.*
—— l. 33 βάσιν	—— 130. l. 7 * *	βάσιν μέν. *C. D.*
—— l. 37 χωρίον	—— l. 13 * *	deeſt. *C.*
—— l. 44 γάρ τι	—— l. 18 * *	γάρ τοι. *B. C.*
—— 22. l. 32 κεχωρίσθω	—— l. 51 * *	κεχωρίσθω. *B. C. D.*
—— l. 34 τὰ Γ, Ε.	—— ib. * *	ΓΕ. *C.* τὰ ΓΕ. *D.*
—— l. 35 κρεμάσθω	—— ib. * *	κεκρεμάσθω. *C. D.*
—— 23. l. 18 ἔχοντι τὰν ΕΗ	—— 131. l. 20 * *	ὃν ἔχει τὰν ΕΗ. *A. D.* ὃν ἔχει ἁ ΕΗ. *B. C.*
—— l. 25 ἰσοῤῥοπεόντων	—— l. 24 * *	ἰσοῤῥοπεόντω. *A. B. C. D.*
—— l. 29 ἄρα λόγον ἔχει	—— l. 26 * *	λόγον ἔχει. *C. D.*
—— l. 31 ἔστω ποτὶ τὸ Α· ἐστὶ καὶ ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ μείζονα λόγον ἔχει,	—— l. 27 * *	deſunt. *D.*
—— l. 31 λόγον ἔχει, ἔστω	—— ib. * *	λόγον ἔχει τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον ποτὶ τὸ Ζ, ἔστω. *A.*
—— l. 46 τὰ Β, Η,	—— l. 43 τὸ ΒΗ	τὰ ΒΗ. *B. C. D.*
—— l. 47 τὸ Ζ	—— ib. τοῦ Ζ	corr. τὸ Ζ. *B.*
—— 24. l. 2 τὸ Ζ	—— l. 44 * *	Ζ. *D.*
—— ib. τοῦ Α.	—— ib. * *	αὐτοῦ Α. *D.*
—— l. 19 τοῦ Α	—— l. 50 * *	τοῦ μὲν Α. *A. B. C. D.*
—— l. 26 τοῦ Ζ,	—— 132. l. 5 * *	τοῦ Ζ. *C.* τὸ Ζ. *D.*
—— l. 44 ἰσοῤῥοπεόντω	—— l. 26 ἰσοῤῥοπεόντω	ἰσοῤῥοπεόντω. *B. C. D.*
—— 25. l. 14 καὶ ἁ τέμνουσι	—— l. 38 * *	κατατέμνουσι. *C.*
—— l. 17 ΑΖ, ΜΗ,	—— l. 40 * *	ΑΖ ΜΗ. *A. D.*
—— l. 21 ἁ ΓΒ·	—— l. 42 ἁ ΑΒ	ἁ ΑΒΓ. *B. C. D.*
—— l. 29 ζυγοῦ	—— l. 44 * *	τοῦ ζυγοῦ. *A. D.* τοῦ ζυγοῦ. *B. C.*
—— l. 38 ΤΗ·	—— l. 45 ΘΗ	ΤΗ. *A. B. C. D.*
—— l. 45 ἁ ΓΔ,	—— l. 48 * *	deſunt. *A. D.*
—— 26. l. 4 ἔχοντα	—— l. 51 ἔχοντι	ἔχοντι. *A. C. D.* ἔχοντα. *B.*
—— l. 16 ἔχει,	—— 133. l. 21 ἔχοντι	ἔχει. *B.*
—— l. 23 τὰ αὐτά	—— l. 29 * *	ταῦτα. *C.*
—— l. 27 μέν	—— l. 30 * *	deeſt. *B.*
—— l. 29 τὸ δὲ ΝΙ τοῦ Ω.	—— l. 32 * *	deſunt. *D.*
—— l. 31 χωρίον. Ἔτι δὲ τὸ ΡΧΨΩΔ	—— l. 33 * *	deſunt. *D.*
—— l. 36 τὸ δὲ ΘΗ τοῦ Υ,	—— l. 35 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 45 ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ	—— l. 41 ἐπὶ τὰ τῷ	ἐπὶ τῷ. *A. D.* ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ. *B.*
—— 27. l. 1 τὰν ΒΓ.	—— ib. * *	τὰ ΒΓ. *D.*
—— l. 2 τὸ Β·	—— l. 42 τοῦ Β	τὸ Β. *B.*
—— l. 3 ἀπὸ τοῦ Β ἁ ΒΔ. Καὶ	—— ib. * *	deſunt. *D.*
—— l. 13 ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον τῶν δὲ ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ, καὶ τοῦ ΓΟΙ τριγώνου	—— l. 47 * *	deſunt. *A. D.*
—— 28. l. 17 ΜΦ, ΝΡ, ΞΘ, ΠΟ.	—— 134. l. 40 ΜΦ ΝΡ ΞΘ	ΜΦ ΝΡ ΞΘ ΠΣ. *A. B. C. D.*
—— l. 21 τρίγωνον, ἔλασσον ἐστὶ τοῦ τμάματος. Καὶ τοῦ ΒΓΕ	—— l. 42 * *	deſunt. *D.*
—— l. 25 ΘΟ,	—— l. 43 * *	deſunt. *D.*
—— l. 26 γάρ	—— l. 44 * *	deeſt. *A.*
—— l. 28 ΘΓ· καὶ τὸ ΧΞ ἴσον τῷ	—— ib. * *	deſunt. *D.*
—— l. 39 μεῖζον ἢ	—— l. 48 * *	μεῖζον ἐὸν ἢ
—— 29. l. 10 τμάματος	—— 135. l. 11 * *	χωρίον
—— ib. ἔλασσον ἐὸν καὶ τὸ ΓΒΕ τρίγωνον τῶν περιλειπομένων χωρίων	—— ib. * *	deſunt. *A. D.*
—— ib. ἐὸν καί	—— ib. * *	ἐὸν δὲ καί. *B.*
—— l. 31 παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα δίχα τέμνει τὰν ΒΓ· καὶ ἁ ΒΓ ἐπί	—— l. 27 * *	deſunt. *A.*
—— l. 34 τομᾶς	—— l. 28 τομᾶς	τομᾶς. *A. B. C. D.*
—— 30. l. 1 δή	—— 136. l. 2 μέν	abeſt. *D.*
—— ib. τριπλάσιον· ἄλλον	—— ib. * *	τριπλάσιον ἐστὶ τοῦ δὲ ΒΘΓ τριγώνου τετραπλάσιον, ἄλλον. *A. B. C. D.*
—— l. 2 ΒΘΓ τμᾶμα ΒΘΓ τριγώνου	—— ib. ΒΘΓ τμᾶμα τοῦ ΒΘΓ τριγώνου	ΒΘΓ τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. *A. C. D.*
—— l. 6 ἀπὸ τᾶς	—— l. 4 * *	ἀπὸ ἐπὶ τᾶς. *C.*
—— l. 7 ἐγγραφέντα	—— ib. ἀπολειφέντα	ἐγγραφέντα. *B.*
—— l. 16 εὐθείας καί	—— l. 14 εὐθείας	εὐθείας καί. *D.*
—— l. 23 παραλλήλους	—— l. 17 * *	παράλληλοι
—— l. 29 ἀχθῶντι δύο εὐθεῖαι παρὰ τὰν διάμετρον, ἁ μὲν ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιος, ἁ δὲ ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας	—— l. 20 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 43 [illegible]	—— l. 32 ἔσται μὲν τοι	καὶ μὲν τι. *A. C. D.*
—— l. 44 ἔχοντι	—— ib. * *	deeſt. *C.*
—— l. 45 ΖΘ δυνάμει. Τετραπλασία ἄρα ἐστὶ καὶ ἁ ΒΔ τᾶς ΒΘ μάκει. Φανερόν	—— l. 33 * *	deſunt. *D.*
—— 31. l. 6 Ἔστω γὰρ τὸ ΑΒΓ τμᾶμα,	—— l. 38 * *	deſunt. *D.*
—— l. 16 τὰν Α, Γ	—— l. 48 * *	τας ΑΓ. *B.*

* *

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 31. l. 19 τὸ ΑΒΓ	Pag. 136. l. 49 • •	ΑΒΓ. *C.*
— l. 22 δεδειγμένου,	— l. 50 • •	δεδειγμένα. *A.*
— ib. δῆλον ὅτι	— ib. • •	δηλονότι. *D.*
— l. 23 περιλαμβανόμενα	— l. 51 • •	περιεχόμενα. *A. D.*
— 32. l. 1 τμάματι	— 137. l. 17 • •	τῷ τμάματι. *A. C. D.*
— l. 2 τρίγωνον ἄρα τὸ ΑΖΒ	— ib. • •	τὸ δὲ ΑΖΒ τρίγωνον. *A. B. C. D.*
— l. 10 ΑΖΒ	— l. 21 • •	ΑΖΒ ἐστίν. *C. D.*
— l. 12 τμᾶμα	— ib. • •	τμάματος. *C. D.*
— l. 20 κώνου τομᾶς·	— l. 28 τομᾶς	κώνου τομᾶς. *A.*
— l. 21 ἑξῆς κείμενα	— l. 29 • •	ἐξεστακείμενα. *D.*
— l. 23 δὲ ἴσον τῷ Ζ	— l. 30 • •	δὲ ἔσω τὸ ἐγγραφόμενον τοῦ ἐσχάτου· μέγιστον δὲ ἴσον τῷ Ζ. *A. B. C. D.*
— l. 28 μεῖζον	— l. 33 μεῖζον	μεῖζον. *A. C. D.*
— l. 34 δῆλον ὅτι	— l. 38 • •	δῆλον ἐν. *A.*
— l. 40 ἴσα ἐστὶ τῷ Θ·	— l. 43 ἴσαι ἔσται ΤΘ	ἴσαι ἔσται τῷ Θ. *A. C. D.* ἴσα ἐστὶ τῷ Θ. *B.*
— l. 42 τῷ Ι	— ib. τῷ ΗΩΙ	τῷ ϛΩΙ. *C. D.* τῷ Ι. *B.*
— 33. l. 6 ἑξῆς κείμενα	— l. 48 • •	ἐξεστακείμενα. *D.*
— l. 44 μεῖζον,	— 138. l. 25 • •	μεῖζον ἐστίν. *C. D.*
— l. 46 ΑΔΒΕΓ	— l. 27 ΑΔΕΒ	ΑΔΕΒΓ. *A. B. C. D.*
— 34. l. 1 δέ τις	— l. 30 • •	δὲ καί τις. *A.*
— l. 15 ἐστι,	— l. 49 • •	εἶναι. *A. D.*
— l. 17 Κ	— l. 51 • •	deeſt. *D.*
— l. 26 τῶν μὲν Ζ, Η, Θ, Ι χωρίων	— 139. l. 4 τῶν μὲν ΖΗΘΙ χωρίω	τῶν μὲν ΖΗΘΙ χωρίων. *B. C.*
— l. 28 μείζονα τοῦ Ι· δῆλον ὡς μείζονά ἐστι τὰ Ζ, Η, Θ, Ι χωρία τοῦ τμάματος.	— l. 5 • •	deſunt. *A. D.*
— 35. l. 3 παραβαλλῶν,	— 112. l. 2 • •	παραβαλῶ. *D.*
— l. 5 αὐτῶν·	— l. 3 • •	τῶν. *D.*
— l. 7 διαιρέει	— l. 5 διαιρέων	διαιρεομένας ex corr. in marg. διαιρέεσθαι. *B.*
— l. 8 τὰς εἰρημένας εὐθείας,	— ib. • •	τὰς εἰρημένας εὐθείας. *B.*
— ib. αὐτᾶς ἀντιπεπονθότως	— l. 6 αὐτᾶς ἀντιπεπονθότων	αὐτᾶς ἀντιπεπονθότι. *B.*
— l. 16 βάρεος	— l. 7 • •	βάρεος ἐστι. *B. C. D.*
— 36. l. 4 ΗΕ	— l. 10 • •	ΗΘ. *B. C. D.*
— ib. ἴσα ἁ ΕΛ. Ἔστω καὶ	— ib. • •	ἴσα ἡ ΕΛ ἄρα καί. *D.*
— l. 7 Παραβεβλήσθω	— l. 11 • •	παραβεβλήσθω. *B. C. D.*
— ib. παρὰ	— l. 12 • •	περί. *A.*
— l. 9 ΜΝ	— ib. • •	μέν. *D.*
— l. 17 ΘΚ,	— l. 16 ΑΚ	ΘΚ. *A. C. D.*
— l. 20 Καὶ τοῦ	— l. 18 Καὶ τοῦ	ὅτι καὶ τοῦ. *A.*
— l. 25 εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέντα τὰς αὐτὰς βάσιας ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ	— l. 20 et 21 • •	repetantur hæc verba. *A. B. C. D.*
— l. 29 γεγραμμένας	— l. 23 • •	γεγραμμένοις. *A.*
— l. 32 καὶ τὰς ἑξῆς, παρὰ τὰν βάσιν ἐσσοῦνται τοῦ τμάματος.	— l. 26 • •	deſunt. *C.*
— l. 33 Καὶ δίχα τμαθήσονται ὑπὸ τᾶς τοῦ τμάματος	— l. 27 • •	deſunt. *D.*
— l. 37 δὲ διαστάσει	— l. 33 διάστασις	δὲ διαστάσιος. *A. B. C. D.*
— l. 43 ἀχθεῖσαι	— 58. l. 10 • •	ἀχθεῖσαι εὐθεῖαι. *A.*
— 37. l. 10 Εἰ δὲ καὶ	— 112. l. 34 • •	εἰ καί. *A.* εἴπερ καί. *D.*
— l. 13 ἐπὶ τᾶς τοῦ	— l. 30 ἐπὶ τοῦ	ἐπὶ τᾶς τοῦ. *A.*
— l. 17 τὸ	— 113. l. 1 • •	τὸ δέ. *C.*
— l. 18 Διάμετρος δὲ τοῦ τμάματος ἔστω ἁ ΒΔ.	— ib. • •	deſunt. *A. B. C. D.*
— l. 24 τραπεζίου τὸ κέντρον ἐπὶ τᾶς ΜΑ· τοῦ δὲ ΖΗΘΙ	— l. 3 • •	deſunt. *A.*
— l. 26 κέντρον ἐπὶ	— l. 4 • •	κέντρον τοῦ βάρεος ἐπί. *C.*
— l. 33 κέντρου	— 58. l. 19 • •	ταφ. *A.*
— l. 35 παραβολᾶς	— l. 20 • •	περιβολᾶς. *A.*
— l. 41 ἀγομένας	— l. 24 ἀγομένα	ἀγμένας. *A. B. C.* deeſt. *D.*
— l. 44 ΖΟ·	— l. 26 • •	εἴη. *A. B. C. D.*
— l. 48 ἐφαπτομένας	— l. 29 ἐφαπτόμενα	ἐφαπτόμεναι. *B. C. D.*
— 38. l. 1 ϛ	— l. 31 • •	καί. *D.*
— l. 3 πρὸς	— l. 32 • •	deeſt. *A.*
— l. 5 Ἴσα ἄρα καὶ	— l. 33 • •	ἴσα ἄρα ἐν. *A.*
— l. 6 τᾷ ΚΓ ἴσα ἐστί. Ἴσα δὲ ἐστιν ἁ ΛΔ τᾷ ΔΓ· ἴσα ἄρα καὶ ἁ ΔΘ τᾷ ΔΚ·	— ib. • •	deſunt. *C.*
— l. 11 ΑΕ, ΕΒ, ΒΖ, ΖΓ·	— l. 37 • •	αἱ ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ. *D.*
— l. 13 παρὰ	— l. 38 • •	περί. *C. D.*
— l. 15 αἱ ΤΑΦ, καὶ Π Δ ϛ.	— l. 39 π β γ δ ε ϛ	π β γ δ ε ϛ ς΄. *B.* Π Β Γ Δ Ε ϛ ς. *C.* Π β γ δ ε ϛ ς. *D.*
— l. 19 ἁ Β Δ,	— l. 41 • •	ἁ ΒΔ. *B. C. D.*
— l. 24 πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΔ,	— 59. l. 3 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
— l. 31 Τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ ΕΛ τοῦ ἀπὸ Τ Λ.	— l. 7 • •	διπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ ΤΑ. *D.*
— 39. l. 2 ἁ ΣΔ τριῶν.	— l. 10 • •	deſunt. *D.*
— l. 3 καὶ εἴη ἄρα ἁ ΔΒ διπλᾶ, ἁ ΒΔ ἴσαι,	— l. 11 • •	deſunt. *B.*
— l. 11 ἑξῆς ἀριθμοῖς τίθενται.	— l. 16 ἑξῆς ἀριθμοῖς.*	ἑξῆς τεταγμένοις ἀριθμοῖς. *A.* ἑξῆς κειμένοις ἀριθμοῖς. *B. C.* ἐξεστακειμένοις ἀριθμοῖς. *D.*
— l. 14 ΑΠΕΤΒΧΖϛΓ	— l. 18 • •	ἀπὸ ΓΒΑΖϛΓ. *A. B. C. D.*
— l. 28 ἴσαι.	— 113. l. 10 ἴσαι	ἴσα. *B. C. D.*
— l. 36 περισσοῦ λόγου καὶ ΡΟ, ἡμιολίας	— l. 17 • •	περισσῷ λόγῳ καὶ ΠΡΟ. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 59. l. 41 ἐξέσται.	Pag. 113. l. 25 * *	ἔξεστι. *A. B. C. D.*
—— l. 44 ἐπεὶ	—— l. 29 ἐπεὶ	καί. *D.*
—— l. 47 ΑΜ, Ωr. Καὶ ἐν ταῖς ΖΘ, ΥΥ τραπεζίοις τά	—— l. 33 * *	ΜΝ rΤ ... δὲ καὶ τῶν ὑ ΒΘΧΟΥ τραπεζίων τά. *A. D.*
—— – ib. ΑΜ, Ωr. Καὶ ἐν ταῖς ΖΘ, ΥΥ τραπεζίοις τὰ κέντρα τῶν βαρῶν ἐστὶν ἐπὶ μιᾶς εὐθείας διαιρεῖται τὰς ΜΝ, rq. Ἔστω	—— – ib. * *	ΜΝ, rΤ. ἔσται. *B. C.*
—— 40. l. 1 αὐτὸν	—— l. 36 * *	τὸν αὐτόν. *C.*
—— l. 3 γεγραμμένον τὸ κέντρον	—— l. 37 * *	ἐγγεγραμμένου τὸ κέντρον. *B.* ἐγγεγραμμένου τὸ Ο κέντρον. *C. D.*
—— l. 11 ταῖς κορυφαῖς	—— 59. l. 21 * *	πρὸς ταῖς κορυφαῖς. *C. D.*
—— l. 12 ὅτι	—— l. 22 * *	deeſt. *A.*
—— l. 18 καὶ	—— 113. l. 40 * *	τε καί. *D.*
—— l. 43 Ἀλλ' ἔστι ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ Κ,	—— l. 49 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 45 ἐγγεγραμμένον	—— l. 50 * *	ἐγγεγραμμένον ἄρα. *C. D.*
—— l. 48 τοῦ ἐγγεγραμμένου	—— l. 51 * *	τὸν τοῦ εὐθυγράμμου. *A. B. C. D.*
—— 41. l. 2 λοιποῦ	—— 114. l. 3 * *	λοιπόν. *B. C. D.*
—— l. 7 εἰς	—— l. 16 * *	εἰς ἄν. *B.*
—— l. 15 δυνατῷ	—— 60. l. 4 * *	δυνατόν. *B. C. D.*
—— l. 16 τῶν	—— l. 5 * *	τό. *A.*
—— l. 19 τὸ	—— 114. l. 21 * *	deeſt. *C. D.*
—— l. 21 εὐθυγράμμου	—— l. 22 εὐθυγράμμου	εὐθυγράμμου. *B.*
—— l. 23 ἐγγεγράφθω	—— l. 23 * *	γεγράφθω. *D.*
—— l. 25 τὴν ΒΕ	—— l. 24 * *	ἡ ΒΕ. *A.*
—— l. 38 ἡ ΘΙ.	—— l. 39 ἡ ΘΙ ΖΗ	ἡ ΘΙ. *C. D.*
—— l. 39 καὶ ἴση ἐστὶ τῇ ΖΝ ἡ ΝΗ,	—— – ib. * *	deſunt.
—— l. 40 τοῦ	—— l. 40 * *	deeſt. *C.*
—— l. 45 Ε	—— l. 42 * *	deeſt. *C. D.*
—— 42. l. 5 ΚΑ	—— l. 44 * *	κα. *C. D.*
—— l. 11 ὅλον	—— l. 48 * *	deeſt. *B.*
—— l. 13 ΑΚΒ	—— l. 49 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 17 καὶ ἐπεζεύχθω τὰ Θ, Μ, Ι, Ν. Ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΧ τῇ ΧΜ, ἡ δὲ ΙΤ τῇ ΤΝ. Ἀλλὰ καὶ τρίγωνον τὸ ΑΚΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ΒΑΓ· τμῆμα δὲ τὸ ΑΚΒ τμήματι τῷ ΒΑΓ. Δέδεικται γὰρ ἐν ἄλλοις, τὰ τμήματα ἐπίτριτα εἶναι τῶν τριγώνων.	—— l. 51 * * ad l. 2 pag. ſeq.	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 27 ὄν	—— 115. l. 2 * *	ὤν. *A. B. C. D.*
—— l. 31 ΑΒΓ	—— l. 10 * *	ΑΒΓ τρίγωνον. *A. B. C. D.*
—— l. 43 τρίγωνα καὶ τὰ ΚΑΒ, ΑΒΓ	—— l. 22 * *	deſunt. *D.*
—— l. 44 τὰ τμήματα·	—— – ib. τμήματα	τὰ τμήματα. *A. B. C. D.*
—— l. 49 ἐπεὶ	—— 60. l. 6 * *	ἐπεί. *D.*
—— 43. l. 4 παραβολῆς,	—— l. 9 * *	παραβολῆς. *A.*
—— l. 10 ἔστω	—— l. 14 * *	deeſt. *B.*
—— l. 26 Ἐπεὶ	—— l. 19 ἐπεὶ	ἐπεί. *B. D.*
—— l. 31 κέντρον	—— l. 22 * *	τὸ κέντρον. *B.*
—— l. 34 ἐν τῷ	—— 115. l. 26 * *	ἐπί. *A. D.*
—— l. 36 εὐθείας	—— l. 27 * *	εὐθείας αν. *A.*
—— l. 37 εἶναι πάσας τὰς	—— l. 28 εἶναι τὰς	εἶναι πάσας τάς. *A. B. C. D.*
—— 44. l. 15 περιλειπόμενα	—— l. 47 * *	τὰ περιλειπόμενα. *B. C. D.*
—— l. 16 ἄλλων	—— – ib. * *	ἄλλα. *D.*
—— – ib. ἔστω μείζων τῆς ΒΘ. Καὶ ἔστω ἡ ΘΗ.	—— l. 48 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 18 εὐθυγράμμου δὲ τοῦ ΑΚΒΑΓ τὸ Ε,	—— l. 49 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 26 ἐσσοῦνται	—— 116. l. 2 ἐπὶ τῶν	ὁ ρο. *A.* ω τω ſine accentu. *B.* εἰς τὸν margine ἔσται. ἔσται. *C.* ἔσται. *D.*
—— l. 27 Ζ. Ἔστω	—— l. 3 * *	Ζ. δή. *C.* ΤΕ δή. *D.*
—— l. 40 [illegible]	—— l. 4 * *	deeſt. *D.*
—— 45. l. 13 εὐθυγράμμου	—— l. 21 * *	deeſt. *D.*
—— l. 21 γνωρίμως·	—— l. 27 * *	γνώριμον. *C.*
—— l. 24 ἡ ΒΚ	—— l. 31 ἡ Β.	ἡ ΒΚ. *A. B. D.*
—— l. 29 ΑΒΓ	—— 60. l. 34 ΑΒ.	ΑΒΓ. *A.*
—— – ib. γνωρίμως ἐπιπέδοις εἶναι ταῖς ἐν τῷ ΚΖΗ ἐγγεγραμμένοις	—— – ib. * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 34 κέντρον	—— 116. l. 32 * *	τὰ κέντρα. *D.*
—— l. 38 οἷον	—— l. 34 * *	ὅμοιον. *A. B. D.*
—— l. 43 ΑΒ, ΒΓ, κατὰ τὰ Ζ, Η· καὶ ἤχθωσαν παρὰ τὰς ΒΔ αἱ ΚΖ, ΗΛ·	—— l. 46 * *	ΒΑ ΑΓ καὶ ἤχθωσαν αἱ ΚΖΗ. *A. C. D.* ΒΑ ΑΓ καὶ ἤχθωσαν αἱ ΓΚΖΛΗ. *B.*
—— 46. l. 5 τμημάτων	—— l. 50 * *	τῶν τμημάτων. *A. B. C. D.*
—— l. 9 τὰς ΚΖ.	—— 117. l. 1 * *	τῆς ΚΖ. *A. C. D.*
—— – ib. ἔστω ἡ ΘΔ πρὸς τὰς ΜΖ. Ἡ δὲ ΒΔ τετραπλασίων τῆς ΚΖ.	—— – ib. * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 14 τὸ Θ.	—— l. 2 τὸ Θ	ὁ ἄξων. *A. B. C. D.*
—— l. 21 τριπλῆ	—— l. 4 * *	τριπλασία. *C.*
—— l. 23 γὰρ	—— l. 5 τῆς	γάρ. *A. B. C. D.* In ſchemate, quod ad Propoſitionem hanc pertinet, Θ et Χ mutuo mutantur. *C. D.*
—— l. 41 Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.	—— l. 15 deſunt	ω : . *A.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 46. l. 50 καὶ δίχα τέμνεται ἡ ΑΒ κατὰ τὸ Ζ, καὶ διὰ τοῦ Ζ	Pag. 60. l. 41 * *	καὶ διὰ τοῦ Ζ δίχα τεμνέσθω ἡ ΑΒ κατὰ τοῦ Ζ. *A. D.*
—— 47. l. 3 παρατεταγμένως	—— l. 43 * *	περὶ τεταγμένως. *A.*
—— l. 25 Τριπλῆ	—— 61. l. 18 * *	διπλῆ. *A. D.*
—— ib. Τριπλῆ δὲ ἡ ΒΣ τῆς ΣΞ· οὕτως ἄρα ἡ ΒΣ τριῶν,	—— ib. * *	deſunt. *C.*
—— l. 35 ΣΔ τριπλασίων ἡ ΒΔ.	—— l. 24 ΣΔ τριπλασίων	ΒΔ τριπλασίων ἡ ΔΒ. *A.* τριπλασίων ἡ ΔΒ. *B. C. D.*
—— l. 38 τούτῳ	—— l. 26 * *	τούτων. *B. D*
—— l. 43 συζυγιῶν	—— 117. l. 16 * *	σύζυγίαι. *A. D.*
—— l. 46 ἃ	—— l. 18 ἃς	ἃ. *B.*
—— l. 47 τῶν ἀναλόγων	—— ib. τῆς ἀνὰ λόγον	τῶν ἀναλόγων. *B. C. D.*
—— l. 48 τῶν ἀναλόγων.	—— l. 19 τῆς ἀνὰ λόγον	τῶν ἀναλογιῶν. *A. B. C. D.*
—— 48. l. 11 ἁ ΖΘ	—— l. 27 * *	τὰ ΑΖΘ. *B. C. D.*
—— l. 17 καὶ αἱ ΑΓ, ΓΔ,	—— l. 28 * *	deſunt. *A.*
—— l. 19 τὰν ΒΔ	—— l. 29 * *	τὰν Β τᾶς ΒΔ. *A. B. C. D.*
—— l. 20 ποτὶ τὰν ΕΒ·	—— l. 30 * *	deſunt. *D.*
—— l. 24 τὰν ΒΕ,	—— l. 32 * *	τὰ ΒΕ. *D.*
—— l. 25 τᾶς ΑΒ,	—— ib. * *	τᾶς Β. *C. D.*
—— l. 29 Ἕξει ὡς	—— l. 35 * *	deſunt. *D.*
—— l. 30 ΟΑ	—— ib. * *	ΘΑ. *A. B. C. D.*
—— l. 31 καὶ δ' τᾶς ΓΒ,	—— l. 36 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ἐντεταραγμένα	—— l. 40 ἐντεταραγμένων	ἐντεταραγμένα. *B. C. D.*
—— l. 40 ΟΑ	—— l. 41 * *	Α. *A. C. D.*
—— ib. πενταπλασία	—— ib. * *	τετραπλασίω πενταπλασία. *A.* ΔΕ. *B. C. D.*
—— l. 42 ἐστι τᾶς διπλασίας	—— l. 42 * *	ἐστι τῷ. *D.*
—— l. 44 Ἀλλ' ἁ	—— l. 43 * *	ἀλλά. *C. D.*
—— l. 48 ΓΒ, ΒΔ.	—— 118. l. 2 * *	ΓΒ ΒΔ. *C.*
—— l. 49 ΑΟ	—— l. 3 ΑΟΕ	ΑΟ ἄρα. *A. B. C.*
—— ib. ΑΟ ποτὶ ΗΘ λόγον ἔχει, ἐν ᾧ ποτὶ δύο.	—— ib. * *	deſunt. *D.*
—— 49. l. 1 ΟΔ	—— ib. * *	ΘΔ. *A. C. D.*
—— l. 3 τῷ συγκειμένῳ	—— l. 4 * *	τῶν συγκειμένων. *A. C. D.*
—— l. 5 ΑΔ	—— l. 5 * *	ΔΒ. *B. C. D.*
—— l. 7 ΒΔ.	—— l. 7 * *	ΗΒΔ. *B. C. D.*
—— l. 8 τὸν λόγον	—— ib. τὸν λόγον	τῶν λόγων. *C.*
—— l. 9 ΟΔ	—— l. 8 * *	ΘΔ. *A. B. C. D.*
—— l. 10 τᾶς ΑΒ, μετὰ	—— ib. * *	deſunt. *D.*
—— l. 13 ΕΟ	—— l. 10 * *	ΘΕ. *A. B. C. D.*
—— ib. ὅπως	—— ib. * *	ὡς. *B. C. D.*
—— l. 19 ἁ β'	—— l. 12 * *	ΑΒ. *C. D.*
—— l. 20 ἁ γ'	—— l. 13 * *	Γ. *B. C. D.*
—— l. 24 ΕΟ	—— l. 15 * *	ΕΘ. *A. B. C. D.*
—— l. 25 τᾶς γ'	—— l. 16 * *	deſunt. *B. C. D.*
—— l. 26 τᾶς δ'	—— ib. * *	τᾶς Α. *C.*
—— l. 27 ΟΒ	—— l. 17 * *	ΕΒ. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ποτὶ τὰν ΕΒ	—— ib. * *	πρὸς Β. *B. C. D.*
—— l. 32 ἰσάκις	—— l. 20 * *	ἰσάκι. *D.*
—— l. 33 ΓΒ, ΓΑ·	—— ib. ΓΔ, ΓΑ.	ΓΒ ΒΑ. *A. B. C. D.*
—— l. 36 ὡς	—— l. 22 * *	deeſt. *B. C. D.*
—— l. 39 συναμφοτέρα	—— l. 23 συναμφοτέρας	συναμφοτέρα. *C. D.*
—— l. 40 ΒΔ, ΒΑ.	—— l. 24 * *	ΒΑ. ΔΑ. *B. C. D.*
—— l. 43 μετὰ τᾶς δ' συναμφοτέρας τᾶς ΓΒΔ, ποτὶ τὰν β' συναμφότερον τᾶς ΑΒΔ,	—— l. 25 * *	repetuntur hæc verba. *A. C. D.*
—— l. 45 τᾶς ΓΒ. Ὥστε ἁ ΕΑ	—— l. 26 * *	τᾶς ΓΕ ὡς τε καὶ ὡς ἁ ΕΑ. *A. B. C. D.*
—— l. 46 ἁ συγκειμένα	—— l. 27 * *	συγκειμένα. *D.*
—— l. 47 ἐστι τᾶς β'	—— ib. ἐστι τᾶς	ἐστι τᾶς Β. *A. B. C. D.*
—— 50. l. 7 ἃ ὡς ΟΒ	—— l. 32 * *	ἃ καὶ ὡς ἁ ΑΒ. *A. B. C. D.*
—— l. 11 ὡς ἁ ΟΒ ποτὶ ΖΗ,	—— l. 33 ὡς ἁ ΟΒ	ὡς ἁ ΕΒ ποτὶ ΖΗ. *A. B. C. D.*
—— l. 16 καὶ ε'	—— l. 36 * *	καὶ ἐν τῷ. *A.*
—— l. 17 καὶ δ' τᾶς ΓΒ,	—— l. 37 τᾶς ΓΒ	καὶ Δ τᾶς ΓΒ. *B. C. D.*
—— l. 20 καὶ ἁ ΑΟ	—— l. 38 * *	καὶ ἁ Α. *A. C. D.*
—— l. 21 ΒΑ	—— l. 39 * *	ΒΘ. *C. D.*
—— l. 23 ΑΒ.	—— l. 40 * *	ΔΒ. *C. D.*
—— l. 29 πρῶτος	—— 61. l. 32 * *	deeſt. *D.*
—— l. 30 ὅπως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἐγένοντο καὶ μᾶλλον πρὸς ἐπίμονον.	—— ib. * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 31 Ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ ΑΓ, ΓΔ, πρὸς ἡ ΑΔ, πρὸς ΔΕ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΑΒ, ΓΒ πρὸς ΔΒ.	—— l. 33 * *	deſunt. *C.*
—— l. 32 ΑΒ, ΓΒ	—— l. 34 * *	ΑΓ, ΓΒ. *B. D.*
—— l. 33 ΑΒ, ΓΒ	—— ib. * *	ΑΓ, ΓΒ. *B. C. D.*
—— l. 39 πρότερον	—— l. 38 * *	πρότερα. *A. D.*
—— l. 42 ἅπαντα	—— l. 40 * *	ὅπως ἅπαντα. *D.*
—— 51. l. 3 ΓΒ,	—— l. 45 * *	ΓΔ. *B. C. D.*
—— l. 4 β'	—— ib. * *	Δ. *B.*
—— l. 5 ΓΒ.	—— l. 46 * *	Γε. *D.*
—— l. 6 ΒΔ.	—— l. 47 * *	ΔΕ. *B. D.* ΑΕ. *C.*
—— l. 19 αὐτοῖς	—— 62. l. 5 * *	αὐτὸν λόγον. *D.*
—— l. 31 Ἐς δὲ ἐν τοῖς δευτέροις·	—— l. 12 * *	deſunt. *D.*
—— l. 32 ἓ	—— l. 13 * *	deeſt. *D.*
—— ib. τρίς	—— ib. * *	τρίτον. *C. D.*
—— l. 35 ι	—— l. 15 * *	deeſt. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 51. l. 35 ΓΒ, ΒΔ,	Pag. 62. l. 15 * *	ΓΔ, ΒΔ. *C. D.*
—— l. 37 ἐστι	—— l. 16 * *	ἐ. *D.*
—— l. 42 ἔστω	—— l. 19 * *	deeſt. *D.*
—— l. 44 μεγέθεσι,	—— l. 20 * *	μεγέθεσι. *D.*
—— l. 47 δ'	—— l. 22 * *	deeſt. *D.*
—— – ib. ΓΒ, ΔΒ· ὡς	—— – ib. ΓΒ, ΔΒ ὡς τι	ΓΒ ΒΑ ὡς δὲ. *C. D.*
—— l. 50 ἐ	—— l. 24 * *	ἠ. *D.*
—— – ib. ΓΒ, ΒΔ,	—— – ib. * *	ΓΒ. *D.*
—— 52. l. 1 καὶ τὰ δέκα πρὸς τέσσαρα λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο·	—— l. 28 * *	defunt. *A. D.*
—— l. 7 ἔτι ἡ	—— l. 31 * *	ἔτι τι. *A.*
—— l. 10 μετὰ τῆς	—— l. 33 μετὰ τὸν	μετὰ τῆς. *A. B. C. D.*
—— l. 11 ἡ ΑΛ πρὸς ἄλλοτι τὴν ΔΕ, ὅπως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν	—— l. 34 * *	defunt. *A. D.*
—— l. 15 τεταραγμένως ὥστε	—— l. 36 * *	τεταραγμένης τε ποτε. *B.* τεταραγμένοις τε ὥστε. *C.* τεταγμένης ἐς. *D.*
—— l. 22 ἀναγράφωντι,	—— l. 41 * *	ἀναγράφωντι. *D.*
—— l. 33 τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ' συναμφοτέρου	—— l. 47 * *	defunt. *D.*
—— l. 37 ΓΒ,	—— l. 49 * *	defunt. *D.*
—— l. 39 Ἐπεὶ δὲ καὶ	—— l. 51 * *	ἐπὶ δὲ δι.. *A.*
—— l. 44 ΕΒ. Τὰ γὰρ	—— 63. l. 2 * *	ΕΒ τῷ ἐν ἄρα ἡ Γ τῆς ΔΒ, ὅπως ἡ Β τῆς δὲ πρὸς τὴν Β τῆς ΕΒ. τὰ γάρ. *D.*
—— – ib. πολλαπλασίους	—— l. 3 * *	πολλαπλάσια. *A.*
—— l. 47 τᾶς γ'	—— l. 4 * *	defunt. *A. B. C. D.*
—— l. 49 τᾶς ΕΒ.	—— l. 5 * *	defunt. *A. B. C. D.*
—— l. 51 μεγέθεσιν ἡ	—— l. 7 * *	μεγέθεσιν ἐγώμενα ἡ. *B. C. D.*
—— l. 52 καὶ β' τᾶς ΒΕ,	—— – ib. * *	defunt. *A. D.*
—— 53. l. 1 τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ' συναμφοτέρου	—— l. 8 * *	defunt. *A. B. C. D.*
—— l. 8 ΓΔ, καὶ ἡ β'	—— l. 12 * *	ΒΔ καὶ ἡ Δ. *D.*
—— l. 10 πρὸς ΒΕ,	—— l. 13 * *	defunt. *D.*
—— l. 12 ΓΒΔ,	—— l. 15 * *	ΑΒΔ. *A.*
—— l. 15 τᾶς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ' συναμφοτέρου	—— l. 17 * *	defunt. *A. B. C. D.*
—— l. 19 μίαν,	—— l. 19 * *	μία. *A.*
—— l. 20 ἀφαιρεθέντος ἀπὸ τᾶς δ'	—— – ib. * *	ἀφαιρεθεῖσα ἡ Δ. *A. B. C. D.*
—— – ib. γίνεται	—— – ib. * *	γάρ. *C. D.*
—— l. 22 ἀπὸ τᾶς δ' τᾶς ΑΒ γ',	—— l. 21 απο της ΔΒ, Γ	ἀπὸ τῆς Α τῆς ΔΒΓ. *A. B. D.* ἀπὸ τῆς Α τῆς ΑΒΓ. *C.*
—— l. 24 οὖν	—— l. 22 * *	ἐν καί. *A.*
—— l. 26 γ'	—— l. 23 * *	ἡ Γ. *A.*
—— l. 28 ΕΔ, ΔΓ, ΓΛ	—— l. 24 * *	ΕΔ ΔΙ. *B. C. D.*
—— l. 40 ΔΒΓ	—— l. 32 * *	ΔΒΙ. *D.*
—— l. 41 ΑΒΔ, καὶ δὶς τᾷ ΓΒ,	—— – ib. * *	ΒΔΑ καὶ δὶς τῇ ΑΓ. *B. C. D.*
—— l. 42 ἐρεῖ	—— l. 33 * *	εἶναι. *A. D.*
—— l. 43 β'	—— – ib. * *	deeſt. *A.*
—— l. 47 τᾶς ΕΒΑ, μετὰ τᾶς δ' συναμφοτέρου	—— l. 36 * *	defunt. *D.*
—— 54. l. 6 μετὰ	—— l. 43 καὶ μετὰ	μετά. *D.*
—— l. 7 ΓΒ, πρὸς ἑπόμενον, τὸν β' συναμφοτέρου τᾶς	—— l. 44 ΓΒ προς την β συναμφοτερου της	defunt. *D.*
—— – ib. δ'	—— – ib. * *	deeſt. *A. D.*
—— l. 9 τὸ ΖΗ,	—— l. 45 * *	τὰ τρία τέμνεται τῆς ΖΗ. *A. B. C. D.*
—— – ib. τᾶς ΑΒΕ, καὶ ἡ δ' συναμφοτέρου	—— – ib. * *	defunt. *D.*
—— l. 10 τᾶς ΓΒΔ	—— l. 46 * *	τῆς ΔΕΓ. *B. C. D.*
—— l. 12 τεταγμένως	—— l. 47 * *	τεταραγμένως. *C. D.*
—— l. 13 ΟΒ	—— – ib. * *	ἡ ΕΒ. *A. C. D.*
—— l. 14 καὶ τ' τᾶς ΓΒ, πρὸς τὰ τρία τέμνεται τᾶς συγκειμένας ἔκ τε τᾶς β' συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΔ,	—— l. 48 * *	repetuntur hæc verba. *A. B. C. D.*
—— l. 16 δ'	—— l. 49 * *	deeſt. *D.*
—— – ib. Ἡ δὲ	—— – ib. ὁ ΔΕ	ἡ δὲ. *C. D.*
	a "καὶ τ" l. 50. ad "ΑΒΔ" l. 51.	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 25 Ἑκάτερον γὰρ ἑκατέρω	—— 64. l. 3 * *	ἑκατὸν γὰρ ἑκάτερον. *A. B. C. D.*
—— l. 26 Καί	—— l. 4 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—— – ib. δεικνυτώ.	—— – ib. * *	δὲ καὶ ἑκατὸ. *A. B. C. D.*
—— l. 34 ἡ μὲν	—— l. 6 * *	ἡμῖν. *A.*
—— l. 39 κείμενον,	—— 118. l. 42 * *	κειμένη. *B.*
—— l. 43 ἔχοι	—— l. 44 ἔχει	ἔχει. *C. D.*
—— l. 44 ἡμίσεος	—— l. 45 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 45 ὕψος δὲ τὰν ἴσαν συναμφοτέρα, τοῦτ' ἐστὶν ἀναλογία τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βάσιων, καὶ τῷ μείζονι, ποτὶ τὸ στερεὸν, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ ἡμίσεος τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βάσιων τῶ τόμω,	—— – ib. * *	defunt. *C.*
—— l. 46 τῷ μείζονι,	—— l. 46 τὸ μείζον	τῷ μείζονι. *B. D.*
—— l. 48 ἡμίσεος	—— l. 47 * *	deeſt. *B. D.*
—— l. 49 ἀμφοτέραις,	—— – ib. ἀμφοτέροις	ἀμφοτέρα. *B.* συναμφοτέραις. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 55. l. 2 Διάμετρος δὲ	Pag. 118. l. 49 * *	deſunt. *D.*
— l. 5 ΑΔΕΓ τόμα διάμετρός ἐστι ἁ ΗΖ· τῷ τῇ μὲν	— – ib. * * " τόμα " excepto *	deſunt. *A. B. C. D.*
— l. 8 διαιρεθεῖσαι	— l. 51 * *	deeſt. *D.*
— l. 14 ἔχει	— 119. l. 1 ἔχει	ἔχοι. *A. B. C. D.*
— – ib. τᾶς ΑΖ	— – ib. τῶν ΑΖ	τᾶς ΑΖ. *B.* τᾶς ΑΖ. *C. D.*
— l. 15 τετράγωνα,	— – ib. τετραγώνου	τετράγωνα. *B. C.*
— l. 16 ΔΗ,	— l. 2 * *	ΖΗ. *C. D.*
— l. 17 ἔχει	— – ib. ἔχον	ἔχον. *A. B. C.*
— l. 22 μέσα	— l. 12 μετὰ	μέσα. *B. C. D.*
— l. 24 ΤΜ	— l. 15 * *	ἁ ΤΜ. *B. C. D.*
— l. 25 ἔστω δὲ ἔχεται τὸ ἕτερον τμᾶμα·	— l. 17 * *	ἔστω δὲ ἔχεται τὸ τμᾶμα. *A. D.* et cum " ἔστω." *C.*
— l. 26 εἶεν τῷ μεταξὺ τῶν Ζ, Η,	— l. 19 * *	deſunt. *D.*
— l. 28 δὲ ἔστω ἀρχά	— l. 20 * *	ἔστω ἀρχά. *A. B. C. D.*
— l. 30 τεταγμένη	— l. 21 τεταγμέναι	τεταγμένα. *B. C. D.*
— l. 32 ἐφαπτόμενα.	— l. 22 * *	ἐφαπτόμεναι. *D.*
— l. 33 τουτέστιν ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΟ. Ὡς δὲ ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΟ μάκει, οὕτως ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΞ δυνάμει. Καὶ ἐν	— l. 23 * *	τουτέστιν ἁ ΜΝΧ ποτὶ ΝΞ δυνάμει τῷ ὡς. *A.*
— l. 34 ΜΝ ποτὶ ΝΟ. Ὡς δὲ ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΟ μάκει, οὕτως ἁ ΜΝ	— – ib. * *	deſunt. *B. C. D.*
— 56. l. 2 ποτὶ τὰν ἀπὸ ΑΖ ποτὶ λόγον ἔχει, ὃν ἁ Β τᾶς ΔΗ, μετὰ τᾶς ΑΖ	— l. 31 * *	deſunt. *D.*
— l. 4 ποτὶ ΝΜ·	— l. 32 * *	deſunt. *D.*
— l. 8 τᾶς διπλασίας	— l. 34 * *	deſunt. *A. B. D.* διπλασίας. ſolum. *C.*
— l. 10 ἴσα τᾶς διπλασίας τᾶς ΑΖ, καὶ τᾶς ΔΗ· ὥς τε καὶ ἁ ΤΝ ποτὶ τὰν εἰληφθεῖσαν	— l. 35 * *	deſunt. *C.*
— – ib. τᾶς διπλασίας	— – ib. * *	deſunt. *A. B. D.*
— l. 15 καὶ ἁ ἀπὸ ΑΖ	— l. 38 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
— l. 20 τᾶς ΝΞ, καὶ	— l. 41 * *	deſunt. *D.*
— l. 21 καὶ ἑτέρῳ	— – ib. καὶ ἑτέρα	καὶ τῷ ἑτέρῳ. *A.*
— l. 23 β	— l. 42 * *	ΒΚ. *A.*
— – ib. γίνεται,	— – ib. * *	γινόνται. *A. B. C. D.*
— l. 28 τᾶς ΑΖ, τῷ τᾶς ΔΗ, ἅτις ἁ συγκειμένα ἐστὶ τᾶς β	— l. 45 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
— l. 33 ἅτις ἁ	— l. 48 ἅτις ἁ	deſunt. *D.*
— l. 35 πεπτωκὸς	— l. 49 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
— l. 37 τὰν ΝΤ.	— l. 50 * *	ΝΤ. *C. D.*
— l. 41 εἶεν	— 120. l. 2 * *	ἦν. *C.*
— 57. l. 24 ΡΙ. Καὶ ἐπεὶ μὲν τοῦ ὅλου τμάματος κέντρον	— l. 15 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
— l. 32 ἐφαπτόμενον	— 64. l. 10 * *	ἐφαπτόμεναι. *A. B. C. D.*
— l. 35 ΒΖ.	— l. 12 * *	ΒΖΗ. *D.*
— l. 42 πρὸς τὸ τμᾶμα,	— l. 16 * *	deſunt. *D.*
— l. 43 ὅλον	— l. 17 * *	ὑμῖν. *A. B. C. D.*
— 58. l. 2 παραλληλόγραμμα τὰ	— l. 18 * *	παραλληλόγραμμα τά. *C. D.*
— l. 6 πρὸς τὸ τμᾶμα	— l. 21 * *	deſunt. *D.*
— l. 8 Ὁ γὰρ τᾶς ΖΒ πρὸς ΒΗ	— l. 22 * *	deſunt. *D.*
— l. 16 μὲν	— l. 27 * *	deeſt. *D.*
— l. 21 πρὸς ΝΜ.	— l. 30 * *	πρὸς . . . μι. *A.*
— l. 23 πρὸς ΝΜ,	— l. 31 * *	deſunt. *A. D.*
— l. 24 πρὸς ΑΖ.	— – ib. * *	deſunt. *A. D.*
— l. 25 ἐπὶ ἀπὸ ΜΝ	— l. 32 * *	ἁ ἀπὸ ΑΝ. *A.*
— l. 29 πρὸς τὸ ἀπὸ τᾶς διαμέτρου ἴσων, καὶ ἴσων κειμένων γινομένου.	— l. 34 * *	deſunt. *A. D.*
— l. 30 Ὡς δὲ	— l. 35 ὥς τε	ὡς δὲ. *B. C. D.*
— l. 32 οὕτως ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β τᾶς ΑΖ, καὶ τᾶς ΔΗ.	— l. 36 * *	deſunt. *A. C. D.*
— l. 40 ΔΗ,	— l. 40 * *	ΑΖ. *B. C. D.*
— l. 41 πρῶτον,	— l. 41 * *	πρῶτον μὲν. *B. C. D.*
— l. 43 β τᾶς	— l. 42 * *	deſunt. *D.*
— – ib. διάμετρον	— – ib. * *	καὶ διάμετρον. *A.*
— l. 44 ΔΗ οὕτως·	— l. 43 Δ οὕτως	ΔΗ οὕτως. *B. C.* ΔΗ. *D.*
— l. 45 ΔΗ	— – ib. ΑΗ	ΔΗ. *C.*
— l. 47 λόγον	— l. 45 * *	deeſt. *B.*
— 59. l. 8 συγκειμένα	— l. 49 συγκειμένας	ἁ συγκειμένα. *A. C. D.*
— l. 11 Καὶ ὡς ἄρα ἁ ΘΙ πρὸς ΙΚ,	— 65. l. 1 * *	deſunt. *D.*
— l. 12 τᾶς β	— l. 2 * *	deſunt. *D.*
— l. 20 ΖΚ	— l. 6 πρὸς ΖΗ	deſunt. *D.*
— l. 22 ἑ	— l. 8 * *	deeſt. *D.*
— l. 23 καὶ ἑ συναμφότερα ἁ ΞΝΟ, πρὸς τὰν β συναμφοτέραν τᾶς ΜΝΤ,	— – ib. * *	repetuntur hæc verba. *A. D.*
— l. 24 πρὸς τὰν β συναμφοτέραν τᾶς ΜΝΤ, καὶ ἑ συναμφότερα τᾶς ΞΝΟ.	— – ib. * *	repetuntur hæc verba. *A. D.*
— l. 32 ἐκ τᾶς ἑ συναμφοτέρας τᾶς ΜΝΤ, καὶ ἑ συναμφότερα τᾶς ΞΝΟ, πρὸς τὰν συγκειμέναν	— l. 15 * *	deſunt. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 59. l. 34 καὶ μέσης τῆς ΝΤ, καὶ τῆς ἐξ συναμφοτέρων τῆς ΜΝΤ,	Pag. 65. l. 14 * *	deſunt. *D.*
—— l. 36 καὶ ἣ τῆς ΝΞ,	—— l. 15 * *	καὶ Δ τῆς parvo cum hiatu. *A. B. C.* deſunt. *D.*
—— l. 46 λάβωμεν	—— l. 21 * *	λαβόμεν. *A.*
—— l. 51 ἕξει,	—— l. 24 * *	ἕξει
—— 60. l. 1 ΝΤ·	—— l. 25 * *	deſunt hiatu intercedente. *A. B. C. D.*
—— l. 5 καὶ ἐπ	—— l. 27 * *	ἐπεί. *A. C. D.*

In MS. No. 2360. Epiſtola Archimedis ad Doſitheum, Libro 1. de Sphæra et Cylindro præmiſſa ita ſe habet:

Ἀρχιμήδης τῶν περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου τὸ πρῶτον λείπει ὁ πρῶτος γὰρ στίχος τοῦ ἀντιγράφου ἀφανὴς ὢν ὡς ὁρᾷς·

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ εὖ πράττειν· πρότερον μὲν ἀπεστάλκαμεν … ὅτι πᾶν τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἐπίτριτον ἐστὶ τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον … τινῶν θεωρημάτων … συντάγματα … τὰς ἀποδείξεις … σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ … εἶτα δὲ ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος· πρὸς δὲ τούτοις ὅτι πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας· καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας· ταῦτα … τῇ φύσει προϋπῆρχεν περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα … γνοεῖτο … πρὸ ἡμῶν περὶ γεωμετρίαν ἀν… … νενοηκότος ἐστὶ τούτων τῶν σχημάτων … ἀντιπαραβαλεῖν αὐτὰ … τε θεωρημένα· καὶ πρὸς τὰ δόξαντα πολὺ … ξου περὶ τὰ στερεὰ θεωρηθέντων ἐστὶ πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ πρίσματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῇ πυραμίδι καὶ ὕψος ἴσον· καὶ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ κώνῳ καὶ ὕψος ἴσον· καὶ γὰρ τούτων προϋπαρχόντων φυσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα πολλῶν πρὸ … εὐδόξου γεγενημένων ἀξίων λόγου γεωμετρῶν συνέβαινεν ὑπὸ πάντων … οὐδὲ μηδ' ὑφ' ἑνὸς κατανοηθῆναι· ἐξέσται … δὲ περὶ τούτων ἐπισκέψασθαι τοῖς δυνησομένοις· ὠφείλομεν τοῦ Κόνωνος ἔτι ζῶντος ἐκδίδοσθαι ταῦτα· τοῦτον γὰρ ὑπολαμβάνομέν που μάλιστα δύνασθαι κατανοῆσαι ταῦτα καὶ τὴν ἁρμόζουσαν ὑπὲρ αὐτῶν ἀπόφασιν ποιήσασθαι· δοκιμάζοντες δὲ καλῶς ἔχειν μεταδιδόναι τοῖς οἰκείοις τῶν μαθημάτων … λομέν σοι τὰς ἀποδείξεις ἀναγράψαντες ὑπὲρ ὧν ἐξέσται τοῖς περὶ τὰ μαθήματα ἀναστρεφομένοις ἐπισκέψασθαι ἐρρωμένως.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
—— 64. l. 19 ἀπεστάλκαμεν	—— 1. l. 1 * *	deeſt. *A.* deeſt hiatu intercedente. *D.*
—— l. 21 Ἔγραψα.	—— l. 2 * *	ἐγράφομεν. *A. C. D.*
—— l. 22 ταῦτα ἀξιώματα,	—— l. 3 * *	τοῦτο ἀξίωμα. *A. D.*
—— l. 24 α'. Εἰσί	—— l. 4 εἰ εἰσι	εἰσί. *B. C.*
—— l. 28 καλῶ	—— l. 6 * *	καλεῖ. *A.* καλῶ. *D.* καλῶν altera manu.
—— l. 34 ἐν ἐν	—— l. 10 ἐν ἐν	ἐν ἐν. *B.* ἐν. *D.*
—— ib. ἔχουσιν	—— ib. * *	ἔχουσι. *B. D.*
—— l. 36 ἔχουσιν	—— l. 11 * *	ἔχουσαι. *A. B. C. D.*
—— l. 43 Τομέα δὲ στερεὸν καλῶ,	—— l. 14 * *	τομέα δ στερεὸν καλῶν. *C.* τὸ μὲ cum hiatu. *D.*
—— l. 44 ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας,	—— l. 15 * *	τὸ κέντρον τῆς σφαίρας. *A.* πρὸς τὸ τῆς σφαίρας. *C.* deſunt lacuna relicta. *D.*
—— 65. l. 7 Τὸν τὰ	—— l. 19 * *	τὸ τὸν τά. *B. C. D.*
—— l. 9 ἐν	—— l. 20 * *	deeſt. *D.*
—— l. 15 τὰς περιλαμβανομένας.	—— l. 23 * *	τῶν περιλαμβανομένων. *D.*
—— l. 16 Ὁμοίως καὶ	—— ib. * *	Ὁμοίως δὲ καί. *D.*
—— l. 20 ἀνίσων	—— l. 25 * *	ἀνίσως. *B. D.*
—— l. 26 Ἔτι	—— l. 28 * *	ἐπί. *A.*
—— l. 27 μείζων	—— l. 29 μεταξὺ	μείζω. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ἑαυτῇ	—— l. 30 * *	αὐτῇ. *A. C.*
—— l. 32 εὑρεῖν	—— 1. l. 2 εὑρεῖν	εὑρεῖ. *A. B. C. D.*
—— l. 35 ἐκτεθῆναι	—— l. 5 * *	ἐκθέσθαι. *A.*
—— ib. ἀφωρισμένα,	—— ib. διωρισμένα	διωρισμένα. *A.* διωρισμένα. *B. C. D.*
—— l. 36 μάλιστα ἂν καθῆσθαι	—— ib. μάλιστα πάλιν θεῖναι	μάλιστα καθῆσθαι. *C.* μάλιστα συνθεῖναι. *D.*
—— l. 39 ἐπὶ πλείονας	—— l. 8 * *	ἐπιπλείονας. *C.* ἐπὶ πλεῖον. *D.*
—— l. 40 παρὰ μέλος	—— ib. παραμέλος	παραμέλος. *A. D.* παρὰ μέλος. *B. C.*
—— 66. l. 6 διαμαρτάνειν,	—— l. 12 * *	διαμαρτάνειν. *A.*
—— ib. ἔχοντα	—— ib. ἔχει	ἔχει. *A. C. D.* ἔχοντα. *B.*
—— l. 9 μάλιστα	—— l. 15 μέντοι	μάλιστα. *A. D.*
—— l. 10 τὰς εὐθείας	—— ib. τῆς εὐθείας	τὰ εὐθεῖα. *C.* τῶν εὐθειῶν. *D.*
—— ib. τομῶν,	—— l. 16 * *	τῶν. *A. D.*
—— l. 13 Βούλεται·	—— l. 17 * *	deeſt. *D.*
—— l. 14 ἐπιζευγνυμένων	—— l. 18 * *	ἐπιζευγνυμένων. *D.*
—— l. 20 ἁπλῶς	—— l. 21 deeſt	ἁπλῶς. *A. B. C. D.*
—— ib. τὴν παρὰ τὴν	—— l. 22 παρὰ τὴν	τὴν παρὰ τήν. *A. B. C. D.*
—— l. 21 ἔτι ἐπιζευχθεισῶν, ἔτι ἐξ εὐθειῶν καὶ περιφερειῶν, συγκειμένας ἐπιφανείας.	—— l. 23 * τὸ ΑΒΓΔ	lacuna relinquitur lineæ dimidiæque æqualis, et in margine hæc nota ἐν ἄλλοις εὕρηται ἢ καὶ δύο λείπει. *B.*
—— l. 26 ὅ τὰς	—— l. 24 * *	ὅτι. *A.*
—— l. 34 ἐπ' αὐτὴν Β	—— l. 33 ἐπ' αὐτὴν	ἐπ' αὐτῶν Β. *A. C. D.*
—— l. 39 ἐπιφανειῶν.	—— l. 36 * *	τῶν ἐπιφανειῶν. *B.*
—— l. 41 ἐμφανίζειν	—— l. 37 * *	ἐμφανίζει. *D.*
—— l. 43 εἰς τὰς	—— l. 38 * *	πρὸς τάς. *A. B. C. D.*
—— ib. καθ' αὐτῆς	—— l. 39 * *	ἐξ αὐτῆς. *D.*
—— l. 45 ἴσα τῶν	—— l. 40 * *	ἐν τῶν. *C.*
—— l. 46 αὐτομάτου	—— ib. * *	τῶν αὐτομάτων
—— l. 51 ἐν	—— l. 44 * *	ἡ. *B.*
—— l. 52 σημεῖον τὸ Ζ· ὡς ἐπιζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΓΒ. Φανερὸν δή, ὅτι αἱ ΑΓ, ΓΒ	—— ib. * *	deſunt. *D.*
—— l. 54 ταῖς ΑΓΒ γραμμαῖς	—— l. 45 * *	τὰς ΑΓΒ γραμμάς. *A. C. D.*
—— 67. l. 2 ΕΒ.	—— 2. l. 1 deſunt	ΞΒ. *A. B. C. D.*
—— l. 20 περιλαμβάνει.	—— l. 17 * *	περιλαμβάνει. *A. B. C. D.*
—— l. 22 αὐτὰς	—— l. 18 * *	deeſt. *D.*
—— l. 25 περιλαμβάνη,	—— l. 20 * *	περιλαμβάνει. *B.*
—— l. 26 περιλαμβάνη,	—— l. 21 * *	περιλαμβάνει. *B.*
—— l. 27 περιλαμβάνουσαι	—— ib. παραλαμβάνουσαι	περιλαμβάνουσαι. *A.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 67. l. 28 [illegible]	Pag. 2. l. 22 * *	[illegible]. A. B. C. [illegible]. D.
— l. 42 καὶ	— l. 36 * *	deeſt. A. C. D.
— 68. l. 4 τ̃ ΑΖΗΘΚ. ἀπὸ ΒΘΚ ἐλάττονος	— 3. l. 1 * *	deſunt. D.
— l. 10 μείζων τ̃ ΑΖΗΘΚΕ.	— l. 2 * *	repetuntur hæc verba. A.
— l. 15 καὶ	— l. 4 * *	deeſt. A. D.
— l. 18 ἀμβλεῖαν	— l. 6 ἀμβλεῖαν	ἀμβλεῖαν. C. D.
— l. 22 κείσθω.	— l. 9 κείσθω	κείσθω. B.
— l. 24 καὶ ἐκβέβληται	— l. 11 καὶ ἐκβέβληται	προσβέβληται. A. C. D. καὶ προσβέβληται. D.
— l. 29 ὡς	— l. 15 * *	ἐς. A.
— l. 35 ἑκάτερον	— l. 19 * *	ἑκατέρων. B. C. D.
— l. 37 κείμενα.	— l. 21 * *	κειμένων. C. D.
— l. 40 τουτέστι δύο	— l. 23 * *	τὸ δύο. A. B. C. D.
— l. 44 τά	— l. 28 * *	deeſt. A.
— l. 48 ὑπὸ ἀλλήλων, οὐδ' ὅτι	— l. 30 * *	ὑπὸ ἀλλήλων [illegible] cum hiatu parvo. A. ὑπὸ ἀλλήλων [illegible]. C. ὑπὸ ἀλλήλων [illegible] cum parvo hiatu. D.
— l. 49 ἔσονται ἴσαι,	— l. 31 * *	ἔσονται ἴσαι. A.
— l. 50 σαφῶς	— ib. * *	σαφῶς. A. C. D.
— l. 56 ἴσαι δὲ ἡ ΑΖ τῇ ΖΕ, ἡ καὶ ΒΖΓ ἄρα τῆς ΑΓ μείζους εἰσί.	— l. 38 * *	deſunt. B.
— 69. l. 2 ΑΒ, ΔΕ. Αἱ ἄρα ΑΖΓ τῶν ΒΑΓ	— l. 41 * *	ΑΒΓ αἱ ἄρα ΒΖΓ τῶν ΒΑΖ. A.
— l. 13 τοῦτο ἐστι	— l. 48 * *	τοῦτο τὸ ἐστι. A.
— l. 26 ΚΑ	— 4. l. 5 ΚΔ	ΚΑ. A. C. D.
— l. 33 [illegible]	— l. 23 [illegible] αἱ λαμβανόμεναι	ut in Edit. Oxon. A. D. ἀλλὰ πάντ' ἐν ἅπασι. B. C.
— 70. l. 8 ΑΘ· συναμφότερος	— 1. l. 41 * *	ΑΘ συναμφότερος δὲ ἡ ΑΚ ΚΘ τῆς ΑΚ· συναμφότερος. C.
— l. 17 Ἔστω	— l. 47 * *	ἔστι. C.
— l. 18 μείζων τὸ ΑΒ.	— 2. l. 1 μείζων τὸ ΑΒ	μείζω τὸ ΑΒ. A. μείζω τὰ ΑΒ
— l. 19 ἄνισοι	— ib. * *	ἀνίσους. B. C. D.
— l. 20 Κείσθω τῷ	— l. 2 κείσθω διὰ τὸ δεύτερον τοῦ πρώτου τῶν εὐκλείδου	κείσθω διὰ τὸ δεύτερον τ̃ πρώτου τ̃ εὐκλείδου. D.
— l. 24 τετραπλάσιος	— l. 4 * *	τετραπλάσιος. A. B. C. D.
— l. 25 ΗΕ.	— l. 5 * *	ΖΕ. A. B. D.
— l. 26 ὡς τὸ ΘΑ	— ib. ὡς ΘΑ	ὡς τὸ ΘΑ. B.
— l. 27 ΗΕ.	— ib. * *	ΖΕ. B. D.
— l. 29 μείζων	— l. 6 μείζων	μείζων. D.
— l. 36 Εἴρηται	— l. 10 * *	εἰρημένοι. D.
— l. 38 ἔχει	— l. 12 ἔχει	ἔχουσι. B. C. D.
— l. 40 δέ	— 4. l. 24 * *	δή. A.
— l. 41 καί	— ib. * *	deeſt. A.
— l. 42 πολλαπλασιάσαντι μέρει,	— l. 25 πολλαπλασιμέρει	πολλαπλὰς ἐπὶ μέρει. A. D. πολλαπλασιεπιμερεῖ. B. C.
— l. 45 πολλαπλασιεπιμερής.	— l. 26 * *	πολλαπλάσιον ἐπὶ μερής. A. D.
— l. 47 Καί	— l. 28 * *	[illegible] καί. C.
— ib. ὅτι τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ. Ὅτι γὰρ ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ,	— l. 29 * * excepto ἔχει pro ἔχῃ	deſunt. C.
— 71. l. 1 [illegible]	— l. 30 * *	deſunt. A. D.
— l. 10 τὸ ΖΘ ἄρα πρὸς ΖΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ	— l. 35 * *	deſunt. D.
— l. 21 ΖΕ πρὸς τὸ ΘΕ, ἔστω καὶ τὸ ΘΕ	— l. 42 ΖΕ καὶ τὸ ΘΕ	ΖΕ πρὸς ΖΘ ἔστω τὸ ΘΕ. A. B. C. D.
— l. 28 ἀναστρέψαντι,	— l. 47 * *	ἀναστρέψαντι. A. B. C. D.
— l. 39 ἢ ἄλλο περιγράφειν,	— 2. l. 14 * *	deſunt. A. C.
— l. 42 ἔχει	— l. 16 ἔχει	ἔχει. D.
— l. 46 δέ	— l. 18 * *	γάρ. B. C. D.
— l. 47 ὅτι τὸ Θ	— l. 19 * *	deſunt. A. B. C. D.
— 72. l. 2 Ἐπεὶ οὖν	— l. 25 * *	ἐπεὶ γάρ. D.
— l. 6 ὁ ΓΝ.	— l. 27 * *	deſunt. A. B. C. D.
— l. 15 ἐστί	— l. 31 * *	deeſt. A. C. D.
— l. 18 τῇ ΗΞ.	— 3. l. 1 * *	τῆ. τ. ξ. A.
— l. 23 ἢ ὁ ΜΚ	— ib. * *	[illegible]. A.
— l. 21 μέν	— l. 2 * *	ἡ μέν. B. C. D.
— l. 26 Καὶ [illegible]	— 5. l. 4 * *	προσεκβεβλήσθω. A. C. προσεκβεβλήσθω. D.
— l. 30 τὸ ΚΧ	— l. 6 * *	τῷ ΚΧ. C.
— l. 32 Ἔστω	— ib. * *	deeſt. A.
— l. 34 καί	— l. 8 * *	deeſt. D.
— 73. l. 1 ἄλλος ἔστω καί	— l. 11 * *	ἄλλως [illegible] καί. D.
— l. 3 μίαν	— l. 14 * *	μία. A.
— l. 5 [illegible]	— l. 16 * *	deſunt. D.
— l. 31 γωνίας	— l. 21 * *	deeſt lacuna relicta. A. deeſt. D.
— l. 33 Κ γωνίας	— l. 41 * *	ΚΓ cum hiatu. A. D.
— l. 35 τῶν Α, Μ	— l. 42 τῶν ΑΜ	τῇ ΑΜ. C.
— l. 40 ἔστω.	— l. 43 * *	[illegible] καὶ [illegible]. A. B. C. D.
— ib. οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ. Ὥς τε καὶ ἡ ΜΚ πρὸς ΚΑ	— ib. * *	repetuntur hæc verba. A. D.
— l. 41 τὸν τῶ	— 3. l. 5 τόν	τὸν τῶν. A. C. D.
— 74. l. 2 τῆς ΚΔ.	— l. 12 τῆς ΘΑ	deſunt. A. B. C. D.
— l. 3 ἐπείπερ	— ib. ἐπεὶ δή	ἐπεί. A. B. C. D.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 74. l. 9 τῇ	Pag. 3. l. 17 * *	τῆς. *C.*
——— l. 10 ᾗ ἀγάγωμεν	——— – ib. * *	ἀγάγωμεν. *B. C. D.*
——— l. 12 ἴσαις	——— l. 19 * *	ἴσαι. *A. C. D.*
——— l. 25 μείζων	——— l. 26 * *	μείζον. *C. D.*
——— l. 27 ἀνίσως	——— l. 28 ἀνίσως	ἀνίσα. *C.* ἄνισος. *D.*
——— l. 30 τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.	——— l. 30 * *	τὸν Ε πρὸς τὸν Ζ. *A. B. D.* τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ. *C.*
——— l. 32 μείζων ἄρα καὶ ἡ Γ τῆς Η.	——— l. 31 * *	deſunt. *D.*
——— 75. l. 8 καὶ	——— 4. l. 5 * *	deeſt. *A. C. D.*
——— l. 14 πρὸς τὸ ἐγγραφὲν	——— l. 8 * *	deſunt. *D.*
——— l. 22 παραλλήλοις.	——— l. 12 * *	παράλληλοι. *A. D.*
——— l. 25 ἡ τομή,	——— l. 14 * *	ἡ τῆς τομῆς. *A. C. D.*
——— l. 27 Ἔστω	——— l. 15 * *	ἔσται. *A.*
——— l. 32 εἶναι	——— l. 18 * *	ἐστί. *D.*
——— l. 46 τὸ συναμφότερον,	——— l. 26 * *	τόσον ἀμφότερον. *D.*
——— 76. l. 12 ἄλλα	——— l. 37 * *	ἴσα. *A. B. C. D.*
——— l. 13 περιλείμματα	——— – ib. * *	περιλήμματα. *B. C.*
——— l. 19 κύκλου. Ὥστε τὸ	——— 5. l. 47 * *	κύκλου διάστημα λόγον ἔχει ὅπως τὸ συναμφότερον πρὸς τὴν κύκλου· ὥστε. *A. B. C. D.*
——— l. 21 ἐστι	——— l. 48 * *	εἶναι. *A.*
——— l. 32 τρίγωνον τὸ	——— 4. l. 41 * *	βάσιν τε. *A.* βάσιν τῷ. *B. C. D.*
——— – ib. ΑΒΓ. λέγω	——— – ib. * *	deſunt. *D.*
——— 77. l. 1 Ἔστω	——— l. 50 * *	ὥστε. *B. C. D.* alterâ manu ἔστω. *B.*
——— l. 2 κύκλος,	——— – ib. * *	deeſt. *D.*
——— l. 27 τῶν	——— 5. l. 14 * *	deeſt. *A.*
——— l. 29 διπλάσιον	——— l. 17 * *	διπλάσιον ἐστί. *A. D.*
——— l. 39 περὶ τὸν	——— l. 28 περὶ τῶν	περὶ τοῦ. *C. D.*
——— l. 40 εἶναι	——— – ib. * *	ἐστί. *D.*
——— 78. l. 1 τοῦ κώνου	——— l. 31 * *	αὐτοῦ κώνου. *B. C. D.*
——— l. 20 τῷ Η Λ.	——— l. 41 * *	τῷ μ. α. *A.*
——— l. 24 τὸ ὑπὸ ΕΖ, ΓΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΕΗΖ τριγώνου·	——— l. 43 * *	deſunt. *B.*
——— l. 26 διπλάσιον τοῦ ΕΔΗ, ΖΔΗ, ΕΗΖ τριγώνων. Ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΚ, ΛΜ,	——— l. 46 * *	deſunt. *D.*
——— l. 32 Αἱ αὐταὶ	——— 6. l. 1 * *	αἱ ἄρα αὐταί. *B. C. D.*
——— l. 50 πρὸ τούτου	——— l. 13 * *	πρῶτον τοῦ. *A. D.*
——— – ib. τὸ	——— l. 14 * *	deeſt. *B.*
——— 79. l. 8 [illegible]	——— 6. l. 3 * *	[illegible]. *B.* [illegible] altera manu.
——— l. 13 ἐπιζεύχθωσαν	——— l. 6 * *	ἐπιζεύχθωσιν. *C.*
——— l. 19 ἐπιζεύχθωσαν	——— l. 7 * *	ἐπιζεύχθωσιν. *C.*
——— l. 21 μείζων	——— l. 9 * *	deeſt. *C.*
——— l. 22 Ὧ δὲ ὑπερέχει τὰ εἰρημένα τρίγωνα τοῦ ΑΔΓ τριγώνου,	——— l. 10 * *	deſunt. *C.*
——— 80. l. 21 ΑΔΓ	——— l. 44 * *	ΑΔΕ. *A. C. D.*
——— l. 34 γωνία γωνίᾳ	——— 6. l. 29 * *	γωνία. *D.*
——— l. 41 ὡς ἐστι	——— 6. l. 45 * *	ὥστε. *A. D.*
——— 81. l. 36 τὸ Θ χωρίον. Τὸ δὲ Θ χωρίον, ἤτοι ἔλασσόν ἐστι τῶν περιλειμμάτων τῶν ΑΗΒ, ΒΖΓ, ἢ οὐκ ἔλασσον. Ἔστω πρότερον οὐκ ἔλασσον. Ἐπεὶ οὖν	——— 7. l. 19 * *	In MSS. *A. B. C.* lacuna relinquitur cujus in media ſunt ἔστω ἔλασσον ἐστι. ſed in *D.* ſupplentur ante hæc altera manu τὸ Θ χωρίον. τὸ δὲ χωρίον. τὸ ἄρα Θ χωρίον.
——— l. 41 τὸ Ε,	——— l. 23 * *	τῷ Ε. *A.*
——— – ib. κοινὰ	——— – ib. * *	κοινόν. *C.*
——— l. 48 ΑΗΒ, ΒΖΓ	——— l. 31 * *	ΑΗ ΗΚ ΒΖ ΓΛ. *A. B. C. D.*
——— l. 50 ΑΗΒ, ΒΖΓ	——— l. 33 * *	ΑΗ ΗΚ ΒΖ ΓΛ. *A. B. C. D.*
——— 82. l. 2 ΖΕΓ	——— l. 35 * *	deſunt. *A. D.*
——— l. 7 ἔστω	——— l. 36 * *	τίνα. *A.*
——— l. 11 ἔστω	——— l. 39 * *	τίνα. *A. D.*
——— l. 15 ΖΕΓ	——— l. 40 * *	deſunt. *D.*
——— l. 16 ἔστω	——— l. 41 * *	τίνα. *A.*
——— l. 17 τὸ δὲ ὕψος	——— – ib. * *	deſunt. *A. B. C. D.*
——— l. 19 βάσει	——— l. 42 βάσιν	βάσιν. *A. B. C. D.*
——— l. 25 ἔστω	——— l. 45 * *	τίνα. *A.*
——— l. 34 Ἤχθω	——— 6. l. 34 * *	ἄχθω. *A.*
——— l. 35 Ἔχει τμηθέντος	——— l. 35 * *	διαιρεθέντος. *C.*
——— l. 36 ἡ αὐτὴ ἀγομένη παράλληλός ἐστι	——— l. 36 * *	deſunt. *A. D.*
——— – ib. ἐστι	——— – ib. * *	γίνεται. *B. C.*
——— l. 40 γωνία ἄρα γωνίᾳ	——— l. 39 * *	ἄρα γωνία. *A. D.*
——— l. 49 τμήματα	——— 7. l. 5 * *	τὰ τμήματα. *A. C. D.*
——— 83. l. 7 ζ διαφράγματα,	——— l. 9 ε διαφράγματα	καὶ διαφράγματα. *B.*
——— l. 17 ΔΖ ἐστὶ	——— l. 13 ΔΖΕ	ΔΖ ἄρα. *C. D.*
——— l. 19 μείζων	——— l. 14 * *	μείζω. *A. B. C. D.*
——— l. 36 περιφερειῶν	——— 8. l. 4 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
——— l. 39 ΑΒ μείζων	——— l. 5 * *	ΑΒ διαμέτρου μείζων. *A. B. C. D.*
——— l. 41 παραλληλόγραμμα,	——— l. 6 * *	παραλληλογράμματα. *A.*
——— l. 52 τμήματα	——— l. 10 * *	τρίγωνα. *A. B. C. D.*
——— 84. l. 4 τρίγωνα,	——— l. 13 * *	ἐπίπεδα. *A.*
——— l. 7 κύκλου	——— l. 15 * *	κύκλοι. *C. D.*
——— l. 13 οὖν	——— l. 21 * *	ἄρα. *A. D.*
——— l. 18 τῷ κυλίνδρῳ.	——— l. 24 * *	κυλίνδρῳ et ſæpe hac paginâ. *D.*
——— l. 19 βάσιν	——— l. 25 βάσεις	βάσεις et non infrequente hac prop. *B. D.*
——— l. 20 κυλίνδρου,	——— l. 26 * *	τὸ κυλίνδρου. *B.*
——— l. 21 ἀποτεμνομένου	——— l. 27 * *	ἡ ἀποτεμνομένη. *A.*
——— l. 31 οὖν	——— l. 32 * *	πρός. *A.*
——— l. 34 τὰ παραλληλόγραμμα.	——— l. 34 * *	τῶν παραλληλογράμμων. *B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 84. l. 36 τῶν παραλληλογράμμων,	Pag. 8. l. 35 • •	τὰ παραλληλόγραμμα. *A. B. C. D.*
—— l. 45 κοινὰ	—— l. 40 • •	μέσα. *A.*
—— 85. l. 7 Τὰ δὲ παραλληλόγραμμα ἃ βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ,	—— l. 47 • •	defunt. *C.*
—— l. 16 Λοιπὸν	—— 9. l. 1 • •	λοιπὸν. *A. D.*
—— l. 17 τοῦ ΑΓΔΒ	—— – ib. • •	defunt. *A. D.*
—— l. 18 παραλληλογράμμων.	—— l. 2 παραλληλογράμμων	παραλληλογράμμων. *B. C. D.*
—— l. 19 ἐν	—— l. 3 • •	deeſt. *D.*
—— l. 21 αἱ εἰσὶ βάσεις	—— l. 4 αἱ εἰσὶ βάσεις	ὧ εἰσὶ βάσεις. *B.* εἰσὶν βάσεις. *C.* αἳ εἰσὶ βάσεις. *D.*
—— l. 28 ἔσονται	—— l. 7 • •	ἔσται. *A.*
—— l. 29 τὰ Α, Γ	—— l. 8 • •	ΑΓ. *B. C.*
—— l. 44 τῶν πλευρῶν	—— l. 16 • •	τῆς πλευρᾶς. *A. B. C. D.*
—— l. 45 εἰσί,	—— l. 17 • •	εἶναι. *A.*
—— l. 48 χωρίου. Τῷ δὲ Κ	—— l. 19 • •	defunt. *D.*
—— l. 50 ΑΒ, ΒΓ	—— l. 20 ΑΔΒ ΒΘΓ	ΑΔ ΔΒ ΒΘ ΘΓ. *A. B. C. D.*
—— 86. l. 1 ἐν τῷ	—— l. 24 • •	defunt. *C. D.*
—— l. 4 τεσσάρων	—— – ib. • •	τέσσαρα. *A.*
—— l. 9 ἀπεναντίον	—— l. 27 ἀπεναντίον	ἀπεναντίας. *B. C. D.*
—— l. 19 ἀπεναντίον	—— l. 33 • •	ἀπεναντίας. *D.*
—— l. 21 τὰς ΑΒΓ περιφέρειας,	—— l. 34 • •	τῆς ΑΒΓ περιφερείας. *B. C. D.*
—— l. 24 ΑΕΒ, ΒΖΓ,	—— l. 35 • •	ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ. *A. B. C. D.*
—— – ib. ἀπεναντίον	—— – ib. • •	ἀπεναντίον. *D.*
—— l. 25 εἰρημένων παραλληλογράμμων ἐπιψαύοντα μετὰ τῶν εἰρημένων σχημάτων,	—— l. 36 εἰρημένων σχημάτων	ut in Edit. Oxon. *A.* et C εἰρημένων primo omiſſo.
—— l. 33 περιφέρειαι,	—— l. 39 • •	περιφερείας. *A. D.*
—— l. 35 κύκλου	—— l. 40 • •	deeſt. *A.*
—— l. 43 ἐλάσσων	—— l. 44 • •	ἐλάσσω. *C.*
—— 87. l. 7 Καὶ	—— l. 52 • •	deeſt. *D.*
—— l. 29 Νενεύσθω	—— 10. l. 10 • •	κείσθω. *D.*
—— 88. l. 14 ὥστε αἱ	—— l. 32 • •	ὥστε καὶ αἱ. *D.*
—— l. 16 ΤΔ πρὸς τὸν	—— l. 35 • •	ΤΔΖ τὸν. *A.*
—— l. 18 ἐκ τοῦ κέντρου.	—— l. 37 • •	ἐκ τῶν κέντρων
—— – ib. ΤΔ πρὸς τὸν	—— l. 38 • •	ΤΔΖ. *A.* ΤΔ πρὸς. *B. C. D.*
—— l. 24 ἔσται	—— l. 44 • •	ἦ. *A.*
—— l. 26 ὑπὸ τῶν ΓΔ,	—— l. 45 • •	ὑπὸ τῆς ΓΔ. *B. C. D.*
—— – ib. τῆς	—— – ib. • •	deeſt. *B. C.*
—— l. 29 ὡς	—— l. 47 • •	deeſt. *B. D.*
—— – ib. ἔστι	—— – ib. • •	deeſt. *B. C. D.*
—— l. 31 ἔστι	—— l. 48 • •	deeſt. *A.*
—— l. 33 ὁμοίως ἀναγεγραμμένον.	—— l. 49 • •	ὁμοίων ἀναγεγραμμένων. *A.*
—— l. 46 τοῦ Α	—— 11. l. 3 • •	defunt. *A.*
—— 89. l. 5 τὸ δὲ	—— l. 8 • •	τοῦτο δὲ. *D.*
—— l. 10 ἐγγεγραμμένον,	—— l. 10 • •	γεγραμμένον. *D.*
—— l. 11 ἄγε τὸ περιγεγραμμένον	—— – ib. • •	defunt. *D.*
—— l. 12 ἔχειν,	—— l. 11 • •	ἔχει. *A.*
—— l. 15 ἐγγεγραμμένῳ	—— l. 12 • •	ἐγγεγραμμένον. *C.*
—— l. 17 ἔσται	—— l. 13 • •	ἐστὶ. *C. D.*
—— l. 19 ἴσον	—— l. 14 • •	deeſt. *D.*
—— l. 25 τῶν παραλληλογράμμων	—— l. 17 • •	τοῦ παραλληλογράμμου. *A.*
—— l. 27 ἴσον	—— l. 19 • •	ἐξ ἴσου. *B. C. D.*
—— 90. l. 1 περιγεγραμμένοις, καὶ ἐγγεγραμμένοις,	—— 7. l. 17 περιγεγραμμένοις καὶ περὶ	ut in Edit. Ox. *A. B. C. D.*
—— l. 4 ἑτέρου	—— l. 19 • •	ἐν ἑτέρῳ. *C. D.*
—— l. 6 Περὶ δὲ τὸν	—— l. 20 περὶ τὸν	περὶ δὲ τὸν. *A. B. C. D.*
—— l. 24 εἰσὶ	—— l. 31 • •	εἰσί. *A. B. C. D.*
—— l. 27 ἔχοντι	—— l. 34 • •	εἰσί. *A. B. C. D.*
—— – ib. ὡς	—— l. 35 ὡς τε	ὡς. *A.*
—— l. 28 πολύγωνα. Καὶ	—— l. 36 • •	defunt. *D.*
—— l. 29 εἰσὶ	—— l. 38 • •	εἰσί. *A. B. C. D.*
—— l. 30 γωνιῶν, ὁμοίων	—— l. 39 ὁμοίων	γωνιῶν ὁμοίων
—— l. 40 πρὸς τὸ ΖΡΑ τρίγωνον.	—— l. 44 defunt	πρὸς τὸ ΖΡΑ τρίγωνον. *B.* πρὸς τὸ ΖΡΑ τρίγωνον altera manu.
—— l. 41 αἱ ἐν τῷ	—— l. 45 ἐν τῷ	αἱ ἐν τῷ. *B.*
—— 91. l. 5 τὸ ἔλασσον.	—— 8. l. 4 καὶ ἔλασσον	ἔχει καὶ ἔλασσον. *A. B. C. D.*
—— l. 15 δὴ	—— 11. l. 39 • •	δὲ. *A.*
—— l. 20 ὅτι τὸ περιγεγραμμένον	—— l. 43 • •	defunt. *A.*
—— – ib. πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον	—— – ib. • •	defunt. *D.*
—— l. 22 ἔχειν,	—— l. 44 • •	ἔχει. *A.*
—— l. 33 ὡς	—— l. 50 • •	καὶ. *A.*
—— l. 34 τῶν κέντρων	—— l. 51 • •	τοῦ κέντρου. *B. C. D.*
—— l. 40 γάρ	—— 12. l. 3 • •	deeſt. *C.*
—— l. 41 τὸ Δ	—— – ib. Δ	δὲ Δ. *B. C. D.*
—— l. 46 περιγεγραμμένον	—— l. 6 • •	τῆς περιγεγραμμένης. *D.*
—— l. 49 ἐλάσσονα	—— l. 8 • •	ἐλάσσω. *A.*
—— 92. l. 8 ἐστι	—— l. 13 • •	deeſt. *A. D.*
—— l. 12 ἔχει	—— l. 16 • •	ἔχει. *A. C. D.*
—— l. 18 τοὺς Α, Β	—— l. 19 • •	τοὺς ΑΒ κύκλους. *B. C. D.*
—— l. 21 μείζων. Ἡ δὲ Γ πρὸς τὸν Δ	—— l. 21 • •	defunt. *D.*
—— l. 22 λόγον ἔχει,	—— – ib. • •	defunt. *C.*
—— l. 25 τὰς πλευρὰς,	—— l. 23 πλευρὰς	τὰς πλευρὰς. *A. C. D.*
—— l. 28 πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου,	—— l. 24 • •	defunt. *C. D.*
—— l. 45 ἄρα	—— l. 34 ἐστι	ἄρα. *A. B. C. D.*
—— 93. l. 2 Νενεύσθω	—— 8. l. 9 • •	νενεύσθω. *B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 93. l. 9 ἁ κάθετος γίνεται	Pag. 8. l. 14 • •	ἅτις κάθετος γάρ ἐστι. *A.* ἅτις κάθετος γίνεται. *B. C.* ἅτις κάθετος γάρ. *D.*
——— l. 24 κοινοῦ ὕψεος	——— l. 26 κοινοῦ ὕψεος	κοινῶς ὕψεος. *A.* κοινοῦ ὕψεος. *B. C. D.*
——— l. 25 λαμβανομένω.	——— – ib. • •	λαμβανομένου. *A. B. C. D.*
——— l. 38 τῷ δὲ πλευρῷ	——— 12. l. 39 • •	τῷ διαμέτρῳ. *C.*
——— l. 43 τῶν	——— l. 42 • •	τῶν. *A.*
——— l. 51 διὰ τὸ	——— l. 47 • •	διατοῦ τε. *A.*
——— 94. l. 3 ἥμισυ.	——— l. 49 ἡμίσυ	ἡμίσυ. *A. B. C.*
——— l. 9 ἔτυχεν	——— 13. l. 39 • •	ἔτυχε. *A.*
——— l. 15 καὶ ὑπὸ	——— l. 43 • •	καὶ τοῦ ὑπό. *B. C. D.*
——— l. 16 ΔΖ, ΑΗ.	——— l. 44 • •	ΔΖ ΑΔ. *B. C. D.*
	——— – ib.	In margine οἱ τ' εἰσὶν καὶ ἀκόλως εἰσὶ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν διαμέτρων τετράγωνα. *C.*
——— l. 18 ὅλον ἐστὶ τὸ ΒΗ·	——— l. 45 • •	deſunt. *D.*
——— l. 33 ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ.	——— 8. l. 37 • •	ὑπὸ τῶν ΒΔ ΔΖ. *A. B. D.* ὑπὸ τῶν ΒΔ ΔΖ. *C.*
——— l. 35 ΒΔ, ΑΗ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ ΑΔ, ΔΖ. Κοινὸν προκείσθω τὸ ὑπὸ	——— l. 38 • •	deſunt. *C.*
——— l. 39 ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ	——— l. 39 • •	deſunt. *D.*
——— 95. l. 1 ἐπιφανείᾳ	——— 13. l. 2 • •	τῇ ἐπιφανείᾳ. *B. C. D.*
——— l. 17 τῷ ΑΒΓ κώνῳ· ὁ δὲ Κ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ	——— l. 18 • •	deſunt. *C.*
——— l. 28 Α	——— l. 33 ΚΑ	Α. *A. B. C. D.*
	——— l. 37	In margine ſine accentuatione οι γαρ κυκλοι προς αλληλους εισι προς τα απο των διαμετρων τετραγωνα. *B.*
——— 96. l. 2 ταῖς βάσεσι. Καὶ οἱ ἴσας ἔχοντες βάσεις, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον	——— 14. l. 1 • •	deſunt. *A. D.*
——— l. 5 ἐστιν ὁ	——— l. 2 • •	ἐστὶν ὡς ὁ. *C. D.*
——— – ib. ὡς	——— l. 3 • •	deeſt. *A. B. C. D.*
——— l. 9 τὸν ἴσον κῶνον	——— l. 5 • •	τῷ ἴσῳ κώνῳ. *A. D.*
——— l. 14 ἀλλήλους	——— l. 18 • •	ἀλλάλοις. *A. B. D.*
——— l. 31 ὡς ἄρα	——— l. 8 • •	ὥσπερ. *C.*
——— l. 35 ΔΘ	——— l. 20 • •	ΕΘ. *A. C. D.*
——— l. 40 τετάσθω ἁ ΔΕ	——— l. 22 • •	ἁ ΔΕ τετάσθω. *A.*
——— l. 41 πρὸς ΘΕ,	——— l. 23 πρὸς ΘΔ	deſunt. *C.*
——— – ib. ΔΘ	——— – ib. • •	ΕΘ. *A. C. D.*
——— l. 43 Ὡς ἄρα	——— l. 24 • •	ὥσπερ. *C.*
——— 97. l. 24 οὕτως ὁ ΑΒΓΔ ῥόμβος, πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον.	——— 15. l. 4 • •	deſunt. *A.*
——— l. 35 Ὡς	——— l. 10 • •	ὅτι. *A. C. D.*
——— 98. l. 1 ΗΘΚ	——— – ib. • •	ΝΘΚ. *A.*
——— l. 5 ΗΘΚ	——— l. 12 • •	ΝΘΚ. *A.*
——— l. 15 ἴσον τῷ	——— l. 17 • •	ᾳ τῷ. *A.* τὸ τῷ. *C. D.*
——— l. 23 ἀχθεῖσαι	——— l. 23 ἀχθῶσιν	ἀχθεῖσαι. *A.*
——— 99. l. 2 τοῦτο	——— l. 41 • •	τούτοις. *A. D.*
——— l. 6 τοῦ ΜΝΞ κώνου· ἡ δὲ τοῦ ΔΒΕ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει	——— l. 48 • •	deſunt. *A. C. D.*
——— l. 9 βάσεσι	——— l. 51 • •	ταῖς βάσεσι. *A. B. C. D.*
——— l. 18 κύκλου κῶνος	——— 16. l. 4 • •	κῶνος κύκλος. *A. B. C. D.*
——— 100. l. 1 ΒΑ,	——— l. 12 • •	ΒΔ. *A.*
——— – ib. ἐπ' εὐθείας αὐτῇ.	——— – ib. • •	ἐπευθείας. *C.* ἐπ' εὐθείας αὐτῷ. *D.*
——— l. 12 ἐν τῆς	——— l. 17 • •	ἐστι τῆς. *B. C. D.*
——— l. 48 ΖΚ·	——— l. 32 ΖΗ	ΖΚ. *A.*
——— 101. l. 9 ᾧ ἐστι ὡς μὲν ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ,	——— 17. l. 7 • •	deſunt. *D.*
——— l. 11 εἰς τὸν λόγον	——— l. 9 • •	τὸν λόγον. *A.*
——— – ib. ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ,	——— l. 10 • •	ἡ ΕΞΑ. *C.*
——— l. 13 Ὡς δὲ ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ. Ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ, οὕτως πᾶσαι αἱ ΕΚ, ΖΑ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον.	——— l. 12 • •	repetuntur hæc verba. *A.*
——— l. 14 Ἔστιν	——— l. 13 • •	deeſt. *D.*
——— l. 18 τὰς	——— l. 21 • •	αἱ τὰς. *A. B. C. D.*
——— l. 19 τοῦ πολυγώνου,	——— – ib. • •	deſunt. *D.*
——— l. 37 πρὸς ΒΞ.	——— l. 28 • •	deſunt. *A.*
——— l. 42 ἐστὶν ὡς	——— l. 32 • •	ὅτι. *A.*
——— l. 43 ἡ ΜΘ πρὸς ΜΞ,	——— l. 34 • •	deſunt. *D.*
——— l. 44 εἰς τὸν λόγον	——— l. 35 • •	ὡς τὸν λόγον. *A.*
——— l. 47 Ὡς ἄρα ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ,	——— l. 39 • •	deſunt. *A. D.*
——— l. 48 ΖΗ,	——— l. 40 • •	deſunt. *D.*
——— 102. l. 6 Α, Γ	——— l. 46 • •	τοῖς ΑΓ. *A. C. D.*
——— l. 8 γεγραμμένων ἐφεξῆς	——— l. 47 • •	γεγραμμένον ἐφεξ. *A.* γεγραμμένον ἐφεξ. *B. C.* γεγραμμένων ἐφεξ. *D.*
——— l. 13 τὸν	——— l. 50 τῶ	τόν. *B.*
——— l. 35 σχῆμα ἐγγραφόμενον	——— 18. l. 12 • •	σχῆμα ἐγγεγραμμένον. *C.* σχῆμα ἐγγεγραμμένον. *D.*
——— l. 37 ἐπιφάνεια	——— l. 15 • •	ἡ ἐπιφάνεια. *C. D.*
——— l. 48 ἐν	——— l. 30 • •	deeſt. *D.*
——— 103. l. 3 ἐσομένου	——— 8. l. 43 • •	ἐσομένα. *B.*
——— – ib. ἐν τοῖς	——— – ib. • •	ἐν τῆς. *A.*
——— l. 7 παραλλήλους	——— l. 46 παραλλήλων	παραλλήλους. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 103. l. 14 ὡς τετράπλευρον γίνεσθαι, ἢ παραλλήλους	Pag. 18. l. 42 (τετραπλεύρῳ) παραλλήλως	τετραγώνῳ. *A. B. C. D.*
—— l. 34 τοῦ κέντρου	—— 19. l. 6 . .	τοῦ μὲν κέντρου. *D.*
—— 104. l. 6 τῶν	—— l. 12 τὸν	τῶν. *D.*
—— l. 12 ΓΔ,	—— l. 14 . .	deſunt. *C.*
—— – ib. ὅλον	—— l. 15 . .	ὅλας. *D.*
—— l. 32 ἀπὸ	—— l. 24 . .	ὑπὸ. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ΕΙ, ΘΜ,	—— l. 27 ἄρα Ι, ΘΜ	ΕΙ ΘΜ. *A. B. C. D.*
—— 105. l. 3 ἴσον	—— l. 31 . .	καί. *A.*
—— l. 18 Ὁ ΞΡ	—— l. 51 ὁ Ρ	ὁ ΞΡ. *A. C. D.*
—— l. 23 ἴσος	—— 20. l. 4 . .	καί. *A.*
—— l. 26 ἴσον	—— l. 5 . .	καί. *A.*
—— l. 34 ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ	—— l. 7 . .	τῇ ἐπιφανείᾳ. *A.* τὴν ἐπιφάνειαν. *C. D.*
—— l. 38 ἴσον	—— l. 8 . .	καί. *A.*
—— 106. l. 4 ἐπὶ	—— l. 12 . .	deeſt. *B.*
—— l. 11 ΗΜΧ,	—— l. 17 . .	ΝΜΧ. *A.*
—— l. 14 ἴσον	—— l. 21 . .	deeſt. *A.*
—— l. 15 Ἔτι	—— l. 23 . .	ἐπὶ. *C.*
—— l. 19 ἴσον ἔστω κώνῳ	—— l. 30 . .	ἴσον τῷ κώνῳ. *B. C.* τῷ κώνῳ. *D.*
—— l. 22 ἴσον	—— l. 33 . .	deeſt. *A. D.*
—— l. 28 ἴσον	—— l. 41 . .	deeſt. *A. D.*
—— l. 29 ἴσον	—— l. 43 . .	deeſt. *A. D.*
—— l. 32 λεγομένῳ	—— l. 45 . .	εἰρημένῳ. *D.*
—— l. 36 τὸν	—— l. 48 . .	τῷ. *A.*
—— l. 39 μὲν	—— l. 49 . .	deeſt. *A.*
—— l. 48 ἴσον τῇ	—— 21. l. 4 . .	deſunt. *A.* τῇ. *D.*
—— l. 49 ἐπιφάνεια	—— l. 6 . .	ἡ ἐπιφάνεια. *B. C. D.*
—— 107. l. 1 ἐστὶν	—— l. 9 . .	deeſt. *A. D.*
—— l. 51 ἐπὶ τοῦ πρώτου.	—— l. 36 ἐπὶ τῶν πρὸ τοῦ	ἐπὶ τοῦ πρώτου. *B. C. D.*
—— – ib. Ἔστω δὲ τὸ σχῆμα	—— l. 37 ἐπὶ δὲ τοῦ σχήματος	ὄν. *A. D.* ἔσται δὲ τὸ σχῆμα. *B. C.*
—— 108. l. 1 περιγεγραμμένου, ἐν δὲ τῷ μείζονι ἐγγεγραμμένου. Ὅτι δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ	—— l. 39 . .	deſunt. *C.*
—— l. 7 αἱ δύο πλευραὶ	—— l. 47 . .	deſunt. *B. C. D.*
—— l. 8 Δειχθείσης	—— l. 49 δειχθείσης	δειχθείσης. *B. C. D.*
—— l. 26 Τῇ ἐπιφανείᾳ	—— 22. l. 8 . .	τῆς ἐπιφανείας. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ἴσον	—— l. 9 . .	deeſt. *A. D.*
—— l. 35 τῇ ἐπιφανείᾳ	—— l. 13 . .	τῆς ἐπιφανείας. *A. B. C. D.*
—— l. 45 Ἔστω γὰρ ὅτι σφαῖρα	—— l. 17 . .	deſunt. *C.*
—— 109. l. 1 τῇ ΘΖ, πρὸς τὴν ΖΘ	—— l. 20 . .	τῇ ΖΕ πρὸς τὴν ΖΕ. *A.*
—— l. 7 τῆς ἴσης πάσαις	—— l. 24 τῆς πάσαις	τῆς ἴσης πάσαις. *B.*
—— l. 12 ἴσον	—— l. 27 . .	deeſt. *A. D.*
—— l. 14 Μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Α κύκλου τῆς ΘΚ.	—— l. 28 . .	deſunt. *D.*
—— l. 20 ἡ	—— l. 33 . .	deeſt. *A.*
—— l. 23 τοῦ	—— l. 38 . .	τῶν. *A. C. D.*
—— l. 26 ΚΖ	—— 9. l. 2 ΚΞ	ΚΖ. *A.*
—— l. 34 ἴσος	—— 22. l. 40 . .	deeſt. *D.*
—— l. 35 ἴσον	—— – ib. . .	deeſt. *A. D.*
—— l. 38 ἐν τῇ	—— l. 42 . .	αὐτῇ. *A. D.*
—— l. 40 ἴσος	—— l. 43 . .	deeſt. *A. D.*
—— l. 41 ἴσον	—— l. 44 . .	deeſt. *A. D.*
—— l. 42 ἴσον	—— – ib. . .	deeſt. *A. D.*
—— 110. l. 4 τῶν	—— l. 47 τῷ	τῶν. *A.*
—— l. 5 γὰρ	—— l. 48 . .	deeſt. *A. D.*
—— l. 12 Μείζων	—— 23. l. 1 . .	μείζων. *B. C.*
—— l. 15 ἴσος	—— l. 3 . .	ὁ ἴσος. *A.*
—— l. 16 ἢ τετραπλάσιος	—— – ib. . .	ὅ τι τετραπλάσιος. *A.* τετραπλάσιον. *D.*
—— – ib. εἰρημένον	—— – ib. . .	εἰρημένου κώνου. *A. C. D.*
—— l. 27 τὸ ἐγγεγραμμένον,	—— l. 9 . .	deſunt. *A. D.*
—— 111. l. 2 ἴσος	—— l. 30 . .	deeſt. *A. D.*
—— l. 7 τὸ ὑπὸ	—— l. 36 . .	τῷ ὑπὸ. *B. C. D.*
—— l. 8 τῷ πολυγώνῳ τῷ ἐγγεγραμμένῳ.	—— l. 38 . .	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 12 ἀλλήλων	—— l. 45 . .	ἀλλήλας. *B. C. D.*
—— l. 18 τῶν πολυγώνων	—— l. 48 . .	τῷ πολυγώνῳ. *A.*
—— l. 20 ἴσον	—— l. 49 . .	deeſt. *B.*
—— l. 21 ἐγγεγραμμένου,	—— l. 50 . .	τοῦ ἐγγεγραμμένου. *A. C. D.*
—— 112. l. 4 Τὸν ἄρα	—— 24. l. 9 . .	τὸ ἄρα. *A.*
—— l. 7 ἔχει	—— l. 10 . .	ἕξει. *B. C. D.*
—— l. 11 ἔχει,	—— l. 12 . .	ἕξει. *B. C. D.*
—— l. 14 ὀρθῶν γωνιῶν	—— 9. l. 7 . .	ὀρθῶν. γινομένων. *A.* ὀρθῶν γινομένων. *B. C. D.*
—— l. 15 ἄρα	—— l. 8 γὰρ	γίνεται. *B.* γὰρ ἐστί. *C. D.*
—— l. 16 τοῦ ΓΚΑ τριγώνου.	—— – ib. . .	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 22 περιγεγραμμένον	—— l. 12 . .	ἐγγεγραμμένον. *A. C. D.*
—— l. 26 ἔστω ἡ διάμετρος πρὸς τὴν πλευράν·	—— l. 14 . .	deſunt. *D.*
—— l. 29 ΕΑ,	—— l. 16 . .	deſunt. *B.*
—— l. 36 ΕΑ, οὕτως	—— l. 21 . .	ΕΑ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς Μ [illegible]. *C.*
—— l. 37 τὸ ἀπὸ ΑΚ.	—— – ib. . .	τὸ ΑΚ. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ἄρα	—— l. 22 . .	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 40 ἐκ κέντρου	—— l. 23 . .	ἐκ τοῦ κέντρου. *C. D.*
—— l. 44 τὸν	—— 24. l. 13 . .	τῷ. *D.*
—— l. 45 Ἔστω	—— – ib. . .	ἔσται. *A. C. D.*
—— l. 49 Ἔτι δὲ δύο μεγέθη ἄνισα, ὅτι ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας.	—— l. 16 . .	deſunt. *A. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 113. l. 9 εἰσὶ	Pag. 24. l. 21 * *	ἐστὶ. *D.*
—— l. 10 πολυγώνου,	—— – ib. * *	deeſt. *D.*
—— l. 17 ἐπιφάνειαι	—— l. 28 * *	deeſt. *A.*
—— l. 47 Ἡ ἐπιφάνεια ἄρα	—— l. 50 * *	deſunt. *D.*
—— l. 50 γάρ τοῦ	—— 25. l. 2 * *	γάρ. *D.*
—— l. 52 Οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας	—— l. 3 * *	deſunt. *A. D.*
—— 114. l. 5 βάσει	—— l. 6 * *	τῇ βάσει. *A.*
—— l. 13 ἔστω	—— l. 10 * *	deeſt. *A.*
—— l. 17 λόγον ἐλάσσονα, τῷ	—— l. 12 * *	λόγον, τῷ. *A. C. D.*
—— l. 48 τῷ K	—— l. 22 τῷ K	τῷ K. *D.*
—— 115. l. 19 ὥστε τὴν πλευρὰν τοῦ περιγεγραμμένου	—— l. 47 * *	deſunt. *D.*
—— l. 30 πρὸς τὸν Λ. Ἡ δὲ K	—— 26. l. 2 * *	deſunt. *A. B. C. D.* ſed in *B* lacuna relinquitur, et verba Edit. Baſ. man. alt. ſcrib.
—— l. 43 H. Τὸ	—— 9. l. 26 * *	H. τὸ. *A.*
—— l. 44 περιγεγραμμένου	—— – ib. * *	περιγεγραμμένου, *B.*
—— l. 46 Πεποιήσθω	—— l. 27 ποιεῖ τι	ποιεῖται. *A. B. D.* ποιεῖσθαι. *C.*
—— 116. l. 2 H, Θ	—— l. 31 Θ, Ι, H,	ΘΗ. *A. B. C. D.*
—— l. 5 τῷ δὲ ἔχει	—— l. 33 * *	τοῦτο ἔχει. *A.* deſunt. *D.*
—— l. 11 τῆς H'	—— l. 37 τὸ H	τῆς H. *A. B. C. D.*
—— l. 12 ἔστω ἡ H τῆς A. Τῷ δὲ αὐτῷ ὑπερέχει ἡ AB τῆς H,	—— l. 38 * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 28 σφαίρας.	—— 26. l. 11 * *	σφαίρας καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ μετὰ τῶν βάσεων ἡμιόλια τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. *A. B. C. D.*
—— l. 39 γίνεται	—— l. 17 * *	γάρ. *A. C. D.*
—— 117. l. 15 ὧν, ἔστι ὁ Λ κύκλος	—— l. 50 * *	ἔστι ὁ κύκλος. *B. C. D.*
—— l. 19 Γίνεται	—— 27. l. 1 * *	deeſt. *A. D.* γινέσθω. *B.* γάρ. *C.*
—— l. 31 τῶν	—— l. 6 τῷ	τῶν. *A. D.*
—— l. 33 αἱ	—— l. 7 * *	deeſt. *A. D.*
—— 118. l. 1 ἔσται	—— l. 10 * *	ἐστὶ. *D.*
—— l. 7 τμῆμα πολύγωνον	—— l. 12 πολύγωνον	τμῆμα πολύγωνον. *A. B. C. D.*
—— l. 9 περιεχέσθω τὸ	—— l. 14 * *	περιεχέσθω σχῆμα. *A.*
—— l. 21 τούτῳ	—— l. 20 * *	τουτέστι. *C.*
—— l. 39 ἔστω	—— l. 32 * *	ἔστι. *A.*
—— 119. l. 1 ἀπὸ	—— l. 39 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—— – ib. ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΘΑ.	—— – ib. * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 2 ἐπιφανείᾳ	—— – ib. * *	τῇ ἐπιφανείᾳ. *B. C. D.*
—— l. 15 ἴσον	—— 10. l. 6 ἴσως	ἴσον. *A. C. D.*
—— l. 22 τῶν	—— 27. l. 45 * *	τῇ. *D.*
—— l. 25 καὶ κέντρον τὸ E. Καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ	—— l. 46 * *	deſunt. *C.*
—— l. 28 BE,	—— l. 47 * *	BA. *A.*
—— – ib. ποιεῖται σχῆμά τι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, ὡς ἀπὸ τοῦ	—— – ib. * *	ποιεῖ τῷ σχήματι ὑπὸ τῶν. *D.*
—— l. 42 σχήματι,	—— l. 51 * *	τμήματι. *A. B. C. D.*
—— 120. l. 9 βάσις	—— 28. l. 11 * *	ἡ βάσις. *A. B. C. D.*
—— l. 15 κώνου,	—— l. 19 * *	τοῦ κώνου. *A. D.*
—— l. 21 ἴσως	—— l. 23 * *	ἴσος. *B. C. D.*
—— l. 24 ἐστὶν	—— l. 25 * *	deeſt. *D.*
—— l. 43 ἐλάττων	—— l. 39 * *	ἐλάσσων. *B.*
—— l. 46 τομέα	—— l. 43 * *	τὸ μὲν A. *C.*
—— l. 50 ἐπιφανείας	—— l. 49 * *	ἐπιφάνειαι. *C.*
—— 121. l. 2 γράψομεν,	—— l. 51 * *	γράψωμεν. *A.*
—— l. 12 ἔστω	—— 29. l. 3 * *	ἐστὶ. *A.*
—— l. 26 ἐστί.	—— l. 8 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 33 ἐστὶ ὁ	—— l. 11 * *	γὰρ ἐστὶ ὁ. *A.* γίνεται ὁ. *B.* γὰρ ἐστίν. *C. D.*
—— l. 39 Δ	—— 10. l. 7 * *	ΔE. *D.*
—— l. 43 ἐστὶ	—— l. 10 * *	γάρ. *A. C. D.* γίνεται. *B.*
—— l. 45 κώνου ἐπιφανείας εἰλήφθω,	—— l. 11 ἐπιφανείας ἐλήφθω	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 46 ἔχει	—— – ib. * *	ἐστί. *A. C. D.*
—— 122. l. 12 πάντων	—— 29. l. 16 * *	πάντα. *D.*
—— l. 13 ὡς τῆς ἔτι	—— – ib. * *	ὡς ἐπὶ τῆς. *B. C. D.*
	—— l. 17 ἐγγεγραμμένου	deeſt. *C.*
—— l. 31 ὁ N,	—— l. 23 * *	οὐ. *D.*
—— 123. l. 5 Ἐὰν γὰρ	—— l. 38 ἐὰν	ἐὰν γάρ. *A. B. C. D.*
—— l. 29 περὶ διάμετρον τὸν K Λ κύκλον,	—— l. 48 * *	περιδιάμετρον τὸν —— K Λ κύκλον. *D.*
—— l. 30 ἴσον	—— l. 49 * *	ἴσος. *B. C.*
—— l. 36 αὐτὸ τὰ	—— 30. l. 1 * *	αὐτό. *A.*
—— 124. l. 12 ποιείσθωσαν	—— l. 13 * *	ποιείσθωσαν. *D.*
—— l. 16 ἔχει, ὁ	—— l. 19 * *	inter ἔχει et ὁ parva lacuna relinquitur. *B.*
—— l. 28 Ἔστω	—— l. 28 * *	ἐστὶ. *D.*
—— l. 37 γωνίας	—— l. 30 αγωνίας	γωνίας. *B. C. D.*
—— – ib. Ἔστω.	—— l. 31 * *	ἐστί. *D.*
—— l. 41 ὡς ἄρα	—— l. 32 * *	ὥσπερ. *C.*
—— l. 43 καὶ ἡ	—— l. 33 * *	deſunt. *D.*
—— l. 45 τὴν	—— l. 35 * *	deeſt. *D.*
—— 125. l. 1 ἐστὶν	—— l. 36 * *	deeſt. *A.*
—— l. 5 Ἔστω	—— l. 38 * *	ἐστὶ. *D.*
—— l. 10 οὕτως	—— l. 41 ὡς	οὕτως. *B. C. D.*
—— l. 12 ὥστε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N κύκλου,	—— l. 42 * *	deſunt. *A. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 125. l. 17 Ὅμοιον ἄρα	Pag. 30. l. 45 ὅμοιον	ὅμοιον ἄρα. *B. D.* ὅμοιον δὲ. *C.*
—— l. 26 ἐστὶν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ, ἡ ΕΚ πρὸς ΑΑ.	—— 10. l. 25 ἐστὶν ὡς ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 42 τῆς ΕΚ	—— l. 34 τῶ ΕΚ	τῆς ΕΚ. *B.*
—— l. 44 ἀπὸ τῆς ΕΚ, καὶ σταθεὶς, πρὸς τὸ	—— l. 35 • •	deſunt. *D.*
—— 126. l. 5 ἔσται	—— l. 39 • •	ἔσω. *A. D.*
—— – ib. ΕΔ	—— – ib. ΕΑ	ΒΔ. *A. B. C. D.*
—— l. 6 κέντρῳ ἐπὶ τὴν ἀφὴν, τουτέστιν ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ τῆς ἐλάσσονος	—— l. 40 κέντρου τῆς ἐλάσσονος	κέντρου ἐπὶ τὴν ἀφὴν ἐπιζευχθεῖσαι. τουτέστιν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος. *B. C. D.*
—— l. 21 τῷ ΑΒΓ κύκλῳ·	—— 30. l. 51 • •	τὸ ΑΒΓ κύκλος. *C.*
—— l. 23 ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ. Δεῖ δεῖξαι ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ τμήματος,	—— 31. l. 1 • •	deſunt. *C.*
—— – ib. Δεῖ δεῖξαι	—— – ib. δέδεικται	δεῖ δεῖξαι. *B. D.*
—— l. 41 τὸν κύκλον.	—— l. 10 • •	τὸν Ζ κύκλον. *B. C. D.*
—— l. 45 ἴσον,	—— l. 17 • •	ἴσον. *D.*
—— 127. l. 18 πρὸ τούτε.	—— 10. l. 45 • •	περὶ τούτε. *A. B. C. D.*
—— l. 23 εἰσὶ τὰ ἐκ τῶν κέντρων.	—— 11. l. 2 • •	εἰς τὰς τῶν ἐκτὸς κέντρων. *C.*
—— l. 24 ἄρα	—— l. 3 • •	deeſt. *A.*
—— l. 26 Ἐὰν	—— 31. l. 27 • •	καὶ ἐὰν. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ἐπὶ	—— l. 28 ἐπεὶ	ἐπὶ. *D.*
—— l. 35 ἀπὸ τῶν ΒΓ	—— l. 30 • •	ἀπὸ τοῦ Γ. *B.* ἀπὸ τῶν Γ. *C. D.*
—— 128. l. 25 ὅπως	—— 32. l. 1 ὅπη	ὅπως. *A.*
—— – ib. λόγον ἔχῃ	—— l. 2 • •	λόγον ἔχῃ. *B. C.*
—— l. 27 πρότερον	—— l. 3 • •	πρότερῳ. *D.*
—— l. 30 σημεῖον, πρὸς τὸ	—— l. 4 • •	σημεῖον πρὸς τὰ περιεχόμενα πρὸς τὸ. *D.*
—— l. 33 ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν	—— l. 5 • •	τοῦ περιγεγραμμένου. *D.*
—— l. 42 Ἡ δὲ Δ πρὸς Ε	—— l. 10 • •	ἡ δὲ Δ πρὸς Ζ. *A.*
—— 129. l. 2 Τὸ ἄρα	—— l. 15 • •	ἡ τὸ. *B. C. D.*
—— l. 3 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ τρίτος τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον.	—— l. 16 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 19 τομέως	—— l. 25 • •	τομεῖς. *A.*
—— l. 30 Δ πρὸς Ε·	—— l. 30 • •	ΔΕ. *C.*
—— l. 35 Μείζων ἄρα ὁ Θ κῶνος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος.	—— l. 33 • •	deſunt. *A. D.*
—— 130. l. 1 ἐλάσσονα λόγον ἔχει,	—— 11. l. 8 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 5 Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα εἰς τὸ πρῶτον τῶν Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.	—— l. 10 • •	deſunt. *A. D.*
—— 131. l. 6 πάσης σφαίρας	—— 33. l. 3 • •	πάσης partim deletâ et marg. alt. man. corr. παντὸς τμήματος. *B.*
—— l. 8 δῆλον ὅτι	—— l. 5 • •	δῆλον ὅτι. *C.*
—— – ib. τμήματος	—— – ib. • •	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 11 δῆλον ὅτι	—— l. 7 δῆλον	δῆλον ὅτι. *B.*
—— l. 16 τῆς σφαίρας·	—— l. 9 • •	deſunt. *D.*
—— l. 21 διὰ τούτων θεωρημάτων,	—— l. 12 διὰ τοῦ τῶν θεωρημάτων	διὰ τούτων τῶν θεωρημάτων. *B.* δι' αὐτοῦ. *C.* δι' αὐτῶν τούτων θεωρημάτων. *D.*
—— 132. l. 13 ἡ	—— l. 19 • •	deeſt. *C.*
—— l. 18 Ε	—— l. 22 • •	Β. *A.*
—— l. 39 εὐθειῶν	—— l. 36 • •	deeſt. *D.*
—— l. 40 τῶν	—— l. 39 • •	τῶν τῆς. *A. B. C. D.*
—— 133. l. 5 ὑπὸ τῶν ΗΘ	—— l. 43 • •	τὸν ΗΘ. *B. C.* deſunt. *D.*
—— l. 12 ὡς τὸ ἀπὸ	—— 34. l. 1 • •	ὡς ἀπὸ. *C.*
—— l. 24 δὲ	—— 11. l. 13 • •	δή. *C. D.*
—— l. 26 οὕτως,	—— l. 15 • •	[illegible]. *B. C. D.*
—— l. 36 ἔσται	—— l. 22 διὰ	ἔσται. *B. C.* ἄρα. *D.*
—— l. 42 ΑΓ.	—— l. 26 • •	ΑΓ κῶνος. *A. B. C. D.*
—— – ib. Ὁ γὰρ κύλινδρος	—— – ib. • •	deſunt. *D.*
—— 134. l. 1 ὁ δὲ	—— l. 36 • •	ἀλλ' ὁ. *A.*
—— l. 7 καὶ ἔστω αὐτῷ ἡμίσεια ἡ ΗΜ· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΖΝ	—— l. 38 • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 16 περιγεγράφθω,	—— 12. l. 3 • •	γεγράφθω. *A. B. C. D.*
—— – ib. Ἔσται	—— – ib. • •	ἔσω. *A.*
—— l. 21 τρίτῳ	—— l. 6 • •	τρίγωνα. *C.*
—— l. 22 συγκείμενον	—— – ib. • •	πεπερασμένον. *D.*
—— l. 36 τὸν ΖΗ	—— l. 20 • •	τὸν ΖΗ. *B. D.*
—— l. 40 δὲ δίς	—— l. 25 δίς	δὲ δίς. *A. B. C. D.*
—— l. 55 ΤΥ,	—— l. 36 • •	τῶ ΤΥ. *A. D.*
—— 135. l. 9 ἐντετυχήκαμεν	—— l. 47 • •	ἐντετυχήκαμεν. *A.*
—— l. 10 γράφειν.	—— l. 48 • •	γραφῇ. *D.*
—— l. 12 περὶ	—— l. 49 • •	πρὸς. *D.*
—— – ib. συγχωρεῖσθαι	—— – ib. • •	συγχωρεῖσθαι. *A.*
—— l. 14 χρῶνται·	—— l. 50 • •	χρῆται. *A.*
—— l. 19 συνεχοῦς	—— 13. l. 3 • •	συνεχεία. *B.*
—— l. 27 τὸ ΘΜ.	—— l. 8 • •	τῶ ΘΜ. *D.*
—— – ib. Συλλόγων χωρισθέντων	—— – ib. συλλόγων αἰσθητῶν	συλλογισθεισῶν. *B. C. D.*
—— l. 34 Τούτων	—— l. 10 • •	τῶν. *A.*
—— l. 38 τὸ	—— l. 13 • •	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 41 φαίη	—— l. 15 • •	φαίη. *D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 136. l. 13 ἀποτέμνει	Pag. 14. l. 7 ἀποτέμνει	ἀποτέμνει εἰς. *B.*
—— l. 14 τὰς	—— l. 8 . .	τά. *A.*
—— l. 19 δῆλον ὅτι	—— l. 13 . .	δηλονότι. *D.*
—— ib. δίχα τέμνεται	—— l. 14 . .	δίχα τέτμηται. *A. C. D.*
—— l. 23 ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ ΖΘ, ΘΕ.	—— l. 17 . .	defunt. *D.*
—— l. 27 ἴσον ἐστὶ	—— l. 20 . .	ἴσον. *D.*
—— l. 33 ὥστε	—— l. 23 . .	deeſt. *D.*
—— l. 35 ἡ ΑΒ.	—— l. 24 . .	defunt. *D.*
ΩΣ ΦΙΛΩΝ Ο ΒΥΖΑΝΤΙΟΣ.	. .	defunt. *D.*
—— l. 39 δοθεῖσαι	—— l. 26 . .	deeſt. *A.*
—— l. 41 γεγράφθω	—— l. 27 . .	ἐγγεγράφθω. *C.*
—137. l. 3 ἔχει ἡ ΔΒΕΖ, ἴσας εἶναι, ὡς εἴρηται, τὰς ΔΒ τῇ ΕΖ. Λέγω ὅτι	—— l. 34 . .	defunt. *A. D.*
—— l. 25 καὶ ἡ ΔΑ	—— l. 49 ἡ ΔΑ	καὶ ἡ ΔΑ. *B. C. D.*
—— l. 28 Ἥρωνος κατασκευῇ.	—15. l. 1 ἥρωνος κατασκευῆς	ἥρωνος· τὸ γὰρ ΒΘ παραλληλόγραμμον τὸ αὐτό ἐστι τῷ ληφθέντι ἐπὶ τῆς ἥρωνος κατασκευῆς. *A. B. C.* in *D.* τῷ ante ληφθέντι deeſt.
—— l. 39 Πολὺ γὰρ	—— l. 7 . .	πολύγε. *D.*
—— l. 40 πρὸς τὰ Δ, Ζ.	—— l. 8 . .	πρὸς τὸ ΚΖ. *A. B. C. D.*
ΩΣ ΑΠΟΛΛΩΝΙΟΣ.	. .	defunt. *A.*
—— l. 43 Καὶ κέντρῳ	—— l. 10 κέντρῳ	καὶ κέντρῳ. *D.*
—138. l. 11 παραγομένων	—— l. 21 . .	παραγενομένων. *C.*
—— l. 27 διὰ τὴν ΑΕ	—— l. 35 . .	διὰ τὸ τὴν ΑΒ. *B. C. D.*
—— l. 38 ΗΖ,	—— l. 45 . .	defunt. *D.*
—— l. 40 ΜΒ,	—— l. 47 . .	αἱ ΜΒ. *A.*
—— l. 46 ἐπὶ τεταγμένα	—16. l. 2 . .	ἐπὶ τὰ γινόμενα. *A. C. D.*
—— l. 47 ἡμιόλιος	—— ib. . .	ἡμιόλιον. *A. B. C. D.*
—— l. 49 ὡς	—— l. 3 . .	deeſt. *B. C. D.*
—— l. 50 παραθέσει	—— l. 4 . .	παραθέσεως. *A. B. C. D.*
—— l. 52 ἔσονται ἡ	—— l. 6 καὶ ἡ	ἔσω ἡ. *A. D.*
—139. l. 4 τοῦ ἀπὸ τοῦ	—— l. 8 . .	τοῦ ἀπὸ τῆς. *C. D.*
—— l. 6 δύο εὐθεῖαι,	—— l. 9 . .	defunt. *D.*
—— l. 31 ἀπὸ	—— l. 33 . .	deeſt. *A. C. D.*
—— l. 33 ἐὰν ἐφιλονεικοῦν μέσον εὑρεθῆναι,	—— l. 37 . .	ἐὰν τῶν εὑρεθῆναι τῶν ἐφιλονεικοῦν μέσων. *A.* ἐὰν ὧν ἐφιλονεικοῦν μέσων εὑρεθῆναι. *B. C. D.*
—— l. 40 σημεῖον	—— l. 45 . .	σημεῖον ἔσω. *A. C. D.*
—— l. 52 μεταξὺ	—17. l. 1 μεταξὺ	μεταξύ. *C. D.*
—— ib. μεταξὺ τῶν Β, Γ, ἕως οὗ τὸ ἀπολαμβανόμενον αὐτὸ μέρος	—— ib. . .	defunt. *B.*
—— ib. οὗ	—— l. 2 . .	ὧν. *D.*
—140. l. 2 μετάγοντες	—— l. 3 . .	μεταγαγόντες. *C.*
—— l. 4 ΒΔ κύβος,	—— l. 5 . .	defunt. *D.*
—— l. 7 ἐπὶ τὸ Α,	—— l. 7 ἐπὶ τὸ Α	ἐπὶ τὸ Α. *D.*
—— l. 8 τῷ ΔΗ,	—— ib. . .	defunt. *A. C. D.*
—— l. 10 ΑΓ.	—— l. 8 . .	ΑΓ. *C. D.*
—— l. 15 τῆς	—— l. 11 . .	deeſt. *A.*
—— l. 20 ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς ΑΜ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΜΗ.	—— l. 14 . .	defunt. *A. D.*
—— l. 27 ἄρα	—— l. 17 . .	γάρ. *A.*
—— l. 37 ὡς	—— l. 24 . . initio lineæ	deeſt. *D.*
—— l. 50 ΜΑ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΜ πρὸς ΜΗ, ἡ ΓΔ πρὸς ΔΕ· ὡς δὲ ἡ ΓΜ πρὸς ΜΑ, ἡ ΑΜ	—— l. 31 . .	defunt. *A. D.*
—141. ΣΠΟΡΟΣ.	. .	ΠΟΡΟΣ. *B.*
—— l. 1 αἱ δοθεῖσαι	—— l. 34 . .	δύο δοθεῖσαι. *A.*
—— l. 2 μέσας	—— ib. . .	εὐθείας. *A.*
—— ib. συνεχεῖ	—— l. 35 . .	συνεχεία. *B.*
—— l. 20 πρὸς ΜΚ, ἡ ΚΜ πρὸς ΜΕ· ὡς ἄρα ἡ ΔΜ	—— l. 47 . .	defunt. *D.*
—— l. 22 ΔΒ πρὸς τὸ ἀπὸ	—— l. 50 . .	defunt. *D.*
—— l. 25 ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ	—— ib. . .	defunt. *D.*
—— l. 29 τετάρτη ἡ ΔΜ πρὸς ΜΕ,	—18. l. 3 . .	defunt. *D.*
—— l. 34 πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, διπλασίονα λόγον ἔχει, ὅπερ ἡ ΑΒ	—— l. 6 . .	defunt. *D.*
—— l. 35 πρὸς ΒΓ	—— l. 7 defunt	πρὸς ΒΓ. *A. B. C. D.*
—— l. 37 Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΒ πρὸς Ξ,	—— l. 8 . .	defunt. *D.*
—— l. 40 εἰρημένη	—— l. 9 γεγραμμένη	γεγραμμένη. *A. D.*
—— l. 43 πεπερασμένη	—— l. 11 περασμένη	πεπερασμένη. *B. C. D.*
—— l. 46 αἱ	—— l. 13 . .	deeſt. *B.*
—— l. 49 τὸ Θ,	—— l. 15 τῆς Θ	τὸ Θ. *A. D.*
—142. l. 20 ἴσον	—— l. 31 . .	ἴσον ἐστί. *A.*
—— ib. Δ, Γ,	—— ib. . .	ΔΛΖ. *D.*
—— l. 21 ἔστιν ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ. Πάλιν ἐπεὶ τὸ ὑπὸ Δ, Ε ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΘΖΑ,	—— ib. . .	defunt. *C.*
—— l. 23 Ἀλλ' ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ, καὶ ἡ ΖΑ πρὸς Ε.	—— l. 33 ἀλλ' ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ καὶ ἡ ΖΑ πρὸς Ε	ἀλλ' ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΑ πρὸς τὴν Ε, ἀλλ' ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ πρὸς ΖΑ καὶ ἡ ΖΑ πρὸς Ε. *D.*
—— l. 29 πρὸς	—— l. 36 . .	αἱ πρός. *A. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 142. l. 34 ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ, οὕτως ἡ ΔΒ	Pag. 18. l. 41 ἡ ΔΒ	ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ ἡ ΔΒ. *A. B. C. D.*
—— l. 41 τὴν	—— l. 46 * *	τῆς. *A.*
—— l. 42 Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΕ,	—— – ib. * *	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 43 ἡ ΒΕ	—— l. 47 * * fine lineæ.	deſunt. *D.*
—— l. 47 τὴν ΒΔ. Ἤττων δὲ καὶ ἐπίσης διθείσης τῆς περὶ	—— 19. l. 1 * *	deſunt. *D.*
—— l. 49 Καὶ δοθέντα ἄρα	—— l. 2 καὶ δοθέντα	δοθέντα ἄρα. *A. B.* δοθέντα *B. C.* δοθέντα. *D.*
—— l. 52 ΒΔ, ΒΕ.	—— l. 4 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— 143. l. 3 Τέμνουσι δὴ ἀλλήλας	—— l. 6 * *	τεμοῦσι δὴ ἀλλήλας. *B. D.* τεμνοῦσι δὴ ἀλλήλας. *C.*
—— l. 17 ἡμικυκλίου.	—— l. 15 * *	μακροκυκλίου. *A.*
—— l. 18 αἱ δοθεῖσαι	—— l. 16 * *	δοθεῖσαι. *A. D.*
—— – ib. ΑΔ, Γ.	—— – ib. * *	ΑΒΓ. *D.*
—— l. 19 ΑΔ, Γ	—— – ib. * *	ΑΒΓ. *D.*
—— l. 27 τέμνει	—— l. 21 * *	τεμεῖ. *C. D.*
—— l. 33 τῇ ΑΠ εὐθείᾳ,	—— l. 24 * *	τῆς ΑΠ εὐθείας. *A. C. D.*
—— l. 42 τὸ	—— l. 26 * *	τὸ μέν. *A. B. C. D.*
—— 144. l. 5 ΘΒ, ΘΖ,	—— 20. l. 8 * *	ΘΒΖ. *B. C.* ΘΒ. *D.*
—— – ib. ΘΑ, ΘΙ,	—— l. 9 * *	ΘΑΙ. *B. C.* ΘΑ Ι. *D.*
—— l. 7 ΜΑΘ·	—— l. 10 * *	deſunt. *D.*
—— l. 10 οὕτως ἡ ΙΑ	—— l. 11 * *	deſunt. *D.*
—— l. 17 οὕτω	—— l. 16 * *	οὕτω. *A.*
—— – ib. κύβῳ	—— – ib. * *	καλῷ. *A. B. C. D.* corr. marg. *B.* man. alt. κύβῳ.
—— – ib. σφαλεῖς, διπλασιάζειν	—— – ib. σφαλῆς, διπλασιάζει	σφαλεῖς, διπλασιάζει. *A. D.*
—— l. 25 πρῶτον	—— l. 21 * *	πρῶτος. *A. C. D.*
—— l. 28 συνεχεῖ	—— l. 23 * *	συνεχεία. *B.*
—— l. 30 τινά	—— l. 24 * *	τινάς. *C. D.*
—— – ib. ἐπιβαλλομένοις αὐτῷ,	—— – ib. * *	ἐπιβαλλομένοις. *A. B.* ἐπιβαλλομένους. *C.* ἐπιβαλλομένους. *D.*
—— l. 31 ἐπιταχθέντας,	—— l. 25 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 32 Διαπεμψαμένους	—— l. 26 διαπεμψαμένους	διαπεμψαμένοις. *B. C. D.*
—— l. 34 ἐπιδοθέντων	—— l. 27 * *	ἐπιταθέντων. *A.*
—— – ib. δοθεισῶν	—— – ib. * *	τῶν δοθεισῶν. *B. C. D.*
—— l. 39 ἐπιβραχύ τι	—— l. 30 ἐπὶ βραχύ τι	ἐπὶ βραχύτητι. *B. C. D.*
—— l. 40 ὀργανικὴ	—— l. 31 * *	ὀργανικῇ λήψεις. *B. C. D.*
—— – ib. εὑρήσομεν,	—— – ib. * *	εὑρήσομεν. *C.*
—— l. 44 σχηματίζειν,	—— l. 34 * *	μετασχηματίζειν. *A. B. C.* κατασχηματίζειν. *D.*
—— l. 45 καὶ πῶς,	—— l. 35 * *	deſunt. *D.*
—— l. 47 καθεῖσθαι,	—— l. 36 * *	καθεῖσθαι. *B. C. D.*
—— 145. l. 2 κατατρήσεις,	—— l. 42 * *	καταμετρήσεις. *A.* καταμετρήσεις. *D.*
—— l. 3 μέλλει	—— l. 45 μέλλει	μέλλει. *B. C.* μέλλει. *D.*
—— l. 4 δυνατὰ	—— l. 48 * *	δύναται. *B.*
—— l. 7 συνεχοῦς	—— 21. l. 2 * *	συνεχεία. *B.* ut ſemper
—— l. 20 σημείου εὐθεῖαν,	—— l. 7 * *	εὐθεῖαι. *A.*
—— l. 30 καὶ ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ, ἡ ΑΕ πρὸς ΒΖ· ὡς δὲ ἡ ΖΚ πρὸς ΚΗ,	—— l. 12 * *	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 32 ὡς δὲ ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ, ἡ ΓΗ πρὸς ΔΘ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΕ πρὸς ΒΖ, ἡ ΒΖ πρὸς ΓΗ,	—— l. 13 * *	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 36 ἀποδέδεικται.	—— l. 16 ἀποδέικται	ἀποδέδεικται. *A. C. D.*
—— l. 39 πινακίσκοις	—— l. 18 * *	πινακεῖδας. *A.*
—— l. 42 ἀνάθετος	—— l. 20 * *	ὡς αὐτῷ. *A.*
—— l. 47 μεμολυβδοχοημένον.	—— l. 23 μεμολυβδοχοημένων	μεμολυβδοχοημένον. *A. C. D.*
—— l. 50 ἔχεις	—— l. 25 * *	ἔχῃς. *C.*
—— 146. l. 2 ἔχει	—— l. 29 * *	ἔχῃ. *B.*
—— l. 6 ἀλλήλας,	—— l. 31 * *	ἀλλήλας εἰσίν. *A. D.*
—— l. 7 ΒΖ πρὸς ΓΗ.	—— – ib. * *	ΚΖ πρὸς ΚΗ. *D.*
	—— 22. Carminis titulus	ἔχει ὧδε ἐπιγράφειν. *A.*
—— l. 18 φράζεαι	—— l. 2 * *	φράζεται. *A.*
—— l. 23 δυσμήχανα	—— l. 7 δυσμήχανα	δυσμήχανον. *C. D.*
—— l. 28 καὶ	—— l. 12 * *	μὴν. *B.*
—— l. 29 Πτολεμαῖε	—— l. 13 πτολεμαιῶ	πτολεμαῖε. *A. B. C. D.*
—— – ib. συνεών	—— – ib. συνη ων	συνεὼν. *A. C. D.* σύνηβων. *B.*
—— l. 37 χρείας	—— l. 20 deeſt	χρείας. *A.*
—— l. 40 τῶν τ' ἀεθλοσύνης.	—— l. 22 τοῦτ' ἐὰν ἐλλείπεις	τοῦτ' ἐὰν ἐλλείπῃς. *A.* τῶν τ' ἀεθλοσύνης. *C. D.*
—— l. 41 Ἐρατοσθένης	—— l. 23 * *	ἐρατοσθένης. *A.*
—— 147. l. 3 πολλακισπλοῦ,	—— l. 25 * *	πολλακισπλοῦ. *A.*
—— l. 4 μέρος τὸ	—— l. 26 * *	μέρος. *D.*
—— l. 5 καὶ μέσον	—— – ib. * *	πρὸς μέσον. *B. C. D.*
—— l. 6 ὑπερέχει	—— 23. l. 1 * *	ὑπερέχειν. *B.*
—— l. 9 περιμένειν	—— l. 2 * *	περιμένον. *A.*
—— – ib. τοῦ	—— l. 3 * *	τό. *A.*
—— l. 10 πρὸς δὲ τοῦ	—— – ib. * *	πρὸς τοῦ. *A. D.*
—— l. 11 ἡρμόσεται εἰς τὸ	—— – ib. ἡρμόσεται εἰς τὸν	ἡρμόσεται εἰς τὸ. *C.*
—— l. 14 πολλαπλασίου	—— l. 4 * *	πολλαπλασίου δεῖ. *D.*
—— l. 18 πρὸς Δ	—— l. 5 πρὸς τὸ Ζ	πρὸς τὸ Ζ. *D.* in hac prop. ferme πρὸς τῷ. in *C.* et *D.*
—— l. 27 ἐπὶ τοῦ	—— l. 8 * *	ἐπὶ τό. *D.*
—— l. 28 κυλίνδρων	—— – ib. * *	κυλίνδρου. *A. D.*
—— l. 29 κυλινδρῶν	—— l. 9 * *	κυλίνδρου. *A.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 147. l. 30 κινηθεῖσα,	Pag. 23. l. 9 • •	κινηθεῖσα. *C.*
——— l. 36 τῇ γραμμῇ	——— l. 14 • •	γραμμῇ. *C.*
— 148. l. 3 τοῖς	——— l. 21 • •	deeſt. *D.*
——— l. 10 τοῦτο δὲ	——— l. 26 • •	τοῦτο δίς. *A.*
——— l. 11 γίνεται	——— – ib. • •	γάρ τό. *D.*
——— l. 19 ὅπερ ἀδύνατον.	——— l. 30 ἀδύνατον	ὅπερ ἀδύνατον. *B. C. D.*
——— l. 20 διαγομένη	——— l. 31 • •	διαλεγομένη. *A.*
——— l. 26 διάγειν	— 24. l. 4 • •	διαγαγεῖν. *D.*
——— l. 29 τῇ ΔΘ	——— l. 6 • •	ΔΘ. *D.*
— 149. l. 3 τῇ δοθείσῃ.	——— l. 8 • •	δοθείσῃ. *D.*
——— l. 10 ἴσα οὖσα τῇ ΑΔ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΗ, καὶ αὐτῇ παράλληλος ἡ ΓΘ.	——— l. 13 • •	repetuntur hæc verba. *A. D.*
——— l. 13 τῷ	——— l. 14 • •	deeſt. *A. D.*
——— l. 16 Μ.	——— l. 16 ΜΓ	Μ. *A. B. C. D.*
——— – ib. ΓΛ	——— – ib. ΦΛ	ΓΛ. *A. B. C. D.*
——— l. 25 ἀπὸ ΚΕ, ΕΖ, τουτέστι τῷ	— 25. l. 6 • •	deſunt. *D.*
——— l. 37 σταθέντα	——— l. 16 • •	σταθέντι. *A.*
——— l. 39 ΑΔ. Ἴση ἄρα καὶ ἡ ΜΔ τῇ ΖΚ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΜΔ τῷ ἀπὸ ΖΚ. Κοινὸν ἐστι τῷ μὲν	——— l. 19 • •	deſunt. *A.*
——— – ib. ΑΔ. Ἴση ἄρα καὶ ἡ ΜΔ τῇ ΖΚ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ	——— – ib. • •	deſunt. *D.*
——— l. 41 ὑπὸ ΒΜΑ,	——— l. 21 • •	ὑπὸ ΒΜ. *B. C.* ἀπὸ ΒΜ. *D.*
——— l. 43 Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΜΑ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΔ, τῷ ὑπὸ ΒΚΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ·	——— l. 24 • •	deſunt. *A. C. D.*
——— l. 44 ἀπὸ	——— – ib. • •	deeſt. *A.*
——— l. 48 οὕτως ἡ ΓΚ πρὸς ΑΜ.	——— l. 26 • •	ἡ ΓΚ πρὸς ΑΜ. *A.* deſunt. *D.*
——— l. 49 ΓΚ, ἡ ΜΑ	——— l. 27 • •	ΓΚ καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς ΓΚ ἐστι δὲ καὶ ὡς ΑΓ πρὸς ΓΚ ἡ ΜΑ. *A.*
— 150. l. 5 πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος.	— 34. l. 8 • •	deſunt. *C.*
——— l. 8 τῶν διὰ τῶν	——— l. 9 • •	τῶν διὰ τῆς. *C.*
——— l. 15 ἔχοντος	——— l. 12 • •	ἔχοντα. *A.*
——— l. 18 νενοήσθω	——— l. 14 • •	νοείσθω. *A.*
——— l. 21 μὲν	——— l. 15 • •	deeſt. *B. C. D.*
——— l. 24 Ἔτι	——— l. 17 • •	ἔτας. *B. C.*
——— l. 26 βιβλίῳ.	——— l. 18 • •	ſcribuntur in marg. *C.* ἐν τῷ ΑΖ
——— l. 30 ἐστιν,	——— l. 20 • •	deeſt. *B.*
——— – ib. ὡς ἡ ΘΔ πρὸς ΘΓ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ· τουτέστι τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ.	——— – ib. • •	repetuntur ἡ ΘΔ mutatis in ἄρα ΘΔ. *A.*
——— l. 36 πρὸς	——— l. 23 πρὸ	πρὸς. *B. C.*
——— l. 37 ἄξων	——— – ib. ἄξωνι	ἄξονι. *A.*
— 151. l. 8 ἄρα	——— l. 28 • •	ἄρα ἐστίν. *A. C. D.*
——— l. 9 κύκλος,	——— – ib. κύκλον	κύκλος. *C.*
——— l. 21 ἔστω ὡς	——— l. 34 • •	ὡς δ. *B.* ἔστω δ. *C. D.*
——— l. 28 τῇ ΑΒ. Ὁ ἄρα Ν κύκλος ἴσος ἐστὶ	——— l. 37 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
——— l. 39 τῷ Ν κώνῳ,	— 35. l. 5 τῷ κώνῳ	τῷ Ν κώνῳ. *B. C. D.*
——— l. 41 ΒΘΖΛ	——— l. 7 • •	ΒΘ ΖΔ. *A. B. C.* ΚΒ ΖΔ. *D.*
——— – ib. ΒΘΖΚ	——— – ib. • •	ΒΘ ΖΑ. *D.*
— 152. l. 3 δείξομεν	——— l. 13 • •	deeſt. *A. C. D.*
——— l. 7 τῆς σφαίρας.	——— l. 17 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
——— l. 22 ΔΘ, ΘΚ, τῷ ὑπὸ τῶν ΔΚ, ΘΑ.	——— l. 23 ΔΘΚ, ΘΑ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΚ	ΔΚΘΑ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΘΚ. *A. C. D.* et τῶν mutato in τῷ. *C.*
——— l. 24 ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ.	——— l. 24 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
——— l. 31 ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν	——— l. 26 • •	deſunt. *D.*
— 153. l. 16 ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ	— 25. l. 29 • •	deſunt. *D.*
——— l. 22 ΓΒ	——— l. 33 • •	ΓΘΒ. *B. C. D.*
——— l. 23 οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ· ὡς γὰρ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην,	——— l. 34 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
——— l. 28 τὸ ἀπὸ ΒΕ.	——— l. 36 τὸ ΒΞ	τὸ ἀπὸ ΒΞ. *C. D.*
——— l. 33 ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ	——— l. 39 • •	deſunt. *D.*
——— l. 40 ἀποδείκνυται	——— l. 43 • •	ἀποδείκνυμαι. *C. D.*
——— – ib. κῶνος,	——— l. 44 deeſt	κῶνοι. *C. D.*
——— l. 44 τέμνει	——— l. 46 • •	τέμνων. *D.*
— 154. l. 4 ὑπὸ κωνικῆς	——— l. 48 • •	ὑπὸ τῆς κωνικῆς. *A.*
——— l. 6 κώνου.	——— l. 50 • •	κώνου σφαίρας. *A.*
——— – ib. οὖν	——— – ib. • •	καί. *A. B. C. D.*
——— l. 13 νενοήσθω	— 26. l. 4 • •	νοείσθω. *B. C. D.*
——— l. 18 ὅπερ	——— l. 8 • •	ὅπερ καὶ. *C. D.*
——— l. 21 ἐν	——— l. 10 deeſt	ἐν. *A. D.*
——— l. 24 τὸ Α,	——— l. 11 τῷ Α	deſunt. *A.* τὸ Α. *B. C. D.*
——— l. 30 ἐπιφάνειαι τῷ	——— l. 15 • •	ἐπιφάνειαι τὸ κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν τῷ. *D.*
——— l. 36 ἴσος	——— l. 19 • •	ἴσον. *A.*
——— l. 45 ΒΑΖ τμῆμα	——— l. 27 • •	ΑΒΓ τμῆμα. *B. C. D.*
— 155. l. 1 σφαίρας	——— – ib. • •	τῆς σφαίρας. *A. D.*
——— l. 2 ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ·	——— l. 28 • •	deſunt. *A. D.*
——— l. 13 καὶ ἴσον ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ.	——— l. 34 • •	repetuntur hæc verba. *A.*
——— l. 19 ὡς τὸ	— 27. l. 2 • •	οὕτως τὸ. *A. B. C. D.*
——— l. 24 ὑπὸ ΑΕΓ	——— l. 5 • •	ἀπὸ ΑΕΓ. *A.*
——— – ib. ἀπὸ ΕΓ.	——— – ib. • •	ὑπὸ ΔΕΓ. *A. C. D.* ἀπὸ ΔΕΓ. *B.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 155. l. 25 ἀπὸ ΘΔ, οὕτως τὸ	Pag. 27. l. 6 * *	deſunt. D.
— l. 27 ΓΔ.	— l. 7 * *	ΓΔ. B. C. D.
— l. 31 τμηθέν,	— 35. l. 37 * *	τμηθέν. A.
— l. 36 τὴν	— 39. l. 1 * *	deeſt. D.
— l. 38 αἱ ΑΔ, ΒΔ	— l. 2 * *	deſunt. D.
— l. 39 πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΔΒΕ τμήματος ὀρθῆς· ἀλλὰ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΑΕ τμήματος	— ib. * * omiſſo ὀρθῆς	deſunt. A.
— l. 41 ἐπὶ τῇ ΑΔ· τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση	— l. 3 * *	deſunt. A. B. C. D.
— l. 43 ΔΒ·	— l. 4 * *	ΑΒ. B.
— 156. l. 6 Ὁ δὲ λόγος ὁ τῆς Ζ πρὸς Η· καὶ τετμήσθω ἡ ΑΒ,	— l. 10 * *	deſunt. C.
— l. 15 ὁ μὲν Θ ἴσος ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ ΑΔ, ὁ δὲ Κ	— l. 16 * *	deſunt. D.
— l. 19 ὁ δὲ Κ τῷ ΔΒΕ τμήματι.	— l. 18 * *	repetuntur hæc verba. D.
— l. 23 τουτέστιν ἡ Ζ πρὸς Η, τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ,	— l. 20 * *	repetuntur hæc verba. D.
— l. 29 ἀλλήλας	— 27. l. 9 ἀλλήλαις	ἀλλήλαις. C.
— l. 33 πρὸς	— l. 12 * * initio lineæ	deeſt. C.
— l. 35 τὸ ἴσον	— ib. * *	ἴσον. B.
— l. 38 οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ.	— l. 14 * *	ἡ ΒΔ πρὸς ΔΑ. A. B. C. D.
— l. 45 καὶ	— l. 19 * *	deeſt. A. D.
— 157. l. 1 τὰ τμήματα	— 36. l. 25 * *	τὰ τμήματα τὰ. A.
— l. 19 ἐπείπερ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχουσι τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλον. λόγος ἄρα ὁ τῆς ΑΚ πρὸς ΧΡ διπλοῦς.	— l. 32 * *	repetuntur hæc verba. D.
— l. 20 τὴν ΑΓ	— ib. * *	τὸν ΑΓ. B. C. D.
— l. 26 Καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ὅλην τὴν ΚΔ ἐστὶν, ὡς ἡ ΚΑ πρὸς ΑΔ,	— l. 35 * *	repetuntur hæc verba. A. D.
— l. 37 ἔσται	— 37. l. 3 * *	ἐστί. D.
— 158. l. 17 λοιπῆς	— l. 12 * *	λοιπόν. C. D.
— l. 18 πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, οὕτως ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ. ταῦτα πρὸς ὀρθάς.	— ib. * *	deſunt. D.
— l. 20 δὴ	— l. 13 * *	deeſt. B.
— l. 23 λαμβανόμενον ἔχει	— l. 15 λαμβανόμενον οὐκ ἔχει	λαμβάνομεν ἔχει. B. C. λόγον ἔχει. D.
— l. 26 κατὰ τὴν	— l. 17 * *	τὸν κατὰ τὴν. A.
— l. 27 ἔσται	— ib. * *	ἐστί. D.
— l. 35 μείζων	— l. 21 * *	μείζονος. B. μείζων. D.
— 159. l. 4 Ἔσται	— l. 29 * *	ἐστί. D.
— l. 5 ἀπὸ	— ib. ἀπὸ	ὑπὸ. B. C. D.
— l. 7 Ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ.	— l. 30 * *	ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς ΛΔ ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ. B. C. bis. A. et ter repetita. D. et poſtea ut in Edit Baſ.
— l. 30 οὕτως ἡ ΡΧ	— 27. l. 22 * *	deſunt. D.
— 160. l. 1 Ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ,	— l. 25 * *	repetuntur hæc verba. D.
— l. 4 πρὸς ΑΔ.	— l. 26 * *	deſunt. D.
— l. 5 ἡγούμενα	— l. 27 * *	τὰ ἡγούμενα. A. D.
— l. 8 οὕτως τὸ	— l. 28 * *	οὕτως πρὸς τὸ. A.
— l. 10 Ἀλλὰ ὡς τὸ ἀπὸ ΡΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΛ,	— l. 30 deſunt	ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΡΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΚ. A. D. ἀπὸ ante ΡΑ omiſſo. C. et ΑΚ mutatis in ΑΔ. B.
— l. 20 γὰρ ὡς	— l. 35 * *	γάρ ἐστιν ὡς. B. C. D.
— l. 27 τῆς ΔΒ	— l. 39 * *	ΔΒ. A.
— l. 41 ἀδιαφθόρους,	— l. 48 * *	ἀδιαφθόρους πως. A. B. C. D.
— l. 44 ἀποδεικνύναι,	— 28. l. 2 ἀποδεικτικῶς	ἀποδεικνύειν. A. ἀποδεικτικῶς. B. C. ἀποδεικτικῶν. D.
— l. 45 οὐδὲν ἄτοπον	— ib. οὐδὲν τόπον	οὐδὲν ἄτοπον. B. C. D.
— ib. διαστρέψαντας	— l. 3 * *	διαστρέψαντας. A. B. C. D.
— l. 49 τὸν μέσον,	— l. 5 * *	τὸ μέσον. A.
— l. 55 τοῦ περὶ	— l. 9 * *	περὶ. A. C. D.
— ib. Ἥρωνος	— ib. * *	ἥρων. B.
— 161. l. 3 ἐν ἔτι	— l. 12 * *	ἐν ἐστί. C. ἐκεῖ. D.
— l. 5 εἰ καὶ	— l. 13 * *	ἢ καὶ. B.
— l. 12 τὸν ἡγούμενον,	— l. 18 * *	τὸν ἡγεμόνα. C.
— l. 13 ὅτι ὁ μονὰς	— ib. * *	ὅτι ἡ μονὰς. B. C. D.
— l. 14 ποιεῖ	— l. 19 * *	ποιεῖ. C.
— l. 17 οἱ Α, Β,	— l. 21 * *	ἡ ΑΒ. A.
— l. 22 Ε τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ πεποίηκε.	— l. 24 * *	Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α ποιεῖ· ὁ δὲ Β τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Γ· ὁ δὲ Δ τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω. A. B. C. D.
— l. 23 τοῦ τοῦ	— l. 25 * *	τοῦ. A. B. C. D.
— l. 35 ἄρα ὁ Η	— l. 35 ἄρα Η	ἄρα ὁ Η. A. C. D.
— l. 36 ὁ Α πρὸς τὸν Γ. Ἴσος ἄρα	— l. 36 * *	repetuntur hæc verba. D.
— l. 39 τοῦ τοῦ	— l. 38 * *	τοῦ. B. C. D.
— l. 46 ὅτι ὁ τοῦ	— l. 43 ὁ τοῦ	ὅτι ὁ τοῦ. A. B. C. D.
— l. 48 τῶν λόγων	— l. 45 * *	deſunt. D.
— l. 50 γίνεται	— l. 46 * *	deeſt. A. D.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 161. l. 57 πρὸς	Pag. 29. l. 1 * * initio lineæ	deeſt. *A. C. D.*
—— 162. l. 1 ἡ	—— – ib. * *	deeſt. *C.*
—— – ib. τοῦ δ'	—— – ib. * *	deſunt. *A.*
—— l. 2 καὶ	—— l. 2 * *	ποτὶ. *C.*
—— l. 3 ἐστὶν	—— l. 3 * *	deeſt. *B.*
—— l. 4 τῆς Β	—— – ib. * *	τὸ Β. *A.*
—— – ib. γίνεται	—— – ib. * *	deeſt. *A. D.*
—— l. 5 μονάς	—— – ib. μονὰς Α	μονὰς μία. *C.*
—— l. 7 διπλασιεπιτετάρτῳ,	—— l. 5 * *	διπλάσιον ἐπὶ τετάρτῳ. *A. D.*
—— l. 9 διπλασιεπιτετάρτῳ,	—— l. 6 * *	διπλάσιον ἐπὶ τετάρτῳ. *A. D.*
—— l. 13 ὁμοίως	—— l. 8 * *	δὲ ὁμοίως. *B. C. D.*
—— – ib. Συμφανὲς	—— l. 9 * *	σύμφανες. *A.*
—— l. 16 ὧν	—— l. 11 * *	ὦ. *B.*
—— – ib. οἱ	—— – ib. * *	ὁ. *A.*
—— l. 17 κείμενα,	—— – ib. * *	κείμενα ἔχει. *A. B. C. D.*
—— l. 19 ἔχει	—— l. 12 * *	ἐστιν ἔχει. *C. D.*
—— l. 27 ἐν ᾧ Α	—— l. 19 * *	ἐν ἔχῃ ὁ Α. *A. B. C. D.*
—— l. 39 γίνεται	—— l. 27 * *	deeſt. *A.* lacuna relinquitur. *D.*
—— l. 40 ἐναλλάξ	—— l. 29 * *	ἔστιν ἴσαι. *A. D.* ἔστιν ἴσον. *B. C.*
—— l. 45 ΚΡ	—— l. 31 * *	ΚΘ. *B. C. D.*
—— l. 46 ΒΡ. Ἀναστρέψαντι ἡ ΡΑ πρὸς ΑΧ ἐλάσσονα ἔχει λόγον, ἤπερ ἡ ΒΖ πρὸς ΖΡ. Ἐὰν	—— l. 32 ΖΡ. καν	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 49 ἔσται πρὸς	—— l. 33 * *	ἔστι ἄρα. *A.*
—— 163. l. 4 ΔΧ,	—— l. 38 * *	ΔΚ. *C. D.*
—— – ib. ΖΧ·	—— – ib. * *	ΖΚ. *C. D.*
—— – ib. ὁ αὐτὸς δὲ τῷ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΘ ἐστί,	—— – ib. * *	τῷ δὲ αὐτῷ τῷ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΘ ὁ αὐτός ἐστι. *A. B. C. D.*
—— l. 6 λόγῳ	—— l. 40 * *	deeſt. *B. C. D.*
—— l. 12 δὲ δεδείχθαι τὸν	—— l. 43 * *	δεδείχθαι τᾶς. *A. D.* ἔσται δεδείχθαι τᾶς. *B.* ἔσται δεδειχθὲν ἐν τᾶς. *C.*
—— l. 13 δὲ	—— – ib. * *	δή. *C.*
—— l. 15 ἁπλῶς	—— l. 45 * *	deeſt. *A.*
—— l. 16 λεγόμενον	—— – ib. * *	λέγομεν. *D.*
—— l. 26 ἔστι τόδε	—— 30. l. 1 ἔστι δὲ τὸ	ἔστι τό. *B.*
—— l. 27 Διαιρείσθω γοῦν	—— l. 2 * *	διαιρείσθω δίχα. *A.*
—— l. 29 ἑτέραν	—— l. 3 ἑκατέραν	ἑτέραν. *A. D.*
—— l. 30 αὐτῆς	—— l. 4 αὐτὰ	αὐτᾶς. *A. D.*
—— l. 32 μέ ποτε	—— l. 5 * *	μήποτε. *A. C. D.*
—— – ib. δὲ τὸ	—— – ib. * *	τό. *B.*
—— l. 34 αὐτὸ	—— l. 6 * *	αὐτᾶς. *C.*
—— – ib. ἔχει	—— – ib. * *	ἔχον. *C.*
—— – ib. παραλελειμμένα	—— – ib. προλελειμμένα	παραλελειμμένα. *A. C. D.*
—— l. 35 Διαιρείσθω	—— l. 7 * *	διαιρείσθω δίχα. *A.*
—— l. 36 τῆς	—— l. 8 * *	deeſt. *B.*
—— l. 38 ἔλεγον τὴν	—— l. 9 * *	ἔλεγον μὲν τάν. *B. C. D.*
—— l. 51 διῃρημένα.	—— l. 17 διῃρημένων	διῃρημένα. *A. B. C. D.*
—— 164. l. 12 οὕτως ἡ ΓΗ	—— l. 26 * *	οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΗ. *A. B. C. D.*
—— l. 21 ἀπὸ ΖΚ.	—— l. 37 * *	ΓΖ ΖΚ. *B.*
—— l. 25 οὕτως	—— l. 40 * *	ἀλλ' ὡς. *A.*
—— l. 29 ἄρα	—— l. 46 * *	ἐστί. *C.*
—— l. 31 δείκνυσθαι	—— l. 48 * *	deeſt. *B. C. D.*
—— l. 32 ἕξει	—— – ib. * *	ἕξον. *B.*
—— – ib. ἔσται	—— – ib. * *	deeſt. *A. D.*
—— l. 38 γραφῇ ὑπερβολῇ,	—— 31. l. 2 * *	ἡ γραφὴ περιβολή. *A. D.* ἡ γραφὴ ὑπερβολή. *B.* ἡ γραφὴ ὑπὸ περιβολῆς. *C.*
—— l. 42 ἡ ΚΒ.	—— l. 4 * *	ἡ ΗΚ. *B.* Η. Κ. *C.* ἡ Κ. *D.*
—— l. 43 Ἤχθω δὲ καὶ διάμετρος παράλληλος.	—— l. 5 * *	deſunt. *B.*
—— l. 47 ἄρα	—— l. 7 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 48 βάσεως	—— l. 8 * *	βάσιος. *C. D.*
—— – ib. καὶ	—— – ib. * *	ποτί. *C.*
—— 165. l. 4 ὁμοίως	—— l. 10 * *	ὁμοίας. *D.*
—— l. 10 τμημάτων	—— l. 14 * *	τέμνει. *C.*
—— l. 13 μείζων ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ, ἢ ἴσον ἢ ἔλασσον. Εἰ μὲν οὖν	—— l. 16 * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 15 ἀναλύσει	—— l. 17 ἀναλύσει	ἀναλύσει. *C. D.*
—— l. 22 καὶ συμπιπτέτω τῇ ΣΕ	—— l. 21 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 24 ΖΘ	—— l. 22 * *	ΖΒ. *A.*
—— l. 25 Ξ	—— l. 23 * *	deeſt. *D.* delin. huj. fig. Ξ ſuperior Edit. Baſ. eſt Ξ. *D.*
—— l. 41 ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΖΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΖΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΜ. Καὶ ἐναλλάξ,	—— l. 38 * *	deſunt. *C.*
—— l. 45 οὕτως	—— l. 44 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—— 166. l. 6 τοῦ δευτέρου βιβλίου	—— 32. l. 1 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 7 ΒΞΚ,	—— l. 2 ΒΚ	deſunt. *C.*
—— l. 14 ἐπιζευχθῇ εὐθεῖα, ἕξει	—— l. 6 ἐπιζευχθῇ ἕξει	ἐπιζευχθῇ εὐθεῖα ἕξει. *B. C. D.*
—— l. 20 τῷ	—— l. 9 τὸ	τό. *B.* corr. τῷ
—— – ib. τὸ Δ	—— – ib. * *	ἔστω τὸ Δ. *A.*
—— l. 25 Ὅτι	—— l. 12 * *	ὅτι δή. *A. B. C. D.*
—— l. 27 ἐπὶ τῆς	—— l. 13 * *	ἐπὶ τᾶν. *C. D.*
—— – ib. ἐν τῇ	—— – ib. ἐν τᾶς	ἐν τῷ. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 166. l. 37 πάντων	Pag. 32. l. 29 • •	πάντων τῶν. *A. B. C. D.*
—— l. 44 κατὰ τὸ Ν· καὶ διὰ τοῦ Β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς ΝΓΗ,	—— l. 42 • •	τὰς τάς. ΝΓΗ. *D.*
—167. l. 5 τὰς ΚΘ·	—33. l. 2 • •	deſunt. *D.*
—— l. 8 Ἡ ἄρα ΟΚΗ	—— l. 5 • •	deſunt. *D.*
—— l. 9 παραβολῆς,	—— – ib. • •	ὑπερβολῆς. *C. D.*
—— l. 15 δὲ	—— l. 7 • •	deeſt. *D.*
—— l. 34 καὶ διὰ τοῦ Τ	—— l. 10 • •	καὶ διὰ τούτου. *C.* deſunt. *D.*
—— l. 29 ἄρα τὸ	—— l. 12 γάρ τὸ	γάρ ἐστι. *A.* γίνεται τὸ. *B.* γάρ ἐστι τὸ. *C.*
—— l. 54 ἐστὶ	—— l. 13 • •	deeſt. *A.*
—— l. 52 κεῖται τὸ Β. Καὶ ἐπεὶ πάλιν, διὰ τὴν ὑπερβολὴν, ἴσον ἐστὶ τὸ Γ, ᾗ καὶ τοῦ ΑΗ· ὁ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ	—— l. 24 • •	deſunt. *D.*
—168. l. 2 Β, ΗΜ·	—— l. 26 • •	ΒΗΩ. *B. C. D.*
—— l. 3 τὸ ἀπὸ	—— l. 27 • •	deſunt. *D.*
—— l. 8 Β γ ἐπὶ τὴν γ Α, ἴσον	—— l. 29 • •	Β γ ἐπὶ τὴν ΓΑ καὶ μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ τοῦ ἀπὸ Β γ ἐπὶ τὴν γ Α ἴσον. *D.*
—— l. 12 τῶν Ε, Α λαμβανομένων. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ πάντων τῶν μεταξὺ	—— l. 32 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— – ib. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ πάντων τῶν μεταξὺ τῶν Ε, Β	—— – ib. • •	repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 13 τῶν Ε, Β	—— – ib. • •	τῶν ΑΕ. *C.*
—— – ib. λαμβανομένων.	—— – ib. • •	deeſt. *B.*
—— l. 15 Ἐπεὶ ἴσον	—— l. 34 γ ἐπεὶ ἴσον	ἐπεὶ ἴσον. *A. D.* ἐπεὶ ἴσον ſine lacuna. *B.*
—— l. 19 ἀπὸ τῆς ΒΕ	—— l. 37 • •	ἀπὸ τοῦ τῆς ΒΕ. *B. C.* τῆς ΒΕ. *D.*
—— l. 21 γίνεται	—— l. 38 • •	deeſt. *A. D.*
—— l. 31 ἐστι	—— l. 43 • •	ἄρα. *B.*
—— l. 35 τῶν Ε, Β,	—— l. 46 • •	τῶ ΕΒ. *A.*
—— l. 44 ἡ δὲ	—34. l. 2 • •	deſunt. *A.*
—169. l. 2 ἐπὶ τὴν ΒΖ,	—— l. 5 • •	deſunt. *D.*
—— l. 6 εἶχεν	—— l. 8 • •	εἶχεν. *C. D.*
—— l. 8 τῆς ΖΒ, καὶ τὸ μείζονα εἶναι τὴν ΒΖ	—— l. 9 • •	deſunt. *D.*
—— – ib. μείζονα	—— – ib. • •	μείζων. *A.*
—— l. 12 μείζονα	—— l. 12 • •	μείζων. *A.*
—— l. 14 πρίσματα	—— l. 14 • •	σφαῖραι. *A. B. C. D.*
—— l. 25 μείζονα	—— l. 27 • •	μείζων. *A.*
—— l. 27 ἴσας	—— l. 28 • •	deeſt. *A. D.*
—— l. 32 ἐστὶ	—— l. 31 • •	deeſt. *C.*
—— l. 34 Ὡς τὸ	—— l. 32 • •	ὡς τὸ. *A.*
—— l. 37 ἀντιγράψωμεθα.	—— l. 34 • •	ἀντιγραψάμεθα. *A. B. D.*
—— l. 38 ἀληθῶς	—— l. 35 • •	ἀδηλῶ. *A. B. C. D.*
—— l. 40 ἑτέρας	—— l. 36 • •	ἑκατέρας. *D.*
—— l. 44 ἐφαπτομένας	—— l. 40 ἐφαπτομένην	ἐφαπτομένα. *B. C. D.*
—170. l. 9 ΖΒΚ	—35. l. 2 • •	ΒΚ. *D.*
—— l. 11 ΑΒ	—— l. 3 Α ΑΒ	ΑΒ. *B. C. D.*
—— – ib. διὰ τῶν Η, Α	—— – ib. • •	deſunt. *A. D.* δὲ ΗΑ. *B. C.*
—— l. 14 ΑΒΚ,	—— l. 4 • •	αἱ ΑΒΚ. *A.* ἐξ ΑΒΚ.
—— l. 33 ἡ ΜΑ	—— l. 10 • •	ὥστε ἡ ΜΑ. *A. B. C. D.*
—— l. 38 Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΜ,	—— l. 13 • •	deſunt. *C.*
—— l. 41 ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΒ, πρὸς τὸ κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον ἐστὶ τῷ ΒΜ. Καὶ ὡς ἄρα ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν	—— l. 15 • • ἄρα omiſſo	ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΜ καὶ ὡς πρὸς τόν. *A. C. D.* ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΜ inde ſequitur lacuna lineæ dimidio æqualis et καὶ ὡς πρὸς τό. *B.*
—— l. 43 τὸ	—— l. 16 • •	deeſt. *D.*
—— l. 46 τὴν ΑΗ,	—— l. 18 • •	τῇ ΑΗ. *D.*
—— – ib. ἴσος	—— – ib. • •	ἴσον. *A.*
—171. l. 1 ὕψος δὲ τὸν	—— l. 20 • •	ὕψος δὲ τῷ. *B.*
—— l. 7 ὕψος δὲ τὸν ΖΜ,	—— l. 24 • •	ὕψος δὲ τῷ. *B.*
—— l. 9 ὕψος δὲ τὸν	—— l. 26 • •	ὕψος δὲ τῷ. *B.*
—— l. 11 ὕψος δὲ τὸν	—— l. 27 • •	ὕψος δὲ τῷ. *B.*
—— l. 25 τμήματι	—36. l. 7 • •	τμήματος. *A.*
—— l. 29 καὶ	—— l. 9 • •	deeſt. *B. C. D.*
—— l. 33 ΜΖ	—— l. 11 • •	ΜΒΖ. *D.*
—— l. 34 ὕψος δὲ τὸν	—— l. 12 • •	ὕψος δὲ τῷ. *B.*
—— l. 36 ὕψος δὲ τὸν	—— l. 13 • •	ὕψος δὲ τῷ. *B.*
—— l. 39 τὸ	—— l. 15 • •	deeſt. *A.*
—— l. 42 τὸν αὐτὸν	—— l. 17 • •	κῶνον τόν. *A.*
—— l. 43 κορυφὴν	—— l. 18 • •	κορυφήν. *A.*
—172. l. 15 βάσις	—— l. 27 • •	βάσις ἐστίν. *B. C. D.*
—— l. 26 δέδεικται·	—— l. 34 • •	δέδεικται. *A.*
—— l. 28 εὐθεῖαι	—— – ib. • •	εὐθεῖαι. *A.*
—— – ib. πρὸς τὴν ΖΒ· ὡς δὲ τὴν ΗΒ πρὸς ΒΖ, οὕτως τὸν αὐτὸν δέδεικται	—— – ib. • •	deſunt. *C.*
—— l. 29 δέδεικται	—— l. 35 • •	δέδεικται εὐθεῖαι. *A. B. D.*
—— l. 42 ἰσοϋψὴς ἐστιν	—37. l. 6 • •	ἰσοϋψέστερον. *A.*
—— l. 48 τῷ	—— l. 9 • •	πρὸς. *A.*
—— l. 50 οὕτως συναμφότερος ἡ ΚΑΕ πρὸς συναμφότερον τὴν ΑΒΕ.	—— l. 11 • •	repetuntur hæc verba, ΑΒΕ mutatis in ΜΒΕ. *C.*
—— l. 52 ΑΒΕ, καὶ συναμφότερον τὴν ΘΑΕ ἴσον	—— l. 12 • •	ΑΒ ἴσον. *A.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 172. l. 56 συναμφότερος δὲ ἡ ΑΒΕ ἴση τῇ ΕΗ· συναμφότερος δὲ ΚΑΕ ἴση τῇ ΡΣ,	Pag. 37. l. 14 · ·	deſunt. *D.*
—— 173. l. 2 ΖΕΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΡΕΣ.	—— l. 21 · ·	ΖΕΣ. *D.*
—— l. 9 Τὸ δ' ὑπὸ ΖΕΗ ἴσον ἐδείχθη τῷ ἀπὸ ΡΕΣ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΡΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ.	—— l. 28 · ·	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 18 αὐτῇ κατὰ Τ, Υ·	—— l. 32 · ·	τῇ κατὰ τὰ ΤΥ. *B.* αὐτῇ κατὰ τὰ ΤΥ. *D.*
—— l. 19 δεδομένον	—— ib. · ·	δεδομένα. *B. C. D.*
—— l. 23 τὰ Τ, Υ. Δεδομένη ἄρα ἐστὶν ἡ	—— l. 35 · ·	deſunt. *D.*
—— l. 29 ΣΕ	—— l. 38 ΣΥ	ΣΕ. *A. C. D.*
—— l. 30 ΟΥ, οὕτως	—— l. 39 · ·	ΟΥ οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ οὕτω. *A. B. C. D.*
—— l. 35 τοῦ ἀπὸ ΒΕ.	—— l. 42 · ·	deſunt. *D.*
—— l. 36 τοῦ	—— ib. · ·	τό. *A.*
—— l. 38 Καὶ τὸ ὑπὸ ΤΟΥ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ λόγον ἔχει, ὃν ἡ διπλασία τῆς Γ πρὸς τὴν Δ.	—— l. 43 · ·	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 40 ΕΗ ἴσον ἐστὶ τῷ αὐτῷ	—— l. 44 · ·	deſunt. *D.*
—— l. 42 καὶ δέδοται ἡ τῆς διπλασίας τῆς Γ πρὸς τὴν Δ	—— l. 46 · ·	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 47 γωνίας,	—— l. 49 γίνεται	γωνία. *D.*
—— l. 48 παρὰ τὴν	—— l. 50 · ·	περὶ τὴν. *A. D.*
—— 174. l. 9 δεδόσθω,	—— 38. l. 5 · ·	δεδόσθω. *A. C. D.*
—— l. 10 ἀσυμπτώτους,	—— ib. · ·	ἀσύμπτωται. *C.*
—— ib. Γεγράφθω,	—— l. 6 · ·	γεγράφθαι. *B.*
—— l. 16 ἐπὶ τῆς	—— l. 10 τῆς ἐπὶ	ἐπὶ τῆς. *C. D.*
—— l. 17 ἡ	—— ib. · ·	deeſt. *D.*
—— l. 26 παρὰ	—— l. 16 περὶ	παρά. *A. B. D.*
—— l. 28 ἀσυμπτώτων	—— l. 17 ἀσυμπτώτοις	ἀσυμπτώτους. *B. C.*
—— ib. ΑΚ, ΚΜ,	—— ib. · ·	ΑΒ ΚΜ. *C.*
—— l. 30 ἐπὶ τὸ Π. Διὰ δὲ τοῦ Ξ τῇ ΑΒ παράλληλος	—— l. 19 · ·	ἐπὶ τὸ Ξ καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὴν ΑΒ κάθετος. *A. D.*
—— l. 47 πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΥ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΣΞΡ	—— l. 28 · ·	deſunt. *D.*
—— l. 50 ἀπὸ ΟΥ τοῦ ἀπὸ ΞΡ διπλάσιον, διὰ τὸ καὶ τὸ	—— l. 30 · ·	deſunt. *D.*
—— 175. l. 3 ἥμισυ·	—— l. 33 · ·	ἡμίσει. *A. B. C. D.*
—— l. 4 ἴση γάρ ἡ ΞΟ	—— l. 34 ἴση δὲ ἡ ΞΟ	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 15 Γ πρὸς τὴν Δ,	—— l. 40 Γ τὴν Δ	Γ πρὸς τὴν Δ. *C. D.*
—— l. 19 ἄρα	—— l. 42 · ·	deeſt. *D.*
—— l. 45 τεμεῖται	—— 39. l. 6 τεμεῖται	τεμνέτωσαν. *D.*
—— l. 52 ἴσον	—— l. 7 · ·	deeſt. *A.*
—— 176. l. 3 πρὸς ΑΖ.	—— l. 12 · ·	deſunt. *D.*
—— l. 7 πρὸς	—— l. 15 · ·	καί. *A.*
—— l. 23 καὶ τῷ	—— l. 31 · ·	καὶ τό. *A.*
—— l. 27 παρὰ τὴν ΕΗ	—— l. 34 περὶ τὸν ΕΗ	παρὰ τὴν Η. *A. C. D.*
—— l. 56 διὰ τὸ	—— 40. l. 3 · ·	δι' αὐτό. *D.*
—— l. 46 οὕτως	—— l. 10 · ·	deeſt. *B. C. D.*
—— l. 47 πρὸς ΧΒ. Ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΚΒ πρὸς ΡΒ,	—— l. 11 · ·	deſunt. *D.*
—— l. 50 τοῦ Ζ	—— l. 12 · ·	τοῦ Β. *B. C. D.*
—— l. 51 ἐκτὸς τοῦ Θ·	—— ib. · ·	ἐκτὸς τοῦ ΘΔ. *B. D.* ἐν τούτῳ ΘΔ. *C.*
—— ib. ἡμιολίας	—— l. 13 · ·	ἡμιόλιον. *C.*
—— 177. l. 2 μεγεθῶν	—— l. 17 · ·	τῶν μεγεθῶν. *A. D.*
—— l. 9 τὴν ΖΘ· ὡς δὲ ἐπιμόριον	—— l. 21 · ·	deſunt. *D.*
—— l. 12 ΡΑ	—— l. 22 · ·	ἡ ΡΑ. *C. D.*
—— l. 13 ἄλλῳ	—— 38. l. 2 · ·	ἄλλα. *C. D.*
—— l. 22 αὐτῷ	—— l. 6 · ·	αὐτῶν. *C.*
—— l. 27 κέντρα τὰ Π, Ρ, Σ.	—— l. 8 · ·	τὰ πρὸς κέντρα. *A.*
—— l. 35 ΩΦ	—— l. 11 · ·	ΟΦ. *A.*
—— l. 37 βάσεις	—— ib. βάσις	βάσεις. *B.*
—— l. 38 διαμέτρους	—— ib. διάμετρον	διαμέτρους. *B.*
—— l. 41 Ἔτι	—— l. 12 · ·	ἔσται. *D.*
—— 178. l. 5 ὅμοιος	—— l. 18 · ·	ὅμοιος. *D.*
—— l. 11 ἄρα	—— l. 21 · ·	deeſt. *A.*
—— l. 17 ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΑΒ	—— l. 24 · ·	ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς Δ καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΒ. *A. D.*
—— l. 28 ΗΟ·	—— 39. l. 3 · ·	ΗΘ. *A.*
—— ib. τὰ Π, Σ.	—— ib. · ·	αὐτῶν Πτ. *B.*
—— l. 31 ΩΦ	—— l. 4 · ·	ΟΦ. *A.*
—— l. 43 Ἔτι	—— l. 10 · ·	deeſt. *D.*
—— ib. τμῆμα	—— ib. τμήματι	τμῆμα. *A. B. C. D.*
—— l. 47 ΡΞ, ΞΥ	—— l. 12 ΡΞΥ	ΡΞ ΞΥ. *A.*
—— 179. l. 1 ΥΘΚ	—— l. 13 · ·	ἡ ΥΘΚ. *A. B. C. D.*
—— l. 15 ἄλλῳ	—— l. 20 · ·	ἄλλα. *B. C. D.*
—— l. 27 οὕτως	—— 40. l. 28 · ·	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 32 πρὸς ΦΟ,	—— l. 29 · ·	deſunt. *A. C. D.*
—— l. 43 πρὸς ΦΖ,	—— l. 44 · ·	deſunt. *D.*
—— 180. l. 5 συντεθέντι ὡς	—— 41. l. 8 · ·	συνθέντι ἡ. *C. D*
—— l. 7 Δέδοται ἄρα	—— l. 9 καὶ δέδοται ἄρα	καὶ δέδοται ἡ ΦΗ· δέδοται ἄρα. *A. B. C.* καὶ δέδοται ΦΗ δέδοται ἄρα. *D.*
—— ib. Ἀλλὰ μὴν	—— l. 10 ἀλλὰ μὴν	ἀλλὰ. *A.*
—— l. 11 ἐπὶ	—— l. 12 · ·	ἄρα. *A.*
—— l. 14 δοθῇ	—— l. 14 δοθεῖ	δοθῇ. *B.*
—— l. 26 ἡ ΦΗ.	—— l. 21 · ·	ἡ Φ. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 180. l. 28 οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς Δ. Ἐπεὶ γὰρ γίγνεται ὡς ἡ ΨΥ πρὸς ΘΚ, ἡ ΧΤ πρὸς Δ ἐναλλὰξ ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ, ἡ ΚΘ πρὸς Δ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ, τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ. Ἴσον γὰρ ἔστω τῶν κώνων	Pag. 41. l. 22 * *	repetuntur hæc verba. *D.* et cum "ὡς" poſt "ἐναλλὰξ." *A.*
—— l. 32 αἱ βάσεις	—— l. 24 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 33 ἀλλήλαις,	—— ib. ἀλλήλαις	ἀλλήλαις. *B. C.*
—— l. 34 ὡς ἄρα	—— l. 25 * *	ὥσπερ. *C.*
—— l. 41 Ἐπειδὴ	—— l. 29 * *	ἐπειδὴ δὲ. *D.*
—— l. 43 ἐὰν	—— l. 30 * *	deeſt. *C.*
—— l. 46 ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην. Ἀλλ'	—— l. 32 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—181. l. 23 τῷ ΕΖ.	—39. l. 31 * *	τῷ ΑΜ τῷ κύκλῳ ὄντως ὃ ἐν τῷ κέντρῳ ἴσον ἐςὶ τῷ ΕΖ. *A. C.* τῷ ΑΜ τῷ κύκλῳ ὄντως ὃ ἐν τῷ κέντρῳ ἴσον ἐςὶ τῷ ΑΜ τῷ κύκλῳ ὄντως ὃ ἐν τῷ κέντρῳ ἴσον ἐςὶ τῷ ΕΖ. *D.*
—— l. 26 τμημάτων	—— l. 35 * *	τῶν τμημάτων. *A. B. C. D.*
—— l. 27 τῷ ΕΖ ἴσον ἐςίν. Ἐπεὶ δὲ ἔςαι ἴσα τὸ ΕΑΜ	—— ib. * *	deſunt. *D.*
—— l. 35 διὰ τῆς	—— l. 37 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 36 διὰ τῆς	—— l. 38 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—182. l. 18 κύκλῳ ἢ ἐν ἐκ τῷ κέντρῳ ἴσον ἐςὶ	—40. l. 10 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 21 τῷ ΑΜ, ἴσος ἐςὶ	—— l. 12 * *	deſunt. *A.*
—— l. 24 τῷ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ τμήματος	—— l. 14 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 31 ἐςι	—41. l. 37 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 52 ἡ ΘΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΝ πρὸς ΜΝ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΓ πρὸς ΘΠ, ἡ ΜΝ πρὸς ΝΡ, διὰ τὴν	—— l. 38 * *	ἡ ΘΒ πρὸς ΘΠ οὕτως ἡ ΑΗ πρὸς ΗΡ διὰ τὴν. *A. C. D.* ἡ ΘΒ πρὸς ΘΠ οὕτως ἡ ΑΝ πρὸς ΝΡ διὰ τὴν. *B.*
—— l. 41 ἡ ἐφ' ἣν	—— l. 43 * *	καὶ ἡ ἐφ' ἣν. *D.*
—— l. 43 πρὸς ΕΖ	—— l. 44 * *	deſunt. *C.*
—183. l. 4 Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΒΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΡΜ.	—42. l. 3 * *	deſunt. *D.*
—— l. 6 ἡ ΠΒ πρὸς ΠΓ, οὕτως ἡ ΑΡ, πρὸς ΡΜ·	—— ib. ἡ ΠΒ πρὸς ΠΑΡ πρὸς ΡΜ	ἡ ΠΒ πρὸς ΠΓ ἡ ΑΡ πρὸς ΡΜ. *A. B. C. D.*
—— l. 54 ΕΔ, ΔΒ πρὸς ἡ ΕΔ· ἡ ΒΔ δὲ ἡ ΕΔ· συναμφότερος ἄρα ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς	—40. l. 26 * *	deſunt. *A.* et excepto "πρὸς." *D.*
—— l. 35 ὡς	—— ib. * *	[illegible]. *B. C.*
—— l. 47 πρὸς ΔΒ.	—— l. 36 * *	deſunt. *A.*
—184. l. 14 τοῦ ΑΒΓ	—41. l. 8 * *	deſunt. *A. C. D.*
—— l. 18 συναμφότερος	—42. l. 7 * *	συναμφοτέρα. *A.*
—— l. 19 ἐὰν διῃρημένον μέγεθος	—— l. 8 ἐὰν μέγεθος	ἐὰν διῃρημένα μέγεθος. *A. B. C. D.*
—— l. 20 λόγω	—— l. 9 * *	deeſt. *D.*
—— l. 22 πρὸς	—— l. 10 * *	deeſt. *C.*
—— l. 25 γὰρ	—— l. 12 * *	ἄρα. *A.*
—— l. 35 πρὸς ΔΒ.	—— l. 19 * *	deſunt. *D.*
—— l. 41 ΔΖ	—— l. 22 ΘΖ	ΔΖ. *C. D.*
—— l. 46 Διαιροῦντι,	—41. l. 12 * *	deeſt. *A. C. D.*
—— l. 48 τὸν τῷ	—— l. 13 * *	τῷ. *D.*
—185. l. 17 τὸ ἀπὸ ΑΔ,	—— l. 22 * *	τὸ ΑΔ. *B. C. D.*
—— l. 33 μείζω	—— l. 30 * *	μεῖζον. *B. C. D.*
—186. l. 1 Ἐλάσσων ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΘΖ, ΖΗ, τοῦ ἀπὸ ΖΚ. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΘΖ, ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ,	—— l. 34 * *	ἐλάσσων ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΘΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ. *D.*
—— l. 3 τοῦ ὃν ἔχει	—— l. 36 * *	deſunt. *D.*
—— l. 7 ἡ διπλασίονα τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ. Ὡς δὲ ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ. Ἡ ΘΖ ἄρα πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει	—— l. 37 ἡ διπλασίονα τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει	deſunt. *A. D.*
—— l. 15 ὑπὸ τῶν	—42. l. 4 ὑπὸ τῷ	ὑπὸ τῶν. *C. D.*
—— l. 20 ΑΒΓ	—— l. 8 * *	deſunt. *D.*
—— l. 29 τμήματος.	—— l. 10 * * fine lineæ	deeſt. *C.*
—187. l. 5 ἡ ΒΓ,	—— l. 18 * *	πρὸς ΗΒΓ. *B. C. D.*
	—— l. 21 Marg. MS. ἀνάλυσις τῶν ἐν τούτῳ [illegible] C.	
—— l. 22 ΑΘ, ΘΗ ἐςὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ·	—— l. 30 * *	ΗΑΘ ἐςὶν πρὸς τὸ ΘΓ. *A. C.*
—— l. 25 ΘΓ,	—— l. 32 * *	ΗΘ ΘΓ. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ἐςὶν ἐπὶ	—— l. 33 * *	ἐςὶν πρὸς. *A. B. C. D.*
—— ib. πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ, ἐπὶ τὴν ΘΖ· ὁ δὲ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ ὁ αὐτός ἐςι τῷ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ. Ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ, ὁ δὲ ἀπὸ τῆς ΘΑ ἐςὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ.	—— ib. πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ ὁ τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΑ ἐςὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ	ἀπὸ τῆς ΘΑ ἐπὶ ταύτην τὴν ΘΗ. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 187. l. 26 ἐπὶ	Pag. 42. l. 33 * * fine lineæ.	πρὸς. *B. D.*
— l. 29 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ,	— l. 34 * *	deſunt. *A. B. D.*
— l. 30 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ.	— ib. * *	πρὸς τὴν ΘΗ. *A. B. D.* ut vid. ſupra lin. *C.*
— l. 32 ΖΘ,	— l. 35 * *	ΑΖ. *A. B. C. D.*
— l. 33 διπλασίων, ὡς	— ib. διπλάσιον	διπλασίων. *B. C.*
— l. 39 Φημὶ δὴ ὅτι	— l. 37 φημὶ δότι	φημὶ δότι ſed marg. ut videtur ex ſcriptoris ipſius manu φημὶ δὲ ὅτι. *B.*
— l. 41 πρὸς ὑπερβάλλει	— l. 38 * *	deſunt. *A. C. D.*
— l. 45 κῶνον	— l. 40 * *	κύκλον. *A. C. D.*
— 188. l. 1 κῶνος.	— ib. * *	κύκλος. *A. C. D.*
	Lineæ MS. quæ concurdant cum iis inter 36 et 41. Edit. Baſ. paginæ hujus, duobus aſteriſmis notantur et manu eâdem ac ſupra ſcribuntur hæc verba	πολλάκις τούτῳ τῷ ἀντιγράφῳ οὕτω σύγκειται καὶ τετραμμένα ἃ ἐντυγχάνει ἐν αὐτῷ. *B.*
— l. 4 ὁ ἀπὸ τ'	— l. 42 * *	ὁ τῆς. *A. C. D.*
— l. 5 ὁ τῷ ἀπὸ ΑΘ	— l. 43 * *	ὁ τῷ ΑΘ. *C.*
— ib. ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, καὶ ὁ τῆς	— ib. * * ἴσαι pro ὁ τ' excepto	deſunt. *D.*
— l. 6 ὁ τῆς	— ib. ἴσαι	ὁ τῆς. *B. C.*
— l. 9 ὁ τῷ ἀπὸ ΑΘ ἴσος ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘΒ	— l. 45 * *	deſunt. *A. D.*
— l. 12 τὴν ΘΗ	— l. 46 * *	τῆς ΘΗ. *A.*
— ib. πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ	— ib. * *	deſunt. *A. D.*
— l. 20 Ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ·	— l. 50 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
— l. 22 ἡμῶν	— l. 51 * *	μείζων. *B. C. D.*
— l. 25 δεῖ, ὅτι	— 43. l. 1 * *	δότι. *A. C. D.*
— l. 27 αὐτὸ	— l. 2 ἐπὶ	ἀπό. *B. C. D.*
— 189. l. 18 ἐπὶ ΔΒΖ ἴσον τὸ ἀπὸ	— 42. l. 35 * *	deſunt. *D.*
— l. 32 πρὸς τὴν ΔΖ,	— l. 46 * *	πρὸς ΔΖ. *C. D.*
— l. 42 οὕτως	— 43. l. 4 * *	deeſt. *A. B. C.*
— ib. οὕτως τὴν Β	— ib. * *	deſunt. *D.*
— l. 43 ἔστω πρὸς	— l. 5 * *	deſunt. *A. D.*
— 190. l. 1 πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΘΖΗ	— l. 11 * *	repetuntur hæc verba. *A. D.*
— l. 9 τὸ ὑπὸ	— l. 15 * *	τὸ ὑπό. *A. D.*
— l. 11 γίνεται	— ib. * *	γάρ. *B. C. D.*
— l. 14 ἀπεστηκεν	— l. 17 * *	ἀπεστηκε. *B.*
— l. 16 πρὸς ΔΖ.	— l. 18 * *	deſunt. *D.*
— l. 25 Καὶ ὁ Λ ἄρα	— l. 22 καὶ ὁ ΑΕ	καὶ ὁ ἄρα. *A. B. C. D.*
— l. 41 ἄπειρος	— l. 34 ἄνισος	ἄνισος. *A. D.*
— l. 46 ΝΚ, τετάρτου	— l. 37 * *	ΝΚ τετάρτου ὁ ΘΒ πρὸς ΒΞ τετάρτου. *A.* ΝΚ τετάρτου ὁ ΘΒ πρὸς ΘΚ τετάρτου. *B.* ΝΚ τετάρτου ὁ ΘΒ πρὸς ΒΚ τετάρτου. *C. D.*
— 191. l. 10 διπλασίως	— l. 44 διπλάσιον	διπλάσιος. *B.*
— l. 13 ἀφ' ἧς Ε	— l. 46 * *	deſunt. *D.*
— ib. ἡ Γ	— ib. * *	deſunt. *D.*
— l. 18 λόγον ἔχει τὸ τῆς Γ πρὸς Δ. Ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς Δ μείζονα ἢ ἐπιόλιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ.	— l. 50 deſunt	λόγον ἔχει τοῦ τῆς Γ πρὸς Δ. *A. D.* λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ· ὥστε ἡ ΑΒ πρὸς Δ μείζονα ἢ ἐπιόλιον λόγον ἔχει τοῦ τῆς Γ πρὸς Δ. *B. C.*
— l. 22 ἡ Β πρὸς τὰ	— 44. l. 2 τὴν Β πρὸς τὸ	τὴν Β πρὸς τὸ ἀπὸ τὴν Β πρὸς τό. *D.*
— l. 30 ἡ Θ. Ἔστι δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ὁ Κ ἴσος, ὁ δὲ Κ τῆς Ξ πολλαπλασίων	— l. 7 * *	deſunt. *A.*
— l. 34 εἰ ἄρα Ν ἴσος ὁ ὑπὸ ΑΒ ἐπὶ τὴν Β. Πάλιν ἐπεὶ τὸ ἀπὸ Γ ὁ Δ ἴσος, ὁ δὲ Δ τῆς Ο πολλαπλασίων τῆς Ο ἐστίν	— l. 8 * * τὰ initio mutato in ὁ	deſunt. *D.*
— l. 41 ὁ αὐτὸς	— l. 11 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
— l. 44 τῷ Ν, Ξ	— l. 12 * *	τῶν Ν Ξ. *B. C. D.*
— l. 46 τῶν Β, Δ	— l. 13 * *	τὴν ΒΔ. *A.*
— 192. l. 2 Κ πρὸς	— l. 15 * *	deſunt. *D.*
— ib. Καὶ ὁ τῷ Κ	— l. 16 * *	καὶ ἴσος ὁ τῷ Κ. *B. C. D.*
— l. 16 ληφθῇ τι	— l. 24 * *	ληφθῇ τι. *A. B. C. D.*
— l. 28 καὶ τῷ ΒΓΔ	— l. 31 * *	καὶ ΒΓΔ. *A.*
— ib. λαμβανομένου τῷ	— ib. * *	συλλαμβανομένου. *D.*
— l. 32 ἐν ἑαυτῷ	— l. 33 * *	ἐν αὐτῷ. *C.*
— l. 33 τῆς σφαίρας,	— 45. l. 1 * *	τὸ τῆς σφαίρας. *B. C. D.*
— l. 34 πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ λοιποῦ τμήματος.	— l. 2 * *	deſunt. *D.*
— l. 41 καὶ τὸ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΖ.	— l. 6 * *	deſunt. *B. C.*
— ib. ΘΖ.	— ib. * *	ΘΓ. *D.*
— 193. l. 1 καὶ τοῦτο συναποδέδεικται ἐν τῷ προληφθέντι. Ὁ ἄρα τοῦ τμήματος πρὸς τὸ τμῆμα λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ.	— l. 11 * *	deſunt. *C.*
— l. 5 διπλάσιον	— l. 15 * *	διπλασίονα. *B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 193. l. 6 ἐστι τὸ ἀπὸ ΑΘ	Pag. 45. l. 14 • •	ἔστι δὲ τὸ ἀπὸ ΑΒ. *A. B. D.*
——— l. 8 ἐν	——— l. 15 • •	deeſt. *A.*
——— l. 13 ἀπὸ	——— l. 18 • • initio lineæ	deeſt. *B. C. D.*
——— l. 18 Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ,	——— l. 20 • •	deſunt. *C.*
——— l. 23 τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Πρὸς δὲ τὸ αὐτὸ	——— l. 23 • •	deſunt. *A. D.*
——— l. 26 μείζων	——— l. 25 • •	μείζων ἐστί. *C.* μείζων ἐστί. *D.*
——— l. 30 τῆς ΘΗ μείζων ἐστι,	——— l. 27 • •	deſunt. *D.*
——— l. 32 Ὥστε	——— l. 28 ὡς δὲ	ὥστε. *B. C.* ὡς τε. *D.*
——— l. 35 τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ.	——— l. 30 • •	τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. *A. B. C.* τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. *D.*
——— l. 39 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ λόγος διπλάσιός ἐστι τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ	——— l. 32 • •	repetuntur hæc verba. *A.*
——— l. 43 τοῦ	——— l. 34 • •	τὸ. *A.*
——— 194. l. 2 ἐν	——— l. 35 • •	deeſt. *D.*
——— l. 5 τὸ	——— l. 37 • •	deeſt. *D.*
——— l. 7 τὸ	——— l. 38 • •	deeſt. *A. C. D.*
——— l. 11 κύβου	——— l. 41 • •	πόλιν. *D.*
——— ib. ΒΓ κύβου τουτέστιν, ὁ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΘΒ κύβον. Τὸ γὰρ τῆς	——— ib. ΒΓ κύβου τοῦ γὰρ τῆς	deſunt. *D.*
——— l. 15 ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον. Ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος πρὸς τὸν	——— l. 42 • • κύβου omiſſo	deſunt. *A. B. C. D.*
——— l. 16 κύβον,	——— l. 43 • •	κύβος. *C.*
——— l. 27 τὸ ἀπὸ ΓΘ	——— l. 49 τὸ ἀπὸ ἀπὸ	τὸ ἀπὸ ΓΘ. *A. B. C. D.*
——— l. 28 ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς	——— l. 50 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
——— l. 29 ὁ τοῦ ἀπὸ	——— ib. ὁ ἀπὸ	ὁ τοῦ ἀπό. *A. B. C.*
——— l. 34 προσλαβὼν	——— 46. l. 2 • •	λαβών. *B.*
——— l. 35 ἐστι	——— ib. • •	γάρ. *B. C. D.*
——— l. 38 μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ,	——— l. 5 • •	deſunt. *A. C. D.*
——— l. 40 Ἀλλ' ὁ τῆς ΒΘ πρὸς ΘΓ	——— l. 6 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
——— 195. l. 1 καὶ τὸ ἀπὸ ΒΘ	——— l. 10 • •	deſunt. *D.*
——— l. 7 ἀπὸ	——— l. 14 • •	deeſt. *B. C. D.*
——— l. 19 ἄρα	——— l. 20 • •	deeſt. *D.*
——— l. 20 [illegible]	——— l. 21 • •	μείζων. *A. B. C. D.*
——— l. 24 ἐστιν ἡ ΘΗ πρὸς ΘΖ· τουτέστιν ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει,	——— l. 23 • •	deſunt. *A. D.*
——— l. 37 ἐστιν ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ· καὶ ἐναλλάξ, ἐστι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει,	——— l. 31 • •	deſunt. *A. D.*
——— l. 47 ἐστιν	——— l. 37 • • initio lineæ	deeſt. *A.*
——— 196. l. 4 ἐστιν ἡ ΚΛ πρὸς ΛΘ. Ἐπειδὴ ἡ ΚΕ πρὸς ΕΛ μείζονα λόγον ἔχει,	——— l. 39 • •	deſunt. *D.*
——— l. 6 τὸ	——— l. 40 • •	τῆς. *C. D.*
——— l. 16 ΘΒ.	——— l. 46 • •	ΑΘ. *C. D.*
——— l. 22 ἀπὸ ΓΘ	——— l. 49 • •	ἐπὶ ΓΘΒ. *B. C. D.*
——— l. 24 τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ,	——— l. 50 • •	ὅταν τὸ ἀπὸ ΑΘ. *A. B. C. D.*
——— ib. ἀπὸ ΓΘ	——— 47. l. 1 ἐπὶ ΓΘΒ	ἐπὶ ΓΘ. *A.*
——— l. 26 πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘΓ, τοῦ ἀπὸ ΒΘ	——— l. 2 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
——— l. 27 [illegible]	——— ib. • •	deeſt. *D.*
——— l. 28 καὶ τὸ ἀπὸ ΒΘ	——— l. 3 • •	deſunt. *D.*
——— l. 29 ἐπὶ ΒΘΓ	——— ib. • •	ΒΘΓ. *C.*
——— ib. [illegible] τὸ ἀπὸ ΒΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘΓ	——— ib. • •	repetuntur hæc verba. *D.*
——— l. 30 τοῦ τῆς ΒΘ	——— l. 4 • •	τοῦ τε ΒΘ. *C.*
——— l. 31 ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ	——— l. 5 • •	repetuntur hæc verba. *A. B. C. D.*
——— l. 38 ἐπὶ τὴν ΘΖ	——— l. 8 ἐπὶ ΘΖ	ἐπὶ τῆς ΘΖ. *B. C. D.*
——— l. 39 πρὸς τὸν ἀπὸ ΒΓ κύβον. Ἀλλ' ὁ [illegible] ἀπὸ ΑΘ	——— l. 9 • •	πρὸς τὸν ἀπὸ ΑΘ. *D.*
——— l. 42 κύβου λόγου.	——— l. 11 κύβου λόγον	κύκλον λόγον. *A. D.* κύβου λόγος. *B. C.*
——— 197. l. 1 ἐπὶ	——— 43. l. 7 • •	deeſt. *A. D.*
——— l. 8 [illegible]	——— l. 10 • •	deſunt. *D.*
——— l. 16 [illegible]	——— l. 14 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
——— l. 18 [illegible] ΒΔΔ [illegible]	——— l. 16 • •	deſunt. *A.*
——— 198. l. 11 ΑΡ, ΡΓ, μείζων ἐστι [illegible]	——— 44. l. 1 • •	deſunt. *D.*
——— l. 15 ΑΒ, ΓΒ	——— l. 2 • •	ΑΒ. *A. B. C. D.*
——— l. 19 τὸ ἀπὸ τοῦ ΜΚ, ΚΓ. Ὡς τὸ μεῖζόν ἐστι	——— l. 4 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
——— l. 25 ἀπὸ ΑΡ, πρὸς τὸ	——— l. 7 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
——— l. 27 ΑΝ.	——— l. 8 • •	ΑΗ. *B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 199. l. 4 ΑΚ τοῦ ἀπὸ ΚΒ, τὸ ἀπὸ ΑΒ τοῦ ἀπὸ	—— 47. l. 18 * *	deſunt. *D.*
—— l. 8 Ἔστω τῷ	—— l. 21 * *	ἔστω καὶ τῷ. *A. B. C. D.*
—— l. 17 ἄρα	—— l. 27 * *	deeſt. *A.*
—— l. 18 μὲν	—— ib. * *	deeſt. *D.*
—— l. 23 ἄλλο τι ἄλλο	—— l. 31 * *	ἄλλο καί. *D.*
—— l. 32 πρὸς	—— l. 36 * *	deeſt. *C*
—— l. 37 τῷ συναμφοτέρῳ.	—— l. 39 * *	deſunt. *C.*
—— l. 38 τῷ ἀπὸ ΑΡ,	—— ib. * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ὑπὸ ΑΡΓ	—— l. 40 * *	ΑΡΓ. *A.*
—— l. 41 τῷ ὑπὸ ΑΡΓ	—— l. 41 * *	τῷ μὲν ὑπὸ ΑΡΓ. *A. B. C. D.*
—— l. 42 γίνεται τὸ	—— l. 42 * *	γάρ ἐστι τῷ. *A. D.* γάρ ἐστι. *C.*
—— l. 43 τῷ ὑπὸ ΑΚΓ,	—— ib. * *	τῷ ἀπὸ ΚΓ. *B.*
—— ib. τῷ ὑπὸ ΑΚΓ, μετὰ τοῦ ὑπὸ ΑΚ, ΓΕ. Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΑΡΓ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΡ,	—— ib. * *	deſunt. *C.*
—— ib. μετὰ τοῦ ὑπὸ ΑΚ, ΓΕ. Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΑΡΓ,	—— ib. * *	deſunt. *D.*
—— l. 44 γίνεται	—— l. 43 * *	γάρ ἐστι. *C.* γάρ. *D.*
—— l. 48 ὑπὸ ΑΚΒ. Τῷ δὲ	—— l. 45 * *	deſunt. *D.*
—— 200. l. 1 ΞΚΑ	—— ib. * *	ΞΑΚ. *C.*
—— l. 2 συνθέντι	—— l. 46 * *	συνθέντα. *A.*
—— l. 4 ΞΚΑ	—— l. 47 * *	ΞΑΚ. *C. D.*
—— l. 6 ΓΑΡ.	—— l. 48 * *	ΑΓΡ. *C. D.*
—— ib. ΓΑΡ	—— ib. * *	ΑΓΡ. *C. D.*
—— l. 12 ἔπειη ἡ τρίτη ἡ ΚΓ πρὸς τετάρτην τὴν ΑΡ. Καὶ ἐναλλὰξ, ἡ ΓΑ πρὸς ΚΓ μείζονα λόγον ἔχει,	—— 48. l. 3 * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 15 ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ.	—— l. 4 ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ	ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΚ. *B. C.* et *D.* τῆς omiſſo.
—— l. 17 γίνεται	—— l. 5 * *	deeſt. *A. D.*
—— l. 26 ΑΡ.	—— l. 10 * *	ΑΡΚ. *D.*
—— ib. ἥμισυ,	—— ib. * *	ἡμίσει. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ἡμίσεια	—— l. 11 * *	ἡ ἡμίσεια. *A. C. D.*
—— l. 38 μὲν	—— l. 17 * *	deeſt. *D.*
—— 201. l. 1 αὐτῆς	—— l. 23 * *	deeſt. *C.*
—— l. 2 καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν ΕΖΘ περιφέρειαν, μεῖζόν ἐστι	—— l. 24 * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 4 ΑΒΔ	—— l. 25 * *	ΕΖΘ. *A.*
—— l. 5 Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα εἰς τὸ δεύτερον τῶν Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.	—— l. 26 * *	deſunt. *D.*
—— 203. l. 4 ὡς ὑπόκειται· λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶ τριγώνου τῷ Ε.	—— 44. l. 17 * *	τριγώνου τῷ Ε ὡς ὑπόκειται λέγω ὅτι ἴσος ἐστίν. *A. B. C. D.*
—— l. 16 Ἐλάσσων ἄρα ἡ ΝΞ	—— l. 22 * *	deſunt. *D.*
—— 204. l. 5 ἐλάττων	—— l. 25 * *	μείζων. *A. D.*
—— l. 6 Ε	—— ib. * *	deeſt. *D.*
—— l. 14 τομῇ	—— l. 31 * *	τομεῖ. *D.*
—— l. 15 τρίγωνα	—— l. 33 * *	deeſt. *D.*
—— l. 16 Ἔστω	—— l. 34 * *	ἔτι. *B. C. D.*
—— l. 17 ἔτι	—— l. 36 * *	ἐστίν. *B. C. D.*
—— l. 25 ἐπιζευγνυμέναι	—— 49. l. 3 * *	ὑπεζευγμένας. *D.*
—— l. 28 [illegible]	—— l. 5 ἔχει	[illegible]. *B.* [illegible]. *D.*
—— ib. ἀξίῳ	—— ib. * *	ἀξίως. *A.*
—— l. 34 γνωρίζομεν.	—— l. 8 * *	γνωρίζομεν. *B. C. D.*
—— l. 36 πρὸ τῶν	—— l. 10 * *	καὶ τῶν. *C.*
—— ib. ἐξητασμένοι.	—— ib. ἐξητασμένων	ἐξητασμένα. *C. D.*
—— l. 37 ἐπὶ τοῦ	—— ib. ἐπὶ τὸ	ἐπὶ τὸ τί. *A. C. D.*
—— l. 38 ἐπιμελῶς,	—— l. 11 ἐπιμελῆ	ἐπιμελῶς. *A. D.*
—— l. 52 [illegible]	—— l. 20 * *	[illegible]. *D.*
—— 205. l. 1 δ' ἔτι	—— ib. δέ τι	δέ τινι. *A. B. C. D*
—— l. 5 λαβόντι,	—— l. 23 * *	λαβόντα. *C.*
—— l. 6 ἡμῶν	—— l. 24 * *	ἐμοῦ. *A.*
—— l. 7 ἐπ'	—— ib. * *	deeſt. *D.*
—— ib. Εἶπεν	—— ib. * *	αὐτό. *C.*
—— l. 8 τὸ μέγεθος	—— ib. * *	τὰ μεγέθη. *B. C. D*
—— l. 12 αὐτῷ,	—— l. 27 * *	αὐτό. *B. C. D.*
—— ib. ἐστὶ	—— ib. * *	deeſt. *A.*
—— l. 13 τρίγωνα	—— l. 28 * *	τὸ τρίγωνον. *B. C. D.*
—— l. 15 οὐδαμῶς	—— l. 29 οὐδαμῶς	[illegible]. *B. C.*
—— l. 17 ῥᾳδίως	—— l. 31 * *	ῥᾷον. *D.*
—— l. 29 ΓΗΔ·	—— 45. l. 1 * *	ΓΗ. *A. D.*
—— 206. l. 13 ΞΗ	—— l. 20 * *	ΕΝ. *A.*
—— l. 14 Μ ,βτν' πρὸς Μ ,γυθ'	—— ib. μ ,βτν πρὸς μ ,γυω	ΔΔΜ ΘΤΝ πρὸς Μ ΓΤΘ. *A.* Μ ΘΥΝ καὶ Μ ΓΤΘ. *C.* ΔΔΜ ΘΤΝ πρὸς ΜΒ ΓΤΘ. *D.*
—— l. 22 μείζονα λόγον ἔχει,	—— l. 24 * *	μείζων. *A. D.* μείζω. *B. C.*
—— l. 28 ὀρθή ἐστι μέν. Κείσθω δὲ αὐτῇ ἴση, πρὸς τῷ Ε, ἡ ὑπὸ ΓΕΜ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ. Ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΕΜ,	—— l. 26 * *	deſunt. *A. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 206. l. 31 πλευρά ἐστι τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγεγραμμένου	Pag. 45. l. 27 * *	τοῦ περὶ τὸν κύκλον ἐστί. A. B. C. D.
— 207. l. 2 ͵δχογ L′	— 46. l. 1 * *	͵δχογ. C.
— l. 10 M ͵δχογ	— l. 3 μ ͵δχογ	M ΔΧΠΗ. C.
— l. 18 τρίτον ὀρθῆς.	— l. 7 * *	τρίτω ὀρθῆ. A.
— l. 19 μτνα	— l. 8 * *	ντα. A.
— ib. ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΒ, ὃν ͵αφξ πρὸς ψπ′. Τετμήσθω	— ib. * *	deſunt. A. D.
— l. 20 ͵αφξ πρὸς ψπ′.	— ib. * *	ΑΦΞΖ ΨΠ. C.
— l. 21 Τετμήσθω	— ib. * *	deeſt. B. C.
— l. 23 ἄρα.	— l. 10 * *	deeſt. A. B. C. D.
— l. 25 ἄρα ἴση	— ib. * *	deſunt. B. C. D.
— l. 33 ͵γγL′ ꝗ′	— l. 14 * *	͵ΓΙΓ Δ′. D.
— l. 35 ΘΤ.	— l. 15 * *	deſunt. D.
— l. 36 ͵εϡκδL′ ꝗ′	— ib. ρκδL ꝗ	͵ΕΤΚΔ ς′ δ′. B. ͵ΕΤΚΔ ς′ ꝗ′. C. D.
— ib. σν.	— l. 16 * *	ΣΝ. D.
— 208. l. 1 δ′ ιγ′.	— ib. * *	Δ′ ιγ′ α′. B. ΔΙ γ′ α′. C. D.
— l. 2 δίαμετρον λόγον ἔχει.	— ib. * *	deſunt. A. B. C. D.
— l. 5 ξγ′	— l. 18 * *	ΣΞΓ. B. C. D.
	— ib. ἀνάλογον	κυκλ. B. D. καὶ omiſſo. C.
— l. 15 ͵γτλ′ πρὸς ͵αωλζ δ′.	— l. 21 ͵γ Τ Ι δ′ πρὸς μα͵ζιδ ꝗ	͵ΓΤΑ δ′ πρὸς ͵ΖΙΖ ꝗ′. A. B. C. D.
— l. 16 καὶ δίαμ τα′. Καὶ ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ ϟς′ πολυγώνου	— l. 22 * *	deſunt. A. D.
— l. 18 ἡ δίαμ οα′.	— l. 23 * *	ἡ δὲ οα′. A. B. C. ἡ δ οα′. D.
— l. 19 Ὥς τε καὶ ὁ κύκλος ἔτι μᾶλλον τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ δέκα οα′.	— ib. * *	deſunt. D.
— l. 20 ἡ δίαμ οα′.	— l. 24 * *	ἡ δ′ οα′. A. B. C.
		In tractatu hocce pro τρίτον ὀρθῆς in Edit. Baſ. ſemper eſt τρίτω vel τρίτῳ ὀρθῆ. D.
— l. 28 Ἀριθμὸς	— 49. l. 39 ἀριθμὸς	ἀριθμός. B. C. D.
— ib. πολλαπλασιαζόμενος,	— ib. πολλαπλασιαζόμενον	πολλαπλασιαζόμενος. A. B. C. D.
— l. 31 δυνάμενος	— l. 41 δύναμιν	δυναμένου. A. B. C. D.
— l. 35 ἡμῶν	— l. 43 * *	ἡμῖν. B.
— ib. Ἐξῆς	— ib. * *	ἑξῆς. A.
— l. 37 τρίτον	— 50. l. 1 * *	τρίτῳ. C. D.
— l. 39 ΕΖ′ ἡ	— l. 2 ΕΖ καὶ ἡ	ΕΖ ἡ. A. D. ΕΖ ἔστω ἡ. B. C.
— ib. ὑπὸ ΓΕΖ,	— ib. * *	bis repetuntur hæc verba.
— l. 40 τρίτου	— ib. * *	τρίτῳ. A. C.
— l. 43 τρίτου ἄρα ὀρθῆς.	— l. 5 * *	τρίτον ἄρα ὀρθῆ. A. τρίτω ἄρα ὀρθῆς. C.
— l. 46 ὑπὸ τῶν Μ,	— l. 6 * *	ὑπὸ τῶν Γ. C. D.
— l. 47 τῶν M	— l. 7 * *	τῶν Γ. C. D.
— 209. l. 7 M	— l. 11 * *	μέγεθος. D.
— l. 8 ἀπὸ ΕΖ	— l. 12 * *	ΕΖ. D.
— l. 11 ἀπὸ ΕΓ,	— l. 13 ἀπὸ Ε	ἀπὸ ΕΓ. A. B. C. D.

In MSS. 2359 et 2362 Multiplicationes quæ ſubjiciuntur ad illuſtrandas propoſitiones, ſcribuntur (forte ad unius exemplaris communis imitationem) more perturbate et ſine ullâ curâ diviſionum limites ſervandi; quamobrem earum collatio viſa eſt et perdifficilis et infructuoſa, præſertim eo magis quia in MS. 2362 notantur ut falſæ, lineis calamo ſuperductis.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
	— l. 18 col. 3. ὑπὸ ἐξαλείπει ἄρα MS.	ὑπὸ ἐξαλείπει ἄρα MS. B.
— l. 18 col. 1 αωλς′	— l. 19 col. 1. μωΛς	͵ΔωΛς. C.
— ib. col. 2 ζχρ′	— ib. col. 2. ζχρ	ς β ΦΡΝΓ. B. C.
— l. 19 col. 1 M ͵γχρ′	— l. 20 col. 1. M ͵γΧΛς	M Γ͵χρε. C.
— ib. col. 2 υιθ′	— ib. υιθ.	τριθ. B. ͵τρθ. C.
— l. 20 — ib. M ͵γυθ	— l. 21 col. 2. M ͵γΥΘ	M ͵ΓΥΘ. B. C.
— l. 25 Καὶ συνθέντι,	— l. 22 * *	deſunt. A.
— l. 28 ΖΓ,	— l. 23 ΖΗ	ΖΗ ex corr. alt. man. ΖΓ. B.
— l. 30 μείζων εἶναι	— l. 25 μείζων εἶναι	μείζων ἐστί. C. μείζων ἐστὶ. D.
— l. 36 δέδεικται,	— 51. l. 2 δέδειται	δείκται. A. δέδεικται. B. C. D.
— l. 38 δὴ	— l. 3 * *	deeſt. A.
— l. 40 ἔσται M ͵θυν′	— l. 4 * *	μ M ͵ΘΝ. D.
— l. 41 φξα′ α′	— l. 5 ΦΞΑ ἴσοι	ΦΞΑ α′. C. D.
— l. 44 φξα′ α′	— l. 6 ΦΞΑ ἴσοι	ΦΞΑ α′. B. C. D.
— 210. l. 4 col 1 M ͵γχμ′	— l. 11 col. 1. M ͵γλα	͵φξθζ. B. C.
— l. 3 col. 3 ͵φξθζ	— ib. * *	͵γλ. B. ͵γλ. C.
— l. 4 col. 2 ͵βφρν′	— ib. ͵ΒΦΡΝ	͵αΦΡΝ. C.
— l. 5 — ib. τρν′	— l. 12 * *	ΓΡΝΘ. C.
— l. 7 col. 3 ͵δυκζ′ ꝗ′ ꝗ′	— l. 14 ΥΚΗ ζ′ ꝗ′ ΒΔ	ΥΚΗ ζ′ ꝗ′ ꝗ′ ΒΔ. B. ͵δυκζ′. C.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 210. l. 12 τῷ ΘΣ.	Pag. 51. l. 18 * *	τῶ ΘΣ. *A.*
—— l. 13 μςξδ´ κ´	—— – ib. μς ΞΒ ἴσον	ΑΡΞΒΗ. *A. D.*
—— – ib. Γίνεται	—— l. 19 * *	deeſt. *A. D.*
—— l. 18 μοίρα	—— l. 21 μέρου	μοίρα. *A. B. C. D.*
—— l. 19 Μείζονα	—— l. 22 * *	μείζονος. *A.*
—— – ib. ὅπερ	—— – ib. * *	deeſt. *D.*
—— l. 23 ,αροβ´ κ´	—— l. 24 ΑΒΒΗ´	,ΑΡΟΒΗ´. *B. C. D.*
—— l. 26 Μ φλδ∠´ ξδ´	—— l. 26 Μ ΦΛΔΕ´∠ξ Ϫ	Μ φλδξδ. *A.* Μ ΦΛΔ ∠ Ϫ. *B.* Μ ΦΛΔ ΞΔ´. *C.* Μ ΦΛΔ. *D.*
—— l. 28 ἔγγιστα	—— l. 27 * *	ᾳς. *D.*
—— – ib. Μ ,γϡμγ∠´ ξδ´	—— – ib. Μ ΓϠΜΓ ∠ ξ δ	Μ Γ,ΑΜΓ∠Ξ Ϫ. *C.* Μ ,Γ,Α ΜΓ ΞΔ. *D.*
—— l. 29 ,αροβ´ ἐγγιστα	—— – ib. ,ΑΡΟΒ	,ΑΡΟΒ ἐγγιστα. *A. B. C. D.*

Multiplicationum formulæ prout inveniuntur in MSS. *B. C.*

B.

ὁ ΕΓ ,ΑΡΞΒ κ´	ὁ ΘΓ ΡΝΓ	,αροβ κ´
ἐπὶ ,α ςξβδ´	ἐπὶ ΡΝΓ	ἐπὶ ,αροβδ´
Μ Μ Μ ,β ΡΚΑ	Μ α ,γτ	Μ Μ ι Μ ,βρια
Μ Μ ,ςτβζ	,ρ βφξα	Μ Μ ζςιβζ
Μ ,γ ,γ ,τχςςζ∠	Μ τῦ	Μ ζ ,δ ϡμςζϪ
,βςςιδ Ϫ		,βςμδϪ
ΡΚΕ ,ιβ∠´ ζ∠ Ϫ ξϪ		ςμε ,ιβ∠ιςζϡξϪ
Μ φνδ∠ξϪ		Μ ,ρλζτυεζξϪ
τὸ ἀπὸ ΕΘ ἴσον τοῖς		ἐλλείπει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς
ἀπὸ ΕΓ ΓΑ ἐςὶ Μ ,γ		Μ ξς∠
ϡΜΓξϪ		

C.

ὁ ΕΓ ,αρξβκ´	ὁ ΘΓ ΡΝΓ	,αροβκ´
ἐπὶ ,αρξβκ´	ἐπὶ ΡΝΓ	ἐπὶ ,αροβκ´
Μ Μ Μ ,ΒΡΚΕ	,μα ,γτ	Μ ,μι Μ ,βρια
Μ Μ ,γσιβζ	,ϡ βφξα	Μ Μ ζςιβζ
Μ ,ς ,τχξα ξζ∠	τρι θ	Μ ζ ,Δ ϡμςζϪ
,βςμΔ Δ´	Μ τυ	,βςμδΔ
ΡΚΕ´ ΙΒ ∠´ ζ∠ Δ´ ξϪ		,ςμε ,ιβ∠ιςζΔ Δ ξϪ
τὸ ἀπὸ ΕΘ ἴσον τοῖς		Μ ι ,λζτυεζξϪ
ἀπὸ ΕΓ ΓΑ ἐςὶν Μ ,γ		ἐλλείπει δὲ τοῦ ἀκριβοῦς
ϡμγξϪ		Μ ξς∠.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
—— 211. l. 3 ἐπὶ	—— l. 40 * *	deeſt. *D.*
—— l. 7 ἐπὶ μοίρα	—— l. 42 * *	ἐπὶ μοίρα. *C. D.*
—— l. 18 τοῦ ἀκριβοῦς	—— 52. l. 3 * *	τῆς ἀκριβοῦς. *A.*
—— 20, &c.		

B.

ὁ ΕΒ ϡλδϪ	Col. 2. ut in Edit. Oxon.	,βτλδϪ
Μ Μ ,αφ		ἐπὶ ,βτλδϪ
Μ Μ ,βα ,ατυ		Μ Μ Μ Μ ,αφ
ἐπὶ ,βτλδϪ		Μ Μ ,θ ,βψυα
Μ ,βϡμεζ∠		Μ ,βϡ [illegible]
,γ ,α ςφαγυα		Μ ,α ,βψυνσαδϪ
φυζ∠ ανγ		φυζςβδϪ ιε´
Μ α ,ψκΓιγ		Μ ,βς∠ιε´
ἐν τούτοις συνάγεται τὸ		ἐλλείπει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς
ἀπὸ ΕΚ Μ ,βφδις		Μ Μ α∠ ι –

C.

ὁ ΕΒ ϡλδΔ´	Col. 2. ut in Edit. Oxon.	,βτλδϪ
Μ Μ ,αφ		ἐπὶ ,βτλδϪ
Μ Μ θ α ,ατ ,α		Μ Μ Μ Μ ,αφ
ἐπὶ ,βτλΔϪ		Μ Μ ,θ ,βψυα
Μ ,βϡμεζ∠		Μ ,βϡιεζ∠
ωατςυτα		Μ α ,βψυναδϪ
φυζ∠ ανγ		φυζςβΔ´ ιε´
Μ α ,ψκΓιε´		Μ ,βς∠ιε´
ἐν τούτοις συνάγεται τὸ		ἐλλείπει δὲ τοῦ ἀκριβοῦς
ἀπὸ ΕΚ Μ ,βφδις´		Μ μα∠

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
—— l. 37 ὁ δὲ ΕΓ, ,βτλδ´ Ϫ καὶ ἔτι μορίου	—— 52. l. 17 * *	deſunt. *C.*
—— – ib. μορίῳ τινὶ	—— – ib. μορίῳ	μορίῳ τινὶ. *A. D.*
—— l. 38 μείζων	—— l. 18 * *	μείζων ἐςίν. *A. C. D.*
—— 212. l. 3 ταύτης δὲ ἡμίσεια ἡ ἀπὸ ΘΕΓ, ὡς τι μα´ ἐςὶ	—— l. 22 * *	deſunt. *C.*
—— l. 4 μα´	—— l. 23 ΜΗ	μα´. *A.*
—— l. 8 ΑΕΓ, ἐς´	—— l. 25 ΑΕΓ ἐς	ΑΕΓ ΟΒ. *B. C. D.*
—— – ib. ὀρθῶν.	—— – ib. * *	ὀρθῶν. *D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 212. l. 10 ζς'.	Pag. 52. l. 26 • •	ζB. *B.* ΓB. *C.* ζΓB. *D.*
—— l. 11 ΕΓ πρὸς τὴν ΓΑ,	—— – ib. • •	ΕΑ πρὸς τὴν ΑΓ. *B.* ΕΑ πρὸς ΑΓ. *C. D.*
—— l. 15 ΑΜ πρὸς ΑΓ,	—— l. 29 • •	ΑΜ πρὸς ΑΛ. *C. D.*
—— l. 17 περίμετρος	—— l. 30 • •	περιδιάμετρος. *D.*
—— l. 18 ἀρχῇ	—— l. 31 • •	ΔΧΟΗ· Μ ΑΧΟΗ. *C.* ΑΧΟΗ. *D.*
—— l. 19 περίμετρος	—— – ib. • •	περιδιάμετρος. *D.*
—— l. 20 Ἡ περίμετρος	—— l. 32 • •	ὥσπερ ἡ διάμετρος. *B. C. D.*
—— l. 22 χξζ∠'	—— l. 34 • •	χξζς'. *B. C. D.*
		Pro ∠, eſt fere in MSS. ς.
—— l. 24 ἐπιπολλάσια	—— l. 35 • •	πολλαπλάσια. *B. C. D.*
—— – ib. χξζ∠',	—— – ib. • •	χξζς'. *B. C. D.*
—— l. 26 περίμετρος	—— l. 36 • •	περίμετρος. *D.*
—— l. 37 Ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ, τρίτον	—— l. 42 • • τρίτον mutato in τρίτω	defunt. *D.*
—— l. 43 Μ (τριγ)	—— l. 46 • •	Μ. *B. C.* Μ. *D.*
—— l. 44 Μ ζ ψι.	—— l. 47 • •	Μ ΜΤ. *D.*
—— l. 45 Μ (γνῶ)	—— l. 48 • •	Μ. *B. D.* Μ. *C.*
——213. l. 3 col. 1 Μ Μ Μ Μ	——53. l. 5 • •	Μ ϡε Μ Μ. *B. C.*
—— l. 4 col. 3 Μ	—— l. 6 • •	Μ. *B. C.*
—— l. 6 col. 1 Μ ϡχ∠	—— l. 8 Μ ϡχ∠	Μ ϡχ. *B. C.*
—— l. 8 — ib. ΒΓ ἀπὸ τῆς ἀπὸ ΑΓ,	—— l. 10 ΒΓ ἀπὸ τῆς ΑΓ	ΑΓ ἀπὸ τοῦ ΓΒ. *B. C.*
—— l. 12 ΗΓΒ	—— l. 14 • •	ΓΒ. *B. C. D.*
—— l. 18 ἀπὸ	—— l. 17 • •	deeſt. *A. B. C. D.*
—— – ib. ἴσας	—— – ib. • •	deeſt. *A.*
—— l. 20 ἡ ΑΗ	—— l. 18 ἡ ἡ ΑΗ	ἡ ΑΝ. *A.* ἡ ΑΗ. *D.*
—— l. 30 ὡς ἡ ΑΗ ἄρα πρὸς ΗΓ	—— l. 24 • •	defunt. *A. D.*
—— l. 32 γΦκα'	—— l. 25 • •	ΓΚΑ. *D.*
—— l. 33 Μ βτκα'.	—— l. 26 • •	Μ ΒΤΚΑ. *B.* Μ ΒΤΚ. *C.* Μ ΒΤΚΑ. *C.*
—— l. 34 ϡγ∠'δ'	—— – ib. • •	ΝΓΟΓ∠δ'. *B. C.* ϡγ∠δ'. *D.*
—— l. 36 ϡγ∠'δ'	—— l. 28 • •	ΓΙΤΓ δ'. *B. C.* ΠΙΤΓ Δ. *D.*

MSS. *B. C.*

ἡ ΑΗ, ΒΦΑ — ἐπὶ βΦλα — Μ Μ βΦ — Μ θρ — βΦλα — Μ ,ΓΦλα — τὰ ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΓ — Μ βτκα

ἡ ΗΓ ΨΠ — Μ Μ γ — Μ Γ γ γῦ — ἡ Μ τῦ

Γ,ΓζΔ' — ἐπὶ Γ,ΓζΔ' — Μ Μ ωφψ — θωωγ∠δ' — ,αφια∠δ' το — ,ͻυθ∠γδ' κ' ις — ἡ Μ βχχθ — ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς — Μ τξωιε' } *B.*

ἡ ωωβΦλα — ἐπὶ βΦλα — Μ θρ — βΦλα — Μ ,ΓΦλα — τὰ ἀπὸ τῶν ΑΗ ΗΓ — Μ βτκα

ἡ ΗΓ ΨΠ — Μ Μ γ — Μ Γ γ γῦ — ἡ Μ τῦ

Γ,ΓΖΔ' — ἐπὶ Γ,Γ∠Δ' — Μ Μ ωφψ — θωωγ∠Δ — ,αφια∠Δκ' ις' — Μ βχχθ — ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς — Μ τξωιε' } *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
——214. l. 2 πρὸς τὴν	—— l. 38 • •	καὶ τὴν. *B.*
—— l. 4 ΗΑΓ	—— l. 39 • •	ΗΑ ΑΓ. *B. C. D.*
—— l. 7 ΗΑ, ΑΓ	—— l. 41 ΡΑ ΑΓ	ΗΑ ΑΓ. *B. C. D.*
—— l. 9 ὥστε γΦ κδ ∠'δ' πρὸς ψν'. Ὡς τε ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ, ὑπερέχει λόγον ἔχει,	—— l. 43 • •	defunt. *B.*
—— l. 11 καὶ	—— – ib. • •	ἔτι. *D.*
—— l. 12 ιγ'.	—— l. 44 • •	ΙΓ ς'. *B. C. D.*
—— l. 15 γτκθ',	—— l. 46 γΦΚΘ	γΦκθ. *C.* ,Γκθ. *D.*
—— l. 16 Μ ζξ	—— – ib. • •	μέρη μξχ. *A. D.* μ ζχ. *B.* μέρη ΚΖΧ. *C.*

Multiplicationes prout inveniuntur in MSS. B. C.

[illegible] … ὑπερέχει ἄρα τῷ ἀκριβεῖ ΓΚΛ ἐγγύς } B.

[illegible] … τούτων ἐστὶ τὸ ΑΔΓ … Μ ΤΚΘ ἐστὶ … ὑπερέχει δὲ τῷ ἀκριβεῖ ΤΚΛ ἐγγύς } C.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 214. l. 47 M	— 54. l. 19 * *	M. B. C. M. D.
— l. 48 ὑπερέχει γὰρ τῷ ἀκριβεῖ, τὸ ἀπ' αὐτῆς, M ιβ γ' λε'.	— ib. deſunt	ὑπερέχει γὰρ τὸ ἀπ' αὐτῆς τοῦ ἀκριβοῦς M ιβ γ' χ' ε'. A. B. C. D.
— 215. l. 3 col. 2 [illegible]	— l. 23 * *	[illegible] C.
— l. 4 col. 1 [illegible]	— l. 24 * *	[illegible] C.
— l. 5 — ib. [illegible]	— l. 25 * * — et [illegible]	ΔΜΘ. C. — ſunt ut in Edit. Oxon. in col. 2.
— l. 8 col. 3 λγ'.	— l. 27 * *	λγ'. B. C.
— l. 18 αὐτῆς τῷ	— l. 33 * *	αὐτῆ τῆς. A.
— l. 23 col. 1 [illegible]	— l. 38 [illegible]	[illegible]. B. C.
— l. 25 — ib. M [illegible] M [illegible]	— l. 40 * *	[illegible] B. M [illegible] C.
— l. 26 col. 3 [illegible]	— l. 41 * *	[illegible]. B. C.
— l. 27 — ib. M [illegible]	— l. 42 [illegible]	M [illegible]. B. C.
— l. 29 — ib. M. [illegible]	— l. 44 M ΙΓ [illegible]	M [illegible]. B. C.
— l. 31 ἡ ΑΓ πρὸς ΓΑ, μείζονα	— l. 45 ἡ ΑΓ μείζονα	ut in Edit. Oxon. A. B. C. D.
— l. 32 ξε' πρὸς	— l. 46 ΞΓ πρὸς ΞΓ πρὸς	ΞΓ πρὸς. A. C. D.
— l. 35 πλευρᾶ,	— l. 47 * *	πλευρᾶς. C. D.
— l. 36 κύκλῳ	— l. 48 * *	[illegible]. A.
— l. 37 ἐπὶ	— l. 49 * *	deeſt. A.
— l. 38 δίχα [illegible]	— 55. l. 1 * *	[illegible]. C.
— l. 41 δίχα [illegible]	— l. 2 * *	[illegible]. C.
— l. 42 ἂν ἐγχωρῇ,	— l. 3 * *	ἐγχωρεῖ. B. ἂν ἐγχωρεῖ. C.
— l. 43 [illegible]	— ib. [illegible]	[illegible]. C. D.
— 216. l. 1 [illegible],	— l. 4 * *	[illegible]. A. D. [illegible]. B. C.
— l. 11 [illegible].	— l. 10 [illegible]	τῷ ΙΘ. C.
— l. 23 Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου Ὑπόμνημα, εἰς τὴν Ἀρχιμήδους τοῦ Κύκλου Μέτρησιν· Ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ, τῷ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.	— l. 19 * *	deſunt. D.
— l. 25 τῷ ἡμετέρῳ	— l. 21 * *	ἡμετέρου. C.
— 217. l. 1 περὶ Κύκλου	— 81. l. 28 * *	[illegible]. A.
— l. 5 καὶ	— l. 30 * *	deeſt. A.
— l. 11 ἀρχῇ	— l. 34 * *	ἀρχῇ. B.
— l. 13 λαβεῖν	— l. 35 * *	λαβ. A.
— l. 14 εἰς ἄλλα	— l. 36 * *	ἄλλα. A. B. C. D.
— l. 15 εὑρεῖν,	— ib. * *	εὑρεῖν. A.
— ib. ἐξευρεῖν,	— ib. * *	ἐξελεῖν. A. D.
— l. 16 Γεωμετρίαν.	— l. 37 * *	γεωμετρίας. A. B.
— 218. l. 1 Κύκλους	— l. 38 κύκλον	κύκλου. A. D.
— l. 5 εἶναι κεχωρισμένας,	— l. 40 μὲν κεχωρισμένων	μὲν κεχωρισμένα. A. D. μὲν κεχωρισμένων. B. C.
— l. 6 ὅπως	— l. 41 ὅπῃ	ὅπως. A. B. C. D.
— l. 7 αὐτοῦ ὁμολογοῦντες	— l. 42 αὐτὸ δ' ὁμολογοῦντες	ἃ τοῦδ' ὁμολογοῦντες. B. C. ἀπὸ δὲ ὁμολογοῦντες. D.
— l. 11 ἐμφαίνειν	— l. 44 ἐμφαίνεται	ἐμφαίνειν. B. ἐμφαίνειν. C. D.
— l. 26 τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας	— 82. l. 6 * *	repetuntur hæc verba. D.
— l. 35 μὲν τῶν	— l. 11 * *	μὲν ἂν τῶν. A. B. C. D.
— l. 38 εἰς ἄπειρον,	— l. 13 ἴσαι ἴσαι	εἰς ἄπειρα. A. B. C. D.
— l. 41 ἐστι.	— l. 15 * *	deeſt. B.

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Pariſien.
Pag. 218. l. 43 εἰς ἄπειρα	Pag. 82. l. 15 ἴσαι ἴσα	τὰς ἄπειρα. *A. B. C. D.*
——— l. 46 Τὸ γὰρ μεῖζον τμῆμα	——— l. 17 * *	deſunt. *C.*
——— l. 47 τῆς σφαίρας περὶ τὸ ἔλασσον,	——— – ib. * *	ἃ μὲν ᾖ. *B. C. D.*
——— l. 48 ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλάσιον.	——— – ib. * *	διπλασίονα. *B.*
— 219. l. 8 ἐπί	——— l. 25 * *	εἰσί. *C.*
——— l. 13 ἐπιφάνειαι	——— l. 28 * *	ἐπιφανείαις. *A. D.*
——— l. 14 ἀποτέμνει τι	——— – ib. * *	ἀποτέμνεται. *B.*
——— l. 20 ἀποτμηθῇ	——— l. 31 ἀποτμηθῇ	τὸ ἀποτμηθέν. *B. C. D.*
——— l. 23 ἀποτμηθεῖσι	——— l. 33 ἀποτμηθεῖσι	ἀποτμηθεῖσι. *D.*
——— – ib. ὅπως	——— l. 33 * *	ὅπως ἄν. *D.*
——— l. 24 ἐξ ἴσου κέντρου	——— l. 34 * *	ἐξ ἴσου τῶν. *C.*
——— l. 25 οἷα τὰ ἀποτέμνοντα	——— – ib. ὅσα τὰ ἀποτέμνοντα	εἰ κατὰ ἀποτέμνει τά. *C.*
——— l. 31 ἔλασσον	——— l. 37 * *	ἔλασσον. *A. C.*
——— l. 33 ἐπίπεδον ἔχοντα	——— l. 38 ἐπιπέδων ἔστω	ἐπιδεικνύειν. *B.*
——— l. 34 ἀποδείξεις	——— l. 39 ἀποδεῖξαι	ἀποδείξεις. *A.*
——— l. 37 εὐθεῖα γραμμή	——— l. 40 εὐθεῖαι γραμμαί	εὐθεῖα γραμμή. *B. C. D.*
——— l. 42 ἐπεί	——— l. 43 * *	ἐπεί. *B. C. D*
——— l. 43 ἀπὸ καταταθεῖσαι	——— l. 44 * *	ἀποταθεῖσαι. *A.*
——— l. 44 αἰτήμα	——— – ib. αἰτήματι	αἰτήματα. *A. C. D.* αἴτημα. *B.*
— 220. l. 1 περιφερῇ.	——— l. 49 * *	περιφέρεια. *B. C. D.*
——— l. 6 περιλαφθέντες ὑπὸ τᾶς δια-μέτρου, τὸ μὲν ἐν τῷ τρίτῳ	— 83. l. 1 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
——— l. 7 ἐπιτίθεται	——— l. 2 ἐπιτίθεται	ἐπιτίθεσθαι. *C. D.*
——— l. 10 ἐξῆς ἀριθμούς	——— l. 3 * *	ἐξαριθμεῖ. *C.*
——— – ib. ἐπειδήπερ,	——— – ib. * *	deeſt. *C.*
——— l. 12 Τί δὲ ἐν τῷ πρώτῳ περι-φερῇ περιλαφθεὶς χρείαν	——— l. 4 * *	deſunt. *A. D.*
——— l. 13 τῷ	——— l. 5 τῷ	τῶν. *B.*
——— l. 14 ἐπί	——— – ib. * *	περί. *A.*
——— – ib. ἔλασσον	——— – ib. ἔλασσον	ἔλασσον. *B.*
——— l. 18 γεγραφθέντα	——— l. 7 * *	περιγεγραφθέντι. *A.*
——— l. 32 Τούτων	——— l. 14 τούτων	τούτων. *B. C. D.*
——— l. 35 χρείας	——— l. 16 * *	τὰς χρείας. *B.*
——— l. 38 ἀνίσας	——— l. 17 * *	ἴσας. *A. B.* (margine alt. manu ἀνίσας) *C. D.*
——— l. 51 ΓΔ	——— l. 24 ΑΓ	ΑΔ. *B. C. D.*
——— l. 52 χρείας	——— l. 25 * *	ἡ χρεία. *B. C. D.*
— 221. l. 10 ΒΔ	——— l. 38 * *	ΒΔ γράμματα. *D.*
——— l. 23 ΖΗ, ΗΘ	——— l. 40 * *	ΖΗ. *D.*
——— – ib. καθάπτεσθαι	——— – ib. * *	καθάπτεσθαι. *A.*
——— l. 26 συντεθεῖσαι	——— l. 41 * *	συντεθεῖσαι. *A. B. C. D.* ſed in *C.* τ. deletur.
——— l. 31 αὐτῷ ἑαυτῷ	——— l. 44 * *	αὐτὰ ἑαυτῷ. *C.*
——— l. 38 τᾷ ΑΒ	——— l. 48 τῶν ΑΒ	τῶν ΑΒ. *B.*
— 222. l. 9 δοθεισᾶν ἑτερᾶν	— 84. l. 11 * *	δύο δοθεισῶν ἑτέρων. *A.* δύο δοθεισῶν ἑτέρων ὧν. *D.*
——— l. 14 μείζων ἐστὶ τούτων	——— l. 13 * *	μείζων ἄρα. *A.*
——— l. 15 περιφερειᾶν.	——— – ib * *	περιφερείας. *A.* Inter tertiam et quartam propoſitiones, atramento rubro, ſcribuntur hæc verba, δέδεικται γὰρ ἐν τῷ α' διαγράμματι τοῦ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου. *A.* et in marg. *B. C.* et τῷ ante περὶ mutato in τοῦ. *D.*
——— l. 20 ὑπεροχά,	——— l. 16 ὑπεροχή	ἁ ὑπεροχά. *B. C. D.*
——— l. 23 ἴσας	——— l. 17 * *	ἐπιτεῖται. *B.* ἄν. *D.*
——— l. 26 μείζων	——— l. 19 * *	μείζων, *C.*
——— l. 34 ποτί	——— l. 24 ἐπὶ τί	ποτί. *A. D.*
——— l. 44 τῷ κέντρῳ	——— l. 27 * *	τῷ Κ κέντρῳ. *C. D.*
— 223. l. 3 ὧν ἁ ΒΘ ποτὶ τὰν ΘΗ. Ἡ ἄρα ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει	——— l. 32 * *	deſunt. *C.*
——— l. 14 τᾶς περιφερείας	——— l. 43 * *	τᾶς τε περιφερείας. *C. D.*
——— l. 26 δὲ καὶ ἀπό	——— l. 49 * *	δὲ ἀπό. *A. C. D.*
——— l. 30 ποτὶ τὰν ΓΑ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η, τοῦτον ἐχέτω ἁ ΚΓ	——— l. 51 * *	deſunt. *C.*
——— l. 32 ἐχέτω ἁ ΚΓ ποτὶ μείζονα τᾶς ΓΑ.	— 85. l. 1 * *	deſunt. *D.*
——— l. 33 Ἐχέτω καὶ τάν	——— – ib. ἐχέτω τάν	ἐγγεγραμμένα. *A.*
——— l. 40 ΒΚ	——— l. 5 * *	ΚΓ. *B. C. D.*
— 224. l. 5 ἔστω	——— l. 18 * *	ἔσται. *C.*
——— l. 16 κῶνος	——— l. 24 * *	κῶνος. *B. C. D.*
——— l. 28 ἀπὸ τᾶς	——— l. 40 * *	ἀπὸ τῆς τῶν. *C.*
——— l. 36 ἴσα	——— l. 50 * *	deeſt. *A. D.*
	——— – 86. l. in marg.	ἁ γὰρ ΚΓ πρὸς ΓΑ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς ΞΓ καὶ διὰ τοῦτο μείζων ἐστὶν ἡ ΞΓ τῆς ΓΑ. *B. C.*
——— l. 50 ἄλλαν	— 86. l. 3 ἀλλήλας	ποτ' ἄλλας. *A.* ἄλλας. *B. C.*
— 225. l. 2 ΞΙ, ΙΑ	——— l. 4 * *	ΞΙΑ. *C. D.*
——— l. 4 τᾶν	——— – ib. τῶν	τῶ. *A.*
——— – ib. ΚΙ, ΙΝ	——— – ib. ὁ ΚΙΝ	ΚΙΝ. *B. C. D.* in margine. *B.* ἴσον γὰρ τὸ μὲν ὑπὸ ΙΚ ΝΙ τῷ ὑπὸ ΞΙ ΙΑ ἐν κύκλῳ γὰρ δύο εὐθεῖαι τέμνουσιν ἀλλήλας τὸ δὲ ὑπὸ ΚΓ ΓΑ τῷ ὑπὸ ΚΞ ΙΑ τρίγωνον γάρ ἐστι τὸ ΙΚΑ. Καὶ παρὰ μίαν ἔστιν ἡ ΞΓ ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ΙΝ πρὸς ΚΞ ἡ ΙΑ πρὸς ΑΓ καὶ διὰ τοῦτο τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων et *C.* ΙΚΝΙ mutatis in ΘΚΝΜ et πρὸς inter ΙΑ et ΑΓ omiſſo.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 225. l. 9 ἐν ᾧ H	Pag. 86. l. 7 ἐν ᾧ	ἐν ᾧ H. *A.*
——— l. 14 λόγον.	——— l. 9 * *	deeſt. *B.*
——— l. 21 ἔχον.	——— l. 13 ἔχει	ἔχουσι. *A. B. C. D.*
——— l. 26 ΞΓ	——— l. 15 * *	ΞΓ. *D.*
——— l. 44 τῷ μὲν	——— l. 28 * *	τὸ μὲν. *B. C. D.*
——— l. 50 οὕτως	——— l. 35 * *	deeſt. *B. C. D.*
—226. l. 18 ἰσοῦνται	——— l. 44 * *	ἰσοῦται. *A.*
——— l. 20 Ἔστω	——— l. 45 * *	ἔστωσαν. *A.*
——— l. 32 τριπλάσια ἐστὶ τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τῶν A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ.	——— l. 51 * *	deſunt. *A. D.*
——— l. 38 δυσὶ	—87. l. 3 δυὸ	δυοῖν. *B.*
——— – ib. ὑπὸ	——— – ib. * *	ἀπὸ. *D.*
——— l. 39 περιεχομένας	——— – ib. περιεχομένων	περιεχόμεναι. *B.*
——— l. 40 ἴσα	——— l. 5 * *	deeſt. *D.*
——— l. 41 δυσὶ	——— l. 6 δυὸ	δυσί. *A. B. C. D.*
——— l. 42 περιεχομένοις.	——— – ib. περιεχομένων	περιεχόμενα. *A. B. C. D.*
——— – ib. ἀπὸ τῶν A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, καὶ τὰ	——— l. 7 * *	deſunt. *D.*
——— l. 44 O περιλαμβάνεται	——— l. 8 * *	OΠ ὑπολαμβάνεται. *C. D.*
——— l. 47 ἑκατέρῳ	——— l. 11 * *	ἑτέρῳ. *D.*
—227. l. 2 ἴσα τοῖς	——— l. 14 * *	ἴσα ἐστὶ τοῖς. *A. B. D.*
——— l. 4 ὑπὸ	——— l. 16 * *	ἀπὸ. *D.*
——— l. 5 ὑπὸ	——— – ib. * *	ἀπὸ. *D.*
——— – ib. ὑπό τε	——— l. 17 * *	ἀπό τε. *D.*
——— l. 9 καὶ τῆς	——— l. 19 * *	καί. *D.*
——— l. 10 τῆς Δ, διὰ τὸ τὴν	——— – ib. * *	repetuntur hæc verba. *D.*
——— l. 11 εἶμεν.	——— – ib. * *	εἶμεν τῆς Θ. *A. B. C. D.*
——— l. 21 ἴσως	——— l. 23 ἴσον	ἴσας. *A. C. D.*
——— – ib. τριπλασίῳ	——— – ib. * *	τετραπλασίω. *D.*
——— l. 33 B, Γ, Δ,	——— l. 29 * *	ABΓ. *A. C. D.*
——— – ib. ἴσας	——— – ib. * *	deeſt. *D.*
——— l. 34 B, Γ, Δ,	——— l. 30 * *	ABΓ. *A. C. D.*
——— l. 39 ὑπὸ	——— l. 32 * *	ὑπό τι. *B.*
—228. l. 1 τῆς μεγίστης	——— l. 40 ταῖς μεγίσταις	ταῖς μεγίσταις. *C.* τῆς μεγίστης. *D.*
——— l. 9 ἰσοῦνται,	——— l. 44 * *	ἰσοῦται. *A.*
——— l. 16 τῷ δὲ	——— l. 48 τῷ	τῷ δὲ. *C.*
——— l. 28 Ἔστω γὰρ	—88. l. 3 * *	ἔστωσαν. *A.* ἔστωσαν γὰρ. *B. C. D.*
——— – ib. ἑκατέρων	——— – ib. ἑκατέρω	ἑκατέρων. *A. B. C.*
——— l. 29 ἑξῆς κείμεναι	——— l. 4 * *	ἐξηρτημέναι. *D.*
——— l. 30 ὁ ϛ EZ	——— – ib. * *	deſunt. *D.*
——— l. 31 ὁ δὲ IK	——— – ib. * *	deſunt. *D.*
——— l. 32 τὴν ΓΔ	——— l. 5 * *	τὸ ΓΔ. *A. D.* τῷ ΓΔ. *C.*
—229. l. 4 λόγον	——— l. 18 * *	τὸν λόγον. *A. B. C. D.*
——— l. 6 τετραγώνου καὶ τὸ ἀπὸ	——— l. 20 * *	τετραγώνου· καὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ. *B. C. D.*
——— l. 9 καὶ τὰ ἀπὸ τῶν	——— l. 22 ἀπὸ τῶν	καὶ τὰ ἀπὸ τῶν. *A. B. C. D.*
——— l. 16 συναμφότερον	——— l. 27 * *	τὸ συναμφότερον. *A. B. C. D.*
——— l. 18 καθήχθω	——— l. 28 KA διήχθω	κατήχθω. *A.* καταδιήχθω. *D.*
——— l. 21 τετραγώνων	——— l. 29 * *	τῶν τετραγώνων. *A. B. C. D.*
——— l. 29 ἴσον	——— l. 33 * *	ἴσα. *C. D.*
——— l. 37 τῆς BΦ,	——— l. 37 * *	τῶν BΦ. *B. C. D.*
——— l. 44 ΓO	——— l. 40 * *	ΓΘ. *B. D.*
——— l. 50 ἀπὸ τῶν	——— l. 42 ἀπὸ τῶν	ἀπό. *A.*
—230. l. 3 τετράγωνα	——— l. 43 * *	τὰ τετράγωνα. *D.*
——— l. 18 ἀναγραφῶσι	—89. l. 1 ἀναγραφέντα	ἀναγραφέντι. *B.*
——— l. 20 εἴδη πάντα	——— l. 2 * *	εἰ δὲ ἅπαντα. *C. D.*
——— l. 21 τῷ ἴσῳ	——— – ib. ἴσω	τῷ ἴσω. *A.*
——— l. 32 ἐκτεταγμένας	——— l. 7 * *	ἐκτεταγμ. *A. C. D.*
——— l. 35 ἑαυτὸ	——— l. 9 * *	ἑαυτῷ. *B. C.*
——— l. 38 μόνα	——— l. 10 * *	μὲν. *D.*
——— l. 42 τῷ πρώτῳ	——— l. 12 τὰ πρῶτα τῷ	τὰ πρῶτα. *B. C. D.*
——— l. 45 διαιρέσεις,	——— l. 13 διαιρέσει	διαιρέσει. *B. C. D.*
—231. l. 9 γεγραμμένας	——— l. 22 * *	γεγραμμένα. *A.* ἐπ' αὐτῶν γεγραμμένα. *C.* ἐπ' αὐτῶν γεγραμμένα. *B.* ἐπ' αὐτῶν γεγραμμένα. *D.*
——— l. 11 ἑκατέρων,	——— l. 23 * *	ἑκατέρων. *C. D.*
——— l. 21 τῆς AB·	——— l. 27 τὴν AB	τῆς AB. *B.*
——— l. 50 περιέχουσι	——— l. 46 περιέχουσιν	περιέχουσι. *A.*
——— – ib. τῶν ἀλλήλας.	——— – ib. ὑπὸ τ' ἀλλήλας	τῶν ἀλλήλας. *A. C. D.*
—232. l. 1 διπλασίων	——— l. 47 διπλασίως	διπλασίων. *B. C. D.*
——— l. 3 διπλασίας.	——— l. 49 διπλασίως	διπλασίας· *B. C. D.*
——— l. 5 Θ, A	——— l. 51 * *	Θ A. *B. C. D.*
——— l. 6 τι	——— – ib. * *	deeſt. *C.*
——— – ib. ΓH	——— – ib. * *	ΓΘH. *A. B. C.*
——— l. 8 EZ	—90. l. 1 * *	EH margine manu eâdem. EZ. *B.*
——— l. 17 τῶν	——— l. 6 * *	τῶν B. *B.*
——— l. 22 περιεχόμενον	——— l. 9 περιεχόμενα	περιέχεται τῶν. *A.*
——— l. 33 φερόμενον	——— l. 16 * *	περιφερόμενον. *C.*
——— l. 45 Λέγω ὅτι	——— l. 25 * *	εἰ δὲ κατά. *A. C. D.* εἰ δὲ καί. margine alterâ manu. ὅτι *B.*
——— l. 46 περιεχέσθωσαν	——— – ib. περιεχέσθωσαν	περιεχέσθωσαν. *C.* περιέχεται τι. *D.*
—233. l. 1 μεθ' ἕκας	——— l. 27 * *	καθ' ἕκας. *A.*
——— l. 5 περιεχέτωσαν	——— l. 28 περιεχέσθω	περιεχέτωσαν. *B.* περιεχέσθωσαν. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Pariſien.
Pag. 233. l. 11 περὶ ΘΚΗ μεθ' ὅλης τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.	Pag. 90. l. 31 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 22 αὐτῷ	—— l. 41 * *	ἑαυτῷ. *B. C. D.*
—— l. 27 διηχθήσεται,	—— l. 45 * *	διάγεται cum parvo hiatu. *C.*
—— l. 28 ποιήσουσι	—— l. 46 * *	ποιοῦσιν. *A. D.*
—— l. 30 αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι	—— ib. εἰρημέναι	αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι. *A. C. D.* αἱ εἰρημέναι. *B.*
—— l. 35 ἡ ἐπὶ ἐλάσσων	—— l. 49 ἡ ἐλάσσων	ἐν ἐλάσσονι. *A. D.* ἐπὶ ἐλάσσων. *B.* ἐν ἐλάσσονι. *C.*
—— 234. l. 7 τὰν	—— 91. l. 10 τὰ	τὰν. *B. C.*
—— l. 8 ἐν τοῖς	—— l. 11 ἐντὸς	ἐν τῷ. *A.*
—— l. 12 τὰς μὲν ἐν τοῖς προηγουμένοις μείζονας	—— l. 14 * *	τὰς μὲν ἐν τοῖς προηγουμένοις μείζονα. *B.*
—— l. 13 τὰς δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐλάσσονας	—— l. 16 * *	τὰς δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐλάσσονα. *B.*
—— l. 21 ἐν Ἔστω γὰρ, εἰ	—— l. 20 ἐν ἔστω γὰρ	ὅτως ἔστω γὰρ εἰ. *A. C.* ὅτως ἔστω γὰρ. *D.*
—— l. 37 Ὃν δὲ ἁ ΣΗΚΘ περιφέρεια περὶ τὰν ΗΚΘ περιφέρειαν,	—— l. 32 * *	desunt. *C.*
	—— l. 33 in marg.	ἐν τῷ ιδ. *B.* ἐν τῷ ιδ'. *C.*
—— l. 44 δὲ	—— l. 36 * *	deest. *C. D.*
—— l. 46 συμβήσεται.	—— l. 37 * *	συμβήσεται. *B.*
—— 235. l. 18 περιφέρεια	—— l. 48 περιφέρειαι	περιφέρεια. *A. B. C. D.*
—— l. 22 ΔΝΤΡ κύκλου περιφέρειαι	—— l. 49 ΔΗΤΡ κύκλου περιφέρειαι	ΔΗΤΡ κύκλου περιφέρειαι. *B.* ΔΗΤΡ κύκλου περιφέρειαι. *C. D.*
—— l. 42 Ὁμοίως δὲ διαχθήσεται, καὶ αἷς ταῖς ἐν ἑτέροις γεγραμμέναις ἴσαις ἐπιψαύειν	—— 92. l. 13 * *	alterâ manu in marg. *A.* ἐνταῦθα ὁ ΑΒΓΔΘ. *B.* ὁ ΑΒΓΔΘ. *C.*
—— 236. l. 5 ὁ ΑΒΓΔ'	—— l. 25 * *	ὁ ΑΒΓ. *D.*
—— l. 30 παραλλήλων	—— l. 41 παραλλήλων	παραλλήλου. *B. C. D.*
—— ib. τὰν	—— ib. τὰν τὰν	τῶν. *D.*
—— l. 48 ἅμα	—— 93. l. 3 * *	deest. *C. D.*
—— l. 52 ἡ ΘΗΚ.	—— l. 5 * *	desunt. *C.*
—— 237. l. 50 ἀρχῆς	—— l. 45 * *	ἀρχῆς καί. *A. C. D.*
—— 238. l. 16 γεγραμμένα	—— l. 51 * *	γραμμαί. *B.*
—— l. 17 λόγον	—— 94. l. 1 * *	deest. *A.*
—— l. 26 ἔχον	—— l. 7 ἔχει	ἔχων. *B.*
—— l. 39 διπλασίων τοῦ ΤΜΝ	—— l. 15 διπλασίων τοῦ Μ	διπλασίων τοῦ ΜΝ. *A.* M. *D.*
—— 239. l. 5 ἐπιψαύει	—— l. 37 ἐπιψαύειν	ἐπιψαύει. *B. C. D.*
—— l. 10 αὐτῷ	—— l. 39 * *	deest. *A.*
—— l. 18 τῷ	—— l. 43 * *	deest. *D.*
—— l. 24 προηγούμενα	—— l. 46 προηγουμένου	προηγούμενα. *A.*
—— l. 25 τὰν περιφερείας ἀπὸ τοῦ σαμείου τοῦ ἐν τῷ ἀρχῷ	—— l. 47 * *	desunt. *C.*
—— l. 29 ΔΕΖ	—— l. 48 * *	ΑΕΖ. *A.*
—— l. 34 ἐφθὰν	—— l. 50 * *	ἐφθαν. *A. D.*
—— l. 37 Ἔστω εἰ δυνατὸν, πρότερον μείζων. Ἀπολελάφθω δέ τις ἁ ΛΑ τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων,	—— 95. l. 1 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 44 ἐστιν ἀπὸ τοῦ Α παραλλήλων	—— l. 8 ἐστὶν ἀπὸ τοῦ Α παραλλήλων	ἀπὸ τοῦ Α παραλλήλων. *D.*
—— l. 49 ΛΑ.	—— l. 15 * *	desunt. *D.*
—— 240. l. 1 ἐπὶ	—— l. 18 * *	deest. *D.*
—— l. 4 ἢ ἁ ΔΡ	—— l. 21 καὶ ἁ ΔΡ	ἢ ἁ ΔΡ. *C.*
—— l. 10 Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΚΜΡ πρὸς τὰν ΚΜΔ περιφέρειαν,	—— l. 25 * *	desunt. *C.*
—— l. 11 ΚΜΡ	—— ib. ΚΜΝ	ΚΜΡ. *B. D.*
—— l. 17 ἐπὶ	—— l. 26 * *	deest. *A. D.*
—— l. 26 τᾶς	—— l. 30 * *	deest. *B.*
—— l. 27 ἀπὸ	—— ib. * *	καί. *A. B. C. D.*
—— l. 31 περιφερῆ	—— l. 32 * *	περιφερείας. *B. C. D.*
—— l. 32 [illegible]	—— l. 33 * *	[illegible] *A.*
—— 241. l. 2 ὁ τομεὺς	—— l. 43 * *	τοῦτο μὲν ὡς. *C.*
—— l. 3 τοῦ τομέως	—— l. 44 * *	τοῦτο μὲν ὡς. *C.*
—— l. 4 Καὶ ἔστω γεγραμμένος ὁ τομεὺς ὁ ΛΘΚ ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος	—— ib. * *	desunt. *A. D.*
—— l. 5 Διαιρεθήσεται δὴ ἐν	—— l. 45 διαιρεθήσεται δὲ ἐν	διαιρεθήσεται δὲ ἐν. *B.*
—— l. 9 ἀχθῶντι.	—— l. 47 ἀχθῶσι	ἄχθωσαν. *B.*
	—— l. 49 καὶ συμπεσοῦνται τῷ	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 14 ἐφ' ἂν	—— ib. ἔσται καὶ	corr. in marg. manu ead. ἐφ' ἂν. *B.*
—— ib. τᾶ ΘΛ κατὰ τὸ Ο, ἁ ΟΜ,	—— l. 50 τῷ ΘΑ κατὰ τὸ ΟΑ ΟΜ	τῷ ΘΗ κατά τε Ο ἁ ΟΜ. *C.* τᾶ ΘΛ κατά τε Ο ἁ ΟΜ. *D.*
—— l. 19 ΘΝ	—— l. 51 * *	ΘΚΗ. *C.*
—— l. 20 ἐφ' ἂν ΘΚ	—— 96. l. 1 ἔσται καὶ	καί. *A. D.* ἐφ' ἂν. *B.*
—— l. 21 τῷ κύκλῳ	—— ib. * *	τοῦ κύκλου τοῦ ΘΚ.
—— l. 29 ἐφ' ἂν	—— l. 4 * *	ἐφ' ἂν. *B. C.*
—— l. 45 ἐλάσσων	—— l. 21 * *	ἐλάσσων. *B.*
—— l. 47 μείζων	—— l. 22 * *	μείζων. *B. C. D.*
—— l. 52 ἐλάσσων	—— l. 25 ἐλάσσων εἶμεν	ἐλάσσονι. *B.*
—— 242. l. 4 ὑπὸ	—— l. 28 ὑπὸ	ὑπέρ. *B.*
—— l. 15 ἁ δὲ ΕΑ ἁ δευτέρα εὐθεῖα τᾶν ἐν τῷ ἀρχῷ τᾶς περιφερείας.	—— l. 42 * *	desunt. *D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 242. l. 20 ΑΗ, ΖΙ	Pag. 96. l. 46 ΓΗΖΙ	ΑΓΗΖΙ. *A. C. D.*
—— l. 31 τῷ	—— 97. l. 1 τὰ	τῷ *D.*
—— l. 35 Μείζων γὰρ ἐστω τὸ ὑπεροχῇ ᾗ ὑπερέχει ἡ ΘΚΑ.	—— l. 3 μείζων γὰρ ἐστω τὸ ὑπεροχῇ ᾗ ὑπερέχει ἡ ΘΚΑ	deſunt. *D.*
—— l. 39 καὶ πάλιν τὸ ληφθὲν χωρίον μεῖζον εἶναι τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου	—— l. 5 * * σχήματος παντὸς omiſſo	deſunt. *C.*
—— l. 40 σχήματος παντὸς	—— l. 6 deſunt.	σχήματος ἐλάσσονι παντὸς. *A. B. D.*
—— l. 47 ὡς τὸ τὸ	—— l. 9 * *	ἔστω τὸ. *C.* ἔστω δὲ. *D.*
—— l. 48 εἶμεν	—— l. 10 * *	εἶναι. *C.*
—— – ib. ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου	—— – ib. * *	deſunt. *C.*
—— 243. l. 3 τὴν ἀρχὴν τῆς ἐλάσσονος,	—— l. 14 * *	deſunt. *D.*
—— l. 4 τῶν ἀπὸ τοῦ στρεπτοῦ τῆς ἐλάσσονος	—— – ib. * * πρώτου mut. in τετάρτου	deſunt. *C.* τῶν ἀπὸ τοῦ πρώτου τῆς ἐλάσσονος. *D.*
—— l. 8 μεῖζον	—— l. 16 μεῖζον	μεῖζον. *A. D.*
—— l. 18 ΞΘΑΖ δίχα τμημάτων,	—— l. 19 ΘΑ δίχα τμημάτων	ΘΑΖ δίχα τετμημένων. *A. B.* ΘΑΖ δίχα διατετμημένων. *C.* ΘΑΖ δίχα τετμημένων. *D.*
—— l. 22 ΘΑΚ	—— l. 20 * *	ΘΑΚ τῶ. *B. C. D.*
—— l. 28 τὸ Θ·	—— l. 24 τὰ Θ	τῶ Θ. *B.*
—— – ib. ἕκαστα	—— l. 25 ἕκαστα	ἑκάτερα. *B.*
—— l. 33 Καὶ τὸ περιγεγραμμένον	—— l. 31 * *	deſunt. *D.*
—— l. 36 ἔστω,	—— l. 34 * *	deeſt. *D.*
—— l. 38 ὡς	—— l. 36 * *	ὅτι. *B. C. D.*
—— l. 47 ΑΒΓΔΕΘ,	—— l. 41 ΑΒΓΔΘ	ΑΒΓΔΕΘ. *A. B. C. D.*
—— 244. l. 2 ἡ κύκλῳ.	—— l. 43 ἴσω κύκλω	τ κύκλῳ. *A. B.* ζ. *C.* ἡ. *D.*
—— l. 5 ἐλάσσονι,	—— l. 44 ἐλάσσων	ἐλάσσων. *A. B. C. D.*
—— l. 9 ς	—— l. 47 ἴσως	ς. *A. B.* ζ. *C.* τ. *D.*
—— l. 12 ἐλάχιστα δὲ ἡ ΘΕΟ. Δῆλον οὖν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα	—— l. 48 * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 13 ὅν	—— – ib. * *	ὡς ὅτι. *B.*
—— l. 15 κύκλῳ.	—— l. 49 * *	ε κύκλῳ. *A. B. C.*
—— l. 18 ἐς τ' ἂν	—— – ib. * *	ἐς' ἂν. *B.* ἐς τὰν. *C. D.*
—— l. 25 ἐλαχίστα	—— l. 51 * *	ἡ ἐλαχίστα. *A.*
—— l. 28 ταύτας,	—— 98. l. 2 * *	ταύταν. *C.*
—— l. 35 αἱ τομαὶ	—— l. 12 * *	αἱ μὲν τομαὶ. *B. C. D.*
—— l. 49 ὡς τε	—— l. 28 * *	ὡς. *A. D.*
—— l. 50 ᾗ	—— l. 30 * *	ἡ. *D.*
—— 245. l. 2 ἐλάσσονι	—— l. 35 * *	ἐλάχιστον. *B.*
—— – ib. ὡς,	—— – ib. * *	ὡς ὅτι. *B.*
—— l. 5 ἐς τ' ἂν	—— l. 38 * *	ἐς' ἂν. *C.*
—— l. 11 περιεσπάσθω, ὧν ἐστι μεγίστη μὲν ἡ ΘΑ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΘΕ, καὶ ἔστω ἡ ἐλαχίστη ἴση τῇ ὑπεροχῇ. Ἐστὶ δὴ καὶ ἄλλως τοῖς γράμμασι ἀπὸ τοῦ Θ περὶ τὰς τοῦ κύκλου περιφερείας περιεσπάσθωσαν τῷ μὲν	—— l. 42 περιεσπάσθωσαν τῷ μὲν	ut in Edit. Oxon. τοῖς omiſſo et ΑΖΗΙ addito ante κύκλῳ. *A. B. C. D.*
—— l. 20 ἀναγεγράφθωσαν	—— l. 43 * *	ἀναγεγράφαται. *B.*
—— l. 47 τοῦ β' κύκλου.	—— 99. l. 6 * *	deſunt. *D.*
—— 246. l. 1 Ἔστω δὴ, ἐφ' ἧς ἡ ΑΒΓΔΕ, ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφερείᾳ γεγραμμένα·	—— – ib. deſunt.	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 6 ἔστω,	—— l. 9 * *	ἔστωσαν. *B.*
—— l. 19 αὐτοῦ περὶ τὰς ἐν τῷ κέντρῳ	—— l. 28 * *	deſunt. *D.*
—— l. 30 γεγράφθω	—— l. 33 * *	περιγράφθω. *A. B. C. D.*
—— l. 33 ᾗ ὑπερέχει	—— l. 34 * *	ὥστε ἔχει. *D.*
—— l. 36 ΘΟΛ.	—— l. 36 * *	ΘΟΔ. *B. C. D.*
—— l. 38 ποιοῦσι	—— l. 37 * *	ποιοῦνται. *D.*
—— – ib. ἐς τ' ἂν	—— – ib. ἐς τὰν	ἐς' ἂν. *D.*
—— l. 41 περιεσπάσθωσαν,	—— l. 39 περιεσπάσθωσαν	περιεσπάσθωσαν. *A.* περιεσπάσθωσαν. *B.*
—— l. 45 μιᾷ ἐλάσσονας ἑαυτᾶς,	—— l. 40 μιᾷ ἐλάσσονας ἑαυτᾶς	μιᾷ ἐλάσσονας ἑαυτῶν. *A. D.* μιᾷ ἐλάσσονας ἑαυτᾶν. *B.*
—— l. 47 ἀπὸ τᾶν ἴσων τᾷ μεγίστᾳ, καὶ ἀπὸ τᾶν τᾷ ἴσᾳ ἀλλάλαις	—— l. 41 * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 48 ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τᾶν ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας. Αἱ ἄρα τομαὶ αἱ ἀπὸ τᾶν ἴσων τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τὰς τομὰς τὰς ἀπὸ τᾶν τᾷ ἴσᾳ ἀλλάλαις ὑπερεχουσᾶν. χωρὶς	—— l. 42 ὑπερεχουσᾶν χωρὶς	ὑπερεχουσᾶν· ἀπὸ δὲ τᾶς ἐλαχίστας ἐν ἀναγράφεται· αἱ ἄρα τομαὶ αἱ ἀπὸ τᾶν ἴσων τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τὰς τομὰς τὰς ἀπὸ τᾶν τᾷ ἴσᾳ ἀλλάλαις ὑπερεχουσᾶν χωρὶς. *A. B. C. D.*
—— 247. l. 4 τὰς μὲν τομὰς	—— l. 44 τὰς μὲν τομὰς	deſunt. *D.*
—— l. 5 ἀλλάλαις	—— l. 45 ἀλλάλας	ἀλλάλαις. *A.*
—— l. 6 ΑΖΗΙ	—— – ib. ΑΖΗ	ΑΖΗΙ. *B.*
—— l. 15 ΑΖΗΙ	—— l. 50 ΑΖΗ	ΑΖΗΙ. *B. C. D.*
—— l. 45 ἐς τ' ἂν	—— 100. l. 23 ἐς τὰν	ἐς' ἂν. *C.* ἐς' τὰν. *D.*
—— l. 51 μιᾷ	—— l. 29 μία	μίαν. *D.*
—— – ib. ἑαυτᾶς,	—— l. 30 αὐτοῦ	ταύτας. *C. D.*
—— 248. l. 8 τρίτου μέρος τοῦ	—— l. 34 τρίτου τοῦ	τρίτου μέρος. *B.* τρίτου. *C.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 248. l. 9 τοῦ μὲν	Pag. 100. l. 34 τὸ μὲν τοῦ	τοῦ μὲν. *A. B. C. D.*
—— l. 12 εἶν	—— l. 36 * *	deeſt. *C.*
—— – ib. ΑΖΗΙ	—— – ib. ΑΖΗ	ΑΖΗΙ. *C. D.*
—— l. 15 μέρος	—— l. 37 * *	deeſt. *A.*
—— l. 20 ΑΕ εὐθείας.	—— l. 40 εὐθείας	ΑΕ εὐθείας. *A.*
—— l. 29 κατὰ τῷ μὲν ἐπὶ	—— l. 45 κατὰ τοῦ μὲν	κατὰ μὲν ἐπὶ. *D.* κατὰ μὲν ἐπὶ. *C.* κατα-μονοῖ. *D.*
—— l. 33 τὰς ἐν τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου τῶν εἰρημένων αὐτοῖ	—— l. 46 deſunt	ut in Edit. Oxon. *A. C. D.* et τὰς mutato in τῶν. *B.*
—— l. 50 τὰν ἀπὸ	—— 101. l. 4 τῶν ἀπὸ	τᾶς ἀπὸ. *A.* τὰν ὑπὸ. *D.*
—— l. 53 ἴσα τὰ Α, Ε.	—— l. 6 * *	deſunt. *D.*
—— 249. l. 7 ἐν	—— l. 14 * *	ἐν ἔχει. *A. B. C. D.*
—— l. 8 ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς	—— l. 16 * *	deſunt. *D.*
—— l. 13 τὸ κέντρον	—— l. 21 * *	τοῦ κέντρου. *B. C. D.*
—— l. 14 τὸ Θ.	—— l. 22 τοῦ Θ	τοῦ Θ. *B. C. D.*
—— l. 36 ἐλάσσων	—— l. 33 * *	ἐλάσσων. *A. B. C. D.*
—— l. 43 ἐλάσσονος ταύτας, τῷ δὲ	—— l. 36 ἐλάσσων ταύτας τῷ	ἐλάσσων ταύτας τῷ δὲ. *A. C. D.* ἐλάσσονος ταύτας τῷ δὲ. *B.*
—— l. 44 ἀπὸ τοῦ Θ	—— l. 37 ἀπὸ τῷ	ἀπὸ τῷ Θ. *A. B. C. D.*
—— 250. l. 25 ἐλάσσων,	—— 102. l. 3 * *	ἐλάσσων. *A.*
—— l. 26 Χ	—— l. 4 ΧΞ	ΧΞ. *C. D.*
—— l. 28 μὲν	—— l. 5 * *	εἶμεν. *C.*
—— l. 29 ἐγγεγραμμένον	—— l. 6 γεγραμμένον	ἐγγεγραμμένου. *B. D.*
—— l. 45 τᾶς	—— l. 18 * *	deeſt. *B. C. D.*
—— l. 46 τὰς μεγίστας τὰν τῷ ἴσῳ	—— l. 19 τὰς μεγίστας τῷ ἴσῳ	τὰς μεγίστας τῷ ἴσῳ. corr. alt manu τᾶς μεγίστας τᾶν ἴσων. *B.*
—— l. 49 τᾶν ἴσων	—— l. 23 * *	τᾶν τῷ ἴσω. *B.*
—— 251. l. 1 Ὡς τι	—— l. 24 * *	ἔτι. *A. D.*
—— l. 5 Οὐκ ἄρα ἐστὶν	—— l. 26 οὐκ ἐστὶν	ἐκ ἄρα ἐστὶν. *C. D.*
—— l. 10 δ'	—— l. 29 * *	deeſt. *D.*
—— l. 22 ς	—— l. 36 * *	deeſt. *D.*
—— l. 35 Κ γ'	—— l. 48 * *	Κ καὶ. *A.*
—— – ib. ᾧ δὲ δεδείκνυται	—— l. 49 ὡ δὲ δεδείκνυται	ὡς δὲ δείκνυται. *A. D.*
—— l. 36 Ἐπεὶ δὲ	—— l. 50 ἐπεὶ δὲ	ἐπεὶ. *A. B. C. D.*

51 In marg. MS. hæc nota eſt ὅτι ς ὁ Β ἕλιξ πρὸς τὸ Β κύκλον λόγον ἔχει ὃν Ζ πρὸς ΙΒ ὡς ἀνωτέρω δέδεικται οὐχ οὕτως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἀριθμῶν ἐπιτήδειον· ὅπως καὶ τὰ ἑξῆς ἐπιπαρακολουθῆται γίνεται· ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ὁ Β ἕλιξ πρὸς τὸν Β κύκλον λόγον ἔχοντα ὃν συναμφότερα τότε ὑπὸ τῶν ΒΘ ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΒ πρὸς τὸ τετράγωνον τᾶς ΑΒ, ὑποκείσθω ἡμῖν ἁ ΑΘ μονάδων οὖσα ΙΓ Β· ἔδοξεν τὰν ΒΘ γίνεσθαι Μ ΑΒΓ· ἔστιν δὲ τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ Μ ΦΙΒ· τὸ δὲ τρίτον τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΑ μονάδων ΠΞΓ ἡμῖν γίνεται Μ ΦϚΖΓ τὸ δὲ ἀπὸ ΒΘ Μ ΑΚΔ ὡς ἔχει τὰ ΦϚΖΓ πρὸς ΑΚΔ λόγον ὃν ἑπτὰ πρὸς ΙΒ :. *B.*

Inter paginas 230 et 231 Codicis 2361 inſeritur folium, tres notas continens, quas proxime ſubjungimus. Ὅτι ς ὁ ἕλιξ τοῦ τοῦ κύκλου ἔχει ὃν Ζ ποτὶ ΙΒ ὡς ἀνωτέρω δέδεικται· οὐχ οὕτως δὲ ὡς ἐν ἐξαριθμοῖς ἐπιτήδειον, ὅπως καὶ τὰ ἑξῆς ἐπιπαρακολουθῆ τὰ γίνεται· ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ὁ ἕλιξ ποτὶ τὸν κύκλον λόγον ἔχοντα, ὃν συναμφότερα τότε ὑπὸ τῶν ΒΘ ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΒ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΒ· ὑποκείσθω ἡμῖν ἁ ΑΘ μονάδων ἔστω ΙΓ Β· ἔδοξεν, τὰν ΒΘ γίνεσθαι Μ ΑΒ· γίνεται ἐν τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ Μ ΦΙΒ τὸ δὲ τρίτον τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΑ Μ ΠΞΓ ὁμοῦ γίνεται Μ ΦϚΖΓ· τὸ δὲ ἀπὸ ΒΘ Μ ΑΚΔ καὶ ἔχει τὰ ΦϚΖΓ ποτὶ ΑΚΔ λόγον ὃν ἑπτὰ ποτὶ ΙΒ. Secunda ſine referentia, τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου Μ ΑΚΔ· τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου Μ ΣΝΓ ὡς ἔχει ποτὶ ἄλλαλα λόγον ὃν ΙΒ ποτὶ Γ τὰ δευτέρα δὲ φανερά· ποιεῖ γὰρ ἐν τῷ δ' ἴσα ὡς δειχθῆ. tertia cum referentia ad p. 103. l. 6. Ed. Baſ. Δῆλον ὅτι ἐνταῦθα περὶ ὑπεροχῆς καὶ δι' ἴσου τὸ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ ποτὶ τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΑ, λόγον ἔχει ὃν τὰ ΚΛΜ χωρία ποτὶ τὰ ΚΛ· ταῦτα δὲ φησὶ τὸ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ ποτὶ τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΑ λόγον ἔχει ὃν ΙΘ ποτὶ Ζ· τὸ Γ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ Μ ἐστὶ ΑΦΑΓ· τὸ δὲ Γ τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΓ Μ ΠΞΓ ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΣΗΓ ΑΤΚΑΓ ἐστὶ δὲ τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΑ ΦϚΖΓ· ἅπερ ποτὶ ἄλλαλα λόγον ἔχει, ὃν Θ ποτὶ ΖΙ. *C.*

—— l. 39 ἐστι	—— 103. l. 1 * *	ἔτι. *D.*
—— l. 41 ἔστιν ἄρα	—— l. 2 ἔστιν ἄρα	καὶ ἄρα. *A.*
—— – ib. τοῦ Α.	—— – ib. * *	τῶ Α. *B. C. D.* In marg. ſed ſine ulla referentiâ, eſt nota, quæ ν' mutato in Π' et κ' in Λ', ſecunda eſt ſupra, exhibita. *B.*
—— l. 46 ΓΘ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς	—— l. 5 * *	deſunt. *D.*
—— 252. l. 1 ΒΘ, ΘΑ,	—— l. 6 * *	In marg. nota eſt quæ ſequitur, et quæ pauculis mutatis eſt tertia 2361 ſupra ſcripta. Δῆλον ὅτι ἐνταῦθα περὶ ὑπεροχῆς καὶ δι' ἴσου τὸ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τοῦ Γ μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΑ λόγον ἔχει ὃν τὰ ΚΛΜ χωρία πρὸς τὰ ΚΛ. Ταῦτα δὲ φησὶ τὸ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μετὰ τοῦ Γ μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΑ λόγον ἔχει ὃν ΙΘ πρὸς Ζ· τὸ Γ τὸ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μονάδων ἐστὶ ΑΦΑΓ· τὸ δὲ Γ τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΓ Μ ΠΞΓ ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΗΓ ΑΧΚΑΓ ἐστὶ δὲ τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τοῦ Γ μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΑ ΦϚΖΓ ἅπερ πρὸς ἄλλαλα λόγον ἔχει ὃν Θ πρὸς ΖΙ. *B.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 252. l. 6 λόγον	Pag. 103. l. 7 * *	τὸν λόγον. *A.*
— l. 11 ὡς ἐπὶ	— l. 9 * *	ἐπὶ ᾗ. *D.*
— l. 22 ΚΑΜΝ	— l. 15 * *	κύκλου. *D.*
— ib. τοῦτον ἔχει	— ib. * *	deſunt. *D.*
— l. 24 ΘΔ, ΘΓ,	— l. 16 * *	ΘΔ. *D.*
— l. 28 ΔΘ, ΘΓ,	— l. 18 * *	ΘΕ ΘΔ. *A.* ΑΘ ΘΓ. *D.*
— ib. καὶ τὸ τρίτον μέρος	— ib. * *	ᾗ τε τρίτον μέρος τῷ ἀπὸ τᾶς ΕΔ, [illegible] τᾶν ΑΘ ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος, &c. et a [illegible] hujus variationis ad ΕΔ Edit. Baſ. lin. 20. repetuntur hæc verba. *A.*
— l. 29 [illegible] τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΚΑΜΝ λόγον ἔχει, ὃν ἁ ὑπεροχά, [illegible] ΕΘ, ΘΔ μετὰ τοῦ τρίτου μέρεος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΔ, ᾗ τοῦ ὑπὸ ΔΘ, ΘΓ, μετὰ τοῦ τρίτου μέρεος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ [illegible] τὸ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ.	— ib. [illegible] τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΚΑΜΝ λόγον ἔχει ὃν ἁ ὑπεροχὰ [illegible] ΕΘ ΘΔ μετὰ τοῦ τρίτου μέρεος τῷ ἀπὸ τᾶς ΕΔ, πρός τε τὸ ὑπὸ τᾶν ΔΘ ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τῷ ἀπὸ τᾶς ΔΓ.	[illegible] τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΚΑΜΝ λόγον ἔχει [illegible] ΕΘ ΘΔ μετὰ τῷ τρίτῳ μέρει τῷ ἀπὸ τᾶς ΕΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΘ ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τῷ ἀπὸ τᾶς ΔΓ, [illegible] τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΚΑΜΝ λόγον ἔχει [illegible] ΕΘ ΘΔ [illegible] τῷ τρίτῳ μέρει τῷ ἀπὸ τᾶς ΕΔ πρός τε τὸ ὑπὸ τᾶν ΔΘ ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τῷ ἀπὸ τᾶς ΔΓ. *D.*
— l. 38 ἐν τῷ	— l. 22 * *	ἐν τε τῷ. *B.* ἐν τε. *C. D.*
— 253. l. 2 ποτὶ τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΘ,	— l. 25 * *	ποτὶ τὸ ΘΓ [illegible] ΘΒ. *C.* In marg. [illegible] *B.*
— l. 12 τὸ ὑπὸ τᾶν	— l. 30 τὰ ὑπὸ τὰ	τὰ ὑπὸ τᾶν. *A.* D. τὸ ὑπὸ τᾶν. *B.*
— l. 14 ἐπὶ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὸ	— l. 31 * *	repetuntur hæc verba. *A.*
— l. 22 τὰν ΑΘ.	— l. 36 τὸν ΑΘ	τὰν ΑΘ. *B.*
— l. 28 εὐθεῖαι	— l. 39 * *	αἱ εὐθεῖαι. *A.*
— l. 29 διαγράμματι	— l. 40 διαγράμματι	διαγράμματι. *C.*
— l. 34 ἔξω τὸν	— l. 42 * *	ἐξῶν. *B.*
— l. 40 ἑλικος	— l. 45 * *	τᾶς ἕλικος. *A. D.*
— ib. ποτὶ τᾶν ἐν τῷ κέντρῳ τᾶς ἕλικος κύκλον,	— l. 46 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
— 254. l. 1 ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι	— l. 48 ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι	ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι. *C.* ἐπιζευχθῶσι. *D.*
— l. 10 ΗΘ, ΑΘ,	— 104. l. 1 * *	ΗΘ. *D.*
— l. 18 ΝΠ	— l. 7 ΝΠΞ	ΝΠ. *D.*
— ib. ΝΠΞ	— ib. ΝΞ	ΝΗΞ. *D.*
— l. 27 ΘΗ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς	— l. 12 * *	deſunt. *D.*
— l. 28 τομέα	— l. 14 * *	deeſt. *A. C. D.*
— l. 31 χωρίον	— l. 17 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
— ib. συναμφότερα,	— l. 18 * *	συναμφότερα. *B.*
— l. 33 ποτὶ	— l. 20 * *	deeſt. *A. C. D.*
— l. 40 συναμφότερα,	— l. 23 * *	τὰ συναμφότερα. *A. B. C. D.*
— l. 44 χωρίον	— l. 25 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
— 255. l. 2 ΘΑ, ΗΑ	— l. 29 * *	ΘΗΑ. *B. C. D.*
— l. 4 ᾗ δύο τριταμόρια τᾶς ΗΑ, ποτὶ συναμφοτέρας, τὰν ΘΑ,	— l. 30 * *	repetuntur hæc verba. *A.* et *D.* ΘΑ mutato in ΘΗ.
— l. 6 ποτὶ τὸ Ν χωρίον	— l. 31 * *	deſunt. *D.*

In hac Propoſitione plurimæ ſunt variationes ejuſdem generis, tranſpoſitione literarum factæ, quæ in ſchemate ad finem hujuſce collationis, De Helicibus, deſcripto repreſentantur.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
— l. 11 σαφηνιζῶ		σαφεῖ ἰδεῖν. *A.*
— ib. ὑπογεγράφθωσαν		ὑπογεγράφθωσαν. *B.*
— l. 12 εἶναι ᾗ συνθέντι		εἶναι καὶ συνθέντι. *A. D.* [illegible] συνθέντι. *B.*
— ib. ἀπὸ		ὑπὸ. *D.*
— ib. ὑπερέχοντα		ὑπερεχόντων. *B.*
— l. 14 ἀπὸ τᾶς Β		ὑπὸ τᾶς Β. *B.*
— l. 15 ταῖς τετραγώνων πασῶν		ταῖς τετραγώνων πασῶν. *B. C.*
— ib. αὐτὸ Θ		αὐτόθεν. *C.* αὐτῷ Θ. *D.*
— l. 16 γραμμαῖς		γραμμαῖς. *D.*
— l. 17 τὰ ἑξῆς		τὸ ἑξῆς. *B.*
— ib. ἀναγεγραμμένοις		ἀναγεγραφαντι ἴσα. *A. B. C. D.*
— l. 19 γίνεται		γάρ. *A. D.* γάρ ἐστι. *B.*
— ib. ΚΗ		ΚΞ. *D.*
— ib. ἴσον εἶναι τῷ Ι		ἴσον εἶναι τὸν Ι. *B. C.*
— ib. τᾶς Θ γάρ		τῷ Θ γάρ. *B.* τᾶς Θ γίνεται. *C.*
— l. 20 ΓΧΜΝ		ΤΧ ΜΗ. *A.* γίνεται ΜΗ. *B. C.* ΓΧ. *D.*
— ib. ΔΓΧΞ		ΔΤ ΧΞ. *A.* Δ [illegible] *B. C. D.* [illegible] ſemper γίνεται in *B. C. D.*
— ib. ὡς ὅ τε		ὅτι ὁ. *A. B. C. D.*
— l. 21 Θ τῷ δὲ γράμματα		ἐν τῷ διαγράμματι. *B. C.*
— ib. ΣΜΝ πάντα		ΣΜΗ πάντα. *A.* σύμπαντα. *B. C.* ΣΜΗ πάντα. *D.*
— l. 22 τᾶς Θ		τᾶς ἴσας Θ. *C.*
— ib. ἐσσεῖται ἴσα τῷ περιεχομένῳ		ἐσσεῖται ἴσα τῷ περιεχομένῳ. *B.* ἐσσεῖται. *C.*
— l. 23 τριπλασία		τριπλάσιον. *A.*
— ib. καὶ ἑξῆς		καὶ τὰ ἑξῆς. *B.*
— l. 24 ἐν αὐτοῖς		σὺν αὐτοῖς. *B. C. D.*
— ib. πάσαις ταῖς		πάσαις ταῖς. *B.*
— ib. ὑπερεχούσαις		ὑπερεχούσαις. *B.*
— l. 25 ἑτέρας		ἕτερας. *A.*
— ib. ab ἑκάστᾳ ad τᾶς Γ. lin. ſeq.		deſunt. *C.*
— ib. πέρατος		παντάπασι. *B.*
— l. 26 ἁ ἁπλῆ		ἁπλᾶ. *B.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 255. – ib. ὑπάρχει ὅτι		ὑπὸ διδομένη. *B.*
—— l. 27 ἀλλήλαις ὑπερεχουσῶν		ἀλλήλων ὑπερεχόντων. *B.* ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν. *C.*
—— – ib. ΟΒΑ		ΟΒ ἃ. *B. C.*
—— l. 29 ΓΗ		ΥΗ. *B. C. D.*
—— l. 31 Μ ν' Μ γ		Μ Η Μ Η. *A. B. C. D*
—— – ib. Μ Μ δ'		Μ Β Μ ΙΔ. *A. B. C. D.*
—— l. 32 α Μ ρϙγ'.		α Μ. *B.*
—— – ib. α Μ α Μ ρ Μ ϡ' ις'		ρμδ. *B. C.* α π Μ. *B.*
—— l. 33 ς bis.		Ρ. *B. C. D.*
—— l. 34 ι		υ. *A.* ἐπὶ. *B.*
—— l. 35 ρκ'. *N. B. R.*		ΡΚ. *A. B. C. D.* ſemper eſt κ. MSS.
—— l. 37 Μ Μ ν'		Μ ΜΝ. *C.* ſed tota linea deeſt. *A.*
—— l. 38 ἐπὶ τὰ		ἐπὶ τὸν. *B. C.*
—— – ib. μετὰ τὸν		μετὰ τῶν. *A. D.* μετὰ τῶ. *B. C.*
—— – ib. ΘΚ		Θ καὶ. *B. C.*
—— – ib. τῶν ἴσων		τῶ ἴσω. *B. C.*
—— – ib. ὑπερεχουσῶν		ὑπερεχόντων. *B.*
—— l. 30 ſ et 42.		γωνίας. *B.*
—— l. 42 τὰ δύο		τὸν δύο. *B. C.*

Schema ſupra memoratum ex MS. 2359.

	ι	ι	χ	μ	ι	ξ	ι	τῶν ἀπὸ τῶν ἴσων τῷ Α
α	ϛβ	Γ ΙΔ	ΙΒ	ι	ζ	γ ι	θ	μετὰ τῶν ἀπὸ τῆς
		Ρξγ					δ θ	αι Ψ΄ β ΤΔ
	Μ ΣΝγ		Μ ΡΜΔ	Μ Ρ	Μ ΞΑ	Μ Λγ	Μ Ιγ	Μ Δ

τὰ ἀπὸ πασῶν τῶν ἴσων ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν Ψ, ΩΟΙγ.

τὸ ἀπὸ τῆς Θ καὶ πασῶν τῶν ἴσων ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν Π β ν' ΜΜ

α		β	ι	γ	ι	δ	λ
Μ	ιγ	Μ ΙΔ	Μ Β	Μ ιβ	δ	Μ Ι	Μ γ
Μ	ΣΝγ	Μ ρξγ	Μ Δ	Μ μαδ		Μ Ρ	Μ λγ
		δὶς ὑπὸ Μ ξγ		δὶς ὑπὸ Μ ξγ		δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ	
		ὁ διπλῆ τῆς Β Μ ΜΗ		ἡ τετραπλῆ τῆς Γ Μ ΜΗ		ἡ ἑξαπλῆ τῆς Δ Μ Ξ	

ἐκ πασῶν συνάγεται ΤΑγ ἐπὶ τὸν δύο μετὰ τῶν ὑπὸ τῆς ΘΑ τῆς ἴσης Η

ἡ γ τῆς Β Μ ΜΔ — ἡ Ε τῆς Γ Μ Ξ — ἡ Ζ τῆς Δ Μ Ο

ἐκ πασῶν συγκειμένη τριπλῶν τε καὶ πενταπλῶν καὶ τῶν ἀλλήλων Μ ΥΚΗ

ε	ν	ς	ι	η	ξ	θ	ι
Μ	ν Μ ν	Μ	γ Μ Γ	Μ Δ	Μ ιβ	Μ β	Μ ΙΔ
Μ	ΞΔ Μ ΞΔ	Μ	Λγ Μ Ρ	Μ ιγ	Μ ΡΜΔ	Μ δ.	Μ Ρξγ
δὶς ὑπὸ Μ ΡΗΗ		δὶς ὑπὸ Μ ΡΗ		δὶς ὑπὸ Μ ξγ		δὶς ὑπὸ Μ ξγ	
ἡ ὀκταπλῆ τῆς Ε Μ ΞΔ		ἡ δεκαπλῆ τῆς Ζ Μ Ξ		ἡ δωδεκαπλῆ τῆς Η Μ ΜΗ		ἡ τεσσάρων καὶ δεκαπλῆ τῆς ΘΜ ΜΗ	

πάσαις ταῖς τῆς ΙΕ ἀλλήλων ὑπερεχούσαις τε ἡ ΡΜΔ

Ex MS. 2360.

α		β	ι	γ	κ	δ	λ
Μ	Ιγ	Μ ΙΔ	Μ Β	Μ	ΙΒ Δ	Μ Ι	Μ γ
Μ	ξΝγ	Μ Ρξγ	Μ Δ	Μ	ΡΜΔ	α π Μ Ρ	Μ Λγ
		δὶς ὑπὸ Μ ξγ		δὶς ὑπὸ Μ ξγ		δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ.	
		ἡ διπλῆ τῆς Β ΚΗ.		ἡ τετραπλῆ τῆς Γ. Μ ΜΗ		ἡ ἑξαπλῆ τῆς Δ Ξ.	

ι μ	ζ ι	ν ξ	θ ι
Μ Η Μ ν	Μ γ Μ Ι	Μ Δ Μ ΙΒ	Μ β Μ ΙΔ
Μ ΞΔ Μ ξδ	Μ Αγ Μ Ρ	Ιγ Μ ΡΜΔ	Μ Δ Μ ρξγ
δὶς ὑπὸ Μ ΡΚΗ	δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ	δὶς ὑπὸ ξγ	δὶς ὑπὸ Νγ
ἡ ἑξαπλῆ τῆς Ε Μ ΞΔ.	ἡ διπλῆ τῆς Ζ Μ Ξ.	ἡ διπλασία τῆς Η Μ ΜΗ.	ἡ τετράκις διπλῆ τῆς Θ Μ ΚΗ

ἐκ πασῶν συνάγεται ΤΛ ἐπὶ τὰς δύο μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΔ τῇ ἴσῃ Η

ἡ τριπλῆ τῆς Β Μ ΜΒ· ἡ πενταπλῆ τῆς Γ Μ Ξ· ἡ ἑπταπλῆ τῆς Δ Μ Ο

ἐκ πασῶν τῶν τὸ ἴσον ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν τετράγ. ΡΜΔ.

α β	β ι	γ κ	δ λ
Μ Ιγ	Μ ΙΔ Μ Β	Μ ΙΒ Μ Δ	Μ Ι Μ γ
Μ γΝγ	Μ Ρξγ Μ Δ	Μ Ιγ	Μ Ρ Μ Αγ
	δὶς ὑπὸ Μ Νγ	δὶς ὑπὸ Μ ξγ	δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ
	ἡ διπλῆ τῆς Β Μ ΚΗ	ἡ τετραπλῆ τῆς Γ ΜΜΗ	ἡ ἑξαπλῆ τῆς Δ Μ Ξ

ι ν	ζ ι	ν ξ	θ ι
Μ Η Μ Η	Μ γ Μ Ι	Μ Δ Μ ΙΒ	Μ Β Μ ΙΔ
Μ ΞΔ Μ ΞΔ	Μ Αγ Μ Ρ	Μ Ιγ Μ ΡΜΔ	Μ Δ Μ Ρξγ
δὶς ὑπὸ Μ ΡΚΗ	δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ	δὶς ὑπὸ Μ ξγ	δὶς ὑπὸ Μ Νγ
ἡ ἑξαπλῆ τῆς Ε Μ ΞΔ	ἡ διπλῆ τῆς Ζ Μ Ξ	ἡ διπλασία τῆς Η Μ ΜΗ	ἡ τετράκις διπλῆ τῆς Θ Μ ΚΗ

ἐκ πασῶν σύναξον ΤΛγ ἐπὶ τὰς δύο μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς Θ καὶ τῆς ἴσης πάσαις [illegible] τὸ ἴσον ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν [illegible] ΡΜΔ
γίνεται Μ ΩΙγ ἡ γ τῆς Β Μ ΜΒ· ἡ ε τῆς Γ Μ Ξ· ἡ ζ τῆς Δ Μ Ο· ἡ θ τῆς Ε Μ ΟΒ· ἡ ια τῆς Ζ Μ Ξγ· ἡ ιγ τῆς Η
Μ ΝΒ· ἡ ιε τῆς Θ Μ Λ.

ἐκ πασῶν συγκειμένων τριπλῆς τε καὶ πενταπλῆς καὶ τῶν λοιπῶν Μ ΥΗ ἐπὶ τὰς δύο γίνεται ΩΙγ

Ex MS. 2361.

α	β ι	γ κ	δ λ
Μ Ιγ	Μ ΙΔ Μ Β	Μ ΙΒ	Μ Ι Μ γ
Μ ΣΝγ	Μ Αγ Μ Ρξ	Μ ΡΜΔ	Μ Ρ Μ Αγ
	δὶς ὑπὸ Μ Νγ	δὶς ὑπὸ Μ ξγ	δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ
	ἡ διπλῆ τῆς Β Μ ΚΗ	ἡ τετραπλῆ τῆς Γ	ἡ τετραπλῆ τῆς Δ
		Μ ΜΗ	Μ Ξ

ι μ	ζ ι	ν ξ	θ ι
Μ Η Μ Η	Μ γ Μ Ζ	Μ Δ Μ ΙΒ	Μ Β Μ ΙΔ
Μ ΞΔ Μ ΖΔ	Μ Αγ Μ Ρ	Μ Ιγ Μ ΡΜΔ	Μ Δ Μ Ρξγ
δὶς ὑπὸ Μ ΡΚΗ	δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ	δὶς ὑπὸ Μ ξγ	δὶς ὑπὸ Μ Νγ
ἡ ἑξαπλῆ τῆς ε Μ ΞΔ	ἡ διπλῆ τῆς Ζ	ἡ διπλασία τῆς κ	ἡ τεσσαράκις διπλῆ
	Μ Ξ	Μ ΜΗ	τῆς Θ Μ ΚΗ

ἐκ πασῶν συνάγεται ΤΛγ ἐπὶ τὰς δύο μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΑ τῆς ἴσης ν

ἡ Γ τῆς Β Μ ΜΒ ΗΞ τῆς Γ Μ Ξ κΖ τῆς Δ Μ Ο

ἡ ἐκ πασῶν συγκειμένη τριπλῆς τε καὶ τετραπλῆς

καὶ τῶν λοιπῶν Μ ΤΚΝ πάσαις τῶν τὸ ἴσον ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν τετράγ. ΡΜΔ

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 257. l. 6 ὑπέρεχει	Pag. 47. l. 4 * *	ὑπέρεχει. B. C. D.
—— l. 13 συγκείμενα,	—— l. 9 συγκείμενα	ἅμα μονάς. C.
—— l. 20 διάμετρον	—— l. 12 * *	deeſt. C.
—— l. 25 τὸ τμῆμα	—— l. 15 τὸ τὸ τμῆμα	τὸ τμῆμα. B. τὸ τμῆμα. C. τὸ τμῆμα. D.
—— 258. l. 3 Προβαλλόντι	—— l. 19 * *	προβαλλόντι. B. προβαλλόντι τὸ. C. προβαλλόντι. D.
—— l. 9 ἀποτμηθέντι	—— l. 22 ἀποτμηθέντα	ἀποτμηθέντι. B. C. D.
—— l. 10 ἐπειδὴ	—— ib. * *	ἐπειδὴ ἄν. D.
—— l. 14 τομή, καὶ ἡ διάμετρος αὐτῆς, καὶ αἱ ἐγγύτερα τῆς τοῦ κορυφῆς [illegible]	—— l. 24 * * ἡ omiſſo	
—— ib. ἡ διάμετρος	—— ib. διάμετρος	deſunt. C.
—— l. 21 αἱ μεταξύ	—— l. 28 ἀμεταξύ	ἡ διάμετρος. D.
—— l. 24 τὰς μεταξύ [illegible]	—— l. 29 * *	ἡ μὲν ἄλλη. A.
—— l. 32 ἐπειδὴ [illegible], παρὰ δὲ τὸ [illegible] ἐπειδὴ ἄλλα	—— l. 33 * * ἄλλα mutato in ἄλλων	τὰ μὲν ἄλλα. A.
—— l. 33 ἄλλα	—— l. 34 ἄλλων	deſunt. D.
—— l. 39 δὲ τὰς	—— l. 37 τὰς	ἄλλα. A. B. C.
—— l. 42 ποιοῦσαι	—— l. 38 * *	δὲ τὰς. B. C. D.
—— l. 48 ἀποτμηθῇ	—— l. 41 ἀποτμηθῇ	ποιοῦσι δὲ [illegible]. D.
—— l. 51 ἐν	—— l. 43 * *	ἀποτμηθῇ. B. C.
—— 259. l. 20 κορυφὴν	—— 48. l. 10 κορυφὴν	deeſt. A.
—— l. 24 ἐπιτηρεῖν	—— l. 13 * *	κορυφὴν. A. C.
—— l. 30 καθ᾽ ὃ	—— l. 16 καθ᾽ ὃς	ἐπιτηρεῖν. A.
—— l. 35 τὰς κορυφὰς	—— l. 17 * *	καθ᾽ ἃ. B.
—— l. 52 ἀλλὰ δὲ	—— l. 27 ἀλλὰ δὲ	τὰ τὰς κορυφὰς. C. D.
—— 260. l. 1 κῶνον τὰς	—— l. 29 * *	ſemper ἀλλὰ aut ἀλλὰ δὲ ἀλλὰ. B. C. D.
—— l. 3 ὑψηλόν	—— l. 30 * *	κῶνον τὰς τὰς. B. C. D.
—— l. 4 ἄξων τοῦ	—— ib. * *	ὑψηλόν. A. B. C. D.
—— l. 5 περὶ τὸν ἄξονα τοῦ [illegible] τμήματος	—— l. 31 * *	ἄξων τοῦ τοῦ. B. C. D.
—— l. 16 ἀπὸ τμήματα	—— l. 36 * *	deſunt. D.
—— l. 25 τὸ χῶρα	—— l. 41 * *	ἀπὸ τμήματος. A. D.
—— l. 31 ἀπὸ τμήματα αὐτῶ.	—— l. 44 ἀπὸ τμηματικοῦ	deſunt. D.
		ἀπὸ τμήματος αὐτῶ. A. D. ἀπότμημα τοῦ αὐτῶ. B. ἀπότμημα αὐτῶ. C.
—— l. 37 δὲ ὅτι,	—— l. 48 δὲ ὅτι	δὲ ὅτι. B.
—— ib. ἐπισφαιρικῶν	—— ib. * *	ἐπὶ σφαιρικῶν. A. B. D.
—— l. 38 ἀπὸ τὰς	—— ib. ἀπὸ τὰς	ἀπὸ τὰς. C. D.
—— l. 52 ἡ τομή,	—— 49. l. 5 * *	ἡ τομή. A.
—— l. 54 κορυφήν, [illegible]. Ἀλλὰ δὲ ἡ τομὴ [illegible] [illegible] τομή, τὸ ἀπὸ [illegible] ἀπὸ τὸ αὐτοῦ τοῦ τὰ κῶνον	—— l. 6 * * ἀλλὰ in ἀλλὰ, τὰ in τὸ mutatis	repetuntur hæc verba. A. B. D.
—— 261. l. 9 δεῖν ἐπεισέλθοντα	—— l. 11 * *	δεῖν ἐπεισέλθοντα. B. C. D.
—— l. 15 ἐξηγοῦνται κῶνον	—— l. 14 * *	ἐξηγοῦνται κῶνον. A. D.
—— l. 19 ἐπὶ τὰς	—— l. 16 * *	ἐπὶ τὰς τὰς. B. C. D.
—— ib. ἐξηγοῦνται κῶνον	—— ib. * *	ἐξηγοῦνται κῶνον. A.
—— l. 23 τοῦ ἴσου ἀλλήλων	—— l. 18 τὸ ἴσον ἀλλήλων	τοῦ ἴσου ἀλλήλων. A. B. D. τοῦ ἴσου ἀλλ. [illegible] C.
—— 262. l. 36 ἔχοντι	—— 50. l. 1 * *	ἔχοντι corr. man. ead. marg. ἔχοντι. B. ἔχοντι. C.
—— l. 41 A, M μεγίστων, τὸ μὲν H, Θ, I, K, Λ λέγονται	—— l. 3 AM λέγεται	AM τὰ μὲν ΗΘΙΚΛ λέγονται. A. B. C. et D. λέγεται excepto.
—— l. 47 ὑπόκειται δὲ	—— l. 6 * *	ὑπόκειται. D.
—— l. 50 ἀλλήλων	—— l. 8 * *	ἀλλήλων. A.
—— 263. l. 5 τὸν	—— l. 13 * *	τῶ. C.
—— l. 6 ἴσων	—— l. 15 ἴσων	ἴσων. B.
—— l. 9 ἴσον	—— l. 20 * *	ἴσων. B. C. D.
—— l. 13 ἴσων	—— l. 25 * *	ἴσον. B.
—— l. 25 ἴσω	—— l. 36 * *	deeſt. D.
—— l. 28 μετὰ	—— l. 38 μετὰ	μετά. B. C. D.
—— l. 30 τὰς IK μετὰ B	—— l. 40 * *	deſunt. D.
—— l. 39 ἀνάλογον,	—— l. 47 * *	ἀνάλογον. A.
—— 264. l. 1 ὑπερέχει ἴσον	—— l. 49 * *	ὑπερέχουσι ἴσων. A. B. C. D.
—— l. 6 ὑπερέχουσι,	—— 51. l. 1 * *	ὑπερέχουσι. B. C. D.
—— l. 10 ἐν τῷ	—— l. 3 * *	ἐν τῷ τῷ. B. C. D.
—— l. 11 ἴσω	—— l. 4 * *	ἴσω. B.
—— l. 14 ἴσω	—— l. 5 * *	ἴσω. B.
—— l. 19 μείζων	—— l. 8 μείζων	μείζω. C. D.
—— l. 22 ἄλλων [illegible]	—— l. 9 * *	deſunt. D.
—— l. 27 [illegible] τὸ	—— l. 12 * *	[illegible]. B. [illegible]. C. [illegible]. D.
	Lineæ quæ reſpondent iis inter 12 et 17 notantur duplici aſteriſmo et margine Scriptore ipſo	ἐν τῷ Γ [illegible] K. B. ead. K omiſſa ſine propoſitionis. A. et cum a' ſed b mutato in fa fine prop. marg. C.
—— l. 32 ἴσων ἐστί,	—— l. 14 ἴσων	ἴσων ἐστί. D.
—— l. 36 καλεῖν	—— l. 16 * *	καλεῖν. C.
—— l. 42 ἴσω	—— l. 19 * *	ἴσων. B. C. D.
—— l. 46 ἡ ΘΓ	—— l. 27 * *	ἡ ΒΓ. A.
—— l. 48 παρ᾽ ἃς δύναται	—— l. 31 δὲ δύναται	παρ᾽ ἂν δύναται. A. παρ᾽ ἂν δύναται. B. C. παραδύναται. D.
—— 265. l. 11 τὸ ἀπὸ τῆς AZ μετὰ τὸ τετράγωνον	—— l. 41 * *	deſunt. D.
—— l. 22 N, ἡ τὰς	—— l. 45 * *	deſunt. D.
—— l. 23 ἐπὶ τὰς BH	—— l. 46 ἐπὶ τὸ τὰς BH	τὰς BH. B. C. D.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 265. l. 34 τὸ ΑΔΞ τρίγωνον τῷ ΘΕΤ τριγώνῳ ἐπιτρίτον	Pag. 51. l. 51 * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 39 τῇ διαμέτρῳ	—— 52. l. 3 * *	τόμος. *A. D.* τομης. *B.* τομῆς. *C.*
—— l. 45 ὅτι	—— l. 6 * *	ὅτι. *A.*
—— 266. l. 2 τοῦτ' ἐστὶ	—— l. 9 * *	deſunt. *B. C. D.*
—— l. 5 ΑΓ, ὡς δὲ ἐλάσσων ἐφ' ἃς	—— l. 10 * *	deſunt. *D.*
—— – ib. ἴσῳ	—— – ib. * * ad finem lineæ	ἴσῳ δὲ. *B. C. D.*
—— l. 12 ἴσου ἴσῳ ὁ Ψ	—— l. 13 * *	deſunt. *D.*
—— l. 28 εὐθύγραμμον	—— l. 22 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 42 ἐν τῷ	—— l. 36 ἐν τῷ	ἐν τῷ τῷ. *B. C.*
—— l. 52 ἐξαγωνίῳ κώνῳ	—— l. 42 ἐξαγωνίῳ	ἐξαγωνίῳ κώνῳ. *A. B. C. D.*
—— 267. l. 10 νῦν	—— l. 49 * *	deeſt. *A.*
	Ad finem hujuſce propoſitionis	ΕΞ · Κ ΓΞ^. *B.* ΞΞ · Κ ΓΞ. *C.*
—— l. 20 τι χωρίον	—— 53. l. 3 * *	τὸ χωρίον. *B. C. D.*
—— l. 26 τὸ	—— l. 5 * *	deeſt. *C. D.*
—— l. 39 ΕΖ.	—— l. 18 ΕΔ	ΕΖ. *A. D.*
—— l. 43 πρὸς ἄλληλα,	—— l. 20 * *	πρὸς τὰ ἄλλα. *A. B. C. D.*
—— 268. l. 23 ἔχουσι πρὸς ἄλληλα, ἐν ἔχουσι δυνάμει πρὸς ἀλλήλας	—— l. 40 ἔχουσι δυνάμει πρὸς ἄλληλα ἐν	ut in Edit. Oxon. *B. D.* et *A.* ἐν omiſſo, et *C.* cum ἔχουσι
—— l. 32 κώνου	—— l. 44 * * ad medium lineæ	deeſt. *C. D.*
—— l. 41 γεγραμμένα	—— l. 49 ἐγγεγραμμένα	γεγραμμένα. *A.*
—— 269. l. 2 ΑΔ, ΔΒ	—— 54. l. 5 * *	ΑΔ ΑΒ. *C. D.*
—— l. 7 ΓΑ, ΑΖ·	—— l. 9 ΓΑΖ	ΑΓ ΓΖ. *A. B. C.* ΑΓ ΑΖ. *D.*
—— l. 13 κώνου	—— l. 14 * *	κώνου τούτου. *A. B. C. D.*
—— l. 23 ΓΑΖ.	—— l. 22 * *	ΑΓ ΓΖ. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ΑΖ	—— l. 23 * *	ΑΓΖ. *A.*
—— l. 27 περιφερείας	—— l. 24 * *	ἐπιφανείας. *C.*
—— l. 34 ἡ	—— l. 28 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—— – ib. ΑΔ, ΔΒ,	—— – ib. * *	ΑΔ ΑΒ. *C. D.*
—— l. 35 ΑΕ, ΕΖ	—— – ib. * *	ΑΞ ΕΖ. *C.*
—— l. 36 ΠΕ, ΕΡ,	—— l. 29 * *	ΠΕ ΠΡ. *C.*
—— l. 41 ΑΔ, ΔΒ,	—— l. 32 * *	ΑΔ ΑΒ. *C. D.*
—— l. 47 τῶν	—— l. 35 * * ad initium lineæ	deeſt. *C. D.*
—— 270. l. 1 Ἔχει ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΖ περιεχόμενον, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετράγωνον	—— – ib. * *	repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 19 ἴσον	—— l. 45 ἴσον	ὃ ἴσον. *C.*
—— l. 20 ἐν ῷ	—— l. 46 * *	αὐτῷ. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ἐν ῷ ἴσου	—— 55. l. 1 ᾧ ἐν ἴσῳ	ἐν ᾧ ἴσον. *B. C. D.*
—— l. 41 ἐν ἴσῳ	—— l. 2 ἐν ἴσῳ	ἐν ἴσῳ. *A. B. C. D.*
—— 271. l. 13 ἐστωσαν τι	—— l. 29 * *	τι. *A. D.* ἔστωσαν. *C.*
—— l. 24 ΕΑ, ΑΒ· ὡς δὲ τὸ ὑπὸ τῶν	—— l. 34 * *	deſunt. *D.*
—— l. 35 ΑΜ τέμνουσα πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΠΑ, ΑΡ, ἐν τὸ ἀπὸ τῆς	—— l. 39 * *	deſunt. *D.*
—— l. 36 ὑπὸ τῶν	—— l. 40 ὑπὸ τῆς	ὑπὸ τῶν. *C.* ὑπὸ τῆς. *D.*
—— l. 38 ἐν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΚΒ	—— l. 41 * *	ὡς τὸ ὑπ' ἡ ΚΒ. *A.* ὡς τὸ ὑπ' ἡ ΚΒ. *B. C. D.*
—— 272. l. 17 ἄχθω	—— 56. l. 3 * *	ἄχθωσαν. *A. D.*
—— l. 27 ΖΗ·	—— l. 13 ΖΟ	ΖΗ. *A. B. C. D.*
—— l. 37 αἱ ΘΚ.	—— l. 19 * *	τῇ ΖΗ κάθετος. *A.* deſunt. *B. C.*
—— l. 40 τῇ ΖΗ,	—— l. 20 τῆς ΖΗ	τῇ ΖΗ. *B.*
—— l. 42 τῷ ἡμικυκλίῳ	—— l. 21 * *	τοῦτο ἡμικυκλίῳ. *B.*
—— l. 45 ἢ τὸ ἀπὸ ΖΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΒ περιεχόμενον,	—— l. 23 * *	deſunt. *C.*
—— l. 48 λόγου,	—— l. 25 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 50 ὑπὸ τῶν	—— – ib. ὑπὸ τῆς	ὑπὸ τῶν. *B.*
	In Marg. MSS.	Δία τὸ κ. Ψ πρῶτον Ψ κωνικῶν ἀπολλωνίου. *B. C.*
—— 273. l. 5 παρὰ	—— l. 28 περὶ	παρὰ. *B. C. D.*
—— l. 6 ὅτι	—— l. 29 * *	ἐστὶ. *A.*
—— l. 12 ἀγμένων	—— l. 31 ἠγμένας	ἠγμένας. *B. C. D.*
—— l. 18 περὶ	—— l. 39 * *	περὶ τὸ. *B. C. D.*
—— l. 30 τῆς ἡμισείας τῆς	—— l. 51 τῆς ἡμισείας τῶ	τῆς ἡμισείας τῆς. *C.* ἡμισείᾳ τῆς. *D.*
—— l. 36 ἐστὶ	—— 57. l. 6 * *	ἐν. *A. C. D.*
—— l. 43 κυλίνδρου	—— l. 10 * *	τῷ κυλίνδρῳ. *A. D.*
—— l. 52 ΖΗ,	—— l. 19 ΖΜΗ	ΖΗ. *B.*
—— 274. l. 4 ἐστὶ ἡ	—— l. 21 * *	ἐν τῇ. *A.*
—— l. 12 περὶ αὐτὸ	—— l. 26 * *	περὶ τὸ αὐτὸ. *A. C. D.*
—— l. 14 περὶ αὐτὸ	—— l. 27 * *	περὶ τὸ αὐτὸ. *D.*
—— l. 18 ἐπὶ	—— l. 28 * *	ἐν τῷ. *C. D.*
—— l. 25 ἐν τῷ τῶν	—— l. 33 ἐν τῶν	ἐν τῷ τῶν. *B. D.* ἐν τῶν τῶν. *C.*
—— l. 37 αὐτὰ τῷ περιλαμβανομένῳ	—— l. 39 αὐτὰ τῷ περιλαμβανόμενα	αὐτὰ τὰ περιλαμβανόμενα. *C.* et corr. marg. man. ead. *B.*
—— 275. l. 4 εἰ δὲ καὶ παρὰ τὸν ἄξονα ἡ τομὴ αὐτῷ· εἰ δὲ καὶ διὰ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου τῷ παρ' ἄλληλον τὸ κανονικὸς, ὑφ' ὁμοίων. διάμετρος δὲ τῆς τομῆς ἐστὶ ταύτης ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων τῷ τέμνοντος τὸ σχῆμα,	—— l. 44 * *	repetuntur hæc verba. *A. D.* n. b. in *D.* prima ſex verba ter ſcribuntur.
—— l. 12 ὑπεναντίου	—— l. 49 * *	ὑπεναντίως ἐν. *B. D.* ὑπεναντίου. *C.*
—— l. 13 ἡ παρὰ τὸν ἄξονα, αἱ τομαὶ ἔσονται ἐξάγωνοι κώνου τομαί· εἰ μὲν καὶ διὰ τοῦ ἄξονος,	—— – ib. * *	deſunt. *A.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 275. l. 20 ἄξονα, ἁ τομὰ κῶνος	Pag. 58. l. 2 ἄξονα κῶνος	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 24 ἀγόμεναι	—— l. 4 * *	ἀγμέναι. *B.*
—— l. 34 διαμέτρος	—— l. 9 * *	ἁ διάμετρος. *A. B. C. D.*
—— l. 41 ΓΑ	—— l. 16 * *	ΓΔ. *A.*
—— l. 46 τᾶ ΑΛ.	—— l. 24 ἁ ΑΛ	corr. marg. τᾶ ΑΛ. *B.*
—— 276. l. 12 γίνεται	—— l. 38 * *	γάρ. *A. C. D.*
—— l. 19 ΑΘ, ΘΓ.	—— l. 40 ΑΘΓ	ΑΘ ΘΓ. *C. D.*
—— l. 21 τὸ ἀπὸ τᾶς ΝΤ, καὶ τὸ τετράγωνον	—— l. 41 * * τᾶς mutato in τᾶν	deſunt. *D.*
—— l. 24 ΒΜ.	—— l. 42 * *	ΤΜ. *A.*
—— l. 34 Ὁμοίως διαχθέντων	—— l. 46 * *	ὁμοίως διαχθήσονται. *A. C.* ὁμοίως διαχθή-σονται. *D.*
—— l. 35 ἀγμέναν	—— – ib. * *	ἀγμέναν. *A.*
—— l. 37 ἔχοντα	—— l. 47 * *	ἔχοντι. *C. D.*
—— l. 39 διάμετρον	—— l. 49 διάμετρος	διαμέτρῳ. *B.*
—— l. 40 ἁ μὲν μείζων	—— – ib. * *	deſunt. *A.*
—— l. 42 ἐπιπέδῳ	—— l. 50 * *	deeſt. *A. C. D.*
—— 277. l. 13 τὸ ἐπίπεδον	—— 59. l. 7 * *	τοῦ ἐπιπέδου. *D.*
—— l. 28 διαχθῶντι	—— l. 14 * *	διαχθήσονται. *B.* διαχθήσονται. *C. D.*
—— l. 32 ἔχοντα	—— l. 16 * *	deeſt. *A. D.*
—— l. 35 ἐστι	—— l. 17 * *	ἔτι. *A.*
—— l. 36 συμπίπτοντι.	—— l. 18 * *	σύμπτωμα. *A. B. C. D.*
—— 278. l. 4 σφαιροειδῆ	—— l. 23 σφαιροειδὲς	σφαιροειδῆ. *B. D.*
—— l. 6 ἐσσεῖται τὸ τέμνον ἐπίπεδον. Εἰ μὲν ἂν κατμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος,	—— l. 24 * *	repetuntur hæc verba, τέμνον in repetitione mutato in θέμενον. *D.*
—— l. 8 κατμαθῇ	—— – ib. κατμαθῇ	κατατμαθῇ. *C.*
—— l. 24 ΜΑ	—— 60. l. 2 ΝΑ	ΜΑ. *A. B. D.*
—— l. 25 Ὁμοίως	—— – ib. * *	ὅμοια. *C.*
—— – ib. διαχθῶντι	—— l. 3 * *	διαχθήσονται. *B.*
—— l. 27 ἀγμέναις,	—— – ib. ἀγμέναις	ἀγμέναις. *B. C. D.*
—— l. 36 ἐστι	—— l. 8 * *	ἔτι. *D.*
—— l. 47 σχηματίσσοντι,	—— l. 13 * *	σχηματισθῇ. *A.*
—— 279. l. 3 Ἐν τῷ	—— l. 16 εἶναι τοῦ	ἐν τῷ. *A. B. C. D.*
—— l. 12 τᾶ ἐπὶ τᾶς	—— l. 20 * *	τᾶν ἐπὶ τᾶς. *A. D.*
—— l. 15 ἐπὶ τὰ θάτερα,	—— l. 22 * *	ἐπὶ φάτερα. *A.* ἐπὶ θάτερα. *B. C. D.*
—— l. 18 αὐτά	—— l. 23 * *	αὐτῶν. *D.*
—— l. 19 τῷ κωνοειδεῖ	—— l. 24 τὸ κωνοειδὲς	τῶ κωνοειδεῖ. *A. D.*
—— 280. l. 4 τέμνειν.	—— l. 49 * *	τέμνει. *B.*
—— l. 5 καὶ διὰ	—— l. 50 * *	καὶ τὸ διά. *A.*
—— l. 9 ἐσσεῖται κώνου τομαί,	—— 61. l. 1 * *	deſunt. *D.*
—— l. 11 τὰ πέρας	—— l. 2 * *	τοῦτο πέρας. *D.*
—— l. 27 τοῦτο	—— l. 9 * *	deeſt. *B.*
—— l. 32 τὸ	—— l. 11 τοῦ	τε. *C.*
—— – ib. ἐξ	—— – ib. * *	deeſt. *D.*
—— l. 42 διὰ	—— l. 17 * *	deeſt. *D.*
—— l. 50 τέμνει,	—— l. 21 * *	τέμνει *B.*
—— l. 51 ἀφεστᾶσι.	—— – ib. * *	ἀφεστᾶσι. *D.*
—— 281. l. 4 ἐπιπέδῳ	—— l. 23 * *	ἐπιπέδου ἐν. *D.*
—— l. 13 Ἐπεὶ	—— l. 27 ἐπεὶ	ἐπί. *D.*
—— l. 14 ἐστὶ	—— l. 28 * *	deeſt. *D.*
—— l. 16 τινὸς	—— l. 29 * *	ἐν τινὸς. *A.*
—— l. 22 ἐπεὶ	—— l. 32 πρὸς	ἐπί. *D.*
—— l. 25 ἀφᾶν	—— l. 33 * *	τᾶν ἁφᾶν. *B. C. D.*
—— l. 27 ἐν	—— l. 34 * *	αὐτὰν ἐν. *A.*
—— l. 35 Αἱ δὲ	—— l. 39 εἰ δέκα	αἱ δὲ καί. *B.*
—— l. 47 Τομαὶ	—— l. 50 * *	τομαί. *D.*
—— – ib. τε	—— – ib. * *	[illegible]. *C. D.*
—— 282. l. 12 ἀγμέναι·	—— 62. l. 4 * *	ἀγμέναι. *B. C.* ἀγμέναι. *D.*
—— l. 15 αἱ ΕΖ, ΗΘ·	—— l. 5 * *	ΕΖΗΘ. *D.*
—— l. 16 παράλληλοι	—— l. 6 * *	ἐντι παράλληλοι. *A.* ἐντι παράλληλος. *B. C.* αὗται παράλληλοι. *D.*
—— l. 22 τὰ	—— l. 9 * *	deeſt. *D.*
—— l. 29 τετμαμένον, ἢ κατ' ὀρθὰς, ἢ μὴ κατ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. Εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τέμνεται,	—— l. 15 τετμαμένον ἢ κατ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τέμνεται	deſunt. *A. D.*
—— 283. l. 15 Καὶ λοιπὸν	—— l. 42 * *	καὶ τὸ λοιπόν. *A. D.*
—— l. 18 τᾶς δὲ	—— l. 46 τὰ δὲ	τᾶν δέ. *B. C. D.*
—— l. 27 ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β· τὸ δὲ	—— l. 49 * *	deſunt. *D.*
—— l. 28 τῷ Ε τῷ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Δ.	—— – ib. * *	τὸ Ε τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τὸ Δ. *A.* τὸ Ε τοῦ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τὸ Δ. *D.*
—— l. 29 ἑκατέρῳ	—— l. 50 ἑκατέρου	ἑκατέρων. *B.*
—— l. 31 διὰ τ' αὐτὰ	—— – ib. διὰ ταῦτα	διὰ τὰ αὐτά. *B.*
—— l. [illegible] τμάματος, τομαὶ	—— 63. l. 6 * *	τμάματος τομαῖς. *A. C. D.*
—— l. 4[illegible] ἀποτέμνοντος	—— – ib. * *	ἀποτετμαμένος. *A. B. C. D.*
—— 284. l. 8 ἔχον	—— l. 21 * *	ὃ ἔχει. *C. D.*
—— l. 23 ἐγγεγραμμένα	—— l. 29 * *	γεγραμμένα. *A. C.*
—— l. 25 ἐπὶ τὸ Δ· καὶ ἄλλα	—— l. 30 * *	ἐπὶ τὸ Δ καὶ ἄλλα περιγεγραμμένα συγκείμενα ἐντι τῶν κυλίνδρων συγκείμενα τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων ἐφ' ἃ ἐπὶ τὸ Δ καὶ ἄλλα. *A. D.* et *B.* συγκείμενα primo loco omiſſo.
—— – ib. καὶ	—— l. 31 * *	deeſt. *A. C. D.* ἴσον. *B.*
—— l. 27 δεῖξαι,	—— l. 32 * *	ἐπὶ δεῖξαι. *C. D.*
—— l. 28 τῷ ἐγγεγραμμένῳ	—— – ib. * *	deſunt. *D.*
—— l. 41 ἡμίσεος	—— l. 39 * *	ἡμιολία. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 284. l. 42 ἡμιόλιον	Pag. 63. — ib. ἡμιόλιον	ἡμιόλιος. *A. B. C. D.*
—— l. 44 ἔσται	—— l. 40 * *	deeſt. *A. D.*
—— — ib. ἐστι	—— l. 41 ἔστω	ἔστι. *A. D.*
—— l. 45 ἐγγραφέντος	—— — ib. * *	ἐγγραφομένου. *A. C. D.*
—— 285. l. 4 ΓΑ	—— l. 44 * *	ΓΔ. *B.*
—— l. 12 παρά	—— l. 48 * *	περί. *D.*
—— l. 38 βάσιν	—— 64. l. 12 βάσιας	βάσιν. *C.*
—— l. 42 κατά	—— l. 17 * *	τῶ κατά. *B. C. D.*
—— l. 44 τμᾶμα τάν	—— l. 21 τμᾶμα	τμᾶμα τάν. *D.*
—— l. 47 τῷ ΔΕ·	—— l. 24 * *	τῷ Δ. *C.*
—— l. 48 παρά	—— l. 25 * *	περί. *C.*
—— 286. l. 1 ταῦτα	—— l. 29 * *	ταύτας. *B.*
—— l. 7 τῷ Β, ἄξονα ἔχοντες	—— l. 32 * *	τῷ Β ἄξονα ἔχοντα. *D.*
—— l. 11 ἐπεὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Δειχθήσεται ἡ ἡμιόλιος τῶ κώνου,	—— l. 34 * * ἐλάσσονι mutato in ἐλάσσων	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 29 ΓΑ	—— l. 43 * *	ΓΔ. *C.*
—— l. 38 ἡμίσεως ὅλα	—— l. 47 ἡμίσεως ὅλα	ἡμίσεως ἔστι. *A.* ἡμιόλιος. *B.*
—— l. 41 μείζον.	—— l. 49 μείζων	μείζων. *B. D.*
—— l. 45 περιγραφὲν	—— l. 51 περιγραφὲν	περιγραφέν. *C. D.*
—— l. 50 τὰν ΑΓ,	—— 65. l. 2 τὰν ΑΓ	τὰν ΑΓ. *B. C. D.*
—— — ib. δ',	—— — ib. * *	μὲν. *D.*
—— 287. l. 9 ὅλας	—— l. 21 * *	ὁ ὅλας. *B. C. D.*
—— l. 21 ἐγγεγραμμένω	—— l. 24 * *	περιγεγραμμένω. *A. B. C. D.*
—— l. 23 μείζον	—— l. 25 μείζων	μείζων. *B. C. D.*
—— l. 29 τῷ ἐν ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, καὶ	—— l. 27 * *	deſunt. *D.*
—— l. 33 ἔχων	—— l. 30 ἔχει	ἔχει. *B.* ἔχων. *C.*
—— l. 36 ἔξω τούτου τὸν	—— l. 31 * *	deſunt. *D.*
—— l. 38 ἀπολελαμμένοις	—— l. 32 * *	ἀπολελαμμένου. *A.*
—— l. 42 ἐγγεγραμμένον	—— l. 34 * *	γεγραμμένου. *B. D.*
—— l. 48 μείζονος	—— l. 37 μείζων	μείζων. *A.*
—— l. 52 μείζων ἐστὶ ἢ διπλάσιον	—— l. 39 * *	μείζων ἐστὶ ἢ διπλάσιος. *D.*
—— l. 53 διπλάσιον.	—— l. 40 * *	διπλάσιος. *D.*
—— 288. l. 6 πολλῶν	—— l. 43 πάλιν καὶ	πάλιν κώνου. *A. D.* πολλῶν. *B.* πάλιν. *C.*
—— l. 17 κυλίνδρῳ,	—— l. 48 * *	κυλίνδρων. *A.*
—— l. 26 λόγον,	—— 66. l. 2 * *	τὸν λόγον. *D.*
—— l. 34 αἱ βάσιες	—— l. 6 * *	αἱ βάσεις. *D.*
—— l. 36 σὺν τῷ	—— l. 7 σὺν τὰν	σὺν τῷ. *B. D.*
—— l. 40 κύλινδρος	—— l. 9 * *	κυλίνδρου. *A.*
—— l. 43 διπλάσιον	—— l. 11 * *	διπλάσιος. *A. B. C. D.*
—— l. 44 Τὸ δὴ	—— — ib. * *	τὸ. *A.*
—— l. 45 ἄρα	—— l. 12 * *	deeſt. *A.*
—— 289. l. 6 ἐφεξῆς κώνου	—— l. 18 ἐφεξῆς	ἐφεξῆς κώνου. *B.*
—— l. 10 Τμᾶμα	—— l. 20 * *	τμᾶμα. *D.*
—— l. 12 τῷ κατὰ τὰν ΑΔ. Ἐπιφανείᾳ	—— — ib. καθὰ τῶ τὰν ΑΔ ἐπιφάνειαν	ut in Edit. Oxon. *B. C.* τῶ κατὰ τὰν ΑΔ ἐπιφανεία ἐπιφανείᾳ. *D.*
—— l. 18 κώνου τμᾶμα	—— l. 23 τμᾶμα	κώνου τμᾶμα. *A. B. C. D.*
—— l. 27 τῷ	—— l. 30 * *	τᾶς. *C.*
—— l. 39 ἔχει	—— l. 39 ἔχοντα	ἔχει. *C. D.*
—— 290. l. 2 ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τμᾶμα ὕψος ἴσον ἐχόντων	—— 67. l. 3 * *	ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρου τμᾶμα ὕψος ἴσον ἔχον τῷ. *A.*
—— l. 5 ὑπερέχειν	—— l. 4 * *	ὑπερέχει. *D.*
—— l. 16 τμᾶμα,	—— l. 10 * *	τμᾶμα. *A.*
—— l. 20 μόνον	—— l. 12 δὲ μόνου	μόνου. *A. C. D.*
—— l. 22 κατὰ τὸ	—— l. 13 κατὰ τὰν	deeſt. *A.*
—— l. 25 τὸν ἐν τῷ	—— l. 15 * *	τῶν ἐν τῷ. *D.*
—— l. 28 ἐχόντων	—— l. 16 ἔχοντα	ἔχοντας. *B.*
—— l. 31 αὐτῶ	—— l. 18 * *	αὐτοῖς. *A. D.*
—— l. 33 ἴσοις	—— — ib. ἴσαις	ἴσαι. *A. B. D.* ἴσοις. *C.*
—— l. 36 ἐν	—— l. 20 * *	ἔστι. *A.*
—— l. 45 ἴσα	—— 67. l. 25 ἴσα	ἴσα τῷ. *A. B. C. D.*
—— — ib. ἀντιπαρατείνει ἐπιπέδῳ,	—— — ib. ἀντιπαρατείναι τὸ ἐπίπεδον	ἀντιπαρατείνει τὸ ἐπίπεδον. *B.* ἀντιπαραθέντι ἐπιπέδου. *C.* ἀντιτεθῆναι τὸ ἐπίπεδον. *D.*
—— l. 48 ἐπεί ἐστιν	—— l. 26 * *	ἐπεί ἐστιν. *A. D.*
—— 291. l. 8 ἔστω	—— l. 30 * *	ἔστωσαν. *A. B. C. D.*
—— l. 29 ἔχων	—— 68. l. 2 * *	ἔχοντες corr. mar. eâd. man. ἔχει. *B.* ἔχει. *D.*
—— l. 32 καὶ	—— l. 3 * *	deeſt. *A.*
—— l. 34 ΔΖ	—— — ib. * *	ΑΖ. *A.*
—— l. 37 ἔχοντι	—— l. 5 ἐχόντι	ἔχοντι. *D.*
—— — ib. ποτ' ἄλλαλα	—— — ib. * *	ποτὶ τ' ἄλλαλα. *A.* ποτὶ τὰ ἄλλαλα. *D.*
—— 292. l. 6 ἔχει	—— l. 15 ἔχει	ἔχει. *B.*
—— l. 11 ΑΚ ποτὶ ΑΜ.	—— l. 17 * *	ΑΝ ποτὶ ΑΚ. *D.*
—— l. 13 ἁ ΑΚ ποτὶ τὰν ΑΜ	—— — ib. * *	ἁ ΑΝ ποτὶ τὰν ΑΚ. *C. D.* N ſæpe pro M. *C.*
—— l. 21 ἀγμένος,	—— l. 22 ἀγμένα	ἀγμένος. *A. B. C. D.*
—— l. 25 τῷ μὲν	—— l. 24 * *	τὰ μὲν. *A.*
—— l. 26 ἄξων	—— l. 25 * *	ἄξων. *A.*
—— l. 30 ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ τμάματος, ἔστω τομὰ ἁ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομά· ἄξων δὲ ἁ ΒΔ· καὶ ἀπολελάφθω ἁ ΒΔ τῷ Κ ἴσα· καὶ διὰ τοῦ Δ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα. Τὸ δὲ τμᾶμα τῷ κωνοειδέος,	—— l. 27 * *	repetuntur hæc verba. *D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 292. l. 43 ἔτι	Pag. 68. l. 31 * *	ἔτι. *A. D.*
—— – ib. ἐσοῦνται	—— – ib. * *	ἐσοῦνται. *A. D.*
—— l. 44 ἢ	—— l. 32 * *	ἴσω. *A. B. C. D.*
—— 293. l. 3 δύο κῶνοι βάσεις	—— l. 42 δύο κῶνοι βάσιν	δύο κῶνοι βάσιας. *B.* ἐν κῶνοι βάσιας. *C.* κῶνοι βάσιας. *D.*
—— l. 11 μάλα,	—— l. 47 μᾶλλον	μάλα. *B.*
—— l. 14 καὶ ἐν τῷ ὃν ἔχει ἁ ΔΒ ποτὶ τὰν ΒΘ.	—— l. 49 * *	deſunt. *D.*
—— l. 25 τῷ Α΄ καὶ	—— 69. l. 4 * *	deſunt. *D.*
—— l. 29 τετράγωνον,	—— l. 6 τετράγωνον Ξ	τετράγωνον ΚΞ. *A. C. D.* τετράγωνον. *B.*
—— l. 32 ὀρθῷ	—— l. 7 καὶ ὀρθῷ	ὀρθῷ. *A. D.*
—— l. 36 ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τῷ τε ἄξονι τῶ τμάματος, καὶ τῷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεινούσας τῷ ἄξονι.	—— l. 10 * *	
—— l. 44 ἃ ΑΓ.		deſunt. *A.*
—— 294. l. 30 ἐγγεγραμμένον, ἃ	—— l. 13 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 34 τῶ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα	—— l. 44 * *	ἐγγεγραμμένον. *A. B. C.* περιγεγραμμένα. *D.*
	—— l. 46 * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 43 ἕξει ἄρα ἀσυμμέτρως	—— l. 50 ἕξει ἀμέτρως ὁμοίως	ἕξει δὲ ἀμέτρῳ ὁμοίως. *A. D.* ἕξει ἀμετρῷ ὁμοίως. *B.*
—— l. 45 ἐν	—— l. 51 * *	deeſt. *A.*
—— – ib. ΘΡ. Ἔστω	—— 70. l. 1 * *	ΘΟ ἔστωσαν. *B. C. D.*
—— l. 46 ἐφ' ἃ τὰ	—— – ib. ἐφ' αὐτὰ	ἐφ' ἃ τά. *A. B. C. D.*
—— l. 50 ἴσαι	—— l. 3 * *	ἐν. *A. B. C. D.*
—— l. 51 ἴσαι	—— – ib. * *	ἐν. *B. C. D.*
—— l. 52 τῷ ἴσῳ	—— l. 4 * *	τῶν τῷ ἴσῳ. *A. C. D.*
—— 295. l. 2 ἃ δὲ ἐφ' ᾧ παρ' ... ἴσα τῷ ΒΟ.	—— l. 6 * *	deſunt. *D.*
—— l. 11 ΖΔΒ,	—— l. 10 * *	ΖΔ ΒΔ. *A. C. D.*
—— – ib. ὑπὸ τῶν	—— l. 11 * *	ὑπὸ τᾶς. *C. D.*
—— l. 14 πλαγία	—— l. 12 * *	πλαγία. *A.*
—— l. 16 ΞΜ	—— l. 13 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 17 ἴσα ἐστὶ τῇ ΞΝ. Ἁ γὰρ Ξ	—— – ib. * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 28 χωρίον	—— l. 19 χωρὶς	χωρίον. *D.*
—— l. 35 τὸν	—— l. 23 τὸν δὲ	τόν τε. *C. D.*
—— l. 42 ἐν	—— l. 26 * * ad finem lineæ	deeſt. *D.*
—— l. 45 Δέδεικται	—— l. 28 δυνατόν	δέδεικται. *A. C. D.*
—— – ib. ὅτι	—— – ib. * *	deeſt. *A.*
—— l. 48 ἀμφοτέραις,	—— l. 29 * *	συναμφοτέραις. *A. B. C. D.*
—— 296. l. 14 σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ ἔλασσον ὑπερέχει τὸ περιγεγραμμένον	—— l. 38 * *	
—— l. 23 ΔΕ,		deſunt. *D.*
—— l. 26 τὸν λόγον, ἐν τῷ	—— l. 43 * *	deſunt. *D.*
—— l. 27 Ξ	—— l. 44 * *	λόγον τό. *A. C. D.*
—— l. 29 εἶμεν	—— l. 45 * *	deeſt. *D.*
	—— l. 46 εἶμεν	ἐπί. *D.*
	ab ἔλασσον ἐπὶ τῷ Ψ. l. 39 ad σχῆμα lineâ 47.	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 30 περιγεγραμμένον	—— l. 47 * *	ἐγγεγραμμένου. *D.*
—— 267. l. 1 ἐν ᾧ συναμφοτέραις ἴσα, τῷ τε	—— 71. l. 7 * *	ἐν αἱ συναμφοτέραι ἴσα τούτῳ. *A. D.* ἐν αἱ συναμφοτέραις ἴσαι τούτῳ. *B.* ἐν αἱ συναμφοτέραις ἴσαντι τῷ. *C.*
—— l. 15 Τέμνει	—— l. 14 * *	τεμεῖ. *C. D.*
—— l. 21 ἐστὶ τὸ	—— l. 17 * *	ἐσοῦνται. *B. D.* ἐσοῦνται τό. *C.*
—— l. 24 Ἐσσοῦνται δὲ ἐξαγωνίου κώνου τομᾶς	—— l. 18 * *	ἔστω ἄλλη ἐξαγωνία κώνου τομά. *A. B. C. D.*
—— l. 34 τῷ ΒΔ,	—— l. 27 * *	τῶν ΒΔ. *D.*
—— l. 45 καὶ	—— l. 41 * *	deeſt. *A.*
—— 298. l. 1 γὰρ	—— l. 45 * *	γάρ. *D.*
—— l. 7 κυλίνδρου	—— l. 48 * *	κυλίνδρῳ. *A. B. C. D.*
—— l. 9 ὑπερέχει	—— l. 49 * *	περιέχει. *D.*
—— l. 12 σχήματος,	—— l. 51 * *	τμάματος. *A. B. C.*
—— l. 16 περὶ	—— 72. l. 2 * *	ποτὶ τάν. *B. C. D.*
—— – ib. τῷ τόμῳ,	—— – ib. * *	τόμῳ. *D.*
—— l. 24 ἴσον	—— l. 6 * *	ἴσα. *A.*
—— l. 26 ἔστω	—— l. 7 * *	ὥστε. *A.*
—— l. 27 ἐξαγωνίου κώνου	—— – ib. * *	ἐξαγωνία κώνου. *A. D.*
—— l. 28 ἀλλήλας,	—— l. 8 ἀλλάλαις	ἀλλάλας. *B. C. D.*
—— l. 30 ΖΔΒ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν	—— l. 9 * *	
—— l. 41 ποτὶ τὸν τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι καθ' αὑτὸν ἐόντα, καὶ ἄξονα ἔχοντα ἴσον τῷ ΔΕ,	—— l. 14 * *	deſunt. *C.*
		deſunt. *A. D.*
—— l. 45 Ξ	—— l. 16 * *	ΝΞ. *B. C. D.*
—— l. 50 ἄλλως	—— l. 19 * *	ἀλλάλοις. *A.* ἀλλάλαις. *D.*
—— 299. l. 4 τοῖς λόγοις,	—— l. 21 * *	τοῖς αὐτοῖς λόγοις. *A.*
—— l. 7 χωρὶς	—— l. 22 * *	τὰ χωρὶς. *D.*
—— l. 9 ΜΞ	—— l. 23 ΓΞΝ	ΞΝ. *A. B. C. D.*
—— l. 12 ποτὶ	—— l. 25 φατὶ	ποτί. *A.*
—— l. 14 Ξ,	—— l. 26 * *	ΒΞ. *A. B. C. D.*
—— l. 18 Οὐκ ἐστὶν ἄρα μεῖζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου.	—— l. 28 * *	
		deſunt. *D.*
—— l. 37 σχῆμα	—— l. 38 * *	τμᾶμα. *B. C. D.*
—— l. 40 σχήματος	—— l. 39 * *	τμάματος. *A. C. D.*
—— 300. l. 9 τὸν αὐτόν,	—— l. 47 τὸν τὰν τοῦ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν	τὸν αὐτόν. *A. B. C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 300. l. 16 ὑπερέχοι	Pag. 72. l. 51 • •	ὑπερέχει. *A.*
——— l. 19 ἔλασσον ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἃ τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος	——— 73. l. 2 • •	deſunt. *A. D.*
——— l. 22 τοῦ ἡμίσεος	——— l. 3 • •	τὸ ἡμίσεος. *C.* ἡμίσεος. *D.*
——— 301. l. 3 Ἔστω δὲ	——— l. 11 • •	ἔστωσαν. *A.* ἔστωσαν δέ. *B. D.* ἔστω δὲ. *C.*
——— l. 4 ἐφ' ἂν τὰ	——— ib. ἐφ' αὐτᾶ	ἐφ' ἂν τὰ. *B.* ἐφ' ἃς τὰ. *C.*
——— ib. τᾶς	——— l. 12 • •	τοῦ τᾶς. *C. D.*
——— l. 9 παρ' αὐτῷ τετραγώνῳ	——— l. 14 • •	παρὰ τῶν τετραγώνων. *B.*
——— l. 14 ἐπὶ	——— l. 16 ἴσον	ἃ. *C. D.*
——— ib. πρὸ	——— l. 17 πρῶτα	πρὸ. *C.* πρὸ τοῦ. *D.*
——— l. 23 ἔχοντα	——— l. 21 • •	ἔχοντι. *A. C. D.*
——— l. 24 ἐν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΘ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ· ὅτι καὶ ἐν τὸ ἀπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΔ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ περιεχόμενον. Ἔχει οὖν ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν αὐτὸν λόγον,	——— ib. • •	deſunt. *D.*
——— l. 27 κυλίνδρου	——— l. 23 • •	κύκλον. *A.*
——— l. 34 γνώμονα,	——— 74. l. 2 γνώμονα	γνώμονα. *A.*
——— l. 35 ἀφαιρημένοι.	——— ib. ἀφαιρημένοι	ἀφαιρημένοι. *B. C. D.*
——— l. 38 κατὰ	——— l. 4 • •	τὰ. *D.*
——— l. 42 ἀφαιρημένους,	——— l. 6 • •	ἀφαιρημένοι τὰ. *B. C. D.*
——— 302. l. 3 ΞΦ,	——— l. 13 • •	ΞΦ ΞΥ ΞΩ. *A. B. C. D.*
——— l. 4 ὑπεροχᾷ.	——— ib. ὑπερεχομένα	ὑπεροχᾶ. *A. B. D.* τὸ ὑπεροχᾶ. *C.*
——— l. 6 τῷ μεγίστῳ. Τὰ οὖν	——— l. 14 τῶ μεγίστω τὰ οὖν	τῶ μεγίστω τὰ οὖν. *A. D.* τῷ μεγίστῳ τὰ οὖν. *B. C.*
——— l. 14 τριπλάσια	——— l. 18 • •	διπλασία. *A.*
——— l. 15 μείζονά ἐστι	——— l. 19 • •	να ἐστί. *A. B. D.* 'να ἐστί. *C.*
——— l. 16 μείζονα	——— ib. • •	μείζονα ἐστί. *C. D.*
——— l. 17 μὲν	——— l. 20 • •	deeſt. *B.*
——— l. 18 ἃ ἡμιόλιος	——— ib. • •	ἡμίσεος. *A. D.* ἡμίσεοι. *B. C.*
——— l. 30 τὸ ἐγγραφὲν σχῆμα τοῦ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλασσόν ἐστι	——— l. 26 • •	repetuntur hæc verba. *A.*
——— 303. l. 1 ἃ	——— l. 38 • •	deeſt. *D.*
——— l. 4 χωρὶς	——— l. 40 χώραν	χωρίς. *A. B. C. D.*
——— l. 16 τὸ βάσιν	——— l. 46 βάσιν	τὰ βάσιν. *A. D.*
——— l. 22 ἐπιπέδῳ	——— l. 49 • •	deeſt. *B.*
——— l. 27 ἀγμένοι.	——— 75. l. 1 • •	ἀγμένοι. *C.*
——— ib. Ἄχθω	——— ib. • •	ἄχθωσαν. *B. D.* ἄχθων. *C.*
——— l. 31 ταῦτα	——— l. 3 • •	τὰ αὐτά. *C.*
——— l. 32 ἐπιζευχθεῖσα.	——— ib. ἐπιζευχθεῖσαι	ἐπιζευχθεῖσα. *B. C. D.*
——— l. 38 κυλίνδρῳ	——— l. 19 • •	κύλινδροι. *C. D.*
——— l. 45 ἡμίσεον	——— l. 23 ἡμίσεος	τὸ ἡμίσεον. *C. D.*
——— l. 49 Ἐγγεγράφθω	——— l. 25 • •	ἐνέγγραφα. *A. C. D.* ἐγγράφα. *C.*
——— l. 51 περιγεγράφθω	——— l. 26 • •	περίγραφα. *A. C. D.*
——— 304. l. 2 ἐλάσσονι ἢ ὥστε ὑπερέχειν	——— l. 27 • •	deſunt. *D.*
——— l. 11 καὶ ὁ τόμος	——— l. 29 • •	ἡμιόλιος. *A.*
——— l. 15 ἡμιόλιος	——— l. 30 καὶ ὁ τόμος	ἡμιόλιος. *C. D.*
——— l. 16 ἡμισείῳ	——— l. 31 ἡμισείας	ἡμισείω. *B.* ἡμίσεος. *D.*
——— l. 17 ἴσαν	——— ib. • •	ἄρα. *D.*
——— l. 29 ἡμιόλιος.	——— l. 36 • •	ἡμίσεος. *D.*
——— ib. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Οὐκ ἐσσεῖται ὧν οὐδὲ ἔλασσον τὸ ἥμισυ	——— ib. • •	deſunt. *D.*
——— l. 36 ὃν	——— l. 41 ὅ	ὄν. *B.*
——— l. 38 ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος.	——— l. 42 • •	deſunt. *D.*
——— l. 40 τι	——— ib. • •	deeſt. *B.*
——— ib. σχήματος,	——— ib. • •	τμάματος. *A. B. C. D.*
——— l. 42 τμαθέντος	——— l. 43 τμαθέντος	τμάματος. *D.*
——— l. 45 ἄξων	——— l. 44 • •	ἄξων τοῦ. *B. C. D.*
——— l. 48 εἶμεν	——— l. 46 εἶναι	ἐστί. *D.*
——— 305. l. 6 ποτὶ τὰν	——— l. 49 • •	ποτὶ τὰ. *C. D.*
——— l. 10 ποτὶ τὰν ΔΖ. Φαμὶ δὴ	——— 76. l. 1 • •	deſunt. *D.*
——— l. 17 τμᾶμα	——— l. 9 τμῆμα	κῶνον τμᾶμα. *B.*
——— l. 21 ἐστι τὸ	——— l. 16 • •	ἐστὶ καὶ τό. *A.*
——— l. 27 τᾶς ΒΘ, καὶ ἁ ΒΔ τᾶς ΒΡ, τριπλάσιον ἐστιν καὶ	——— l. 20 • •	deſunt. *A. B. C. D.*
——— l. 41 ΔΖ ποτὶ τὰν ΔΗ.	——— l. 29 • •	ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. *A. C. D.*
——— l. 45 Ἔστωσαν	——— l. 31 ἔστω	ἔστωσαν. *A. B. D.* ἔστω. *C.*
——— l. 46 ἐφ' ἂν τὰ	——— ib. ἐφ' αὐτᾶ	ἐφ' ἂν τὰ. *B. D.* ἐφ' ἃς τὰ. *C.*
——— l. 47 ἐν τῷ ΒΔ,	——— l. 32 • •	τᾶς ΒΔ. *B.* τὰ ΒΔ. *C.* τὰ ΒΔ. *B.*
——— l. 48 τᾶν	——— ib. • •	τά. *A.*
——— l. 49 Τᾶν ὧν	——— l. 33 • •	τὰ ὧν. *A. D.*
——— l. 51 τᾶν	——— l. 34 • •	τόν. *B.*
——— l. 52 διαμέτρῳ	——— ib. • •	διαμέτρου. *B. C. D.*
——— l. 51 γνώμων	——— l. 35 • •	γνώμονος. *C.*
——— 306. l. 5 ἀφαιρημένοι. Ἐπεὶ τοίνυν δὲ ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ πρώτου χωρίου γνώμων	——— l. 37 • •	deſunt. *C.*
——— l. 8 ΝΟ,	——— l. 39 • •	Θ. *A.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 306. l. 10 Ὁ δὲ	Pag. 76. l. 40 • •	deſunt. *D.*
—— l. 15 τό τε	—— l. 42 • •	deſunt. *D.*
—— l. 20 τοῖς	—— l. 45 τῆς	τοῖς. *B. C.*
—— l. 23 τὸν	—— l. 46 • • ad ſinem lineæ	τῶν. *B.*
—— l. 25 ΔΓ πεπὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΚΕ.	—— l. 48 • •	ΔΕ. *D.*
—— l. 32 κατ' αὐτὸν	—— l. 51 • •	κατὰ τὸν. *A. C. D.*
—— l. 34 ἐν	—— 77. l. 1 • •	deeſt. *B. C. D.*
—— l. 43 ποτ' ἄλλα χωρία,	—— l. 6 • •	deſunt. *D.*
—— 307. l. 7 ἴσον	—— l. 14 ἴσας	ἴσας. *C.*
—— l. 8 ὅλον ὡς σύμπαντα τὰ χωρία, ὧν ἕτιν ἕκαςον ἴσον τῷ μεγίςῳ,	—— ib. • •	deſunt. *C.*
—— l. 9 ὧν ἕτιν ἕκαςον ἴσον τῷ μεγίςῳ, πάλι πάλιν τὰ ἴτιμα χωρία	—— l. 15 • •	deſunt. *D.*
—— l. 18 ὡς ἄξονα τὸν αὐτὸν, πεπὶ τὸ χῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμήματι,	—— l. 19 • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 36 ὑπερέχειν	—— l. 28 • •	ὑπερέχει. *C. D.*
—— l. 37 μεῖζον	—— l. 29 • •	μεῖζον. *B.*
—— ib. ὁ Ψ	—— ib. • •	τὸ Ψ. *C.*
—— l. 45 τὸν ἐν	—— l. 33 • •	τῶν ἐν. *B.*
—— l. 46 λόγον,	—— ib. • •	τὸν λόγον. *A. D.*
—— l. 48 ΒΔ,	—— l. 34 ΒΕ	ΒΔ. *A. C. D.*
—— l. 53 πεπληκότων,	—— l. 37 • •	παραπεπληκότων. *A. C. D.*
—— 308. l. 8 λεγομένου τοῦ	—— l. 41 • •	λεγομένου. *C.* λέγομαι τοῦ. *D.*
—— l. 25 τῷ τε ἡμιολίῳ	—— l. 50 ταῖς τε ἡμιολίαις	ταῖς ἡμιολίοις. *D.*
—— l. 31 ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος	—— 78. l. 2 • •	deſunt. *A. D.* in *C.* ἄρα ſolum deeſt.
—— l. 33 ὁ	—— l. 3 • •	deeſt. *A. C. D.*
—— l. 35 ἄρα	—— l. 4 • •	deeſt. *C.*
—— l. 39 τὸ σφαιροειδὲς,	—— l. 6 • •	σφαιροειδὲς. *D.*
—— l. 51 ἄχθω	—— l. 13 • •	ἄχθωσαν. *A.*
—— 309. l. 3 κατὰ τὰ	—— l. 14 • •	κατὰ τό. *C. D.*
—— l. 15 καὶ ὁ κῶνος ὁ κορυφὰν ἔχων τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν τῷ ἐπιφανείᾳ ἐπιπίπτει ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ,	—— l. 21 • •	deſunt. *B.*
—— l. 23 ὡς ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ	—— l. 27 • •	deſunt. *D.*
—— l. 25 ἔχον	—— l. 28 ἔχον	ἔχοντες. *B.* ἔχει. *C.*
—— ib. τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Δεικτέον ὅτι τὸ	—— l. 29 • •	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 51 ὕψος ἴσον	—— l. 48 ὕψος	ὕψος ἴσον. *B.*
—— 310. l. 3 ἔλασσον	—— l. 50 • •	χῆμα ἔλασσον. *D.*
—— l. 6 ἔχον,	—— l. 51 • •	ἔχει. *A. D.*
—— l. 29 ἐν ἁ ΕΗ	—— 79. l. 13 • •	ἐν ἔχει ἁ ΕΗ. *B. C. D.*
—— l. 31 ἀπὸ	—— l. 14 • •	ἀπὸ τῶν. *B. C.*
—— 311. l. 3 ΚΘ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς	—— l. 33 • •	deſunt. *C.*
—— l. 7 ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ	—— l. 35 • •	deſunt. *C.*
—— l. 9 ΞΔ, ΘΒ	—— l. 36 • •	ΞΔ ΘΔ. *A.* ΞΔ. *D.*
—— l. 10 ΒΘΔ,	—— ib. • •	ΘΔ. *D.*
—— l. 30 ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος.	—— l. 46 • •	deſunt. *C.*
—— l. 32 ὁ ἐν	—— l. 47 • •	ἐν. *D.*
—— l. 33 ἔλασσον ἢ τὸ ἡμίσεον	—— l. 48 τοῦ ἡμίσεος	τὸ ἔλασσον τοῦ ἡμίσεος. *A. C. D.* τὸ ἔλασσον τοῦ ἡμίσεος. *B.*
—— l. 36 τὸν ἐν τῷ ἡμισέῳ	—— l. 50 τὸν ἐν τῷ ἡμίσει	τὸν ἐν τῷ ἡμίσεος. *B.* ἡμίσει. *D.*
—— l. 43 ἔχει	—— 80. l. 2 • •	ἔχει. *B.*
—— 312. l. 2 ποτὶ	—— l. 5 πρὸς	corr. marg. καί. *B.*
—— l. 3 δὲ τὸ	—— ib. • •	δὲ τῷ. *A. B. C. D.*
—— ib. τοῦ	—— ib. • • ad ſinem lineæ	ὁ. *A. B. C. D.*
—— l. 12 ἐν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ· τοῦτον γὰρ ἔχει τὸν λόγον ὃν ἁ ΖΕ	—— l. 10 ἐν τῷ ἁ ΖΕ	ut in Edit. Oxon. excepto ΒΕΔ pro ΒΕ ΕΔ et ΖΘ pro ΖΕ. *A. B. C. D.*
—— l. 20 ἐν αὐτῷ	—— l. 13 • •	ἐν τῷ αὐτῷ. *A. D.*
—— l. 21 τοῦτον τὸν λόγον, ὃν	—— ib. • •	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ΕΔ.	—— l. 15 • •	deſunt. *A.*
—— l. 27 ΕΔ·	—— l. 16 • •	parva lacuna relinquitur. *C.* deſunt. *D.*
	—— l. 17 (ΕΔ)	deſunt. *B.* ΕΔ. *C. D.*
—— l. 29 Ἁ γὰρ	—— ib. • •	ἁ γάρ. *C. D.*
—— l. 32 τὸ εἶμεν τᾶ ΗΔ.	—— l. 19 • •	εἶμεν τὰν Δ. *D.*
—— l. 35 ΞΔ, ΕΔ,	—— l. 20 • •	ΞΕ ΕΔ. *C. D.*
—— 313. l. 5 ἕξει	—— l. 29 • •	ἔχει. *A. D.*
—— l. 6 τῷ	—— ib. • •	τᾶ τε. *B.*
—— l. 10 ἐπειδὴν ἀλλὰ διὰ	—— l. 32 • •	ἐπειδὴ, ἀλλὰ καί. *D.*
—— l. 26 Ἄχθω δὲ ἁ τᾶς κορυφᾶς ἐπιζευγνύουσα τῶν γενομένων τμαμάτων ἁ ΒΔ.	—— l. 43 • •	deſunt. *A. D.*
—— l. 28 δὲ	—— l. 48 • •	deeſt. *D.*
—— l. 29 τὸ ἡμίσεον	—— l. 50 τοῦ ἡμίσεος	τὸ ἡμίσεον. *C. D.*
—— l. 30 ἁ ΔΗ ἴσα τᾶ ΔΘ.	—— l. 51 • •	τᾶς ΔΗ ἴσα ἁ ΔΘ. *C. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 313. l. 37 παραλλήλῳ	Pag. 81. l. 2 παραλλήλα	παραλλήλω. *A.*
—— l. 39 κώνου, κορυφὰν ἔχον τὸ Δ σαμεῖον· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ΔΘ ποτὶ τὰν ΕΔ, τοῦτον ἐχέτω ἁ ΞΔ ποτὶ τὰν ΘΔ. Ὁμοίως δὲ τῷ πρότερον δειχθήσεται, ὅτι ἀπότμαμα	—— l. 3 * *	deſunt. *D.*
—— l. 42 τοῦ σφαιροειδέος	—— l. 5 * *	σφαιροειδέος. *D.*
—— l. 43 ἐγγεγραμμένου,	—— -ib. ἐγγεγραμμένου	ἐγγεγραμμένω. *B. C. D.*
—— l. 44 ἐν τῷ	—— l. 6 * *	αὐτῷ. *D.*
—— -ib. αὐτόν	—— -ib. * *	deeſt. *D.*
—— l. 48 τὸ ἐν ᾧ	—— l. 8 * *	τῷ ἐν ᾧ. *B.*
—— l. 49 ΒΕ, ΕΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν	—— l. 9 * *	deſunt. *D.*
—— 314. l. 1 ὑπὸ τᾶν	—— l. 10 ὑπὸ τῶν	ὑπὸ τᾶν. *B. C. D.*
—— l. 5 ΖΗ, ΞΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΞΔ.	—— l. 12 * *	ΒΞ ΞΔ. *D.*
—— l. 6 ἑκατέρα	—— l. 13 * *	deeſt. *D.*
—— l. 12 ΖΗ, ΞΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν	—— l. 16 * *	repetuntur hæc verba. *B. C. D.*
—— l. 20 ἔχει	—— l. 20 * *	ἔχοι. *C.*
—— l. 22 ἐλάσσων	—— l. 21 * *	μείζων. *B. C.*
—— -ib. ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ μείζονι τμάματι ἐγγεγραμμένου,	—— -ib. * *	deſunt. *B. C. D.*
—— l. 26 τῶν	—— l. 23 τούτων	τὸν τῶν. *A.*
—— l. 30 τῷ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένῳ,	—— l. 25 * *	τὸ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένον. *A. B. C. D.*
—— l. 32 τοῦ	—— l. 26 * *	τό. *A.*
—— 319. l. 1 Βασιλεῦ Γέλων,	—— 120. l. 18 βασιλεῦ Γέλων	βασιλεῦ Γελῶν. *A.* βασιλεῦ Γελῶν. *B. C. D.*
—— l. 5 Ἐντὶ	—— l. 20 ἐν	deeſt. *B.*
—— l. 6 μὲν εἶμεν	—— l. 21 εἶμεν	ἡ εἶμεν. *A. C.* ἢ ἐν μέν. *B.* κεῖμεν. *D.*
—— l. 8 ὥστε	—— l. 23 οὐ	ὥστε. *C.*
—— l. 9 εἰ νοήσαιεν	—— -ib. * *	ἂν νοῆσαι ἐν. *D.*
—— l. 10 ἄλλως	—— l. 24 ἄλλως	ἀλλ᾽ ὡς. *C.*
—— l. 11 τάν τε	—— -ib. * *	τῶν. *B.*
—— l. 14 μηδ᾽ ἐν ἀκαρεῖ	—— l. 26 μὴ δ᾽ ἐν ἀκαρεῖ	μηδὲν κάρη. *A. C.* μηδὲν βάρη. *D.*
—— l. 15 τοῦτο	—— -ib. * *	τό. *A. B. D.*
—— l. 19 ἀριθμόν	—— l. 29 ε	καί. *B. D.*
—— -ib. τοῦ μεγέθεος	—— -ib. τοῦ μεγέθους	τοῦ μέγεθος. *B. D.* μέγεθος. *C.*
—— l. 23 κέντρον μέν	—— l. 31 * *	μέτρον μέν. *D.*
—— -ib. κέντρον ἴσαν τᾷ εὐθείᾳ	—— -ib. κέντρον εὐθεῖαι	κέντρον αἱ εὐθεῖαι. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ὑποθεσίων	—— l. 33 * *	ὑποθέσιν τινά. *A.* ὑποθεσίων τινῶν. *C.* ὑποθέσιν. *D.*
—— 320. l. 4 τηλικαύταν	—— l. 37 * *	ταλίκαν. *B.*
—— l. 5 ὡς τι τὸν κύκλον, καθ᾽ ὃν τὰν γᾶν	—— -ib. ἐπὶ ὡς τι τὸν κύκλον καθ᾽ ὃν τὰν γᾶν	ἔσω τὸν κύκλον καθ᾽ ὃν τὰν γᾶν. *A.* ἐν ᾧ τὸν κύκλον καθ᾽ αὐτὰν γᾶν. *B.* ἐς τὸ τὸν κύκλον καθ᾽ αὐτὰν γᾶν. *C.* ἔσω τὸν κύκλον καθ᾽ αὐτὰν γᾶν. *D.*
—— l. 8 δὲ εἴδωλον	—— l. 39 δ᾽ εἴδωλον	γὰρ δῆλον. *A.* γ᾽ εἴδωλον. *C. D.*
—— l. 11 αὐτί.	—— l. 41 * *	αὐτίν. *A.*
—— l. 16 καθ᾽ ἃν	—— l. 43 * *	καθ᾽ ἥ. *A.*
—— l. 17 ὑποτίθεται	—— -ib. ὑποτίθενται	ὑποτίθεται. *A. C. D.*
—— -ib. τῶν ἀπλανέων	—— l. 44 τῶν ἀπλανῶν	τῶν ἀπλανῶν. *A. B. C.* ἀπλανῶν. *D.*
—— l. 23 τηλικαύτα	—— l. 46 * *	ταλίκα. *B.*
—— l. 24 ἀπλανέων	—— l. 47 * *	πλανέων. *A.*
—— l. 25 οὕτως τινάς	—— 121. l. 1 ὦ τινάς	οὕτως τινάς. *C. D.*
—— -ib. διαχθέντα	—— -ib. διαχθέντων	διαχθέντων. *A.*
—— l. 26 κατεσκευασμένας	—— -ib. κατεσκευασμένων	κατ᾽ ἔσκεμμα ἄξιον. *C.*
—— l. 28 ἔχοντος	—— l. 2 ἔχον τό	ἔχοντος. *A. B. D.*
—— l. 29 μέν,	—— -ib. * *	μὲν τῶν. *A. B. C. D.*
—— l. 30 τ′	—— l. 3 τῶν	T. *D.*
—— l. 31 πεπειραμένων	—— -ib. * *	πεπειραμένων. *B. C. D.*
—— l. 34 δεκαπλάσιον	—— l. 5 δεκαπλασίων	δεκαπλασίων. *D.*
—— l. 35 τ′	—— l. 6 τῶν	T. *D.*
—— -ib. μυριάδων σταδίων τῷ μὴ μείζω.	—— -ib. λ′λ σταδίων καὶ μείζων	μυριάδων σταδίων τῷ μὴ μείζω. *A. D.* [illegible] σταδίων καὶ μὴ μείζων. *B. C.*
—— l. 37 εἶμεν	—— l. 7 ἔσεσθαι	εἶμεν. *B.*
—— l. 39 λαμβάνων	—— l. 8 * *	λαμβάνω. *A.*
—— l. 43 Εὐδόξου μέν,	—— l. 10 εὐδοξοῦμεν	εὐδόξου μέν. *D.*
—— l. 49 ἀναμφιλόγως	—— l. 14 ἀμφιλόγως	ἀναμφιλόγως. *C. D.*
—— l. 51 τριακονταπλασίονα	—— -ib. τριακονταπλασίας	τριακονταπλασίαν. *B. C. D.*
—— l. 52 μείζονα.	—— l. 15 μείζονα	μείζω. *A. D.* μείζονα. *B.* μείζων. *C.*
—— 321. l. 5 εἰκοστόν	—— l. 17 * *	εἰκός. *C.*
—— l. 7 ἰσομεγέθη,	—— l. 18 * *	ἰσομεγέθη. *D.* ut fere ſemper
—— l. 8 ἔχοντας	—— l. 19 ἔχοντα	ἔχοντα. *D.*
—— l. 10 λαβεῖν,	—— l. 20 * *	διαλαβεῖν. *A. C. D.*
—— l. 15 ἐξ ἂν ὁ	—— l. 23 αἷς ἂν ἡ	αἷς ἂν ὁ. *A. C. D.* ἐξ ἂν ὁ. *B.* ut ſemper in hoc tractatu.
—— l. 16 ἰσομεγέθη,	—— -ib. * *	ἰσομεγέθη. *B. C. D.* ut ſemper in hoc tractatu. *B.*
—— l. 17 ἅ τις	—— l. 24 ἅ τις	ἅ τις. *A.* ἅ τις. *B. C. D.*
—— l. 18 ἐξ ἂν	—— -ib. ἃς ἂν	ἄν. *A. D.* ἐξ ἄν. *B.*
—— -ib. ἰσομεγέθη, τὰν κορυφὰν ἔχοντα	—— -ib. * *	ἰσομεγέθη τὰν κορυφὰν ἔχοντα. *B.*
—— l. 21 ἔβαλλον	—— l. 25 ἔβαλον	ἔβαλλον. *A. B. C. D.*
—— -ib. ἀνατέλλων	—— -ib. * *	ἀνατέλλων. *B. C.* ἅμα τέλλων. *D.*
—— l. 22 τεθέντος	—— l. 26 τεθέν	τεθέντος. *A. C. D.*
—— l. 23 ὀρθοῦ,	—— -ib. * *	corr. marg. ὀρθόν. *B.* ὀρθόν. *C.*

103

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 321. l. 25 ἐπεγράφη	Pag. 121. l. 27 * *	ἐπεγράφθη. *B.*
——— l. 26 ἁ ὄψις	——— l. 28 * *	ἄψις. *B. C. D.*
——— l. 29 ἄρξατο	——— l. 30 * *	ἀρξάμενοι. *A. D.*
——— l. 38 αἱ ὄψιες ἀφ' ἑνὸς σαμείου	——— l. 34 αἱ ὄψιες ἐν ἀφανεῖ σημείῳ	αἱ ὄψιες ἐν ἀφανεῖ σαμείῳ. *A.* ὄψιες ἐν ἀφανεῖ σαμείῳ. *D.*
——— l. 40 ὄψιος·	——— l. 35 ὄψις	ἁ ὄψις. *B.* ὄψιος. *C.*
——— l. 42 ἀχθεισᾶν	——— l. 36 ἀχθεῖσα	ἄχθη α. *B.* ἀχθεῖσα. *C. D.*
——— l. 46 ὄψιος,	——— l. 38 * *	τᾶς ὄψιος. *A. B. C. D.*
——— l. 47 τὸν τρόπον	——— l. 39 τρόπον	τὸν τρόπον. *A.*
——— – ib. ἀναλαμβάνονται	——— – ib. * *	λαμβάνονται. *D.*
——— l. 48 ἀλλάλων,	——— – ib. ἀλλάλαις	ἀλλάλοις. *A. B. C. D.*
——— l. 50 ὁ λευκὸς ὥς ἐστιν	——— l. 40 ὁ λευκὸς ὥς ἐστι	λευκὸν ἐστι. *A. D.*
——— l. 51 ὄψιος,	——— l. 41 * *	ὄψιας. *C. D.*
——— l. 53 περιλαμβάνονται ὑπὸ	——— l. 42 * *	περιλαμβάνονται περί. *D.*
——— 322. l. 4 τᾶς ἐγγὺς τᾶς	——— l. 44 τᾶς ἐγγὺς τᾶς	τὸ ἐγγὺς τᾶς. *B.* τᾶς ἐγγύς. *C.*
——— l. 9 Ἁ δὲ γωνία,	——— l. 47 ἁδε γωνία	ut in Edit. Oxon. *B. C. D.*
——— l. 12 κανόνος,	——— l. 48 * *	κανόνος. *A.*
——— l. 14 ὅλον ἅλιον,	——— l. 49 * *	ὅλον τὸν ἅλιον. *B. C. D.*
——— l. 15 ἐπιφαινομένας	——— l. 50 ἐπιφαινομένων	ἐπιφαίνοντα. *B.*
——— l. 17 γίνεται	——— l. 51 * *	γάρ. *A. C. D.*
——— l. 21 εἰς ρξδ', ἐλάττων ἢ ἐν μέρεσι τούτων·	——— 122. l. 2 * *	εἰς ΡΞ ΔΘ εἰς Σ μείζων Η (ἢ. *D.*) ἐν μέτρῳ τούτων, δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἁ γωνία ὥς ἂν (ἐς ἄν. *D.*) ἁ ὅλη ὑπερμάζει (ὑπαρμόζει. *D.*) τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει ἐλάττων μὲν ἐστὶ ἢ διαιρεθείσας (διαιρεθεῖσας. *D.*) εἰς ρξδ τούτων. *A. D.*
——— l. 22 διαιρεθείσας	——— – ib. διαιρεθεῖσα	διαιρεθεισᾶν. *B.*
——— l. 23 ἐν μέρος	——— l. 3 * *	ἐν μέτροις. *A.* ἔμμετρος. *D.*
——— – ib. τούτων. Δῆλον ὦν,	——— – ib. * *	τούτων δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἁ γωνία ὥς ἂν ἁ ὅλη ὑπερμάζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει ἐλάττων μὲν ἐστιν. ἢ διαιρεθείσας ἐς ΡΞΔ τούτων. ἁ δὲ ἐλάττων διαιρεθεῖσα τὰν ὀρθὰν εἰς Σ μείζων ἢ ἐν μέρος τούτων. δῆλον ὦν. *C.* vide ſupra.
——— l. 24 ἐς ἃν	——— – ib. ἃ ἴσαν	ἐς ἄν. *B.*
——— – ib. ὑπαρμόζη,	——— – ib. * *	ὑπαρμόζει. *D.*
——— l. 26 ἐν μέρος·	——— l. 4 * *	ἔμμετρος. *D.*
——— l. 27 ἐν μέρος.	——— l. 5 * *	ἔμμετρος. *A. D.*
——— l. 28 ἁ διάμετρος	——— – ib. διάμετρος	καὶ ἁ διάμετρος. *B. C. D.*
——— l. 39 Δ	——— l. 11 * *	deeſt. *C. D.*
——— l. 43 Ἔτι	——— l. 12 * *	ἔτω. *C.*
——— l. 49 ἐν μέρος.	——— l. 16 * *	ἔμμετρος. *A. D.*
——— l. 50 ἐστι	——— – ib. * *	εἰσί. *D.*
——— l. 53 ἐν μέρος·	——— l. 18 * *	ἔμμετρος. *D.*
——— 323. l. 4 τὸ ΑΒΓ κύκλον,	——— l. 20 * *	deſunt. *D.*
——— l. 7 ἐχέτω,	——— l. 22 ἔχει	ἔχων. *B.*
——— l. 12 τὸν	——— l. 23 lacuna relinquitur	lacuna relinquitur. *B. D.*
——— l. 16 Ἴσαι γὰρ	——— l. 26 * *	deſunt. *D.*
——— l. 18 ΣΗ	——— 123. l. 1 ΑΒΓ	corr. man. alt. ΣΗ. *B.*
——— l. 20 διάμετρος	——— l. 2 γωνία	corr. man. alt. διάμετρος. *B.*
——— – ib. ΣΗ	——— – ib. ΑΒΗ	corr. man. alt. ΣΗ. *B.*
——— l. 21 τῷ ΣΗ κύκλῳ.	——— l. 3 * *	deſunt. *C.*
——— l. 23 Ὡς τε	——— – ib. * *	ὡς. *D.*
——— l. 24 ΥΣ	——— l. 4 -Σ	ΤΣ. *A. B. C. D.*
——— l. 25 ΘΚ	——— – ib. ΘΚ·	ΘΚΤ. *A. C. D.* ΘΡ. *B.*
——— – ib. ΘΡ,	——— – ib. * *	ΘΧ. *B.*
——— – ib. ΣΥ	——— l. 5 ΣΝ	ΣΤ. *B. C. D.*
——— l. 26 καὶ	——— – ib. * *	deeſt. *B.*
——— l. 27 τὰν ΔΤ,	——— – ib. τὰ ΔΤ	τὰν ΔΤ. *B. B.*
——— l. 28 τριγώνων	——— l. 6 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
——— 324. l. 1 ΔΤ, ΔΚ, ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τᾶν	——— l. 7 * * τὰν mutato in τῶν	deſunt. *C.*
——— l. 4 ἁ ΘΡ	——— l. 8 * *	ΘΡ. *C.*
——— – ib. Εἰ γάρ κα	——— l. 9 εἰ γὰρ ΚΑ	εἰ γάρ κα. *B. C. D.*
——— l. 5 δύο	——— – ib. * *	δύο, *A.*
——— l. 7 αἵτινες	——— l. 10 * *	θάτερος. *C.*
——— l. 9 τᾶν	——— l. 11 τᾶ	ἁ τᾶν. *B.*
——— l. 10 ποτὶ	——— – ib. * *	deeſt. *A. C. D.*
——— – ib. ἐλάττων	——— l. 12 * *	deeſt. *D.*
——— l. 20 ἐπὶ τᾶν ΔΛ, ΔΞ, μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς· ἐσσεῖται ἁ γωνία ἁ περιεχομένα	——— l. 16 ΔΛ ΔΞ μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς ἢ εἶναι ἁ γωνία ἁ περιεχομένα	deſunt. *A. D.*
——— l. 21 ἐσσεῖται	——— l. 17 ἢ εἶναι	εἴη κα. *B.*
——— l. 23 διαμέτρων,	——— – ib. διαμέτρων	δὶς μέτρα. *A. B.* δίσμετρα. *C.* διαμέτρια. *D.*
——— l. 27 Τᾷ δὲ	——— l. 20 τὰν δὲ	τᾶ δὲ. *D.*
——— l. 34 μείζω εἶμεν ἢ τριακονταπλασίονα	——— l. 24 μείζων εἶμεν ἢ τριακονταπλασίων	μείζονα εἶμεν ἢ τριακονταπλασίονα. *B.*
——— l. 36 σελάνας,	——— l. 25 ἡλίου	σελάνας. *B. C. D.*
——— – ib. μείζω	——— – ib. μείζων	μείζω. *B.*
——— l. 37 σελάνας·	——— – ib. ἡλίου	σελάνας. *B. C. D.*
——— l. 44 Ἁ δὲ διάμετρος τῶ ἁλίω	——— l. 29 * *	deſunt. *D.*
——— l. 46 ἁ	——— l. 31 * *	deeſt. *C.*
——— 325. l. 2 ἰσόπλευρον ἐὸν	——— l. 34 εἰς ὁ ΕΘ πλευρᾶν	εἰς ὃ ΕΘ πλευρὰν ἐὸν. *C.*
——— – ib. ἰσόπλευρον ἐὸν καὶ πολυγώνιον τοῦ ἐξαγώνου, ἐγγεγραμμένον μὲν τῷ κύκλῳ ἐὸν καὶ ἁ διάμετρος	——— – ib. εἰς ὁ ΕΘ πλευρᾶν καὶ πολυγώνιον τοῦ ἐξαγώνου ἐγγεγραμμένον μὲν τοῦ κύκλου εἴη καὶ ἁ διάμετρος.	εἰς ὃ ΕΘ πλευρὰν ἰσόμετρος. *A. D.*

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 325. l. 13 ὅλον, ὡ	Pag. 123. l. 40 • •	ὅλον ὡς ἁ. A. B. C. D.
— l. 20 μείζων	— l. 44 μείζων	μείζον. B.
— l. 23 τετραγωνισμένον	— l. 45 τέτρωνα τὸ μέρος	τετρωνα τομέρος. C. τετραγωνισμένον. D.
— l. 24 Ἐτεθεν	— l. 46 • •	ἐτέθεντο. B. ἐπετέθην. D.
— l. 32 Χρήσιμον	— l. 50 • •	χρήσιμα. A.
— l. 44 καὶ ἀπὸ τᾶν	— 124. l. 5 καὶ ἑκατὸν	καὶ αἱ ἀπὸ τᾶν. B.
— l. 45 καὶ ἑκατοντάδες,	— l. 6 • •	deſunt. D.
— l. 46 ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. Πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες	— ib. ἔτι αἱ μυρίαι μυριάδων πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες	deſunt. D.
— l. 49 τρίτων	— l. 8 τριῶν	τρίτων. D.
— l. 51 ἐς τὰς μυρίας	— l. 9 ἔτι αἱ μυρίαι	ετι μυριαι ſine accentu. B. ἔτι αἱ μυρίαι. C. D.
— 326. l. 1 ἀριθμῶν μέχρις	— l. 10 • •	ἄν μυρίας. A.
— l. 7 τοιούτων	— l. 12 • •	τοσούτων. C.
— l. 10 πρώτας	— l. 14 deeſt	πρώτας. B.
— l. 14 δευτέρων	— l. 15 • •	τῶν δευτέρων. D.
— l. 17 ἐχόντων,	— l. 17 • •	ἔχοντες. B.
— l. 19 ἀριθμός	— l. 18 • •	καί. B.
— l. 20 περιόδω,	— ib. • •	deeſt. D.
— l. 24 ἑξῆς κείμενοι,	— l. 21 ἐξαποκειμένοι	ut in Edit. Oxon. B. C.
— l. 25 οἱ ὀκτὼ	— ib. τὸ ὀκτὼ	ἁ ὀκτώ. B. D.
— l. 30 Ὁ μὲν οὖν πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν	— l. 24 • • ὁ mutato in ἁ	deſunt. D.
— l. 31 ὄγδοος	— ib. • •	ὁ ὄγδοος. B. C. D.
— l. 40 ἔτι πολλαὶ	— l. 29 • •	ἐστὶ καὶ πολλαί. A. C. D. ἐστὶν ἔτι καὶ πολλαί. B.
— l. 45 πολλαπλασιαξάντων	— l. 32 • •	πολλαπλασιαζάντων ut ſemper. C.
— ib. ἀλλάλοις, ὅπως ὁ ἐλάττων	— ib. • •	ὅπως ἐλάττων. D.
— l. 50 Ἔστω	— l. 34 • •	ἔστωσαν. B.
— l. 52 παραπολλαπλασιάσθω	— l. 35 • •	πολλαπλασιάσθω. D.
— 327. l. 1 ἴσος	— l. 37 ἴσαι	ἴσος. B. C. ἴσοι. D.
— l. 2 ἴσον	— l. 38 • •	ἴσων. C. D.
— l. 7 ἴσος	— l. 40 • •	ἴσοι. A.
— ib. γενόμενος	— ib. • •	ὁ γενόμενος. A.
— l. 9 πολλαπλασιαξάντων	— l. 41 • •	τῶν πολλαπλασιαξάντων. A. B. D. πολλαπλασιαζάντων. C.
— l. 10 ἐλάττων	— ib. • •	ἔχων. A.
— l. 16 τοσοῦτοι	— l. 44 τοσοῦτοι	τοσοῦτοι. B. C. D. In Marg. μίαν μονάδες δεκάδες ἑκατοντάδες χιλιάδες μυριάδες. C.
— l. 19 μὲν	— l. 46 • •	deeſt. D.
— l. 20 ὅλον	— ib. • •	deeſt. B.
— l. 26 ποτὶ ἀλλάλας	— l. 50 ποτὶ ἀλλάλαν	ποτ' ἀλλάλας. B. ποτὶ ἀλλάλας. C. D.
— l. 30 καὶ εἴη ὁ ἀριθμὸς	— 125. l. 1 ΚΑΙΝ ὁ ἀριθμὸς	ὁ ἄν. A. D. καὶ ἐν ὁ ἀριθμός. B. καὶ ὁ ἀριθμός. C.
— l. 32 ἀριθμός,	— l. 2 • •	ἀριθμοί. A.
— l. 37 τὸν	— l. 4 τὸν	τόν. B. C. τῶν. D.
— ib. ἐπὶ	— l. 5 ἐφ'	ἐφ' ἅ. D.
— l. 38 λόγον ἔχειν	— ib. ἔχων	λόγον ἔχει. A.
— l. 39 ἀλλάλας	— ib. ἀλλάλας	ἀλλάλας. A. B. C. D.
— l. 43 πολλαπλασιασθεισῶν	— l. 7 πολλαπλασιασθεῖσαι	πολλαπλασιασθεισῶν. C. πολλαπλασιασθεῖσαι D.
— l. 47 ἐν τῷ	— l. 9 ἔστι	ἐν δή. C. D.
— ib. ἐὼν	— ib. • •	ὁ Ρ. C.
— l. 49 ὅλον ὡς ὁ γενόμενος, ἀφ' ὅσου ἐστὶν αὐτῶν ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας	— l. 10 • •	deſunt. C.
— l. 52 ὁ ἴσος	— l. 12 ἀσσος	ἃ ἴσος. B. ασος ſine accentu. C.
— ib. συναμφοτέρων	— ib. συνάμφω	συναμφότερα. A. D. συνάμφω. C.
— l. 5 μυριάδες τῶν δευτέρων	— l. 15 μυριάδες	μυριάδες δευτέρων. A. B. C. D.
— l. 6 Φανερὸν ὦν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τὸ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ρ̄ δακτύλων ἐχούσᾳ, ἐλαττόν ἐστι ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν.	— ib. φανερὸν ὦν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ ταύτᾳ τὰν διάμετρον Ρ δακτύλων ἐχούσᾳ ἐλαττόν ἐστιν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν.	deſunt. A. D.
— l. 7 μέγεθος	— ib. μέγεθος	μέγεθος. C.
— l. 11 πολλαπλασία	— l. 17 • •	πολλαπλασία ἐστί. A. B. C. D.
— l. 14 μυριάδων	— l. 19 • •	μυρίων. B. C. D.
— l. 16 τᾶν χιλιᾶν	— l. 20 τάνχιας	τᾶν χιλίαν. A. C. D. τᾶν χιλίων. B.
— l. 20 ἀναλογίᾳ	— l. 22 ἀναλογίας	αναλογίαι. A. B. ἀναλογίαν. D.
— l. 22 ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος.	— l. 23 • •	deſunt. C.
— l. 25 αὐτὸς,	— l. 25 τοῦς	τούτῳ. C.
— l. 28 μέγεθος	— l. 26 μεγέθους	μέγεθος. B.
— l. 26 σφαίρᾳ τᾶν	— l. 27 • •	σφαίρᾳ τᾷ τάν. B. C. D.
— l. 34 μέγεθος	— l. 29 μεγέθεος	μέγεθος. B. C. D.
— l. 44 Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες	— l. 35 • •	deſunt. A. D.
— 329. l. 1 μονάδες	— l. 40 μυριάδες	μονάδες. D.
— l. 3 μέγεθος	— l. 41 μεγέθεος	μέγεθος. C. D.
— l. 4 μονάδες τῶν	— l. 42 μονάδες τῶν δὲ	μονάδες τῶν. A. B. D. μυριάδες τῶν. C.
— l. 10 ἔλασσον	— l. 45 ἐλάσσων	ἔλασσον. C. D. et corr. marg. B.
— l. 12 πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν	— l. 46 • •	πολλαπλασιασθεισῶν τᾶν χιλίων. A.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codices Pariſien.
Pag. 329. l. 22 ἄλλοι	Pag. 125. l. 51 * *	οἱ ἄλλοι. *B. C. D.*
——— l. 25 μονάδες	——— 126. l. 2 μονάδων	μονάδες. *B.*
——— l. 26 μέγεθος	——— – ib. μεγέθει	μέγεθος. *B. C.*
——— l. 30 μυριάδων	——— l. 4 * *	μυριάδες. *A. D.* μυριάδας. *B. C.*
——— l. 33 ταλικαῦτα,	——— l. 6 * *	ταλικαῦτα τὸ μέγεθος. *A. B. C.*
——— – ib. ταλικαῦτα, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα	——— – ib. * *	deſunt. *D.*
——— l. 36 πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα	——— l. 7 πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν ι	πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα. *A. D.* πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα. *B. C.*
——— l. 37 μονάδων	——— – ib. * *	μονάδας. *D.*
——— l. 41 ἔδειν,	——— l. 10 * *	ἔδειν εἶν. *D.*
——— l. 44 καλουμένων	——— l. 11 καμένων	καλουμένων. *A. B. D.*
——— l. 49 χιλίαις	——— l. 14 * *	deeſt. *A. D.*
——— 330. l. 2 ἐλασσόν	——— l. 15 ἐλάσσων	ἐλασσον. *D.*
——— l. 4 σφαῖρα	——— l. 16 * *	σφαίρας. *A.*
——— l. 9 μυριάδων	——— l. 19 * *	μυριάδας. *B.*
——— – ib. ἐλασσον	——— – ib. ἐλάσσων	ἐλασσον. *B. C.*
——— l. 11 πολλαπλασιασθεισᾶν	——— l. 20 πολλαπλάσιον	πολλαπλασιασθεισᾶν. *B.*
——— – ib. τᾶν χιλιᾶν	——— – ib. χιλίαις	τᾶν χιλίαις. *B. C.* τῶν χιλίων. *D.*
——— l. 12 ταῖς ͵ς μυριάσιν. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν πρώτων ἀριθμῶν	——— l. 21 * *	deſunt. *A. D.*
——— l. 14 ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον	——— – ib. * *	ἀπὸ μονάδων. *D.*
——— l. 15 ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἔδειν, ὡς ὁ γεγόμενος ἐσσεῖται ἕκτος καὶ τετρακοστὸς ἀπὸ μονάδος.	——— l. 22 * *	deſunt. *C.*
——— l. 18 ἑκτὸ μὲν	——— l. 23 εἶμεν	οἱ μὲν ἑκτὸ. *B.*
——— l. 19 αὐτός.	——— l. 24 τῶς	τοῦτος. *A. C. D.*
——— l. 25 μέγεθος	——— l. 27 μεγέθεος	μέγεθος. *B. C. D.*
——— l. 27 μυρίων,	——— l. 28 * *	μυριάδων. *C.*
——— l. 30 μυριάκις μυρίων,	——— l. 30 μυριάδας μυρίας	μυριάκις μυρίων. *B.*
——— l. 31 ͵ς μυριάδεσσιν	——— – ib. * *	P μυριάσιν. *A.* μυριάσιν. *D.*
——— l. 34 μυριάδων ͵ς	——— l. 32 μυριάδων	μυριάδων P. *A. B. C. D.*
——— – ib. τὸ	——— – ib. * *	deeſt. *C.*
——— l. 36 πολλαπλασιασθεισᾶν	——— l. 33 πολλαπλασίων	πολλαπλασιασθεισᾶν. *B.*
——— l. 37 μυριάδεσσιν.	——— – ib. μυριάδες	μυριάδ. *B.*
——— l. 40 ἀπὸ μονάδος	——— l. 36 * *	deſunt. *C.*
——— l. 49 ἴσον	——— l. 40 ἴσα	ἴσος. *B. C. D.*
——— 331. l. 2 ἐλασσόν	——— l. 41 ἐλάσσων	ἐλασσον. *A.*
——— l. 4 μυριάδων	——— l. 42 * *	* * ſed in marg. μυρίων. *B.*
——— l. 7 μὲν ὁμοίως	——— l. 43 * *	μὲν ὁμοίως. *B. C. D.*
——— l. 18 ἄν	——— l. 49 * *	deeſt. *A.*
——— l. 21 μυριοπλασίων	——— l. 51 μυριοπλασίων	μυριοπλασία. *D.*
——— l. 25 ἀλλάλας	——— 127. l. 2 ἀλλάλαις	ἀλλάλας. *A. B. C. D.*
——— l. 26 ἄν	——— l. 3 * *	deeſt. *A.*
——— l. 28 ͵ζ, τὸ	——— l. 4 γάρ τὸ	δὲ τὸ. *C. D.*
——— l. 29 ἐλασσόν	——— – ib. ἐλάσσων	corr. marg. ἐλασσον. *B.*
——— l. 33 εἶμεν	——— l. 6 * *	deeſt. *C.*
——— l. 36 μυρίας	——— l. 7 * *	μυρίας. *A.*
——— l. 37 ἑβδόμων ἀριθμῶν	——— l. 8 ἑβδόμων	ut in Edit. Oxon. *B.*
——— l. 38 μονάδος,	——— – ib. * *	μυριάδες. *C.*
——— l. 44 τοίνυν	——— l. 12 * *	ἐν. *C.*
——— 332. l. 4 ἀνθεν	——— l. 17 * *	ὧνθεν. *A.* ὅθεν. *D.*
——— – ib. ἀνάρμοστα	——— – ib. * *	ἄν ἄρμοι. *A. D.*
——— l. 5 ἐπιθεωρῆσαι	——— – ib. ἐπιθεώρηται	ἐπιθεωρῆσαι. *D.*

ΤΕΛΟΣ.

Erratis levioribus quæſumus ignoſcat Lector, graviora ſic corrigat.

PAG. iii. lin. 46. *lege* prout. p. xxvi. lin. 8. *l.* appoſitam. p. 7. lin. 25. *l.* ipſa AB. p. 8. lin. 7. *l.* ἀφῃρέσθω. p. 12. lin. 8. *l.* ad PΠ. p. 13. lin. 23. *l.* triangulorum. p. 21. lin. 9. *l.* hæ. lin. 15. *l.* [illegible]. p. 24. lin. 1. *l.* διχοτόμει. p. 26. lin. 11. *l.* τραπεζίου. p. 29. lin. 23. *l.* ſeſquitertium. p. 33. lin. 35. *l.* ſeſquitertium. p. 41. lin. 5. *l.* ὁ. lin. 28. *l.* ſeceturque. p. 48. lin. 44. *dele* ad utriuſque ΓB, BΔ; et in lin. 51. *poſt* decupla, *inſere* ipſarum ΓB, BΔ. p. 73. lin. 12. *l.* æqualis. p. 74. lin. 7. *l.* Ἀδελφῷ. p. 80. lin. 47. *l.* τρίγωνα. p. 90. lin. 19. *l.* ex centris. p. 99. lin. 37. *l.* ἰσοσκελῶν. p. 115. lin. 11. *l.* major. p. 120. lin. 34. *l.* circumferentiam. p. 132. lin. 30. *l.* eſt, axem habet. p. 141. lin. 21. *dele* ad. p. 160. lin. 41. *l.* [illegible]. p. 179. lin. 53. *pro* reciprocantur *lege* proportionales ſunt. p. 183. lin. 21. *l.* ſphæræ. lin. 25. *l.* ad. p. 222. lin. 19. *l.* σφαιρικοῖς. p. 223. lin. 4. *l.* circumferentia. lin. 21. *l.* κοινῷ. p. 234. lin. 8. *l.* ἴδιαι. p. 320. lin. 24. *l.* ſphæram. p. 321. lin. 9. *l.* omnino. lin. 18. *l.* alium.

00079854

Digitized with financial assistance from
Observer Research Foundation
on 17 May, 2019